TD Calcul Numérique

BOUTON Nicolas

October 17, 2020

1 Exercie 1

1. Voir la fonction **pointgauche** dans le fichier "exo1.sci".
2. Voir la fonction **trapeze** dans le fichier "exo1.sci".
3. Voir la fonction **int_simpson** dans le fichier "exo1.sci".
4. Voir la fonction **sin_pi_x** dans le fichier "exo1.sci".

2 Exercie 2

On a le système suivant :

$$\begin{cases} p(-3) = 3 \\ p(-1) = 7 \\ p(3) = 7 \\ p(5) = -3 \end{cases}$$

Utilisons la métode des **différence divisé** :
Premiére étape :

$$\left.\begin{array}{ll} x_i & y_i \\ -3 & 3 \\ -1 & 7 \end{array}\right\} \frac{7-3}{-1-(-3)} = 2$$

$$\left.\begin{array}{ll} x_i & y_i \\ -1 & 7 \\ 3 & 7 \end{array}\right\} \frac{7-7}{3-(-1)} = 0$$

$$\left.\begin{array}{ll} x_i & y_i \\ 3 & 7 \\ 5 & -3 \end{array}\right\} \frac{-3-7}{5-3} = -5$$

Deuxième étape :

$$\left.\begin{array}{ll} x_i & y_i \\ -3 & 2 \\ 3 & 0 \end{array}\right\} \frac{0-2}{3-(-3)} = -\frac{2}{6}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x_i & y_i \\ -1 & 0 \\ 5 & -5 \end{array}\right\} \frac{-5-0}{5-(-1)} = -\frac{5}{6}$$

Troisième étape :

$$\left.\begin{array}{ll} x_i & y_i \\ -3 & -\frac{2}{6} \\ 5 & -\frac{5}{6} \end{array}\right\} \frac{-\frac{5}{6}-(-\frac{2}{6})}{5-(-3)} = \frac{-\frac{3}{6}}{8} = -\frac{3}{48}$$

Maintenant on peut calculer $p(x)$:

$$\begin{aligned} p(x) =& 3 + 2(x-(-3)) \\ &+ (-\frac{2}{6})(x-(-3))(x-(-1)) \\ &- \frac{3}{48}(x-(-3))(x-(-1))(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(x) =& 3 + 2x + 6 \\ &- \frac{2(x+3)(x+1)}{6} \\ &- \frac{3(x+3)(x+1)(x-3)}{48} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(x) =& \frac{144+96x+288}{48} \\ &- \frac{(2x+6)(x+1)}{6} \\ &- \frac{(3x+9)(x+1)(x-3)}{48} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
p(x) = &\frac{144 + 96x + 288}{48} \\
&- \frac{2x^2 + 2x + 6x + 6}{6} \\
&- \frac{(3x^2 + 3x + 9x + 9)(x - 3)}{48}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p(x) = &\frac{144 + 96x + 288}{48} \\
&- \frac{2x^2 + 8x + 6}{6} \\
&- \frac{3x^3 - 9x^2 + 11x^2 - 33x + 9x - 27}{48}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
p(x) = &\frac{144 + 96x + 288}{48} \\
&- \frac{16x^2 + 64x + 48}{48} \\
&- \frac{3x^3 + 2x^2 - 24x - 27}{48}
\end{aligned}
$$

$$
p(x) = \frac{144 + 96x + 288 - (16x^2 + 64x + 48) - (3x^3 + 2x^2 - 24x - 27)}{48}
$$

$$
p(x) = \frac{-3x^3 - 18x^2 + 56x + 411}{48}
$$

$$
p(x) = -\frac{3}{48}x^3 - \frac{6}{16}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{411}{48}
$$

3 Exercie 3

4 Exercie 4

5 Exercie 5

5.1 Euler Explicite

a.

b.

5.2 Heun

a.

b.

5.3 Euler Implicite

a. Déterminons un polynôme :

$$\begin{gathered}
y_{i+1} = y_i + hf(y_{i+1}) \\
y_{i+1} = y_i + h\frac{1}{2y_{i+1}+1} \\
y_{i+1} = \frac{y_i(2y_{i+1}+1)+h}{2y_{i+1}+1} \\
y_{i+1}(2y_{i+1}+1) = y_i(2y_{i+1}+1)+h \\
2y_{i+1}^2 + y_{i+1} = y_i + 2y_{i+1}y_i + h \\
2y_{i+1}^2 + y_{i+1} - 2y_{i+1}y_i = y_i + h \\
2y_{i+1}^2 + y_{i+1} - 2y_{i+1}y_i - y_i - h = 0 \\
2y_{i+1}^2 + (1-2y_i)y_{i+1} - y_i - h = 0
\end{gathered}$$

b. Calculons le descriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (1 - 2y_i)^2 - [4 * 2 * (-y_i - h)]$$
$$\Delta = (1 - 2y_i)^2 + 8y_i + 8h$$
$$\Delta = 1 - 4y_i + (2y_i)^2 + 8y_i + 8h$$
$$\Delta = 1 + 4y_i + (2y_i)^2 + 8h$$
$$\Delta = (2y_i + 1)^2 + 8h$$

c. Déterminons y_{i+1} en fontion de y_i et h :

$$y_{i+1} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$y_{i+1} = \frac{2y_i - 1 + \sqrt{(2y_i + 1)^2 + 8h}}{4}$$

6 Exercie 6

7 Exercie 7

8 Exercie 8