

問題 1 集合 $\Omega = \{a, b, c, d\}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) 要素数が 1 の部分集合はいくつあるか。

(答) ${}_4C_1 = 4$

- (2) 要素数が 2 の部分集合はいくつあるか。

(答) ${}_4C_2 = 6$

- (3) 要素数が 3 の部分集合はいくつあるか。

(答) ${}_4C_3 = 4$

- (4) Ω の部分集合は全部でいくつあるか。

(答) $2^4 = 16$

問題 2

- (1) ある家庭には、3 人の子どもがいる。3 人とも女の子である確率はいくらか。

(答) 3 人兄弟における男女の組み合わせは全部で 8 通り。

No.	1 番目	2 番目	3 番目
1	男	男	男
2	男	男	女
3	男	女	男
4	男	女	女
5	女	男	男
6	女	男	女
7	女	女	男
8	女	女	女

それらは、全て同様に確からしいので、 $\frac{1}{8}$

- (2) ある家庭には、3 人の子どもがいる。そのうち、少なくとも 1 人は女の子だそうである。3 人とも女の子である確率はいくらか。

(答) 3 人兄弟における男女の組み合わせは全部で 8 通り。少なくとも 1 人は女の子なので、3 人とも男の子では無い。そこで、考えられる組合せは 8 から 1 を引いた 7 通り。それらは、同様に確からしいので、 $\frac{1}{7}$

- (3) ある家庭には、3 人の子どもがいる。一番上は女の子である。3 人とも女の子である確率はいくらか。

(答) 2 番目と 3 番目の男女の組み合わせは、 $2 \times 2 = 4$ 通りなので、 $\frac{1}{4}$

問題 3 昨年度の青森県の有効求人倍率は、一昨年に比べて大幅に改善して 0.6 であった。これは、一社を受験した場合に内定をもらう確率が 0.6 であることを意味する。

- (1) 1 社を受験した場合に、内定をもらえない確率を求めよ。

(答) $1 - 0.6 = 0.4$

- (2) 3 社を受験した場合に、どこからも内定をもらえない確率を求めよ。

(答) $0.4^3 = 0.064$

- (3) 3 社を受験した場合に、少なくとも一社から内定をもらえる確率を求めよ。

(答) $1 - 0.4^3 = 0.936$

問題 4 ある夜、タクシーがひき逃げした。目撃者は、青のタクシーがひいたと証言した。その町で営業しているタクシー会社は、グリーン社とブルー社の二社で、次のようなデータがある。

- a 町を走るタクシーの 90 % はグリーン社の緑の車で、残りの 10 % はブルー社の青い車である。
 b 夜の事故という状況で目撃者の証言がどれだけ信頼できるかを警察がテストしたところ、2 つの色を正しく識別できる確率は 80 %、間違える確率は 20 % であった。

(1) 夜間に青いタクシーの目撃証言が得られる確率 $P(\text{青目})$ はいくらか。

(答) $P(\text{青目}) = 0.1 \times 0.8 + 0.9 \times 0.2 = 0.26$

(2) 夜間に緑のタクシーの目撃証言が得られる確率 $P(\text{緑目})$ はいくらか。

(答) $P(\text{緑目}) = 0.9 \times 0.8 + 0.1 \times 0.2 = 0.74$

(3) ブルー社のタクシーが事故を起こした確率 $P(\text{青事故}) = \frac{P(\text{青走} \cap \text{青目})}{P(\text{青目})}$ はいくらか。

(答) $P(\text{青事故}) = \frac{0.08}{0.26} = \frac{4}{13} \simeq 0.31$

問題 5

[1] 50 本のくじの中に、賞金 100 円の当りくじが 1 本ある。このくじを 2 本引くときに得る賞金を X 円とする。

(i) 引いた 2 本が当りくじを含む確率はいくらか。(答) $\frac{49}{50C_2} = \frac{1}{25}$

(ii) 2 本とも空くじである確率はいくらか。(答) $\frac{49C_2}{50C_2} = \frac{24}{25}$

(iii) X の期待値 (平均) を求めよ。(答) $\mu = 0 \times \frac{24}{25} + 100 \times \frac{1}{25} = 4$ 円

(iv) X の分散を求めよ。(答) $\sigma^2 = 0^2 \times \frac{24}{25} + 100^2 \times \frac{1}{25} - 4^2 = 384$

[2] 100 本のくじの中に、賞金 100 円の当りくじが 2 本ある。このくじを 2 本引くときに得る賞金を X 円とする。

(i) 2 本とも当りくじとなる確率を求めよ。

(答) $\frac{1}{100C_2} = \frac{1}{4950}$

(ii) 2 本のうちの 1 本が当りくじである確率はいくらか。

(答) $\frac{2C_1 \cdot 98C_1}{100C_2} = \frac{196}{4950} = \frac{98}{2475}$

(iii) 2 本とも空くじである確率はいくらか。

(答) $\frac{98C_2}{100C_2} = \frac{4753}{4950}$

(iv) X の期待値 (平均) を求めよ。

(答) $\mu = 0 \times \frac{4753}{4950} + 100 \times \frac{196}{4950} + 200 \times \frac{1}{4950} = 4$ 円

(v) X の分散を求めよ。

(答) $\sigma^2 = 0^2 \times \frac{4753}{4950} + 100^2 \times \frac{196}{4950} + 200^2 \times \frac{1}{4950} - 4^2 = \frac{38416}{99} \simeq 388.04$

問題 6 選択肢が 4 個あり、その中の正しいものに をつけよという設問が 5 題ある。ただし、各設問について正解は 1 個しかないものとする。まったくでたらめに をつけたとし

た場合について以下の質問に答えよ。

(1) x コ正解する確率 $P(x)$ を求めよ。(答) $P(x) = {}_5C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{5-x}$

(2) 平均するといくつ正解することになるか。(答) $\mu = 5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

(3) 正解数の分散を求めよ。(答) $\sigma^2 = 5 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{16}$

(4) 正解数が 0 の確率を求めよ。(答) $P(0) = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{243}{1024}$

(5) 1 問正解する確率はくらか。(答) $P(1) = {}_5C_1 \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{405}{1024}$

(6) 2 問正解する確率はいくらか。(答) $P(2) = {}_5C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{270}{1024} = \frac{135}{512}$

(7) 3 問以上正解する確率はいくらか。

$$\begin{aligned} \text{(答)} \quad P(3) + P(4) + P(5) &= {}_5C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + {}_5C_4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right) + {}_5C_5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \\ &= \frac{90}{1024} + \frac{15}{1024} + \frac{1}{1024} \\ &= \frac{106}{1024} \\ &= \frac{53}{512} \\ &\simeq 10.35\% \end{aligned}$$