

問 1. 次の値を求めよ。

- (1) ${}_6P_3$ (2) ${}_7P_2$ (3) ${}_4P_0$ (4) ${}_4P_4$ (5) $5!$
 (6) ${}_{24}C_0$ (7) ${}_{24}C_3$ (8) ${}_{24}C_{22}$ (9) ${}_4H_5$ (10) ${}_3H_9$

(1) ${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

(2) ${}_7P_2 = 7 \times 6 = 42$

(3) ${}_4P_0 = 1$

(4) ${}_4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(5) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(6) ${}_{24}C_0 = 1$

(7) ${}_{24}C_3 = \frac{24 \times 23 \times 22}{3 \times 2 \times 1} = 2024$

(8) ${}_{24}C_{22} = {}_{24}C_2 = \frac{24 \times 23}{2 \times 1} = 276$

(9) ${}_4H_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$

(10) ${}_3H_9 = {}_{11}C_9 = {}_{11}C_2 = \frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55$

問 2. $\Omega = \{a, b, c, d, e, f\}$ を全体集合とし、 $P = \{b, d, f\}$, $Q = \{d, e, f\}$ する。

(1) Ω の部分集合の総数を求めよ。 $2^6 = 64$

(2) $P \cup Q$ を求めよ。 $P \cup Q = \{b, d, e, f\}$

(3) $P \cap Q$ を求めよ。 $P \cap Q = \{d, f\}$

(4) $P^c \cup Q$ を求めよ。ただし、 P^c は P の補集合とする。 $P^c \cup Q = \{a, c, d, e, f\}$

(5) $P \cap Q^c$ を求めよ。ただし、 Q^c は Q の補集合とする。 $P \cap Q^c = \{b\}$

問 3. ある集団においてゲームについての調査をしたところ、ア、イのことがわかった。

ア 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。

イ 将棋のできないものは、囲碁かチェスができる。

これから確実に言えることはどれか。番号で答えよ。

1. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。
3. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。
5. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。
6. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。

3つのゲームについてできる(1)かできない(0)かで分類すると8通りの場合が考えられる。簡単のために、囲碁を碁、将棋を将、チェスをチと書くことにする。それらが、条件ア、イを満たすかどうか調べてみると、

ケース	囲碁	将棋	チェス	
(a)	1	1	1	× (アより)
(b)	1	1	0	× (アより)
(c)	1	0	1	× (アより)
(d)	1	0	0	
(e)	0	1	1	
(f)	0	1	0	
(g)	0	0	1	
(h)	0	0	0	× (イより)

ア、イから、(d)、(e)、(f)、(g)のケースが考えられる。

1. 囲碁のできるものは、将棋もチェスもできない。○
2. 将棋のできるものは、チェスもできる。(f)より×
3. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできる。(e)、(g)より×
4. チェスのできるものは、囲碁も将棋もできない。(e)より×
5. 将棋かチェスのできるものは、囲碁ができない。○
6. 囲碁のできないものは、将棋もチェスもできる。(f)、(g)より×

ゆえに、確実に言えるのは、1番と5番である。

問4. 情報数学を受講した学生を調査した結果、次の3つの証言が得られた。

- (a) 「単位を落とした学生は、予習も復習もしなかった。」
- (b) 「予習も復習もした学生は、単位を修得した。」
- (c) 「復習をした学生は、単位を修得した。」

上の(a)、(b)、(c)から、確実に言えることはどれか、次の(1)から(6)で正しいものをすべて選べ。

- (1) 主張(a)が正しければ、主張(b)も正しい。
- (2) 主張(a)が正しければ、主張(c)も正しい。
- (3) 主張(b)が正しければ、主張(a)も正しい。
- (4) 主張(b)が正しければ、主張(c)も正しい。
- (5) 主張(c)が正しければ、主張(a)も正しい。
- (6) 主張(c)が正しければ、主張(b)も正しい。

(a)は、その対偶をとって、「予習または復習をした学生は、単位を修得した。」と言い換えることができる。ゆえに、(1)、(2)、(6)が成り立つことが分かる。

演習問題3-3も参照のこと。

問 5. 男子 4 人と女子 4 人がいる。

- (1) 全員を一行に並べる方法は何通りあるか。

$${}_8P_8 = 8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320 \text{ 通り}$$

- (2) 男女が交互となるように全員を並べる方法は何通りあるか。

男子を○, 女子を○で表すと、全員の並べ方は、

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ または、 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

となる。

男子の並べ方 ${}_4P_4 = 4! = 24$ 通り

女子の並べ方 ${}_4P_4 = 4! = 24$ 通り

求める並べ方は、 $2 \times 24 \times 24 = 1152$ 通り

- (3) 全員の中から 3 人を選出する方法は何通りあるか。

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56 \text{ 通り}$$

- (4) 男子を 3 人選出する方法は何通りあるか。

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4 \text{ 通り}$$

- (5) 男子を 2 人、女子を 1 人選出する方法は何通りあるか。

$${}_4C_2 \times 4 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 4 = 24 \text{ 通り}$$

- (6) 男子を 1 人、女子を 2 人選出する方法は何通りあるか。

$$4 \times {}_4C_2 = 24 \text{ 通り}$$

問 6. 社員数 65 名の A 商社で、英語、中国語、韓国語の話せる人数を調べたところ、次のようであった。

- i. 英語の話せる者は 31 人、中国語の話せる者は 25 人、韓国語の話せる者は 20 人だった。
- ii. 英語と中国語の話せる者は 10 人いた。
- iii. 中国語と韓国語の話せる者は 7 人いた。
- iv. 英語と韓国語の話せる者は 8 人いた。
- v. 外国語のまったく話せない社員は 7 人いた。

英語、中国語、韓国語の 3ヶ国語とも話せる者は何人か。

英語の話せる者の集合を E , 中国語の話せる者の集合を C , 韓国語の話せる者の集合を K とおくと、

$$|E \cup C \cup K| = |E| + |C| + |K| - |E \cap C| - |C \cap K| - |K \cap E| + |E \cap C \cap K|$$

より、 $65 - 7 = 31 + 25 + 20 - 10 - 7 - 8 + |E \cap C \cap K|$ ゆえに、 $|E \cap C \cap K| = 7$ 人 (答)

問 7. A, B, C, D の 4 人がいて、次のような証言が得られた。

- i. A: 「D は正直者だ。」
- ii. B: 「C か D は嘘つきだ。」
- iii. C: 「B は正直者だ。」

4 人のうち 1 人は嘘つきで、嘘つきの言うことは信用できない。嘘つきはだれか。

『A が正直ものならば、D も正直者である。』これを $A \rightarrow D$ と書こう。すると、A と C の証言についての真理値表を作ると、

場合	A	B	C	D	$\neg C \vee \neg D$	$A \rightarrow D$	$C \rightarrow B$	$B \rightarrow \neg C \vee \neg D$
[1]	0	1	1	1	0	1	1	0
[2]	1	0	1	1	0	1	0	1
[3]	1	1	0	1	1	1	1	1
[4]	1	1	1	0	1	0	1	1

$A \rightarrow D$ と $C \rightarrow B$ と $B \rightarrow \neg C \vee \neg D$ が成り立つのは、[3] の場合だけである。ゆえに、嘘つきは C である。

問 8 5 コの数字、0, 1, 2, 3, 4 の中から異なる 4 つの数字を選んでできる、次のような整数は何個あるか。

i. 4 桁の整数

千の位は、1, 2, 3, 4 の 4 通り。千の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。それらを用いた百、十、一の位の数字の並べ方は、 ${}_4P_3$ 通り。

ゆえに、 $4 \times {}_4P_3 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$ 通り

ii. 4 桁の偶数

一の位は、0, 2, 4 の 3 通り。一の位の数字が 0 の場合、残り 4 コの数字を千、百、十の位に並べる方法は、 ${}_4P_3 = 24$ 通り。一方、一の位の数字が 2 または、4 の場合、千の位の数は、0 と一の位の数を除いた 3 通り。百と十の位の数字の並べ方は、 ${}_3P_2$ 通りだから、 $2 \times 3 \times {}_3P_2 = 36$ 通り。ゆえに、全部合わせて、 $24 + 36 = 60$ 通り。

iii. 4 桁の奇数

一の位は、1, 3 の 2 通り。一の位の数字を決めたとき、残りの数字は 4 コ。ところがこの 4 コには 0 も含まれている。千の位の数字は 0 にはなれないので、千の位に置ける数字は 3 通り。残りの百、十の位の数字の並べ方は、 ${}_3P_2 = 6$ 通り。ゆえに、 $2 \times 3 \times {}_3P_2 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ 通り。

問 9. イチゴケーキとチーズケーキとチョコレートケーキを全部で 8 個買いたい。

(1) 何通りの買い方があるか。ただし、どれかの種類を含まないことがあっても良いものとする。

これは、3 種類のものから重複を許して 8 コを選ぶ場合の数であるから、

$${}_3H_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45 \text{ 通りである。}$$

(2) 3 種類のケーキを必ず含むことにすると、何通りの買い方があるか。

最初に 3 種類のを 1 コずつ選ぶと、残りは 5 コである。3 種類のものから重複を許して 5 コを選ぶ場合の数は、

$${}_3H_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21 \text{ 通りである。}$$