

情報数学 試験問題

問 1. 次の値を求めよ。

- (1) ${}_6P_3$ (2) ${}_{21}C_3$ (3) ${}_{21}C_{19}$ (4) ${}_4H_5$ (5) ${}_4H_8$

$$\begin{aligned} (1) \quad {}_6P_3 &= 6 \times 5 \times 4 = 120 \\ (2) \quad {}_{21}C_3 &= \frac{21 \times 20 \times 19}{3 \times 2 \times 1} = 1330 \\ (3) \quad {}_{21}C_{19} &= {}_{21}C_2 = \frac{21 \times 20}{2 \times 1} = 210 \\ (4) \quad {}_4H_5 &= {}_8C_5 = {}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56 \\ (5) \quad {}_4H_8 &= {}_{11}C_8 = {}_{11}C_3 = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165 \end{aligned}$$

問 2. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ を全体集合とし、 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{5, 6, 7\}$ する。

- (1) Ω の部分集合の総数を求めよ。 $2^7 = 128$
 (2) $A \cup B$ を求めよ。 $A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 7\}$
 (3) $A \cap B$ を求めよ。 $A \cap B = \{6\}$
 (4) $A^c \cup B$ を求めよ。ただし、 A^c は A の補集合とする。 $A^c \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7\}$

問 3. ある集団においてゲームについての調査をしたところ、ア、イのことがわかった。

ア 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。

イ チェスのできないものは、将棋ができない。

これから確実に言えることはどれか。番号で答えよ。

1. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。
3. 将棋かチェスのできるものは、囲碁もできる。
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。
5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。

3つのゲームについてできる (○) かできない (×) かで分類すると 8通りの場合が考えられる。それらが、条件ア、イを満たすかどうか調べてみると、

ケース	囲碁	将棋	チェス	
(a)	○	○	○	× (ア、イより)
(b)	○	○	×	× (アより)
(c)	○	×	○	× (ア、イより)
(d)	○	×	×	
(e)	×	○	○	
(f)	×	○	×	× (イより)
(g)	×	×	○	
(h)	×	×	×	

ア、イから言えることは、(d), (e), (g), (h) のケースが考えられるということである。

1. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。 (g), (h) より×
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。 ○
3. 将棋かチェスのできるものは、囲碁もできる。 (e), (g) より×
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。 (e), (g) より×
5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。 (e) より×

ゆえに、確実に言えるのは、2 番のみである。

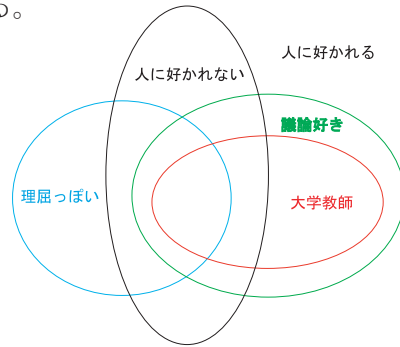
問 4. 次の前提①と②は、正しいとする。

- ① 理屈っぽくて議論好きだと人に好かれる。
- ② 大学の教師は議論好きだ。

以上の前提から確実に言えることはどれか。記号で答えよ。

- (ア) 大学の教師は人に好かれる。
 (イ) 大学の教師で人に好かれる人物は理屈っぽくない。
 (ウ) 理屈っぽくしなければ大学の教師でない。
 (エ) 議論が嫌いか理屈っぽくない人は人に好かれる。

それぞれの性質を持つ人からなる集合を定義して、①と②の関係を図に表すと右のような。この図より、(ア), (ウ), (エ) は成り立たないことがわかる。唯一成り立つのは、(イ) だけなので、(答) (イ)



問 5. 男子 4 人と女子 5 人がいる。

- (1) 全員を一行に並べる方法は何通りあるか。
 ${}_9P_9 = 9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362880$ 通り
- (2) 男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。
 女子を○, 男子を◇で表すと、全員の並べ方は、○◇○◇○◇○◇○となる。
 男子の並べ方 ${}_5P_5 = 5! = 120$ 通り
 女子の並べ方 ${}_4P_4 = 4! = 24$ 通り
 求める並べ方は、 $120 \times 24 = 2880$ 通り
- (3) 全員の中から 3 人を選出する方法は何通りあるか。
 ${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$ 通り
- (4) 女子を 3 人選出する方法は何通りあるか。
 ${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ 通り
- (5) 全員の中から少なくとも男子を 1 人含んだ 3 人の選出方法は何通りあるか。
 $84 - 10 = 74$ 通り

問 6. 社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

- i. 英語の話せる者は 32 人、中国語の話せる者は 25 人、韓国語の話せる者は 20 人だった。
- ii. 英語と中国語の話せる者は 11 人いた。
- iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。
- iv. 英語と韓国語の話せる者は 9 人いた。
- v. 外国語のまったく話せない社員は 7 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3ヶ国語とも話せる者は何人か。

英語の話せる者の集合を E 、中国語の話せる者の集合を C 、韓国語の話せる者の集合を K とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、 $65 - 7 = 32 + 25 + 20 - 11 - 7 - 9 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、 $|E \cap C \cap K| = 8$ 人 (答)

問 7. A, B, C, D の 4 人がいて、次のような証言が得られた。

- i. A : 「D は正直者だ。」
- ii. B : 「C か D は嘘つきだ。」
- iii. C : 「B は正直者だ。」

4 人のうち 1 人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。

『A が正直ものならば、D も正直者である。』これを $A \rightarrow D$ と書こう。すると、A と C の証言についての真理値表を作ると、

場合	A	B	C	D	$A \rightarrow D$	$C \rightarrow B$
[1]	0	1	1	1	1	1
[2]	1	0	1	1	1	0
[3]	1	1	0	1	1	1
[4]	1	1	1	0	0	1

$A \rightarrow D$ と $C \rightarrow B$ が成り立つのは、[1] と [3] の場合である。このどちらの場合も B は正直者である。ゆえに、B の証言より、嘘つきは C である。

問 8. $(x + y)^6$ を展開せよ。

$$(x + y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$$

問 9. イチゴケーキとチーズケーキとチョコレートケーキを全部で 8 個買いたい。

- (1) 何通りの買い方があるか。ただし、どれかの種類を含まないことがあっても良いものとする。

これは、3 種類のものから重複を許して 10 コを選ぶ場合の数であるから、

$${}_3H_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45 \text{ 通りである。}$$

- (2) 3 種類のケーキを必ず含むことにすると、何通りの買い方があるか。

最初に 3 種類のものを 1 コずつ選ぶと、残りは 5 コである。3 種類のものから重複を許して 5 コを選ぶ場合の数は、

$${}_3H_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21 \text{ 通りである。}$$

問 10. 袋の中に赤玉が 5 コ、青玉が 7 コ、白玉が 11 コ入っている。この袋からランダムに玉を取り出す。

- (1) 少なくとも 6 コの玉が同じ色となるためには、いくつ取り出せばよいか。

$$5 \times 3 + 1 = 16 \text{ コ}$$

- (2) 少なくとも 8 コの玉が同じ色となるためには、いくつ取り出せばよいか。

$$5 + 7 \times 2 + 1 = 20 \text{ コ}$$