# TP de Calcul Numérique

Nicolas BOUTON

2020

## Contents



## 1 Exercice 1

Developpement limité :

$$T(x_i + h) = T(x_i) + h \left(\frac{\delta T}{\delta x}\right)_i + h^2 \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2}\right)_i + O(h^2)$$
$$T(x_i - h) = T(x_i) - h \left(\frac{\delta T}{\delta x}\right)_i + h^2 \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2}\right)_i + O(h^2)$$

On somme et on inverse le signe :

$$-T(x_i + h) + 2T(x_i) - T(x_i - h) = -h^2 \left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2}\right)_i + O(h^2)$$
$$\frac{-T(x_i + h) + 2T(x_i) - T(x_i - h)}{h^2} = -\left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2}\right)_i$$

Or on a :

$$-k\left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2}\right)_i = g_i, k > 0$$

On se permet de négligé k car c'est une constante dans nos prochain calcul :

$$-T(x_i + h) + 2T(x_i) - T(x_i - h) = h^2 g_i$$

On écrit le système d'équation :

$$\begin{array}{ll}
u_0 = T_0 & i = 0 \\
-u_0 + 2u_1 - u_2 = h^2 g_1 & i = 1 \\
... & ... \\
-u_{k-1} + 2u_k - u_{k+1} = h^2 g_k & i = k \\
... & ... \\
-u_{n-1} + 2u_n - u_{n+1} = h^2 g_n & i = n \\
u_n = T_n & i = n + 1
\end{array}$$

Avec les conditions aux bords on obtient :

$$2u_1 - u_2 = h^2 g_1 + T_0 - u_{n-1} + 2u_n = h^2 g_n + T_n$$

Donc on explicite le système linéaire $Au = g$ :

$$A = \begin{bmatrix}
2 & -1 & 0 & - & - & - & 0 \\
-1 & 2 & -1 & . & & & | \\
0 & -1 & . & . & . & & | \\
| & . & . & . & . & . & | \\
| & & . & . & . & -1 & 0 \\
| & & & . & -1 & 2 & -1 \\
0 & - & - & - & 0 & -1 & 2
\end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} T_1 \\ | \\ T_n \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} h^2 T_1 + T_0 \\ h^2 T_2 \\ | \\ h^2 T_{n-1} \\ h^2 T_n + T_1 \end{bmatrix}$$

Comme il n'y a pas de source de chaleur, on a $\forall$ i $\in$ [ 1, n ] : $\mathrm{h}^2\ \mathrm{g}_\mathrm{i} = 0$

D'où g = $\begin{bmatrix} T_0 \\ 0 \\ | \\ 0 \\ T_1 \end{bmatrix}$

Et la solution qnalytique qui se déguage est :

$$T(x) = T_0 + x(T_1 - T_0)$$

# 2 Exercice 2

## 2.1 Arch

### 2.1.1 Bibliothèque

Pour l'intallation des bibliothèque **cblas** et **lapacke** :

```
$ sudo pacman -S cblas lapacke
```

### 2.1.2 Makefile

Il faut modifier la ligne qui link les librairie en linkant la bibliothèque **cblas**:

```
#
# -- librairies
LIBS=-llapacke -lcblas -lm
```

# 3 Exercice 3

## 3.1 Question 1

Les matrices pour utiliser **BLAS** et **LAPACK** en **C** sont allouées et déclarées de la même manière que les tableaux en **C**. Mais elles doivent être stockées dans l'un des formats suivant :

- stockage conventionnel en 2 dimension (ex: int tab[10][10])
- stockage compact pour les matrices symétrique, hermitienne et triangulaire (stockage dans un tableau à 1 dimension des éléments de la matrice supérieur ou inférieur)
- stockage bandes pour les matrices à bandes (cad que les diagonales autour de la diagonale principale contiennent la plupart des NNZ) (GB et GE)
- utilisation de 2 ou 3 tableaux à 1 dimension pour stocker les matrices bidiagonale et tridiagonale respectivement

source : `http://performance.netlib.org/lapack/lug/node121`

## 3.2 Question 2

- Les constantes $LAPACK\_ROW\_MAJOR$ et $LAPACK\_COL\_MAJOR$ signifie la priorité ligne ou colonne respectivement de la représentation de la matrice.
- Effectivement, cet argument sert si on utilise un stockage particulier en **1 dimension** car il faut préciser si on a utilisé une priorité ligne ou colonne pour stocker la matrice.

## 3.3 Question 3

La **leading dimension** permet de savoir qu'elle élément correspond à la prochaine colonne ou la prochaine ligne suivant le stockage colonne ou ligne respectivement.

- Si on choisis un stockage priorité ligne, alors la **leading dimension** correspond au nombre d'élément d'une ligne pour pouvoir accéder à la ligne suivante.

- Si on choisis un stockage priorité colonne, alors la **leading dimension** correspond au nombre d'élément d'une colonne pour pouvoir accéder à la colonne suivante.

## 3.4 Question 4

### 3.4.1 Résumé

La fonction $LAPACKE\_dgbsv$ permet de calculer le résultat d'un système linéaire du type $A * X = B$, avec **X** l'inconnu, **A** une matrice et **B** le second membre, où **X** et **B** peuvent être des vecteurs ou des matrices.

### 3.4.2 Argument

Elle prend en argument la dimension de la matrice, le nombre du sous-diagonnale ainsi que de sur-diagonnale.

### 3.4.3 Implémentation

Cette fonction implémente une décomposition **LU** à pivot partiel et la méthode de dessente et de remonté.

### 3.4.4 Sources

`http://www.math.utah.edu/software/lapack/lapack-d/dgbsv.html`

## 3.5 Question 5

# 4 Annexe

Dépôt : `https://github.com/Sholde/CN/tree/master/partie_2/poisson`