確率・統計　試験問題 2021 解答

問題 1

(1) $2^3 = 8$ 通り　　それらは、
(1) = (男，男，男)，(2) = (女，男，男)，(3) = (男，女，男)，(4) = (男，男，女)，
(5) = (男，女，女)，(6) = (女，男，女)，(7) = (女，女，男)，(8) = (女，女，女)，

(2) 8 通りの組み合わせのうち問題の組み合わせは (8) の 1 通りであるから、$\frac{1}{8}$

(3) 8 通りの組み合わせのうち問題の組み合わせは、(5)，(6)，(7) の 3 通りであるから、$\frac{3}{8}$

(4) 8 通りの組み合わせのうち問題の組み合わせは、(2)，(3)，(4) の 3 通りであるから、$\frac{3}{8}$

(5) 8 通りのうち、3 人とも男である可能性は無いので、$\frac{3}{8-1} = \frac{3}{7}$

(6) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

問題 2

(1) $\mathrm{P}(1_{当}) = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$

(2) $\mathrm{P}(1_{外}) = \frac{195}{200} = \frac{39}{40}$

(3) $\mathrm{P}(2_{当}|1_{当}) = \frac{4}{199}$

(4) $\mathrm{P}(2_{当}|1_{外}) = \frac{5}{199}$

(5) $\mathrm{P}(2_{当}) = \mathrm{P}(2_{当}|1_{当})\mathrm{P}(1_{当}) + \mathrm{P}(2_{当}|1_{外})\mathrm{P}(1_{外})$

(6) $\mathrm{P}(2_{当}) = \frac{4}{199}\cdot\frac{1}{40} + \frac{5}{199}\cdot\frac{39}{40} = \frac{4+5\times 39}{199\times 40} = \frac{1}{40}$

問題 3

(1)　(答)　$\mathrm{P}(青_{目}) = \mathrm{P}(青_{目}|\,青_{走})\mathrm{P}(青_{走}) + \mathrm{P}(青_{目}|\,緑_{走})\mathrm{P}(緑_{走})$
$= 0.85\times 0.2 + 0.15\times 0.8 = 0.29$

(2)　(答)　$\mathrm{P}(緑_{目}) = \mathrm{P}(緑_{目}|\,緑_{走})\mathrm{P}(緑_{走}) + \mathrm{P}(緑_{目}|\,青_{走})\mathrm{P}(青_{走})$
$= 0.85\times 0.8 + 0.15\times 0.2 = 0.71$

(3)　(答)　$\mathrm{P}(青_{事故}) = \frac{\mathrm{P}(青_{目}|\,青_{走})\mathrm{P}(青_{走})}{\mathrm{P}(青_{目})} = \frac{0.85\times 0.2}{0.29} = \frac{0.17}{0.29} = \frac{17}{29} \approx 0.586$

問題 4

[1]

(1) $\mathrm{P}(1_{当}) = \frac{1}{30}$

(2) $\mathrm{P}(1_{外}) = \frac{29}{30}$

(3) $\mathrm{P}(2_{当}|1_{外}) = \frac{1}{29}$

(4) $\mathrm{P}(2_{当}) = \mathrm{P}(2_{当}|1_{外})\mathrm{P}(1_{外}) = \frac{1}{29}\times\frac{29}{30} = \frac{1}{30}$

(5) $\mathrm{P}(1_{当}) + \mathrm{P}(2_{当}) = \frac{1}{15}\left(= \frac{1\times 29}{{}_{30}C_2} = \frac{2\times 29}{30\times 29}\right)$

(6) $\mathrm{P}(2_{外} \cap 1_{外}) = \mathrm{P}(2_{外}|1_{外})\mathrm{P}(1_{外}) = \dfrac{28}{29}\dfrac{29}{30} = \dfrac{28}{30} = \dfrac{14}{15}\left(= \dfrac{{}_{29}C_2}{{}_{30}C_2}\right)$

(7) $\mu = 100 \times \dfrac{1}{15} = \dfrac{20}{3}$円

(8) $\sigma^2 = 100^2 \times \dfrac{1}{15} - \left(\dfrac{20}{3}\right)^2 = 100 \times \left(\dfrac{100}{15} - \dfrac{4}{9}\right)$
$= 100 \times \left(\dfrac{20}{3} - \dfrac{4}{9}\right) = 100 \times \dfrac{(60-4)}{9} = \dfrac{5600}{9} \approx 622.2$

[2]

(1) $\mathrm{P}(2_{当} \cap 1_{当}) = \mathrm{P}(2_{当}|1_{当})\mathrm{P}(1_{当}) = \dfrac{1}{59}\dfrac{2}{60} = \dfrac{1}{1770}\left(= \dfrac{1}{{}_{60}C_2}\right)$

(2) $\mathrm{P}(2_{外} \cap 1_{当}) = \mathrm{P}(2_{外}|1_{当})\mathrm{P}(1_{当}) = \dfrac{58}{59}\dfrac{2}{60} = \dfrac{58}{1770} = \dfrac{29}{885}$

(3) $\mathrm{P}(2_{当} \cap 1_{外}) = \mathrm{P}(2_{当}|1_{外})\mathrm{P}(1_{外}) = \dfrac{2}{59}\dfrac{58}{60} = \dfrac{58}{1770} = \dfrac{29}{885}$

(4) $\mathrm{P}(2_{当} \cap 1_{外}) + \mathrm{P}(2_{当} \cap 1_{外}) = \dfrac{116}{1770} = \dfrac{58}{885}\left(= \dfrac{2 \times 58}{{}_{60}C_2}\right)$

(5) $\mathrm{P}(2_{外} \cap 1_{外}) = \mathrm{P}(2_{外}|1_{外})\mathrm{P}(1_{外}) = \dfrac{57}{59}\dfrac{58}{60} = \dfrac{1653}{1770} = \dfrac{551}{590}\left(= \dfrac{{}_{58}C_2}{{}_{60}C_2}\right)$

(6) $\mu = 100 \times \dfrac{58}{885} + 200 \times \dfrac{1}{1770} = \dfrac{20}{3}$

(7) $\sigma^2 = 100^2 \times \dfrac{116}{1770} + 200^2 \times \dfrac{1}{1770} - \left(\dfrac{20}{3}\right)^2$
$= 100^2 \times \dfrac{(116+4)}{1770} - \dfrac{400}{9} = 100^2 \times \dfrac{120}{1770} - \dfrac{400}{9}$
$= 400 \times \left(\dfrac{100}{59} - \dfrac{1}{9}\right) = 400 \times \dfrac{(900-59)}{531} = \dfrac{336400}{531} \approx 633.5$

問題 5

(1) $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$

(2) $\mathrm{P}(x) = \left(\dfrac{1}{4}\right) \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{x-1}$

(3) $\mu = \dfrac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

(4) $\sigma^2 = \dfrac{\frac{3}{4}}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = 12$

(5) $\mathrm{Q}(x) = \left(\dfrac{3}{4}\right)^x$

(6) $\mathrm{P}(x) + \mathrm{Q}(x) = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{x-1} = \mathrm{Q}(x-1)$

(7) $\mathrm{P}(1) + \mathrm{P}(2) + \cdots + \mathrm{P}(x) + \mathrm{Q}(x) = \mathrm{P}(1) + \mathrm{P}(2) + \cdots + \mathrm{Q}(x-1) = \cdots = 1$

(8) $1 - \mathrm{Q}(n) > \dfrac{1}{2}$ より、$\mathrm{Q}(n) < \dfrac{1}{2}$. $\left(\dfrac{3}{4}\right)^3 = \dfrac{27}{64} < \dfrac{1}{2}$. ゆえに、$n = 3$.

問題 6

(1) $\mathrm{P}(x) = {}_5C_x \left(\dfrac{1}{3}\right)^x \left(\dfrac{2}{3}\right)^{5-x}$

(2) $\mu = \dfrac{5}{3}$

(3) $\sigma^2 = 5 \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{10}{9}$

(4) $\mathrm{P}(3) + \mathrm{P}(4) + \mathrm{P}(5) = \dfrac{51}{243} \approx 20.98\%$