

## Семинар №2

### Решения СЛАУ методом простой итерации

Метод простой итерации — один из простейших численных методов решения уравнений. Требуется найти решение уравнения

$$Ax = f,$$

где  $A$  - симметричная положительно определённая матрица размера  $n \times n$ .

Идея метода заключается в нахождении решения уравнения

$$x = \varphi(x)$$

Уравнение метода простой итерации

$$x_{s+1,k} = x_{s,k} + \frac{1}{a_{kk}} * \left( f_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} * x_{s,i} \right).$$

Достаточное условие сходимости

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_{ik}}{a_{kk}} < 1.$$

Критерий остановки итерационного процесса

$$\sum_{i=1}^n \|x_{s+1,i} - x_{s,i}\| < \varepsilon.$$

Задание (1):

Реализовать программу моделирующую процесс теплообмена в стержне с использованием неявной схемы при условиях, что:

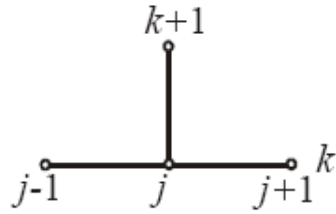
1.  $T_{0,j} = 0$ ;
2. На левом конце стержня граничное условие первого рода (условия Дирихле):

$$T_{k,N} = 0$$

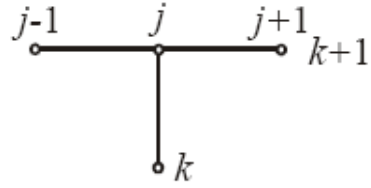
3. На правом конце стержня граничное условие второго рода (условия Неймана):

$$\frac{dT}{dx} = 5$$

4. Остановка итерационного процесса при:  $\varepsilon < 10^{-3}$ ;



*шаблон явной схемы*



*шаблон неявной схемы*

Уравнения для неявной схемы:

$$-\left(\frac{h_t}{h_x^2}\right) * T_{k+1,j+1} + \left(\frac{2 * h_t}{h_x^2} + 1\right) * T_{k+1,j} - \left(\frac{h_t}{h_x^2}\right) * T_{k+1,j-1} = T_{k,j}$$

Задание (2):

Реализовать программу решения уравнения прямоугольной мембраны методом конечных разностей с использованием неявной схемы.

Уравнение мембраны:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \left( \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 z}{dy^2} \right) + f(x, y, t),$$

где  $t$  - время,  $x, y$  - пространственные координаты,  $z$  - отклонение (малое) точки мембраны от положения покоя,  $a$  - фазовая скорость,  $f(x, y, t)$  - внешнее "силовое" воздействие на мембрану перпендикулярное ее плоскости.