情報数学　模擬試験問題

問 1.　次の値を求めよ。

(1) ${}_5\mathrm{P}_3$	(2) ${}_7\mathrm{P}_1$	(3) ${}_6\mathrm{P}_4$	(4) ${}_4\mathrm{P}_4$	(5) $5!$
(6) ${}_{25}\mathrm{C}_0$	(7) ${}_{25}\mathrm{C}_3$	(8) ${}_{25}\mathrm{C}_{23}$	(9) ${}_3\mathrm{H}_5$	(10) ${}_4\mathrm{H}_9$

(1)　${}_5\mathrm{P}_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

(2)　${}_7\mathrm{P}_1 = 7$

(3)　${}_6\mathrm{P}_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

(4)　${}_4\mathrm{P}_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(5)　$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(6)　${}_{25}\mathrm{C}_0 = 1$

(7)　${}_{25}\mathrm{C}_3 = \dfrac{25 \times 24 \times 23}{3 \times 2 \times 1} = 2300$

(8)　${}_{25}\mathrm{C}_{23} = {}_{25}\mathrm{C}_2 = \dfrac{25 \times 24}{2 \times 1} = 300$

(9)　${}_3\mathrm{H}_5 = {}_7\mathrm{C}_5 = {}_7\mathrm{C}_2 = \dfrac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

(10)　${}_4\mathrm{H}_9 = {}_{12}\mathrm{C}_9 = {}_{12}\mathrm{C}_3 = \dfrac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$

問 2.　$\Omega = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ を全体集合とし、$A = \{2,\ 4,\ 6\}$, $B = \{4,\ 5,\ 6\}$ する。

(1)　Ω の部分集合の総数を求めよ。$2^6 = 64$

(2)　$A \cup B$ を求めよ。$A \cup B = \{2,\ 4,\ 5,\ 6\}$

(3)　$A \cap B$ を求めよ。$A \cap B = \{4,\ 6\}$

(4)　$A^c \cup B$ を求めよ。ただし、A^c は A の補集合とする。$A^c \cup B = \{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

(5)　$A \cap B^c$ を求めよ。ただし、B^c は B の補集合とする。$A \cap B^c = \{2\}$

問 3.　ある集団においてゲームについての調査をしたところ、ア，イのことがわかった。

ア　囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。

イ　将棋のできないものは、囲碁かチェスができる。

これから確実に言えることはどれか。番号で答えよ。

1. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。
2. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。
3. 将棋のできるものは、チェスもできる。
4. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。
5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。
6. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。

3 つのゲームについてできる (1) かできない (0) かで分類すると 8 通りの場合が考えられる。簡単のために、囲碁を碁、将棋を将、チェスをチと書くことにする。それらが、条件ア，イを満たすかどうか調べてみると、

ケース	囲碁	将棋	チェス	
(a)	1	1	1	×（アより）
(b)	1	1	0	×（アより）
(c)	1	0	1	×（アより）
(d)	1	0	0	
(e)	0	1	1	
(f)	0	1	0	
(g)	0	0	1	
(h)	0	0	0	×（イより）

ア，イから、(d)，(e)，(f)，(g) のケースが考えられる。

1. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。 (f)，(g) より×
2. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。。 ○
3. 将棋のできるものは、チェスもできる。 (f) より×
4. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。 ○
5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。 (e)，(g) より×
6. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。 (e) より×

ゆえに、確実に言えるのは、2 番と 4 番である。

問 4. 次の前提 ① と ② は、正しいとする。

① 理屈っぽくて議論好きだと人に好かれない。

② 大学の教師は議論好きだ。

以上の前提から確実に言えることはどれか。記号で答えよ。

(ア) 大学の教師は人に好かれない。

(イ) 大学の教師で人に好かれる人物は理屈っぽくない。

(ウ) 理屈っぽくなければ大学の教師でない。

(エ) 議論が嫌いか理屈っぽくない人は人に好かれる。

それぞれの性質を持つ人からなる集合を定義して、① と ② の関係を図に表すと右のようなる。この図より、(ア)，(ウ)，(エ) は成り立たないことがわかる。唯一成り立つのは、(イ) だけなので、(答) (イ)

問 5. 男子 5 人と女子 4 人がいる。

(1) 全員を一列に並べる方法は何通りあるか。
$_9P_9 = 9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362880$ 通り

(2) 男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。
男子を○，女子を○で表すと、全員の並べ方は、 ○ ○ ○ ○ ○ ○○ ○ ○となる。
男子の並べ方 $_5P_5 = 5! = 120$ 通り
女子の並べ方 $_4P_4 = 4! = 24$ 通り
求める並べ方は、 $120 \times 24 = 2880$ 通り

(3) 全員の中から 3 人を選出する方法は何通りあるか。
$_9\mathrm{C}_3 = \dfrac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ 通り

(4) 男子を 3 人選出する方法は何通りあるか。
$_5\mathrm{C}_3 = {}_5\mathrm{C}_2 = \dfrac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ 通り

(5) 男子を 2 人、女子を 1 人選出する方法は何通りあるか。
$_5\mathrm{C}_2 \times 4 = \dfrac{5 \times 4}{2 \times 1} \times 4 = 40$ 通り

(6) 男子を 1 人、女子を 2 人選出方法は何通りあるか。
$5 \times {}_4\mathrm{C}_2 = 5 \times \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 30$ 通り

問 6. 社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

i. 英語の話せる者は 31 人、中国語の話せる者は 25 人、韓国語の話せる者は 20 人だった。

ii. 英語と中国語の話せる者は 10 人いた。

iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。

iv. 英語と韓国語の話せる者は 8 人いた。

v. 外国語のまったく話せない社員は 7 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3ヶ国語とも話せる者は何人か。
英語の話せる者の集合を E，中国語の話せる者の集合を C，韓国語の話せる者の集合を K とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、$65 - 7 = 31 + 25 + 20 - 10 - 7 - 8 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、$|E \cap C \cap K| = 7$ 人 (答)

問 7. A，B，C，D の 4 人がいて、次のような証言が得られた。

i. A :「D は正直者だ。」

ii. B :「C か D は嘘つきだ。」

iii. C :「B は正直者だ。」

4人のうち1人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。
『A が正直ものならば、D も正直者である。』これを $A \to D$ と書こう。すると、A と C の証言についての真理値表を作ると、

場合	A	B	C	D	$\neg C \vee \neg D$	$A \to D$	$C \to B$	$B \to \neg C \vee \neg D$
[1]	0	1	1	1	0	1	1	0
[2]	1	0	1	1	0	1	0	1
[3]	1	1	0	1	1	1	1	1
[4]	1	1	1	0	1	0	1	1

$A \to D$ と $C \to B$ と $B \to \neg C \vee \neg D$ が成り立つのは、[3] の場合だけである。ゆえに、嘘つきは C である。

問 8 5コの数字、0, 1, 2, 3, 4 の中から異なる4つの数字を選んでできる、次のような整数は何個あるか。

i. 4桁の整数
千の位は、1, 2, 3, 4 の4通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は4コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、${}_4\mathrm{P}_3$ 通り。
ゆえに、$4 \times {}_4\mathrm{P}_3 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ 通り

ii. 4桁の偶数
一の位は、0, 2, 4 の3通り。一の位の数字が0の場合、残り4コの数字を千、百、十の位に並べる方法は、${}_4\mathrm{P}_3 = 24$ 通り。一方、一の位の数字が2または、4の場合、千の位の数は、0と一の位の数を除いた3通り。百と十の位の数字の並べ方は、${}_3\mathrm{P}_2$ 通りだから、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 36$ 通り。ゆえに、全部合わせて、$24 + 36 = 60$ 通り。

iii. 4桁の奇数
一の位は、1, 3 の2通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は4コ。ところがこの4コには0も含まれている。千の位の数字は0にはなれないので、千の位に置ける数字は3通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、${}_3P_2 = 6$ 通り。ゆえに、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ 通り。

問 9. イチゴケーキとチーズケーキとチョコレートケーキを全部で8個買いたい。

(1) 何通りの買い方があるか。ただし、どれかの種類を含まないことがあっても良いものとする。
これは、3種類のものから重複を許して8コを選ぶ場合の数であるから、
${}_3\mathrm{H}_8 = {}_{10}\mathrm{C}_8 = {}_{10}\mathrm{C}_2 = \dfrac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$ 通りである。

(2) 3種類のケーキを必ず含むことにすると、何通りの買い方があるか。
最初に3種類のものを1コずつ選ぶと、残りは5コである。3種類のものから重複を許して5コを選ぶ場合の数は、
${}_3\mathrm{H}_5 = {}_7\mathrm{C}_5 = {}_7\mathrm{C}_2 = \dfrac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$ 通りである。