

演習問題 8 解答

問題 1 確率変数 u が標準正規分布関数 $N(0, 1)$ に従うとき、次の確率を求めよ。

1. 正規分布表より、 $\text{Prob}_{\text{標準}}\{1.35 \leq u\} = 0.08851$

2. $\text{Prob}_{\text{標準}}\{0 \leq u \leq 1.35\} = \text{Prob}\{0 \leq u\} - \text{Prob}\{1.35 \leq u\}$ 、
また、 $\text{Prob}_{\text{標準}}\{0 \leq u\} = 0.5$ だから、

$$\text{Prob}_{\text{標準}}\{0 \leq u \leq 1.55\} = 0.5 - 0.08851 = 0.41149$$

3. $\text{Prob}_{\text{標準}}\{u \leq -0.54\} = \text{Prob}_{\text{標準}}\{0.54 \leq u\} = 0.29460$

4. $\text{Prob}_{\text{標準}}\{-0.54 \leq u \leq 0\} = \text{Prob}_{\text{標準}}\{0 \leq u \leq 0.54\}$
 $= \text{Prob}_{\text{標準}}\{0 \leq u\} - \text{Prob}_{\text{標準}}\{0.54 \leq u\} = 0.5 - 0.29460 = 0.20540$

5. $\text{Prob}_{\text{標準}}\{-0.54 \leq u \leq 1.35\} = \text{Prob}_{\text{標準}}\{-0.54 \leq u \leq 0\} + \text{Prob}_{\text{標準}}\{0 \leq u \leq 1.35\}$
 $= 0.20540 + 0.41149 = 0.61689$

問題 2 ある試験を 30000 人の受験者が受けた。100 点満点のところ、平均点が 63.6、標準偏差が 13.4 であり、点数の分布はほぼ正規分布であった。

1. 75 点以上取った人の割合 $\text{Prob}\{75 \leq x\}$ を求めよ。

受験者は、 $N(63.6, 13.4^2)$ の正規分布に従う。まず、75 点以上の者の割合を求める。そのためには、 $\text{Prob}\{75 \leq x\}$ を求めれば良い。これを標準正規分布に変換する。変数 x と標準正規分布の変数 u との関係は、

$$u = \frac{x - 63.6}{13.4}$$

で与えられるので、

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{75 \leq x\} &= \text{Prob}_{\text{標準}}\left\{\frac{75 - 63.6}{13.4} \leq \frac{x - 63.6}{13.4}\right\} \\ &= \text{Prob}_{\text{標準}}\{0.85 \leq u\} \\ &= 0.19766\end{aligned}$$

2. 75 点の受験者はほぼ何番か。

$\text{Prob}\{75 \leq x\} = 0.19766$ に全体の人数 30000 人を掛ける。

$$0.19766 \times 30000 \simeq 5930$$

これは、75 点以上の受験生が 5930 人以上いることを示している。ゆえに 75 点の受験生の順位は、およそ 5930 番である。