情報数学　試験問題

問 1.　次の値を求めよ。

(1) ${}_6\mathrm{P}_3$　(2) ${}_7\mathrm{P}_2$　(3) ${}_4\mathrm{P}_0$　(4) ${}_4\mathrm{P}_4$　(5) $5!$
(6) ${}_{24}\mathrm{C}_0$　(7) ${}_{24}\mathrm{C}_3$　(8) ${}_{24}\mathrm{C}_{22}$　(9) ${}_4\mathrm{H}_5$　(10) ${}_3\mathrm{H}_9$

(1)　${}_6\mathrm{P}_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

(2)　${}_7\mathrm{P}_2 = 7 \times 6 = 42$

(3)　${}_4\mathrm{P}_0 = 1$

(4)　${}_4\mathrm{P}_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(5)　$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(6)　${}_{24}\mathrm{C}_0 = 1$

(7)　${}_{24}\mathrm{C}_3 = \dfrac{24 \times 23 \times 22}{3 \times 2 \times 1} = 2024$

(8)　${}_{24}\mathrm{C}_{22} = {}_{24}\mathrm{C}_2 = \dfrac{24 \times 23}{2 \times 1} = 276$

(9)　${}_4\mathrm{H}_5 = {}_8\mathrm{C}_5 = {}_8\mathrm{C}_3 = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

(10)　${}_3\mathrm{H}_9 = {}_{11}\mathrm{C}_9 = {}_{11}\mathrm{C}_2 = \dfrac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55$

問 2.　$\Omega = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$ を全体集合とし、$P = \{b,\ d,\ f\}$, $Q = \{d,\ e,\ f\}$ する。

(1)　Ω の部分集合の総数を求めよ。$2^6 = 64$

(2)　$P \cup Q$ を求めよ。$P \cup Q = \{b,\ d,\ e,\ f\}$

(3)　$P \cap Q$ を求めよ。$P \cap Q = \{d,\ f\}$

(4)　$P^c \cup Q$ を求めよ。ただし、P^c は P の補集合とする。$P^c \cup Q = \{a,\ c,\ d,\ e,\ f\}$

(5)　$P \cap Q^c$ を求めよ。ただし、Q^c は Q の補集合とする。$P \cap Q^c = \{b\}$

問 3.　ある集団においてゲームについての調査をしたところ、ア，イのことがわかった。

ア　囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。

イ　将棋のできないものは、囲碁かチェスができる。

これから確実に言えることはどれか。番号で答えよ。

1. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。
3. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。
5. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。
6. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。

３つのゲームについてできる (1) かできない (0) かで分類すると８通りの場合が考えられる。簡単のために、囲碁を碁、将棋を将、チェスをチと書くことにする。それらが、条件ア，イを満たすかどうか調べてみると、

ケース	囲碁	将棋	チェス	
(a)	1	1	1	×（アより）
(b)	1	1	0	×（アより）
(c)	1	0	1	×（アより）
(d)	1	0	0	
(e)	0	1	1	
(f)	0	1	0	
(g)	0	0	1	
(h)	0	0	0	×（イより）

ア，イから、(d)，(e)，(f)，(g) のケースが考えられる。

1. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。 ○
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。 (f) より×
3. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。 (e)，(g) より×
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。 (e) より×
5. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。 ○
6. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。 (f)，(g) より×

ゆえに、確実に言えるのは、１番と５番である。

問 4. 情報数学を受講した学生を調査した結果、次の３つの証言が得られた。

(a) 「単位を落とした学生は、予習も復習もしなかった。」

(b) 「予習も復習もした学生は、単位を修得した。」

(c) 「復習をした学生は、単位を修得した。」

上の (a)，(b)，(c) から、確実に言えることはどれか、次の (1) から (6) で正しいものをすべて選べ。

(1) 主張 (a) が正しければ、主張 (b) も正しい。

(2) 主張 (a) が正しければ、主張 (c) も正しい。

(3) 主張 (b) が正しければ、主張 (a) も正しい。

(4) 主張 (b) が正しければ、主張 (c) も正しい。

(5) 主張 (c) が正しければ、主張 (a) も正しい。

(6) 主張 (c) が正しければ、主張 (b) も正しい。

(a) は、その対偶をとって、「予習または復習をした学生は、単位を修得した。」と言い換えることができる。ゆえに、(1)，(2)，(6) が成り立つことが分かる。
演習問題３－３も参照のこと。

問 5. 男子 4 人と女子 4 人がいる。

(1) 全員を一列に並べる方法は何通りあるか。
${}_8P_8 = 9! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$ 通り

(2) 男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。
男子を○, 女子を○で表すと、全員の並べ方は、
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○　または、　○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
となる。
男子の並べ方 ${}_4P_4 = 4! = 24$ 通り
女子の並べ方 ${}_4P_4 = 4! = 24$ 通り
求める並べ方は、 $2 \times 24 \times 24 = 1152$ 通り

(3) 全員の中から 3 人を選出する方法は何通りあるか。
${}_8\mathrm{C}_3 = \dfrac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ 通り

(4) 男子を 3 人選出する方法は何通りあるか。
${}_4\mathrm{C}_3 = {}_4\mathrm{C}_1 = 4$ 通り

(5) 男子を 2 人、女子を 1 人選出する方法は何通りあるか。
${}_4\mathrm{C}_2 \times 4 = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 4 = 24$ 通り

(6) 男子を 1 人、女子を 2 人選出する方法は何通りあるか。
$4 \times {}_4\mathrm{C}_2 = 24$ 通り

問 6. 社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

i. 英語の話せる者は 31 人、中国語の話せる者は 25 人、韓国語の話せる者は 20 人だった。

ii. 英語と中国語の話せる者は 10 人いた。

iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。

iv. 英語と韓国語の話せる者は 8 人いた。

v. 外国語のまったく話せない社員は 7 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3ヶ国語とも話せる者は何人か。
英語の話せる者の集合を E, 中国語の話せる者の集合を C, 韓国語の話せる者の集合を K とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、$65 - 7 = 31 + 25 + 20 - 10 - 7 - 8 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、$|E \cap C \cap K| = 7$ 人 (答)

問 7. A, B, C, D の 4 人がいて、次のような証言が得られた。

i. A :「D は正直者だ。」

ii. B :「C か D は嘘つきだ。」

iii. C :「B は正直者だ。」

4 人のうち 1 人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。
『A が正直ものならば、D も正直者である。』これを $A \to D$ と書こう。すると、A と C の証言についての真理値表を作ると、

場合	A	B	C	D	$\neg C \vee \neg D$	$A \to D$	$C \to B$	$B \to \neg C \vee \neg D$
[1]	0	1	1	1	0	1	1	0
[2]	1	0	1	1	0	1	0	1
[3]	1	1	0	1	1	1	1	1
[4]	1	1	1	0	1	0	1	1

$A \to D$ と $C \to B$ と $B \to \neg C \vee \neg D$ が成り立つのは、[3] の場合だけである。ゆえに、嘘つきは C である。

問 8 5 コの数字、0, 1, 2, 3, 4 の中から異なる 4 つの数字を選んでできる、次のような整数は何個あるか。

i. 4 桁の整数
千の位は、1, 2, 3, 4 の 4 通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、${}_4\mathrm{P}_3$ 通り。
ゆえに、$4 \times {}_4\mathrm{P}_3 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ 通り

ii. 4 桁の偶数
一の位は、0, 2, 4 の 3 通り。一の位の数字が 0 の場合、残り 4 コの数字を千、百、十の位に並べる方法は、${}_4\mathrm{P}_3 = 24$ 通り。一方、一の位の数字が 2 または、4 の場合、千の位の数は、0 と一の位の数を除いた 3 通り。百と十の位の数字の並べ方は、${}_3\mathrm{P}_2$ 通りだから、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 36$ 通り。ゆえに、全部合わせて、$24 + 36 = 60$ 通り。

iii. 4 桁の奇数
一の位は、1, 3 の 2 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。ところがこの 4 コには 0 も含まれている。千の位の数字は 0 にはなれないので、千の位に置ける数字は 3 通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、${}_3P_2 = 6$ 通り。ゆえに、$2 \times 3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ 通り。

問 9. イチゴケーキとチーズケーキとチョコレートケーキを全部で 8 個買いたい。

(1) 何通りの買い方があるか。ただし、どれかの種類を含まないことがあっても良いものとする。
これは、3 種類のものから重複を許して 8 コを選ぶ場合の数であるから、
${}_3\mathrm{H}_8 = {}_{10}\mathrm{C}_8 = {}_{10}\mathrm{C}_2 = \dfrac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$ 通りである。

(2) 3 種類のケーキを必ず含むことにすると、何通りの買い方があるか。
最初に 3 種類のものを 1 コずつ選ぶと、残りは 5 コである。3 種類のものから重複を許して 5 コを選ぶ場合の数は、
${}_3\mathrm{H}_5 = {}_7\mathrm{C}_5 = {}_7\mathrm{C}_2 = \dfrac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$ 通りである。