

練習問題 6

問 1. 男子 3 人と女子 2 人がいる。次の並び方は何通りあるか。

1. 全員を一行に並べる。 ${}_5P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 通り
2. 男女が交互になるように並べる。 ${}_3P_3 \times {}_2P_2 = 6 \times 2 = 12$ 通り
3. 女子が隣り合うように並べる。
隣り合う女子をまとめて一人と考えると、4 人の並べ方になるので、 ${}_4P_4$ 通り
その各々の場合について、女子 2 人の並べ方を改めて考慮すると、 ${}_2P_2 = 2$ 通りとなるので、並び方の総数は、 ${}_4P_4 \times {}_2P_2 = 48$ 通り。
4. 全員を円卓に座らせるとき、並べ方は何通りあるか。 $\frac{{}_5P_5}{5} = 4! = 24$ 通り
5. 全員を円卓に座らせるとき、女子が隣り合うような並べ方は何通りあるか。
 $\frac{{}_4P_4}{4} \times 2 = 3! \times 2 = 12$ 通り
6. 全員を円卓に座らせるとき、女子が隣り合わないような並べ方は何通りあるか。一人の女子の位置を固定すと、もう一人の女子の位置は、最初の女子の位置から数えて 3 番目か 4 番目である。残りの 3 席に男子の座らせ方は $3! = 6$ だから、全部で、 $\frac{{}_4P_4}{4} \times 2 = 3! \times 2 = 12$ 通り
チェック $12 + 12 = 24$

問 2. 5 コの数字、1, 2, 3, 4, 5 の中から異なる数字を用いてできる、次のような整数は何個あるか。

1. 4 桁の整数 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ 通り
2. 4 桁の奇数
一の位は、1, 3, 5 の 3 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。それらを用いた千、百、十の位の数字の並べ方は、 ${}_4P_3$ 通り。ゆえに、 $3 \times {}_4P_3 = 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$ 通り
3. 4 桁の偶数
一の位は、2, 4 の 2 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。それらを用いた千、百、十の位の数字の並べ方は、 ${}_4P_3$ 通り。ゆえに、 $2 \times {}_4P_3 = 2 \times 4 \times 3 \times 2 = 48$ 通り
チェック $72 + 48 = 120$

問 3. 6 コの数字、0, 1, 2, 3, 4, 5 の中から異なる数字を用いてできる、次のような整数は何個あるか。

1. 4 桁の整数
千の位は、1, 2, 3, 4, 5 の 5 通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は 5 コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、 ${}_5P_3$ 通り。ゆえに、 $5 \times {}_5P_3 = 5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ 通り

2. 4桁の偶数

一の位は、0, 2, 4の3通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は5コ。それらを用いた千、百、十の位の数字の並べ方は、 ${}_5P_3$ 通り。ゆえに、 $3 \times {}_5P_3 = 3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$ 通り。ところが、千の位は0となり得ないからその場合を引かなければならない。千の位が0で一の位が2または4となる場合の並べ方は、 $2 \times {}_4P_2 = 24$ 通り。ゆえに、求める数は $180 - 24 = 156$ 通り。

3. 4桁の奇数

一の位は、1, 3, 5の3通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は5コ。ところがこの5コには0も含まれている。千の位の数字は0にはなれないので、千の位に置ける数字は4通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、 ${}_4P_2 = 12$ 通り。ゆえに、 $3 \times 4 \times {}_4P_2 = 3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ 通り。これが、求める数である。