

演習問題 5 解答

問 1. $M = \{a, b, c, d\}$ を 4 個の要素からなる有限集合とする。

- 0 個の要素からなる部分集合を全て列挙せよ。また、その数はいくつ。
 $\emptyset = \{\}, {}_4C_0 = 1$ 個
- 1 個の要素からなる部分集合を全て列挙せよ。また、その数はいくつ。
 $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, {}_4C_1 = 4$ 個
- 2 個の要素からなる部分集合を全て列挙せよ。また、その数はいくつ。
 $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, d\}, {}_4C_2 = 6$ 個
- 3 個の要素からなる部分集合を全て列挙せよ。また、その数はいくつ。
 $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, {}_4C_3 = 4$ 個
- 4 個の要素からなる部分集合を全て列挙せよ。また、その数はいくつ。
 $M = \{a, b, c, d\}, {}_4C_4 = 1$ 個
- 部分集合の総数は全部でいくつ。
 $2^{|M|} = 2^4 = 16$ 個

問 2. 30 人のクラスから、5 人選んでリレーのチームをつくる。

- 選び方は全部で何通りあるか。
 ${}_{30}C_5 = 142506$
- 選ばれた 5 人の走る順番を決めたい。5 人の走り方は、全部で何通りあるか。
 $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ 通り

問 3. a, b, c の 3 人の友達が久しぶりに会って、レストランで旧交を温めた。全員帽子をかぶってきて、入る時にレストランに預けた。ところが、お酒をしこたま飲んだために、へべれけに酔っぱらってしまい、帰る時になって、どれが自分の帽子が分からなくなってしまった。帽子のかぶり方の集合を Ω とする。そのうち、a が正しく自分の帽子をかぶっている全てのかぶり方の集合を A 、b が正しく自分の帽子をかぶっている全てのかぶり方の集合を B 、c が正しく自分の帽子をかぶっている全てのかぶり方集合を C と表す。

- 3 人が 3 つの帽子をかぶる方法 $|\Omega|$ は、全部で何通りあるか。
 $3! = 6$
- a が正しく自分の帽子をかぶっている場合のすべての集合、すなわち、 $|A|$ はいくつ。
 2
- a と b が正しく自分の帽子をかぶっている場合の数、すなわち、 $|A \cap B|$ はいくつ。
 1
- a と b と c が正しく自分の帽子をかぶっている場合の数、すなわち、 $|A \cap B \cap C|$ はいくつ。
 1
- 3 人が全て他人の帽子をかぶる場合の数はいくらか。
 $|\Omega| - |A \cup B \cup C|$
 $= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|$
 $= 2 \times 3 - 1 \times 3 + 1 = 2$