

## 2019 年度基礎数学 後期試験問題

問題 1 次の積を計算をせよ。

$$(1) i^2 = -1 \quad (2) i^3 = -i \quad (3) (-\sqrt{2}i)^2 = -2 \quad (4) (-\sqrt{2}i)^3 = 2\sqrt{2}i$$

問題 2 次の積を計算せよ。

$$(1) (\sqrt{-7})^2 = (\sqrt{7}i)^2 = -7 \quad (2) \sqrt{2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}i = \sqrt{6}i \quad (3) \sqrt{-3} \times \sqrt{-5} = \sqrt{3}i \times \sqrt{5}i = -\sqrt{15}$$

問題 3 次の計算をせよ。

$$\begin{aligned} (1) (4+3i) + (2-i) &= 6+2i & (2) (5+2i) - (-1+3i) &= 6-i \\ (3) (5+2i)(-1+3i) &= -11+13i & (4) (1+\sqrt{2}i)^2 &= (1-2) + 2\sqrt{2}i = -1+2\sqrt{2}i \\ (5) \frac{2}{1+3i} &= \frac{2(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{1-3i}{5} & (6) \frac{2-i}{2+i} &= \frac{(2-i)^2}{(2+i)(2-i)} = \frac{(4-1)-4i}{2^2+1} = \frac{3-4i}{5} \end{aligned}$$

問題 4 次の 2 次方程式を解け。

$$\begin{aligned} (1) x^2 + 8x - 20 &= 0 & (x-2)(x+10) &= 0 \text{ より、} x = -10, 2 \\ (2) 2x^2 + 6x - 1 &= 0 & x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9+2}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{11}}{2} \\ (3) x^2 - 4x + 5 &= 0 & x &= 2 \pm \sqrt{4-5} = 2 \pm i \\ (4) x^2 + x + 1 &= 0 & x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} \\ (5) -3x^2 + 5x - 1 &= 0 & \text{両辺に } -1 \text{ を掛けると、} & 3x^2 - 5x + 1 = 0 \\ & & \therefore x &= \frac{5 \pm \sqrt{25-4 \cdot 3 \cdot 1}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6} \end{aligned}$$

問題 5 次の 2 次式を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (1) x^2 + 4x + 2 & \quad x^2 + 4x + 2 = 0 \text{ の解は、} x = -2 \pm \sqrt{2} \text{ だから、} x^2 + 4x + 2 = (x+2-\sqrt{2})(x+2+\sqrt{2}) \\ (2) x^2 - 3 & \quad x^2 - 3 = (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) \\ (3) x^2 + 4 & \quad x^2 + 4 = (x-2i)(x+2i) \\ (4) 2x^2 - 4x + 1 & \quad 2x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ の解は、} x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & \quad \text{ゆえに、} 2x^2 - 4x + 1 = 2 \left( x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left( x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \end{aligned}$$

(5)  $x^2 + xy + y^2$   $x^2 + xy + y^2 = 0$  を  $x$  について解くと、

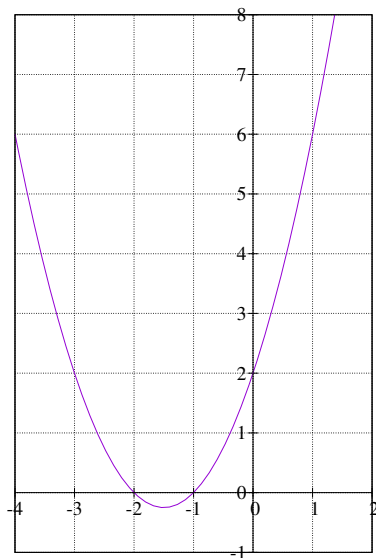
$$x = \frac{-y \pm \sqrt{y^2 - 4y^2}}{2} = \frac{-y \pm \sqrt{3}iy}{2} = -\left(\frac{1 \mp \sqrt{3}i}{2}\right)y$$

$$\text{ゆえに、} x^2 + xy + y^2 = \left(x + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}y\right)\left(x + \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}y\right)$$

問題 6 次の問に答えよ。

[ 1 ] 関数  $y = x^2 + 3x + 2$  について、

(1) グラフを描け。

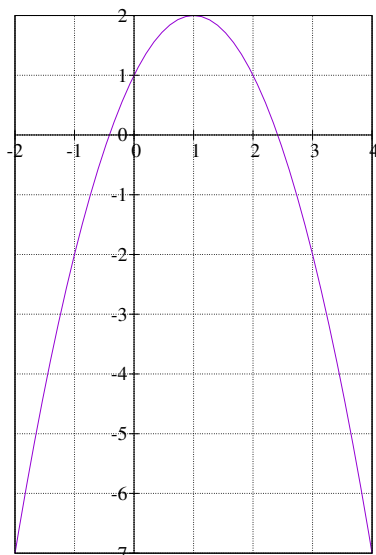


(2) グラフの頂点を求めよ。  $y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$  より、頂点  $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

(3)  $-3 < x \leq 1$  のとき、 $y = x^2 + 3x + 2$  の最大値と最小値を求めよ。最大値 6、最小値  $-\frac{1}{4}$

[ 2 ] 関数  $y = -x^2 + 2x + 1$  について、

(1) グラフを描け。



(2) グラフの頂点を求めよ。  $y = -(x-1)^2 + 2$  より、頂点  $(1, 2)$

(3)  $-1 < x \leq 3$  のとき、 $y = -x^2 + 2x + 1$  の最大値と最小値を求めよ。最大値  $2$ 、最小値  $-2$

問題 7 次の 2 次不等式を解け。

(1)  $(x-2)(x+3) > 0$   $x < -3, x > 2$

(2)  $-x^2 + 5x - 4 > 0$   $(x-1)(x-4) < 0$  より、 $1 < x < 4$

(3)  $x^2 - 4x + 4 > 0$   $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$  だから、 $x = 2$  以外のすべての実数

(4)  $x^2 - 3x + 3 > 0$   $D = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3 < 0$ . または、与式  $= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ . ゆえに、全ての实数。

(5)  $-x^2 + 2x - 2 > 0$   $-x^2 + 2x - 2 = -((x-1)^2 + 1) < 0$ . ゆえに、解なし。