

練習問題 4

問 1. 命題 P を『感受性豊かな人は誠実な人である』とする。

(1) 命題 P の裏を述べよ。

感受性の豊かでない人は誠実な人ではない (不誠実な人である)。

(2) 命題 P の逆を述べよ。

誠実な人は感受性豊かな人である。

(3) 命題 P の対偶を述べよ。

誠実でない人は感受性豊かでない人である。

問 2. 駅で X, Y, Z の 3 人が話をしている。

X: 今日の P 線の上りは運休する。

Y: 今日の Q 線の上りは運休する。

Z: P 線か Q 線の少なくとも一方の上りは今日運休する。

X, Y, Z の話は必ずしもすべて信用できるとは限らない。

以上のことから確実に言えることは何か。次の推論の正誤を答えよ。

| $Z = X \vee Y$ である。 | X | Y | $Z = X \vee Y$ | $X \rightarrow X \vee Y$ | $Y \rightarrow X \vee Y$ |
|----------------------------|---|---|----------------|--------------------------|--------------------------|
| $X \rightarrow X \vee Y$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| と $Y \rightarrow X \vee Y$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| は、常に成り | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 立つ。 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

(1) X が正しければ Y は正しくない。

X の主張は、P 線の運休に関してのみで、Q 線の運休については言及していない。したがって、P 線が運休したからと言って、Q 線は運休しないとは言えない。ゆえに、偽である。

(2) Z が正しければ X も正しい。

P 線は運転していて、Q 線が運休した場合にも、Z の主張は正しい。したがって、Z が正しくとも、X が正しいとは言えない。ゆえに、偽である。

(3) X が正しければ Z も正しい。『P 線が運休している。』ならば、『P 線か Q 線の少なくとも一方は運休している。』は常に成り立つ。ゆえに、X が成り立てば Z は必ず成り立つので、正である。

(4) Y が正しければ Z も正しい。『Q 線が運休している。』ならば、『P 線か Q 線の少なくとも一方は運休している。』は常に成り立つ。ゆえに、Y が成り立てば Z は必ず成り立つので、正である。

問3. アリス、ボブ、クレア、デービッドの4人でキャンプに行ったが、誰か一人が全員の食糧を全部食べてしまった。調べたところ、次のような証言が得られた。

- (1) アリスの証言「ボブは犯人じゃないわよ。」
- (2) デービッドの証言「アリスは犯人じゃないよ。」
- (3) ボブの証言「アリスかデービッドが犯人だよ。」

犯人の言うことは信用できず、犯人以外の人の言うことは信用できる。誰が犯人か。

正直者を1で、嘘つき(犯人)を0で表す。

証言(1)「アリスが犯人でなければ、ボブは犯人ではない。」 $A \rightarrow B$

証言(2)「デービッドが犯人でなければ、アリスは犯人ではない。」 $D \rightarrow A$

証言(3) $B \rightarrow \neg A \vee \neg D$

| 場合 | A | B | C | D | $A \rightarrow B$ | $D \rightarrow A$ | $B \rightarrow \neg A \vee \neg D$ |
|-----|---|---|---|---|-------------------|-------------------|------------------------------------|
| I | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| II | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| III | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| IV | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

3つの証言 $A \rightarrow B$ と $D \rightarrow A$ と $B \rightarrow \neg A \vee \neg D$ が成り立つのは最後の IV の場合だけである。ゆえに、犯人はデービッド。

【別解】アリス、ボブ、クレア、デービッドの各々が犯人と仮定した場合について考えよう。

アリスが犯人の場合 アリスの言うことは信用できないが、他の3人の言うことは、信用できる。ところが、(2)で信用できるはずのボブが、『アリスが犯人だ。』と言っている。これは、仮定と矛盾する。ゆえに、アリスは犯人ではない。

ボブが犯人の場合 アリスは犯人ではないので、アリスの言うことは信用できる。ところが、アリスは、『ボブは犯人ではない。』と言っている。これは仮定と矛盾する。ゆえに、ボブは犯人ではない。

クレアが犯人の場合 アリス、ボブ、デービッドは、犯人ではないので、彼らの言うことは信用できる。ところが、証言(3)は、仮定と矛盾する。ゆえに、クレアは犯人ではない。

デービッドが犯人の場合 アリスとボブは、犯人ではないので、彼らの言うことは信用できる。デービッドは犯人なので、証言(2)は、信用できない。アリスは犯人ではないので、ボブの発言から、デービッドが犯人であることが分かる。

4つの場合で矛盾が生じないのは、デービッドが犯人の場合だけである。ゆえに、デービッドが犯人である。

問 4. ある国の動物園において飼育している動物の種について調査をしたところ、ア、イのことがわかった。これから確実にいえるのはどれか。

ア：ライオンのいる動物園には、トラもゾウもいない。

イ：トラのいない動物園には、ライオンかゾウがいる。

1. ライオンのいない動物園には、トラもゾウもいる。
2. トラのいる動物園には、ゾウもいる。
3. トラかゾウのいる動物園には、ライオンがいない。
4. ゾウのいる動物園には、ライオンもトラもいる。
5. ゾウのいる動物園には、ライオンもトラもいない。

ライオン、トラ、ゾウがいるか、いないかで場合分けをすると、全部で8通りの可能性がある。

| 場合 | ライオン | トラ | ゾウ | \neg ト ∧ \neg ゾ | ラ ∨ ゾ | ラ → \neg ト ∧ \neg ゾ | \neg ト → ラ ∨ ゾ |
|------|------|----|----|---------------------|-------|-------------------------|------------------|
| I | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| II | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| III | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| IV | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| V | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| VI | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| VII | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| VIII | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

調査結果アより I, II, III の場合はないことが分かる。さらに、調査結果イより VIII の場合もないことが分かる。これらの事柄から、考えられるのは、IV, V, VI, VII の場合である。その場合に確実に言えることは、3のみである。これは、アの対偶である。