

TP de Calcul Numérique

Nicolas BOUTON

2020

Contents

1	Exercice 1	1
2	Exercice 2	3
2.1	Arch	3
2.1.1	Bibliothèque	3
2.1.2	Makefile	3
3	Exercice 3	4
3.1	Question 1	4
3.2	Question 2	4
3.3	Question 3	4
3.4	Question 4	4
3.4.1	Résumé	4
3.4.2	Argument	5
3.4.3	Implémentation	5
3.4.4	Sources	5
3.5	Question 5	5
4	Annexe	5

1 Exercice 1

Developpement limité :

$$T(x_i + h) = T(x_i) + h \left(\frac{\delta T}{\delta x} \right)_i + h^2 \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \right)_i + O(h^2)$$
$$T(x_i - h) = T(x_i) - h \left(\frac{\delta T}{\delta x} \right)_i + h^2 \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \right)_i + O(h^2)$$

On somme et on inverse le signe :

$$\begin{aligned} -T(x_i + h) + 2T(x_i) - T(x_i - h) &= -h^2 \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \right)_i + O(h^2) \\ \frac{-T(x_i + h) + 2T(x_i) - T(x_i - h)}{h^2} &= - \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \right)_i \end{aligned}$$

Or on a :

$$-k \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \right)_i = g_i, k > 0$$

On se permet de négligé k car c'est une constante dans nos prochain calcul :

$$-T(x_i + h) + 2T(x_i) - T(x_i - h) = h^2 g_i$$

On écrit le système d'équation :

$$\begin{array}{ll} u_0 = T_0 & i = 0 \\ -u_0 + 2u_1 - u_2 = h^2 g_1 & i = 1 \\ \dots & \dots \\ -u_{k-1} + 2u_k - u_{k+1} = h^2 g_k & i = k \\ \dots & \dots \\ -u_{n-1} + 2u_n - u_{n+1} = h^2 g_n & i = n \\ u_n = T_n & i = n + 1 \end{array}$$

Avec les conditions aux bords on obtient :

$$2u_1 - u_2 = h^2 g_1 + T_0 - u_{n-1} + 2u_n = h^2 g_n + T_n$$

Donc on explicite le système linéaire $Au = g$:

$$A = \left[\begin{array}{ccccccc|c} 2 & -1 & 0 & - & - & - & 0 & \\ -1 & 2 & -1 & . & & & & | \\ 0 & -1 & . & . & . & & & | \\ | & . & . & . & . & . & & | \\ | & & . & . & . & -1 & 0 & \\ | & & & . & -1 & 2 & -1 & \\ 0 & - & - & - & 0 & -1 & 2 & \end{array} \right]$$

$$u = \begin{bmatrix} T_1 \\ | \\ T_n \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} h^2 T_1 + T_0 \\ h^2 T_2 \\ | \\ h^2 T_{n-1} \\ h^2 T_n + T_1 \end{bmatrix}$$

Comme il n'y a pas de source de chaleur, on a $\forall i \in [1, n] : h^2 g_i = 0$

$$\text{D'où } g = \begin{bmatrix} T_0 \\ 0 \\ | \\ 0 \\ T_1 \end{bmatrix}$$

Et la solution analytique qui se dégage est :

$$T(x) = T_0 + x(T_1 - T_0)$$

2 Exercice 2

2.1 Arch

2.1.1 Bibliothèque

Pour l'installation des bibliothèques **cblas** et **lapacke** :

```
$ sudo pacman -S cblas lapacke
```

2.1.2 Makefile

Il faut modifier la ligne qui link les librairies en linkant la bibliothèque **cblas**:

```
#
# -- librairies
LIBS=-llapacke -lcblas -lm
```

3 Exercice 3

3.1 Question 1

Les matrices pour utilisé **BLAS** et **LAPACK** en **C** se font de la même manière que les tableaux en **C**. C'est-à-dire que pour une matrice donné, il faut la stocké en **1 dimension**.

Par exemple en C :

```
double[2][2] = { {1, 2}, {3, 4} };
```

Pour **BLAS** et **LAPACK** :

```
double[4] = { 1, 2, 3, 4 };
```

3.2 Question 2

- Les constantes *LAPACK_ROW_MAJOR* et *LAPACK_COL_MAJOR* signifie la priorité ligne ou colonne respectivement de la représentation de la matrice.
- Effectivement, comme il faut utilisé des tableaux en **1 dimension** il faut préciser si on a utilisé une priorité ligne ou colonne pour ranger la matrice.

3.3 Question 3

- De ce que j'ai compris, c'est un argument qui permet de savoir si dans la représentatin de la matrice, les éléments des lignes ou des colonnes, suivant la priorité choisis, sont contigue.
- C'est-à-dire qu'il dois y avoir le même nombre d'élément pour chaque colonne ainsi que dans chaque ligne.

3.4 Question 4

3.4.1 Résumé

La fonction *LAPACKE_dgbsv* permet de calculer le résultat d'un système linéaire du type $A * X = B$, avec **X** l'inconnu, **A** une matrice et **B** le second membre, où **X** et **B** peuvent être des vecteurs ou des matrices.

3.4.2 Argument

Elle prend en argument la dimension de la matrice, le nombre du sous-diagonale ainsi que de sur-diagonale.

3.4.3 Implémentation

Cette fonction implémente une décomposition **LU** à pivot partiel et la méthode de dessente et de remonté.

3.4.4 Sources

<http://www.math.utah.edu/software/lapack/lapack-d/dgbsv.html>

3.5 Question 5

4 Annexe

Dépôt : https://github.com/Sholde/CN/tree/master/partie_2/poisson