2021 年度　CG 基礎数学模擬試験問題

問 1. 次の値を求めよ。

(1) $\cos 60^\circ$　(2) $\sin 60^\circ$　(3) $\cos 120^\circ$　(4) $\sin 120^\circ$

(5) $\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)$　(6) $\sin\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)$　(7) $\cos\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)$　(8) $\sin\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)$

問 2. 2 次元座標系における変換について、次の問に答えよ。

(1) 点 $(x_P,\ y_P)$ を原点のまわりに角 θ だけ回転した点を $(x',\ y')$ とすると、$(x',\ y')$ は $(x_P,\ y_P)$ と θ を用いてどのように表されるか。

(2) 点 $(x_P,\ y_P)$ を直線 $y = x$ に関して鏡映変換して得られる点を $(x',\ y')$ とすると、$(x',\ y')$ は $(x_P,\ y_P)$ を用いてどのように表されるか。

(3) 点 $(x_P,\ y_P)$ を直線 $y = -x$ に関して鏡映変換して得られる点を $(x',\ y')$ とすると、$(x',\ y')$ は $(x_P,\ y_P)$ を用いてどのように表されるか。

(4) 点 $(5,\ 0)$ を原点のまわりに 60°回転した点の座標を求めよ。

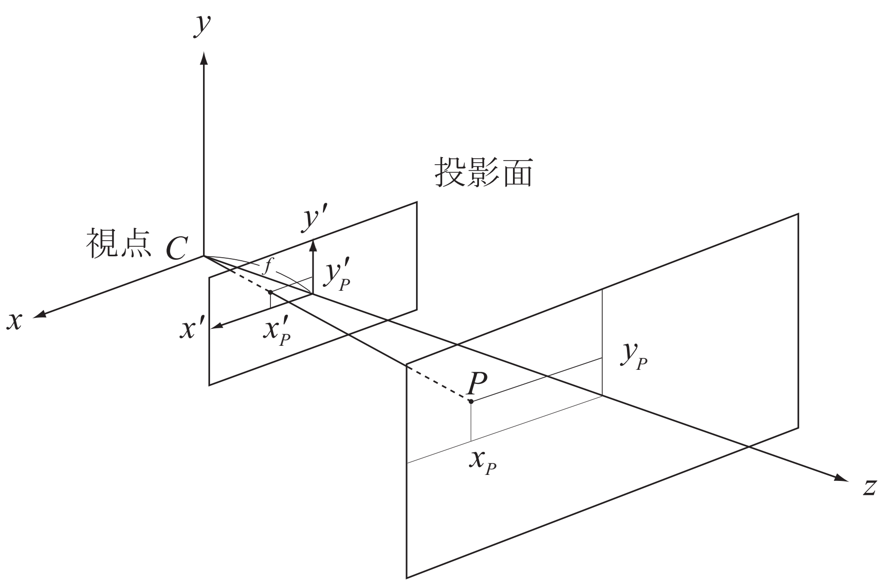
(5) 点 $(7,\ 1)$ を直線 $y = x$ に関して鏡映変換して得られる点の座標を求めよ。

(6) 点 $(4,\ 10)$ を点 $(2,\ 0)$ のまわりに 45°回転した点の座標を求めよ。

問 3. 視点 C を原点とする左手座標系 $O - xyz$ を考え、平面 $z = f$ を投影面とする。投影面上の $O' - x'y'z'$ 座標系を座標中心 O' が z 軸との交点と一致し、座標軸 x', y' をそれぞれ x 軸，y 軸と平行となるように選ぶ。3 次元空間内の点 $(x_P,\ y_P,\ z_P)$ を投影面に投影したときの座標を $(x'_P,\ y'_P)$ として、以下の問に答えよ。

(1) 視距離 $f = 40$ の場合、点 $(30,\ 20,\ 100)$ の投影面における座標 $(x'_P,\ y'_P)$ を求めよ。

(2) 平行投影の場合、点 $(30,\ 20,\ 100)$ の投影面における座標 $(x'_P,\ y'_P)$ を求めよ。



問 4. 次の問いに答えよ。

(1) 152.4mm × 101.6mm の写真を 150dpi で標本化した場合、ディジタル画像の画素数はいくらになるか。ただし、1 インチ = 25.4mm とする。

(2) 大きさが 横 $1,280$ 画素 × 縦 720 画素 のカラー画像がある。各画素は、R, G, B それぞれ 256 レベルの諧調を持っている。画像データ量は何バイトになるか。ただし、画像データは圧縮されていないものとする。

(3) R, G, B 各色が 6 ビットの画素地で表される場合、表現できる色数はいくつになるか。

問 5. 各面が正五角形である正多面体の頂点、稜線、面の数を、それぞれ v, e, f とし、一つの頂点には n コの面が集まるとする。多面体ができるためには、

[1] 1 つの頂点に集まる面の数は 3 以上である。
[2] 凸多面体の 1 つの頂点に集まる角の大きさの和は、360°よりも小さい。

次の問に答えよ。

(1) [1] と [2] から n を求めよ。
(2) v, e, f の間には、どのような関係が成り立つか。
(3) e を f を用いて表せ。
(4) v を用いて表せ。
(5) (2), (3) で得られた結果を (1) の式に代入し、f を n で表せ。

問 6. 次のようにパラメータ形式で表現された 2 次曲線を陰関数形式で表せ。

(1) $x = a\cos\theta, \qquad y = b\sin\theta$
(2) $x = \dfrac{a}{\cos\theta}, \qquad y = b\tan\theta$

問 7. 極方程式 $r = \dfrac{2}{\sqrt{2} - \cos\theta}$ を直交座標系に関する方程式で表せ。

問 8. 次の文章を読み、$\boxed{}$ の中に、最も適当な言葉を入れよ。

平面内や空間内の位置を表すために、座標系が用いられる。よく用いられる座標系として $\boxed{\text{a}}$ がある。たとえば、平面における $\boxed{\text{a}}$ は、原点 O で互いに垂直に交わる 2 つの直線 x 軸と y 軸を用いて定義される。このとき、平面内の点の位置は、x 軸と y 軸に関する位置を示す数値の組 $(x,\ y)$ で表される。これに対し、点の位置を原点 O からの距離 r と基準の方向 (x 軸の正の方向) から反時計回りに測った回転角 θ の組 $(r,\ \theta)$ で表す方法が $\boxed{\text{b}}$ である。

問 9. 3 つの制御点を、$\vec{P_0} = (0,\ 0)$, $\vec{P_1} = (1,\ -1)$, $\vec{P_2} = (2,\ 0)$ とする 2 次ベジエ曲線について以下の問に答えよ。

(1) 2 点 $\vec{P_0}$ と $\vec{P_1}$ を $t : (1-t)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ に内分する点を $\vec{P_a} = (x_a(t),\ y_a(t))$ とする。$x_a(t)$, $y_a(t)$ を t の関数として求めよ。

(2) 2 点 $\vec{P_1}$ と $\vec{P_2}$ を $t : (1-t)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ に内分する点を $\vec{P_b} = (x_b(t),\ y_b(t))$ とする。$x_b(t)$, $y_b(t)$ を t の関数として求めよ。

(3) 2 点 $\vec{P_a}$ と $\vec{P_b}$ を $t : (1-t)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ に内分する点を $\vec{P_c} = (x(t),\ y(t))$ とする。$x(t)$, $y(t)$ を t の関数として求めよ。

(4) 曲線 $\vec{P_c} = (x(t),\ y(t))$ を陽関数形式、すなわち、$y = f(x)$ の形で表せ。

問 10. 下図の左はシェルピンスキーのガスケット (gasket - 詰め物) と呼ばれるものである。この図形は、下図右のように、正三角形の真ん中をくり抜く操作を無限回実行した極限として得られる。

(1) この図形を 2 倍に拡大すると、それは元の図形の何個分で構成されているか。

(2) この図形のフラクタル次元を求めよ。