

TD Calcul Numérique

BOUTON Nicolas

October 16, 2020

1 Exercie 1

2 Exercie 2

3 Exercie 3

4 Exercie 4

5 Exercie 5

5.1 Euler Explicite

a.

b.

5.2 Heun

a.

b.

5.3 Euler Implicite

a. Déterminons un polynôme :

$$\begin{aligned}
y_{i+1} &= y_i + hf(y_{i+1}) \\
y_{i+1} &= y_i + h \frac{1}{2y_{i+1} + 1} \\
y_{i+1} &= \frac{y_i(2y_{i+1} + 1) + h}{2y_{i+1} + 1} \\
y_{i+1}(2y_{i+1} + 1) &= y_i(2y_{i+1} + 1) + h \\
2y_{i+1}^2 + y_{i+1} &= y_i + 2y_{i+1}y_i + h \\
2y_{i+1}^2 + y_{i+1} - 2y_{i+1}y_i &= y_i + h \\
2y_{i+1}^2 + y_{i+1} - 2y_{i+1}y_i - y_i - h &= 0 \\
2y_{i+1}^2 + (1 - 2y_i)y_{i+1} - y_i - h &= 0
\end{aligned}$$

b. Calculons le discriminant :

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
\Delta &= (1 - 2y_i)^2 - [4 * 2 * (-y_i - h)] \\
\Delta &= (1 - 2y_i)^2 + 8y_i + 8h \\
\Delta &= 1 - 4y_i + (2y_i)^2 + 8y_i + 8h \\
\Delta &= 1 + 4y_i + (2y_i)^2 + 8h \\
\Delta &= (2y_i + 1)^2 + 8h
\end{aligned}$$

c. Déterminons y_{i+1} en fonction de y_i et h :

$$\begin{aligned}
y_{i+1} &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\
y_{i+1} &= \frac{2y_i - 1 + \sqrt{(2y_i + 1)^2 + 8h}}{4}
\end{aligned}$$

6 Exercie 6

7 Exercie 7

8 Exercie 8