情報数学　試験問題解答

問 1. 次の値を求めよ。

(1) ${}_5\mathrm{P}_3$　(2) ${}_7\mathrm{P}_1$　(3) ${}_6\mathrm{P}_4$　(4) ${}_4\mathrm{P}_4$　(5) $5!$

(6) ${}_{25}\mathrm{C}_0$　(7) ${}_{25}\mathrm{C}_3$　(8) ${}_{25}\mathrm{C}_{23}$　(9) ${}_3\mathrm{H}_5$　(10) ${}_4\mathrm{H}_9$

(1) ${}_5\mathrm{P}_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

(2) ${}_7\mathrm{P}_1 = 7$

(3) ${}_6\mathrm{P}_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

(4) ${}_4\mathrm{P}_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(5) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(6) ${}_{25}\mathrm{C}_0 = 1$

(7) ${}_{25}\mathrm{C}_3 = \dfrac{25 \times 24 \times 23}{3 \times 2 \times 1} = 2300$

(8) ${}_{25}\mathrm{C}_{23} = {}_{25}\mathrm{C}_2 = \dfrac{25 \times 24}{2 \times 1} = 300$

(9) ${}_3\mathrm{H}_5 = {}_7\mathrm{C}_5 = {}_7\mathrm{C}_2 = \dfrac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

(10) ${}_4\mathrm{H}_9 = {}_{12}\mathrm{C}_9 = {}_{12}\mathrm{C}_3 = \dfrac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$

問 2. $\Omega = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g\}$ を全体集合とし、$P = \{b,\ d,\ f\},\ Q = \{d,\ e,\ f,\ g\}$ する。

(1) Ω の部分集合の総数を求めよ。$2^7 = 128$

(2) $P \cup Q$ を求めよ。$P \cup Q = \{b,\ d,\ e,\ f,\ g\}$

(3) $P \cap Q$ を求めよ。$P \cap Q = \{d,\ f\}$

(4) $P^c \cup Q$ を求めよ。ただし、P^c は P の補集合とする。$P^c \cup Q = \{a,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g\}$

(5) $P \cap Q^c$ を求めよ。ただし、Q^c は Q の補集合とする。. $P \cap Q^c = \{b\}$

問 3. 『心頭滅却(しんとうめっきゃく)すれば火もまた涼し』について以下の問いに答えよ。

(1) 逆を述べよ。
火もまた涼しければ心頭滅却している

(2) 裏を述べよ。
心頭滅却していなければ火もまた涼しくない

(3) 対偶を述べよ。
火もまた涼しくなければ心頭滅却していない

問 4. ある集団においてゲームについての調査をしたところ、ア，イのことがわかった。

ア　囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。
イ　将棋のできないものは、囲碁かチェスができる。

これから確実に言えることはどれか。番号で答えよ。

1. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。
2. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。
3. 将棋のできるものは、チェスもできる。
4. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。

5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。
6. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。

3 つのゲームについてできる (1) かできない (0) かで分類すると 8 通りの場合が考えられる。簡単のために、囲碁を碁、将棋を将、チェスをチと書くことにする。それらが、条件ア，イを満たすかどうか調べてみると、

ケース	囲碁	将棋	チェス	
(a)	1	1	1	×（アより）
(b)	1	1	0	×（アより）
(c)	1	0	1	×（アより）
(d)	1	0	0	
(e)	0	1	1	
(f)	0	1	0	
(g)	0	0	1	
(h)	0	0	0	×（イより）

ア，イから、(d)，(e)，(f)，(g) のケースが考えられる。

1. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。 (f)，(g) より×
2. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。。 ○
3. 将棋のできるものは、チェスもできる。 (f) より×
4. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。 ○
5. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。 (e)，(g) より×
6. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。 (e) より×

ゆえに、確実に言えるのは、2 番と 4 番である。

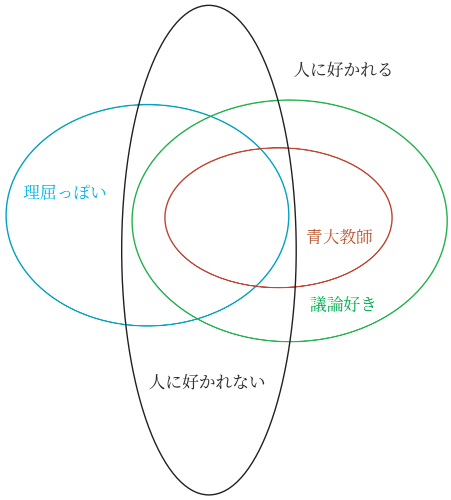
問 5. 青大の先生について調査したところ、次の ① と ② が成り立つことが分かった。

① 理屈っぽくて議論好きな先生は学生に好かれない。
② 青大の教師は議論好きだ。

以上の前提から確実に言えることはどれか。記号で答えよ。

(ア) 青大の教師は学生に好かれない。
(イ) 青大の教師で学生に好かれる先生は理屈っぽくない。
(ウ) 理屈っぽくなければ青大の教師でない。
(エ) 議論が嫌いか理屈っぽくない先生は学生に好かれる。

それぞれの性質を持つ人からなる集合を定義して、① と ② の関係を図に表すと右のようなる。この図より、(ア)，(ウ)，(エ) は成り立たないことがわかる。唯一成り立つのは、(イ) だけなので、(答) (イ)



問 6. 男子 4 人と女子 4 人がいる。

(1) 全員を一列に並べる方法は何通りあるか。

$_8P_8 = 9! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$ 通り

(2) 男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。

男子を○，女子を○で表すと、全員の並べ方は、

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○　または、　○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

となる。

男子の並べ方　$_4P_4 = 4! = 24$ 通り

女子の並べ方　$_4P_4 = 4! = 24$ 通り

求める並べ方は、 $2 \times 24 \times 24 = 1152$ 通り

(3) 全員の中から 3 人を選出する方法は何通りあるか。

$_8\mathrm{C}_3 = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ 通り

(4) 男子を 3 人選出する方法は何通りあるか。

$_4\mathrm{C}_3 = {}_4\mathrm{C}_1 = 4$ 通り

(5) 男子を 2 人、女子を 1 人選出する方法は何通りあるか。

$_4\mathrm{C}_2 \times 4 = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 4 = 24$ 通り

(6) 男子を 1 人、女子を 2 人選出する方法は何通りあるか。

$4 \times {}_4\mathrm{C}_2 = 24$ 通り

問 7. 社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

i. 英語の話せる者は 35 人、中国語の話せる者は 24 人、韓国語の話せる者は 20 人だった。
ii. 英語と中国語の話せる者は 10 人いた。
iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。
iv. 英語と韓国語の話せる者は 8 人いた。
v. 外国語のまったく話せない社員は 7 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3 ヶ国語とも話せる者は何人か。

英語の話せる者の集合を E，中国語の話せる者の集合を C，韓国語の話せる者の集合を K とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、$65 - 7 = 35 + 24 + 20 - 10 - 7 - 8 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、$|E \cap C \cap K| = 4$ 人 (答)

問 8. A，B，C，D の 4 人がいて、次のような証言が得られた。

i. A :「C は正直者だ。」
ii. B :「C か D は嘘つきだ。」
iii. D :「B は正直者だ。」

4 人のうち 1 人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。

『A が正直ものならば、C も正直者である。』これを $A \to C$ と書こう。すると、A, B, D 証言についての真理値表を作ると、

場合	A	B	C	D	$\neg C \vee \neg D$	$A \to C$	$D \to B$	$B \to \neg C \vee \neg D$
[1]	0	1	1	1	0	1	1	0
[2]	1	0	1	1	0	1	0	1
[3]	1	1	0	1	1	0	1	1
[4]	1	1	1	0	1	1	1	1

$A \to C$ と $D \to B$ と $B \to \neg C \vee \neg D$ が成り立つのは、[4] の場合だけである。ゆえに、嘘つきは D である。

問 9. 6 コの数字、0, 1, 2, 3, 4, 5 の中から異なる 4 つの数字を選んでできる、次のような整数は何個あるか。

i. 4 桁の整数
千の位は、1, 2, 3, 4, 5 の 5 通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は 5 コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、${}_5P_3$ 通り。
ゆえに、$5 \times {}_5P_3 = 5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ 通り

ii. 4 桁の偶数
一の位は、0, 2, 4 の 3 通り。一の位の数字が 0 の場合、残り 4 コの数字を千、百、十の位に並べる方法は、${}_5P_3 = 60$ 通り。一方、一の位の数字が 2 または、4 の場合、千の位の数は、0 と一の位の数を除いた 3 通り。百と十の位の数字の並べ方は、${}_4P_2$ 通りだから、$2 \times 4 \times {}_4P_2 = 96$ 通り。ゆえに、全部合わせて、$60 + 96 = 156$ 通り。

iii. 4 桁の奇数
一の位は、1, 3, 5 の 3 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 5 コ。ところがこの 5 コには 0 も含まれている。千の位の数字は 0 にはなれないので、千の位に置ける数字は 4 通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、${}_4P_2 = 12$ 通り。ゆえに、$3 \times 4 \times {}_4P_2 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 144$ 通り。