

練習問題 10

問 1. 次の値を求めよ。

- (1) ${}_8C_0$ (2) ${}_8C_1$ (3) ${}_8C_2$ (4) ${}_8C_3$ (5) ${}_8C_4$
 (6) ${}_8C_5$ (7) ${}_8C_6$ (8) ${}_8C_7$ (9) ${}_8C_8$
 (1) ${}_8C_0 = 1$ (2) ${}_8C_1 = 8$ (3) ${}_8C_2 = 28$ (4) ${}_8C_3 = 56$
 (5) ${}_8C_4 = 70$ (6) ${}_8C_5 = 56$ (7) ${}_8C_6 = 28$ (8) ${}_8C_7 = 8$
 (9) ${}_8C_8 = 1$

問 2. イチゴケーキとチーズケーキとチョコレートケーキを全部で 10 個買いたい。

- (1) 何通りの買い方があるか。ただし、どれかの種類を含まないことがあっても良いものとする。

これは、3 種類のものから重複を許して 10 コを選ぶ場合の数であるから、
 ${}_3H_{10} = {}_{12}C_{10} = {}_{12}C_2 = 66$ 通りである。

- (2) 3 種類のケーキを必ず含むことにすると、何通りの買い方があるか。

最初に 3 種類のを 1 コずつ選ぶと、残りは 7 コである。3 種類のものから重複を許して 7 コを選ぶ場合の数は、
 ${}_3H_7 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = 36$ 通りである。

問 3. $(x+2)^6$ を展開せよ。

$$\begin{aligned}(x+2)^6 &= x^6 + 6 \cdot 2 \cdot x^5 + 15 \cdot 2^2 x^4 + 20 \cdot 2^3 x^3 + 15 \cdot 2^4 x^2 + 6 \cdot 2^5 x + 2^6 \\ &= x^6 + 12x^5 + 60x^4 + 160x^3 + 240x^2 + 192x + 64\end{aligned}$$

問 4. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ における x^{-1} の項の係数を求めよ。

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 {}_5C_k x^{5-k} (-x^{-1})^k = \sum_{k=0}^5 (-1)^k {}_5C_k x^{5-2k}$$

ここで、 $5 - 2k = -1$ とおくと $k = 3$ 。ゆえに、 x^{-1} の項の係数は、

$$(-1)^3 {}_5C_3 = -{}_5C_3 = -{}_5C_2 = -10$$

問 5.

$${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_3 + {}_{10}C_4 + {}_{10}C_5 + {}_{10}C_6 + {}_{10}C_7 + {}_{10}C_8 + {}_{10}C_9 + {}_{10}C_{10}$$

を求めよ。

$$(1+1)^{10} = 2^{10} = 1024$$