情報数学　模擬試験問題解答

問 1. 次の値を求めよ。

(1) ${}_6\mathrm{P}_3$　(2) ${}_7\mathrm{P}_2$　(3) ${}_4\mathrm{P}_0$　(4) ${}_4\mathrm{P}_4$　(5) $5!$
(6) ${}_{24}\mathrm{C}_0$　(7) ${}_{24}\mathrm{C}_3$　(8) ${}_{24}\mathrm{C}_{22}$　(9) ${}_4\mathrm{H}_5$　(10) ${}_3\mathrm{H}_9$

(1) ${}_6\mathrm{P}_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

(2) ${}_7\mathrm{P}_2 = 7 \times 6 = 42$

(3) ${}_4\mathrm{P}_0 = 1$

(4) ${}_4\mathrm{P}_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(5) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(6) ${}_{24}\mathrm{C}_0 = 1$

(7) ${}_{24}\mathrm{C}_3 = \dfrac{24 \times 23 \times 22}{3 \times 2 \times 1} = 2024$

(8) ${}_{24}\mathrm{C}_{22} = {}_{24}\mathrm{C}_2 = \dfrac{24 \times 23}{2 \times 1} = 276$

(9) ${}_4\mathrm{H}_5 = {}_8\mathrm{C}_5 = {}_8\mathrm{C}_3 = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

(10) ${}_3\mathrm{H}_9 = {}_{11}\mathrm{C}_9 = {}_{11}\mathrm{C}_2 = \dfrac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55$

問 2. $\Omega = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$ を全体集合とし、$P = \{b,\ d,\ f\}$, $Q = \{d,\ e,\ f\}$ する。

(1) Ω の部分集合の総数を求めよ。$2^6 = 64$

(2) $P \cup Q$ を求めよ。$P \cup Q = \{b,\ d,\ e,\ f\}$

(3) $P \cap Q$ を求めよ。$P \cap Q = \{d,\ f\}$

(4) $P^c \cup Q$ を求めよ。ただし、P^c は P の補集合とする。$P^c \cup Q = \{a,\ c,\ d,\ e,\ f\}$

(5) $P \cap Q^c$ を求めよ。ただし、Q^c は Q の補集合とする。. $P \cap Q^c = \{b\}$

問 3. 命題 P を『泥棒の始まりが石川の五右衛門(ごえもん)なら、博打(ばくち)打ちの始まりが熊坂(くまさか)の長範(ちょうはん)』とする。
【注】 石川五右衛門は安土桃山時代の大盗賊 (1558?〜1594)。熊坂長範は平安時代の伝説上の盗賊。
ここでは、長範に丁半を掛けている。

(1) 命題 P の逆を述べよ。
博打打ちの始まりが熊坂の長範なら、泥棒の始まりが石川の五右衛門である。

(2) 命題 P の裏を述べよ。
泥棒の始まりが石川の五右衛門でないなら、博打打ちの始まりが熊坂の長範ではない。

(3) 命題 P の対偶を述べよ。
博打打ちの始まりが熊坂の長範でないなら、泥棒の始まりが石川の五右衛門ではない。

問 4. ある集団においてゲームについての調査をしたところ、ア，イのことがわかった。

ア　囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。

イ　将棋のできないものは、囲碁かチェスができる。

これから確実に言えることはどれか。番号で答えよ。

1. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。
3. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。
5. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。
6. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。

3 つのゲームについてできる (1) かできない (0) かで分類すると 8 通りの場合が考えられる。簡単のために、囲碁を碁、将棋を将、チェスをチと書くことにする。それらが、条件ア，イを満たすかどうか調べてみると、

ケース	囲碁	将棋	チェス	
(a)	1	1	1	×（アより）
(b)	1	1	0	×（アより）
(c)	1	0	1	×（アより）
(d)	1	0	0	
(e)	0	1	1	
(f)	0	1	0	
(g)	0	0	1	
(h)	0	0	0	×（イより）

ア，イから、(d)，(e)，(f)，(g) のケースが考えられる。

1. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。　○
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。　(f) より×
3. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。 (e)，(g) より×
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。 (e) より×
5. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。 ○
6. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。 (f)，(g) より×

ゆえに、確実に言えるのは、1 番と 5 番である。

問 5. 情報数学を受講した学生を調査した結果、次の 3 つの証言が得られた。

(a)　「単位を落とした学生は、予習も復習もしなかった。」

(b)　「予習も復習もした学生は、単位を修得した。」

(c)　「復習をした学生は、単位を修得した。」

上の (a)，(b)，(c) から、確実に言えることはどれか、次の (1) から (6) で正しいものをすべて選べ。

(1)　主張 (a) が正しければ、主張 (b) も正しい。

(2)　主張 (a) が正しければ、主張 (c) も正しい。

(3)　主張 (b) が正しければ、主張 (a) も正しい。

(4)　主張 (b) が正しければ、主張 (c) も正しい。

(5)　主張 (c) が正しければ、主張 (a) も正しい。

(6)　主張 (c) が正しければ、主張 (b) も正しい。

(a) は、その対偶をとって、「予習または復習をした学生は、単位を修得した。」と言い換えることができる。
ゆえに、(1), (2), (6) が成り立つことが分かる。
演習問題３－３も参照のこと。

問 6.　男子４人と女子４人がいる。

(1)　全員を一列に並べる方法は何通りあるか。
$_8P_8 = 9! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$ 通り

(2)　男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。
男子を○，女子を○で表すと、全員の並べ方は、
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○　または、　○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
となる。
男子の並べ方　$_4P_4 = 4! = 24$ 通り
女子の並べ方　$_4P_4 = 4! = 24$ 通り
求める並べ方は、 $2 \times 24 \times 24 = 1152$ 通り

(3)　全員の中から３人を選出する方法は何通りあるか。
$_8\mathrm{C}_3 = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ 通り

(4)　男子を３人選出する方法は何通りあるか。
$_4\mathrm{C}_3 = {}_4\mathrm{C}_1 = 4$ 通り

(5)　男子を２人、女子を１人選出する方法は何通りあるか。
$_4\mathrm{C}_2 \times 4 = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 4 = 24$ 通り

(6)　男子を１人、女子を２人選出する方法は何通りあるか。
$4 \times {}_4\mathrm{C}_2 = 24$ 通り

問 7.　社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

i. 英語の話せる者は 31 人、中国語の話せる者は 25 人、韓国語の話せる者は 20 人だった。

ii. 英語と中国語の話せる者は 10 人いた。

iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。

iv. 英語と韓国語の話せる者は 8 人いた。

v. 外国語のまったく話せない社員は 7 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3ヶ国語とも話せる者は何人か。
英語の話せる者の集合を E, 中国語の話せる者の集合を C, 韓国語の話せる者の集合を K とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、$65 - 7 = 31 + 25 + 20 - 10 - 7 - 8 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、$|E \cap C \cap K| = 7$ 人 (答)

問 8.　A, B, C, D の４人がいて、次のような証言が得られた。

i. A：「D は正直者だ。」

ii. B：「C か D は嘘つきだ。」

iii. C：「B は正直者だ。」

4 人のうち 1 人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。

『A が正直ものならば、D も正直者である。』これを $A \to D$ と書こう。すると、A と C の証言についての真理値表を作ると、

場合	A	B	C	D	$\neg C \vee \neg D$	$A \to D$	$C \to B$	$B \to \neg C \vee \neg D$
[1]	0	1	1	1	0	1	1	0
[2]	1	0	1	1	0	1	0	1
[3]	1	1	0	1	1	1	1	1
[4]	1	1	1	0	1	0	1	1

$A \to D$ と $C \to B$ と $B \to \neg C \vee \neg D$ が成り立つのは、[3] の場合だけである。ゆえに、嘘つきは C である。

問 9. 5 コの数字、0, 1, 2, 3, 4 の中から異なる 4 つの数字を選んでできる、次のような整数は何個あるか。

i. 4 桁の整数

千の位は、1, 2, 3, 4 の 4 通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、${}_4P_3$ 通り。
ゆえに、$4 \times {}_4P_3 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ 通り

ii. 4 桁の偶数

一の位は、0, 2, 4 の 3 通り。一の位の数字が 0 の場合、残り 4 コの数字を千、百、十の位に並べる方法は、${}_4P_3 = 24$ 通り。一方、一の位の数字が 2 または、4 の場合、千の位の数は、0 と一の位の数を除いた 3 通り。百と十の位の数字の並べ方は、${}_3P_2$ 通りだから、$2 \times 3 \times {}_3P_2 = 36$ 通り。ゆえに、全部合わせて、$24 + 36 = 60$ 通り。

iii. 4 桁の奇数

一の位は、1, 3 の 2 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。ところがこの 4 コには 0 も含まれている。千の位の数字は 0 にはなれないので、千の位に置ける数字は 3 通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、${}_3P_2 = 6$ 通り。ゆえに、$2 \times 3 \times {}_3P_2 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ 通り。