



Ch02 數字系統

李官陵 彭勝龍 羅壽之

電腦儲存的單位

- ▶ 在電腦的世界裡是使用電子元件來儲存與運算資料
- ▶ 電子元件的穩定狀態有兩種
 - 一種是「關」，另一種是「開」
- ▶ 用來表示這兩種狀態的單位，我們稱之為**位元 (bit)**。
 - 電腦儲存或傳遞資料的最小單位
 - 可以儲存 0 或 1 兩種狀態



圖 2.1 0 與 1

電腦儲存的單位（續）

- ▶ 電腦中是靠多個位元的組合來計數或描述多種狀態
- ▶ 一個位元只能描述兩種狀態變化。
 - 0 與 1
- ▶ 2 個位元組合出的變化
 - $\{00, 01, 10, 11\}$
 - 2×2 (2 的 2 次方) 共四種變化
- ▶ n 個位元呢?
 - 2^n



電腦儲存的單位 (續)

- ▶ 早期的電腦中，以 8 個位元為一個存取單位，稱之為一個**位元組** (byte, 1 byte = 8 bits)
 - 最常被使用的表示單位
- ▶ 另一種存取資料的單位稱為**字組** (word)
 - 可以由 2、4 或 8 個位元組所組成
 - 一個字組包含了幾個位元組則視硬體的結構而定



電腦儲存的單位（續）

隨堂練習

- ▶ 如果一台電腦的字組是由 2 個位元組 (2 bytes) 所組成，那麼一個字組可以描述多少種狀態？

解答：

- 一個字組包含了 2 個位元組，共有 $2 \times 8 = 16$ 個位元
- 可以組合出的變化共有 $2^{16} = 65536$ 種



電腦儲存的單位（續）

隨堂練習

- ▶ 如果我們需要描述的狀態有 16 種，那麼至少需要幾個位元？
- ▶ 如果需要描述的狀態有 80 種，又至少需要多少個位元呢？

解答：

- ▶ 4 個位元剛剛好就可以描述 16 種狀態。
- ▶ 需要靠 7 個位元的組合才能描述 80 種狀態



電腦儲存的單位 (續)

資訊容量的單位

- ▶ 常見的資訊容量有 KB、MB、GB 、 TB 與 PB
 - 結尾的 B 指的是位元組 (byte)
 - 開頭的 K、M、G、T 與 P 是數量詞
 - KB 的資料量是 2^{10} bytes
 - 1024 bytes
 - 1024 近似於一千，所以用 Kilo 來表示它
 - MB 的資料量是 $2^{10} \times 2^{10}$ bytes
 - 1024 個 KB
 - 所以用 Mega (百萬) 來表示它
 - 同樣的道理， $1\text{ GB} = 2^{10}\text{ MB}$ 、 $1\text{ TB} = 2^{10}\text{ GB}$ 而 $1\text{ PB} = 2^{10}\text{ TB}$ 。



電腦儲存的單位 (續)

資訊容量的單位 (續)

單位	英文全名	位元組個數
KB	Kilo Bytes	2^{10} bytes
MB	Mega Bytes	2^{20} bytes
GB	Giga Bytes	2^{30} bytes
TB	Tera Bytes	2^{40} bytes
PB	Peta Bytes	2^{50} bytes



二進位表示法

- ▶ 電腦世界裡使用的數字系統是二進位制
- ▶ 十進位數 327.25
 - 三個 100、二個 10、七個 1、二個 0.1 以及五個 0.01

$$327.25 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

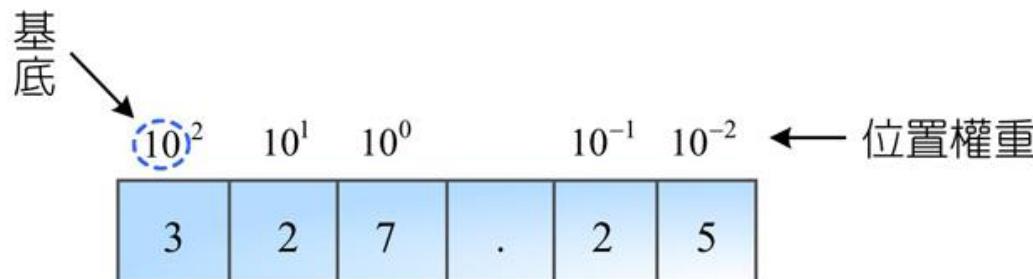


圖 2.3 基底與位置權重



二進位表示法 (續)

- 一個 K 進位 的正數 $N(d_{a-1}d_{a-2}d_{a-3}\cdots d_0.d_{-1}d_{-2}\cdots d_{-b})$

$(N)_k$

$$(N)_k = d_{a-1} \times K^{a-1} + d_{a-2} \times K^{a-2} + \cdots + d_0 \times K^0 + d_{-1} \times K^{-1} + d_{-2} \times K^{-2} + \cdots + d_{-b} \times K^{-b}$$

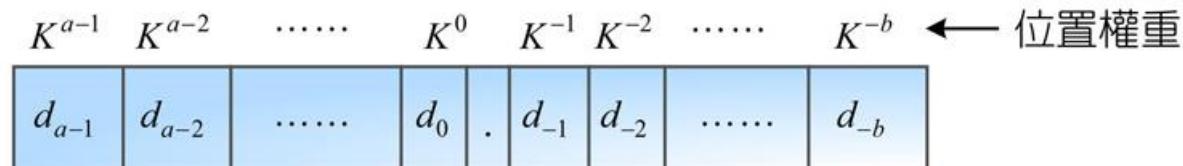


圖 2.4 K 進位數字



二進位表示法 (續)

- 二進位數 $(1011.011)_2$ ，對應的十進位數

$$\begin{aligned}(1011.011)_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= (11.375)_2\end{aligned}$$

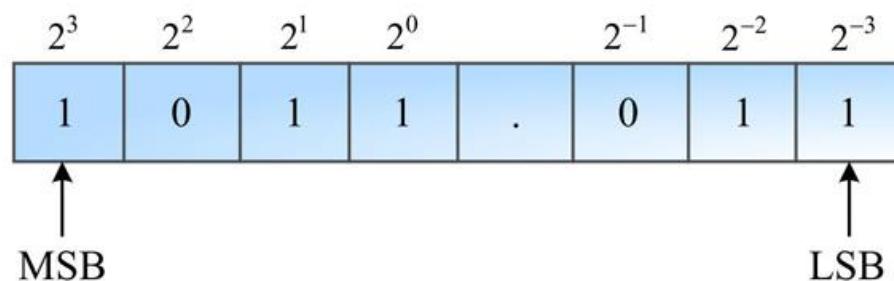


圖 2.5 二進位數



二進位表示法（續）

隨堂練習

- ▶ 計算出二進位數 $(10100.101)_2$ 對應的十進位數大小

解答：

$$\begin{aligned}(10100.101)_2 &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} \\&\quad + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\&= (20.625)_{10}\end{aligned}$$



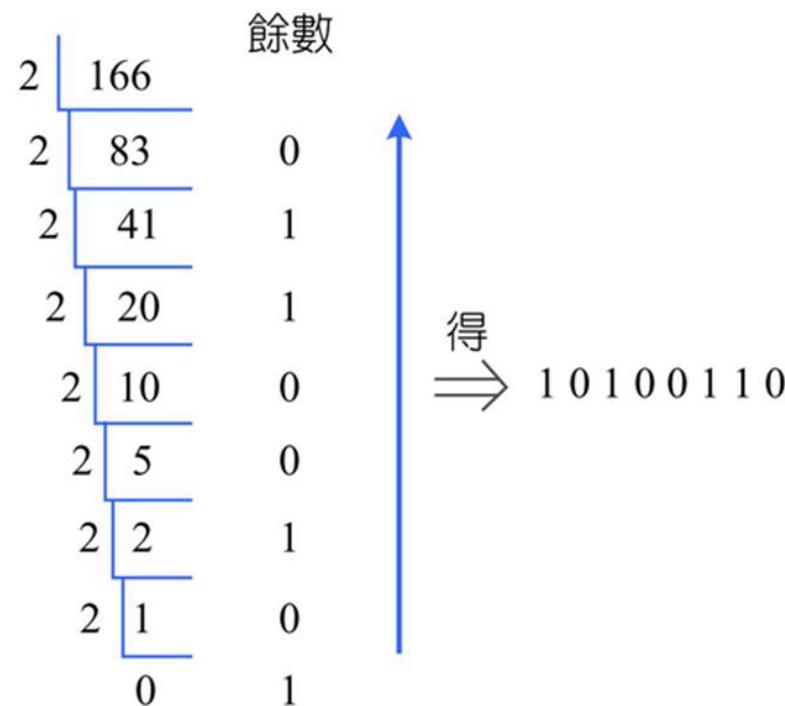
給定一個十進位數，要如何算出它對應的二進位數呢？

二進位表示法 (續)

▶ 將十進位數 $(166)_{10}$ 轉為二進位數

- 將 166 除以 2，得到商數 83、餘數 0，因此我們知道 $d_0 = 0$
- 繼續將 83 除以 2，得到商數 41、餘數 1 $\rightarrow d_1 = 1$ ；
- 再將 41 除以 2，得到商數 20、餘數 1 $\rightarrow d_2 = 1$ ；
- 一直重複這個步驟直到商數為 0

$$(166)_{10} = (10100110)_2$$



二進位表示法（續）

隨堂練習

- 請計算出十進位數 $(87)_{10}$ 所對應的二進位數。

解答：

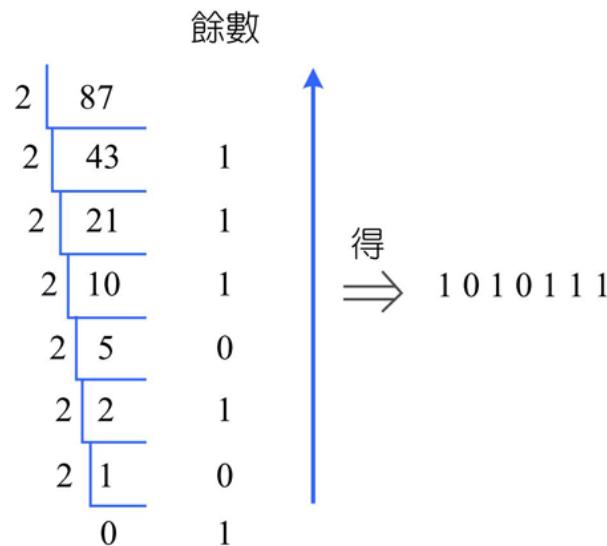


圖 2.7 $(87)_{10}$ 轉二進位數的過程



二進位表示法（續）

- ▶ 紿定十進位數 $(0.625)_{10}$
 - 將 0.625 乘以 2，得到 1.25 $\rightarrow d_{-1} = 1$ ；
 - 將整數部位去除，得到 0.25、將 0.25 乘以 2，得到 0.5 $\rightarrow d_{-2} = 0$ ；
 - 因為 0.5 的整數部位為 0，所以直接將 0.5 乘以 2，得到 1 $\rightarrow d_{-3} = 1$
 - 將 1 的整數部分去除得到了 0，轉換的過程結束；

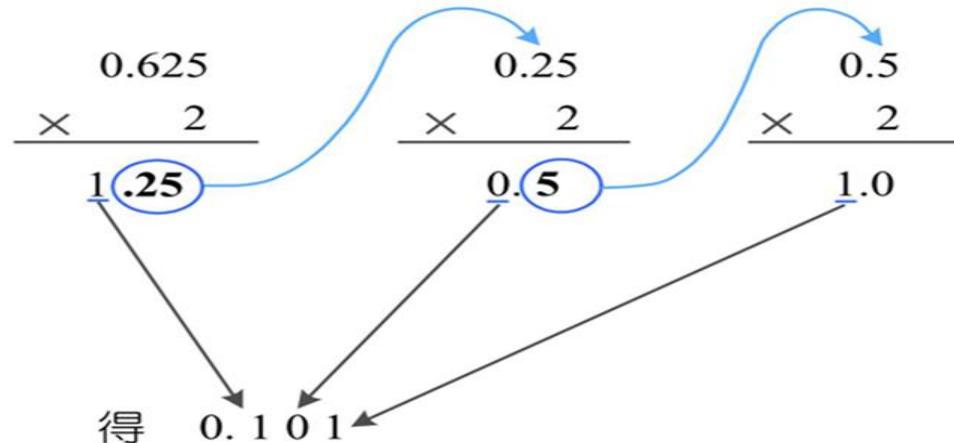


圖 2.8 $(0.625)_{10}$ 轉換為二進位數的過程



二進位表示法（續）

隨堂練習

- ▶ 請計算出 $(0.375)_{10}$ 所對應的二進位數。

解答：

$$0.375 \times 2 = 0.75 \rightarrow d_{-1} = 0$$

$$0.75 \times 2 = 1.5 \rightarrow d_{-2} = 1$$

$$0.5 \times 2 = 1 \rightarrow d_{-3} = 1$$

$$(0.375)_{10} = (0.011)_2$$



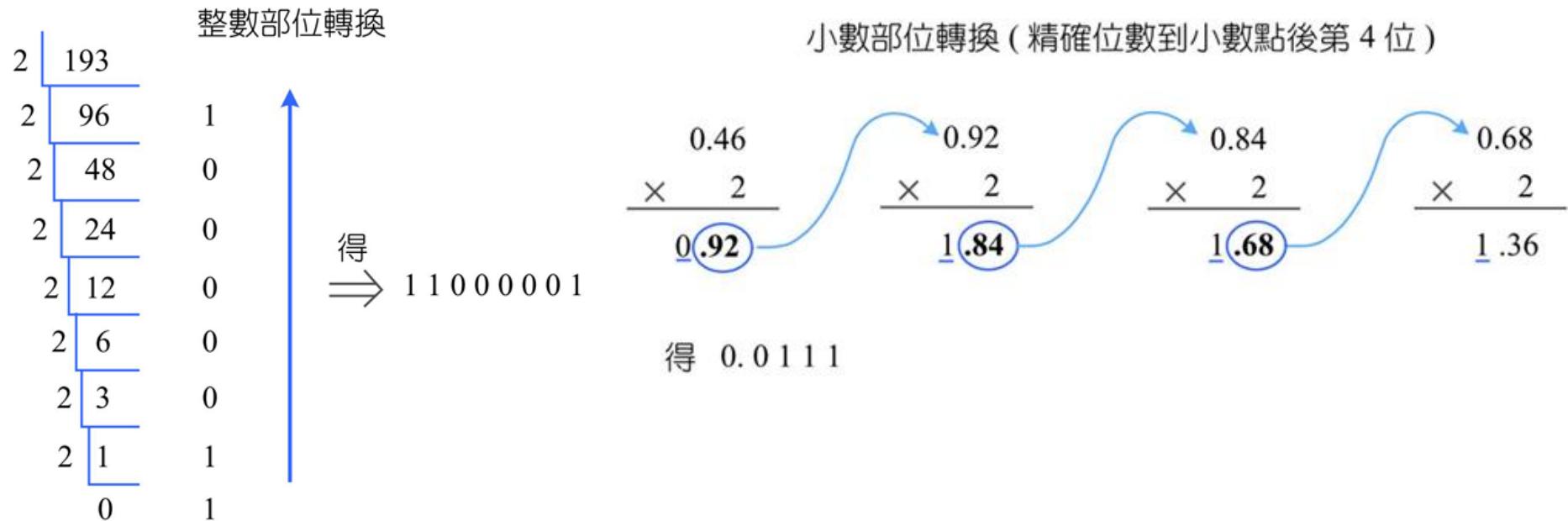
不是所有的十進位小數都可以用有限的位元完整的表達，如 $(0.7)_{10}$ 對應的二進位數為 $(0.1011001\cdots)_2$ 。

我們只須運算到符合轉換時給定的精確位數即可，如精確位數要到小數點後第四位，則我們可以說 $(0.7)_{10} = (0.1011)_2$ 。



二進位表示法 (續)

- 將 $(193.46)_{10}$ 轉成其對應的二進位數，精確位數到小數點後第四位



因此

$$(193.46)_{10} = (11000001.0111)_2$$



八進位制與十六進位制

- ▶ 十六進位制是逢 16 就進 1 的進位制
 - 用數字 0 到 9 與英文字母 A~F 表示 (A~F 代表 10~15)。
- ▶ 八進位制
 - 利用八個符號 0、1、2、...、7 來代表任何數目的數字系統。

表 2.2 二進位、八進位、十進位以及十六進位數字 0~15 的對應關係

十進位	二進位	八進位	十六進位	十進位	二進位	八進位	十六進位
0	0	0	0	8	1000	10	8
1	1	1	1	9	1001	11	9
2	10	2	2	10	1010	12	A
3	11	3	3	11	1011	13	B
4	100	4	4	12	1100	14	C
5	101	5	5	13	1101	15	D
6	110	6	6	14	1110	16	E
7	111	7	7	15	1111	17	F



二進位數與十六進位數的互換

- ▶ 如何將 $(110101101.101101)_2$ 以十六進位的方式表示呢？

不足則補 0

0 0 0 1

1 0 1 0

1 1 0 1

1 0 1 1

0 1 0 0

1

A

D

B

4



所以 $(110101101.101101)_2 = (1AD.B4)_{16}$

圖 2.10 二進位數轉換為十六進位數的過程

二進位數與十六進位數的互換

隨堂練習

► $(1011011.01011)_2 = (?)_{16}$

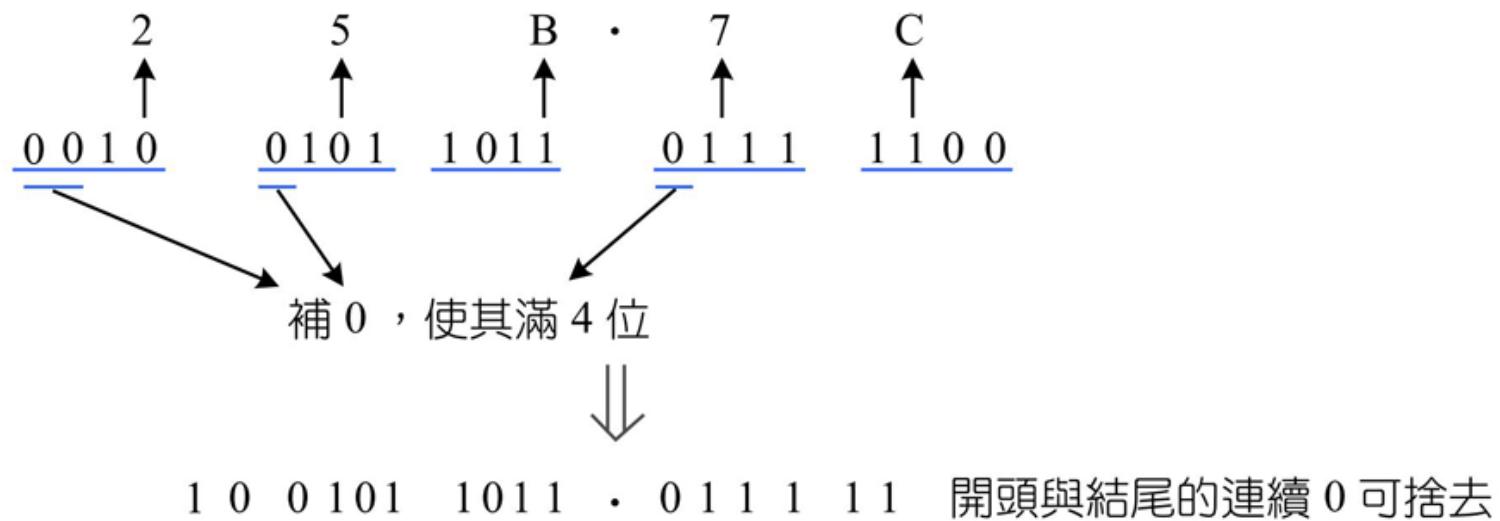
解答

5B.58



二進位數與十六進位數的互換 (續)

- ▶ 將 $(25B.7C)_{16}$ 轉成二進位數



所以 $(25B.7C)_{16} = (1001011011.011111)_2$

圖 2.11 十六進位數轉換為二進位數的過程



二進位數與十六進位數的互換

隨堂練習

- ▶ $(A3.C37)_{16} = (?)_2$

解答

10100011.110000110111



二進位數與八進位數的互換

- ▶ 如何將 $(1110101101.10110)_2$ 以八進位的方式表示呢？

不足則補 0

$$\overbrace{0 \quad 0}^{\text{1}}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \end{array}$$

1 0 1 .

0 1

不足則補 0

$$\underline{1 \ 0 \ 0}$$

1

6

5

5

5

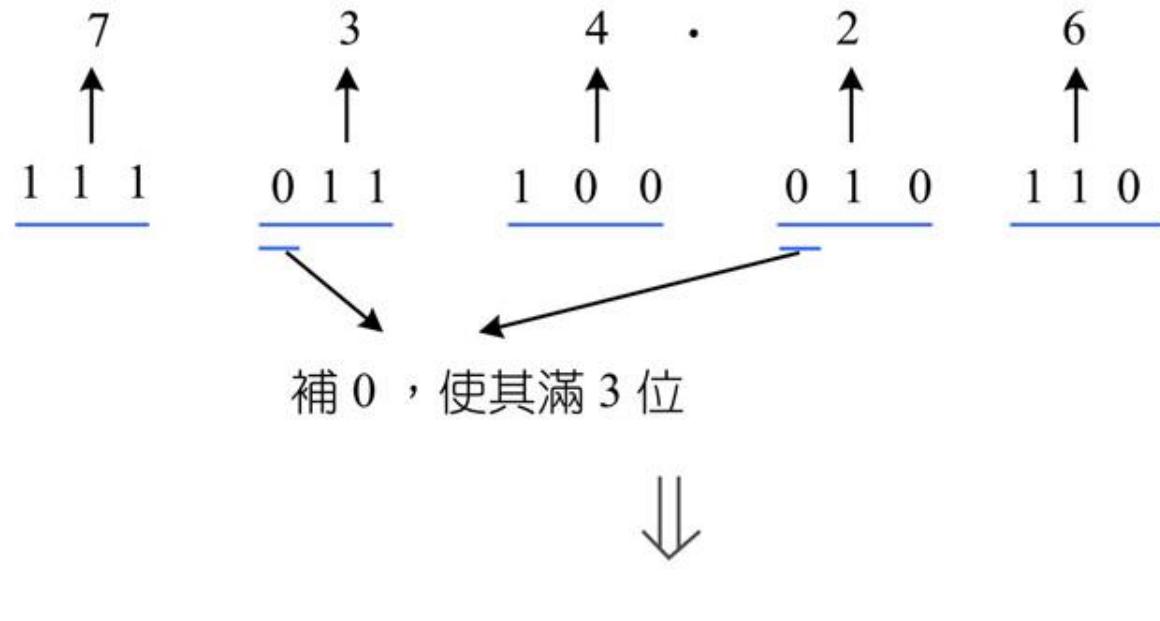
4

$$\text{所以 } (1110101101.10110)_2 = (1655.54)_8$$

圖 2.12 二進位數轉換為八進位數的過程

二進位數與八進位數的互換

- ▶ 將 $(734.26)_8$ 轉成二進位數



$$\text{所以 } (734.26)_8 = (111011100.010110)_2$$

圖 2.13 八進位數轉換為二進位數的過程



整數表示法與補數概念

▶ 表示正整數

- 假設我們利用 8 個位元 (1 個位元組) 表示一個正整數，可以表示的正整數範圍為 $0 \sim 2^8 - 1$ ，也就是從 0 到 255 的整數
- 這樣不考慮正負數的整數，稱之為 「無正負符號的整數」 (unsigned integer)



整數表示法與補數概念(續)

- ▶ 當我們需要表示負數時該怎麼做呢?
 - 最簡單的作法是將最左邊的位元切割出來，當作正負符號使用，稱之為**符號位元(sign bit)**
 - 符號位元為 0 時即代表正數，1 時則代表負數
 - 剩下來的位元則用來表示數的大小，這樣的表示法我們稱之為「**帶正負符號數字表示法**」(sign-magnitude representation)。

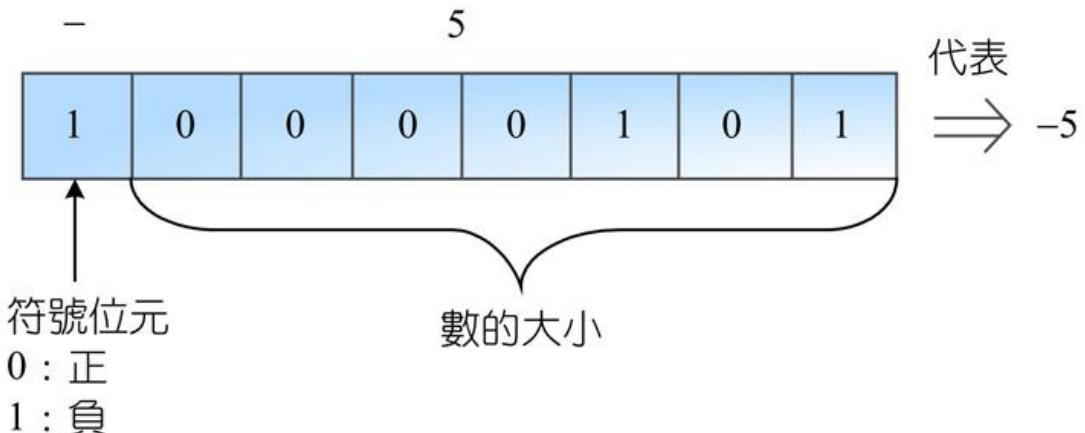


圖 2.14 用帶正負符號數字表示法描述 $(-5)_{10}$ 範例



整數表示法與補數概念(續)

▶ 帶正負符號數字表示法

- 8個位元可以描述的數字範圍為 $-(2^7 - 1) \sim 2^7 - 1$
 - $-127 \sim 127$ 。
- 目前的電腦並不採用這種方式表示整數
 - 0 存在兩種表示法
 - 正數負數的運算(如加法、減法)並不直接

表 2.3 用 8 位元帶正負符號數字表示法描述的十進位數

十進位數	帶正負符號數字	十進位數	帶正負符號數字
-127	11111111	127	01111111
-126	11111110	126	01111110
...
-1	10000001	1	00000001
-0	10000000	0	00000000



一的補數表示法

- ▶ 以位元字串最左邊的位元表示正負符號
- ▶ 正數的表示方式與帶正負符號數字表示法相同
 - 假設我們用 1 個位元組來表示整數
 - 則 $(5)_{10}$ 的一的補數表示法為 $(00000101)_2$
- ▶ 利用 8 位元儲存整數能表示的正數範圍
 - $(00000000)_2 \sim (01111111)_2$ ，也就是 0~127。

補數的觀念

若兩數的和為 1，則此兩數互為 1 的補數



一的補數表示法(續)

- ▶ 步驟 1：忽略其符號，將該數轉成二進位表示法，並利用 $n - 1$ 位元表示，若該數超過了 $n - 1$ 位元，則稱為溢位 (overflow)，意指該數無法用 n 位元一的補數表示法描述，轉換停止
- ▶ 觀察該數的符號
 - 若為正數：在 $n - 1$ 位元的左邊補上 1 個位元，並設為 0，完成轉換
 - 若為負數：將每個位元做一補數的轉換，即將 1 轉成 0、0 轉成 1，完成後在此 $n - 1$ 位元的左邊補上 1 個位元，並設成 1，完成轉換



一的補數表示法（續）

- ▶ 請將 $(-25)_{10}$ 用 8 位元一的補數表示法表現。

解答：

- ▶ 步驟 1：忽略符號，將 25 轉成二進位數 11001，並用 7 個位元表示，得 0011001
- ▶ 步驟 2：因為是負數，所以將 0011001 轉成其一的補數 1100110
- ▶ 接著左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11100110。
- ▶ 11100110 即為答案。



一的補數表示法(續)

隨堂練習

- ▶ 請將 $(-15)_{10}$ 用 8 位元一的補數表示法表現

解答：

- ▶ 步驟 1：忽略符號，將 15 轉成二進位數 1111，並用 7 個位元表示，得 0001111。
- ▶ 步驟 2：因為是負數，所以將 0001111 轉成其一的補數 1110000
- ▶ 接著左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11110000
- ▶ 11110000 即為答案。



一的補數表示法（續）

- 若 $(11001101)_2$ 是利用一的補數表示法儲存的整數，請問它代表的是哪一個十進位數呢？

解答：

- 最左邊的位元為 1，所以代表的是負數
- 右邊的 7 個位元 (1001101) 取出，並將它還原為原來的數
- 原數為 0110010，將 0110010 轉成十進位數得到 50
- 最後將負號補上，故得到其代表的十進位數為 -50。



一的補數表示法（續）

隨堂練習

- 若 $(11101001)_2$ 是利用一的補數表示法儲存的整數，請問它代表的是哪一個十進位數呢？

解答：

- 最左邊的位元為 1，所以代表的是負數
- 右邊的 7 個位元 (1101001) 取出，並將它還原為原來的數
- 原數為 0010110 ，將 0010110 轉成十進位數得到 22
- 最後將負號補上，故得到其代表的十進位數為 -22



一的補數表示法(續)

- 一的補數表示法同樣有兩個0的問題。
- 正負數運算(如加法、減法)並不那麼直接。

表 2.4 用 8 位元一的補數表示法描述的十進位數

十進位數	一的補數表示法	十進位數	一的補數表示法
-127	10000000	127	01111111
-126	10000001	126	01111110
-125	10000010	125	01111101
...
-2	11111101	2	00000010
-1	11111110	1	00000001
-0	11111111	0	00000000

二的補數表示法

▶ 十補數

- 2 的十補數為 8 ($2 + 8 = 10$)
- 7 的十補數為 3 ($7 + 3 = 10$)

在二進位系統中，若兩數互為對方的二的補數，則代表兩數的和使得原來的每一個位數均為 0，並產生溢位。



二的補數表示法(續)

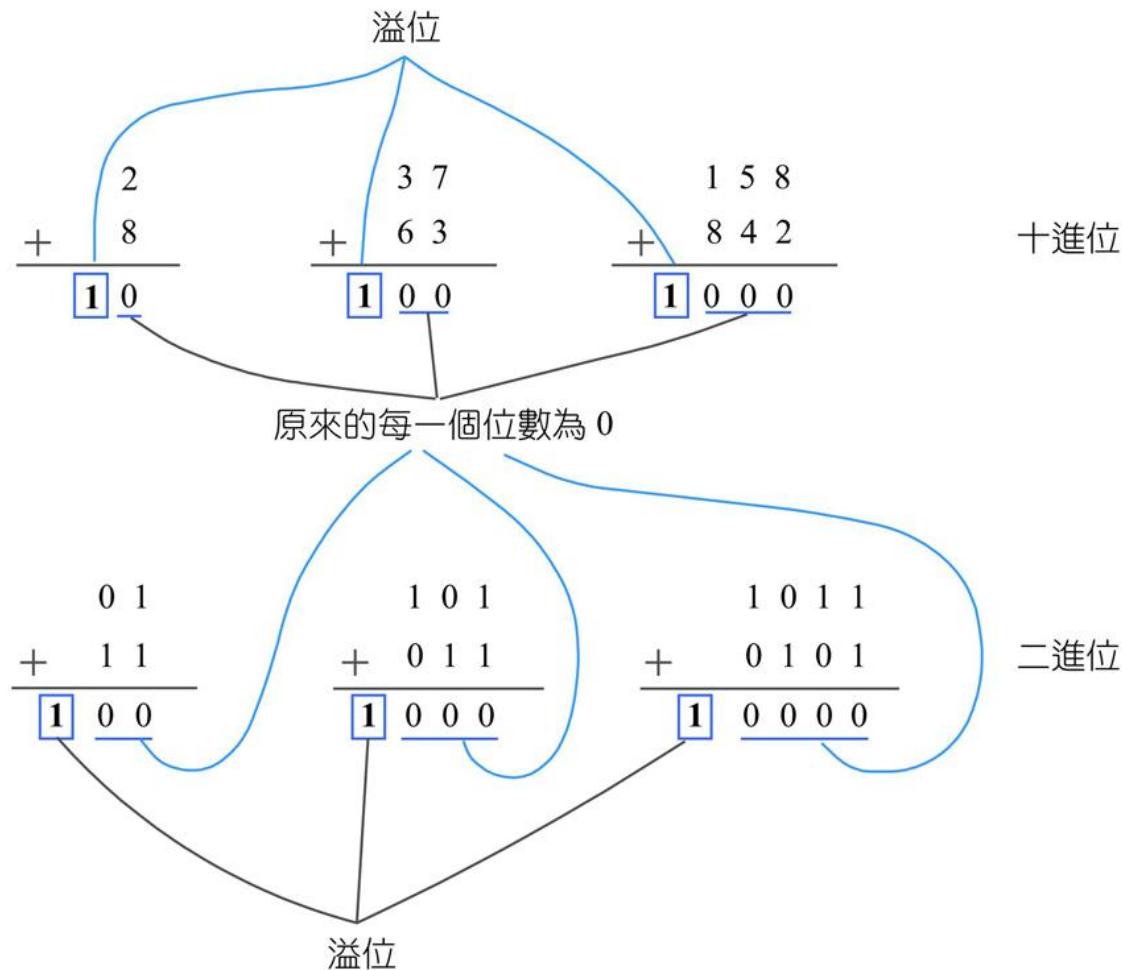


圖 2.15 進位中十的補數與二進位中二的補數



二的補數表示法（續）

- ▶ 紿定一個二進位數，有沒有方法快速的將它的二補數算出來呢？
 - 找出它的一補數（即 1 變 0、0 變 1），接著再將此補數加上 1，即可得到此二進位數的二的補數
 - => 「1 變 0、0 變 1，變完之後再加 1」



二的補數表示法(續)

► 二進位數 001100 的二的補數

- 先將 1 變 0、0 變 1，得到 110011
- 再將此數加上 1，即可得到 001100 的二補數為 110100

$$\begin{array}{r} 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 \quad \textcircled{1} \text{ 1變0, 0變1} \\ \downarrow \\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ + \qquad \qquad \qquad \textcircled{2} \text{ 變完之後再加1} \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0 \quad \leftarrow \text{二的補數} \end{array}$$

圖 2.16 範例八運算步驟



二的補數表示法（續）

- ▶ 以位元字串最左邊的位元表示正負符號，剩下來的位元則用來表示數的大小。
- ▶ 正數的表示方式與帶正負符號數字表示法相同
 - 用 1 個位元組來表示整數，則 $(5)_{10}$ 的二的補數表示法為 $(00000101)_2$
 - 利用 8 位元儲存整數時，能表示的正整數範圍為 $(00000000)_2 \sim (01111111)_2$ ，也就是 0 ~ 127
- ▶ 負數表示（以 8 位元為例）
 - 先忽略其符號，並將該數轉成 7 位元的二進位數
 - 將此二進位數換成其二的補數，最後在左邊加上 1 個位元並設為 1（代表負數）即完成轉換。



二的補數表示法（續）

▶ 以 8 位元表示 $-(5)_{10}$ 為例

- 將 5 轉成一個 7 位元的二進位數，得到 0000101
- 將 0000101 轉成其二的補數，得到 1111011
- 最後在最左邊補上 1 個位元並設成 1（代表負數），即得到 $(11111011)_2$ 為 -5 的二補數表示法



二的補數表示法（續）

- ▶ 若 $(00010101)_2$ 是利用二的補數法表示的整數，那麼它代表的十進位數為何？
 - 最左邊的位元為 0，此數為一個正數
 - 取出右邊 7 個位元（代表著數的大小），算出其表示的十進位數為 21，即得到答案



二的補數表示法（續）

- ▶ 若 $(10010101)_2$ 是利用二的補數法表示的整數，那麼它代表的十進位數為何？
 - 最左邊的位元為 1，此數為一個負數
 - 取出右邊 7 個位元，並將其轉成原數
 - 在補數系統中任何數的 N 補數的 N 補數會是它自己
 - 原數 為 1101011
 - 算出原數表示的十進位數為 107，因此得知 10010101 表示的是 -107



二的補數表示法（續）

隨堂練習

- ▶ 若 $(11001100)_2$ 是利用二的補數表示法儲存的整數，請問它代表的是哪一個十進位數呢？

解答：

- ▶ 最左邊的位元為 1，代表的是負數
- ▶ 將右邊的 7 個位元 (1001100) 取出，將其轉成二的補數得到原數為 0110100
- ▶ 將原數轉成十進位數得到 52
- ▶ 最後將負號補上，故得到其代表的十進位數為 -52 。



二的補數表示法（續）

- ▶ 二的補數表示法能描述的負數範圍
 - 以 8 位元為例，10000000 是其能表示的最大負數
 - 最左邊的 1 代表負數，而 0000000 則為原數的二的補數，故可得到原數為 $(10000000)_2 = 2^7$ 。
- ▶ 利用 8 位元儲存數字，二的補數表示法可表示的負整數範圍為 $-1 \sim -128$ ；將其擴充到 n 個位元， n 位元的二的補數表示法能表示的整數範 $-2^{n-1} \sim 2^{n-1} - 1$ 。



二的補數表示法（續）

- ▶ 步驟 1：判斷該數大小
 - 若該數為 -2^{n-1} ：則 $1000\cdots000$ (1 後面跟著 $n-1$ 個 0) 即為所求，轉換結束
 - 若該數不在 $-2^{n-1} \sim -2^{n-1} - 1$ 範圍內：該數無法用 n 位元二的補數表示法描述，轉換停止。
 - 其它：繼續步驟 2
- ▶ 步驟 2：忽略其符號，將該數轉成 $n-1$ 位元的二進位表示法
- ▶ 步驟 3：觀察該數的符號
 - 若為正數：在 $n-1$ 位元的左邊補上 1 個位元，並設為 0，完成轉換
 - 若為負數：將每個位元做二補數的轉換，完成後在此 $n-1$ 位元的左邊補上 1 個位元，並設成 1，完成轉換



二的補數表示法（續）

- ▶ 請將 $(-38)_{10}$ 用 8 位元二的補數表示法表現

解答：

- ▶ -38 在表示的範圍內
- ▶ 先忽略符號，將 38 轉成 7 位元的二進位數得 0100110
- ▶ 因為是負數，所以將 0100110 轉成其二的補數 1011010
- ▶ 左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11011010
- ▶ 11100110 即為答案



二的補數表示法（續）

隨堂練習

- ▶ 請將 $(-21)_{10}$ 用 8 位元二的補數表示法表現

解答：

- ▶ -21 在表示的範圍內
- ▶ 先忽略符號，將 21 轉成 7 位元的二進位數 0010101
- ▶ 因為是負數，所以將 0010101 轉成其二的補數 1101011
- ▶ 左邊再補上 1 個位元並設為 1 代表負數，得到 11101011
- ▶ 11101011 即為答案



二的補數表示法(續)

表 2.5 用 8 位元二的補數表示法描述的十進位數

十進位數	二的補數表示法	十進位數	二的補數表示法
-128	10000000	—	—
-127	10000001	127	01111111
-126	10000010	126	01111110
-125	10000011	125	01111101
...
-2	11111110	2	00000010
-1	11111111	1	00000001
—	—	0	00000000

0的表示法唯一!!



二補數系統的加法與減法

- ▶ 二補數系統數字的加法和一般加法相同
- ▶ 在運算完成後就可以看出結果的正負號

需要注意兩個正數相加以及兩個負數相加時是否有溢位產生



- 最左邊代表符號的位元是否由 0 變成了 1 (兩正數相加時須注意)，或是由 1 變成了 0 (兩負數相加時須注意)
- 發生溢位，代表目前使用的位元數不夠儲存相加後的結果，故得到的結果將被忽略，視為無效



二補數系統的加法與減法

十進位	二的補數表示法
23	00010111
+ 18	00010010
—————	00101001

沒有溢位產生，所以 00101001 即為答案，也是 41 的二補數表示法



二補數系統的加法與減法（續）

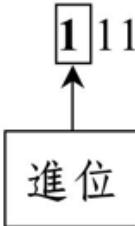
十進位	二的補數表示法
123	01111011
+ 88	01011000
—————	
211	11010011

溢位

兩正數相加，有溢位產生（符號位元從 0 變成 1），代表目前使用的位元數不夠儲存相加後的結果，故結果視為無效



二補數系統的加法與減法（續）

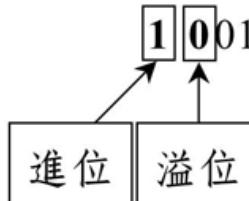
十進位		二的補數表示法
-23	+	11101001
-18		11101110
-41		
		

- ◆ 兩負數相加，沒有溢位產生（符號位元沒有從 1 變成 0）
- ◆ 最後產生的 1 超出了最左邊的位元，稱之為 **進位**
- ◆ 進位在二的補數加法上是可以被忽略的



二補數系統的加法與減法（續）

十進位		二的補數表示法
-123		10000101
+ -88		10101000

-211		1 0 0101101
		

- ▶ 兩負數相加，有溢位產生（符號位元從 1 變成 0），代表目前使用的位元數不夠儲存相加後的結果，故結果視為無效

二補數系統的加法與減法（續）

十進位	二的補數表示法
-23	11101001
+ 18	00010010
<hr/>	<hr/>
-5	11111011

- ▶ 正負數相加，故得到的結果即為所求



浮點數表示法

- ▶ IEEE 二進位浮點數算數標準 IEEE 754 是電腦最常用的實數表示法
- ▶ 科學記號
 - 可以將它視為是一種標準化
 - $5732.889 \Rightarrow 5.732889 \times 10^3$
 - $0.032546 \Rightarrow 3.2546 \times 10^{-2}$
- ▶ 用於二進位數字系統
 - 將二進位數改寫成 $a \times 2^n$ 形式，其中 $1 \leq a < 2$ ，且 n 為整數
 - $(1011.01101)_2$ 標準化後會記為 1.01101101×2^3
 - $(0.001011)_2$ 標準化後會記為 1.011×2^{-3}

浮點數表示法 (續)

- ▶ 小數點右邊的數，稱為尾數 (mantissa，以 1.01101101×2^3 為例，其尾數為01101101)
- ▶ 2 的指數次方，稱為指數 (exponent，以 1.01101101×2^3 為例，其指數為 3)
- ▶ 如某數的尾數為 0100110 且指數為 -8
 - \Rightarrow 某數等於 1.0100110×2^{-8}

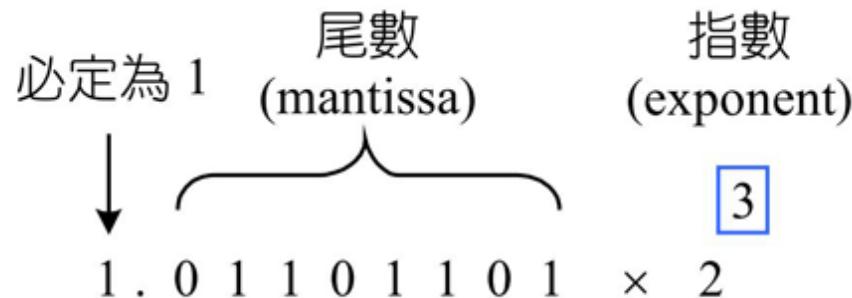


圖 2.17 尾數與指數



浮點數表示法（續）

- ▶ IEEE 754 標準，它將儲存的空間分成三個部分：符號位元 (sign bit)、指數部分及尾數部分

(a) 單倍精確度
(32 bits)



(b) 雙倍精確度
(64 bits)



圖 2.18 IEEE 754 標準 —— (a) 單倍精確度；(b) 雙倍精確度

浮點數表示法（續）

► 以單倍精確度為例：

1. 符號位元：以 0 代表正數，1 代表負數
 2. 指數部分：以過剩 127 (Excess 127) 的方式表現，其中 127 即為單倍精確度的指數偏移值 (exponent bias)
 - 將標準化後的數字的指數部分加上 127 後，再儲存下來
 3. 尾數部分：儲存標準化後的小數部分，不夠的位元部分則補 0

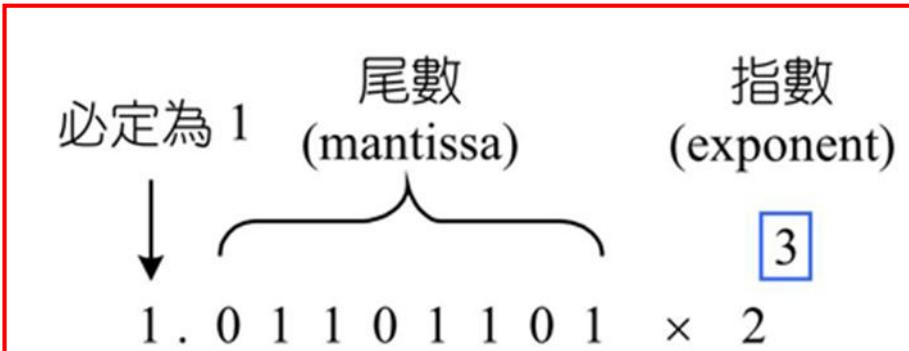


圖 2.19 以單倍精確度儲存 1.01101101×2^3

在實務儲存上，有些值域是被保留下來用以表示一些特殊值

浮點數表示法（續）

表 2.6 單倍精確度浮點數部分極值的情況

類別	正負號	實際指數	指數部分 (實際指數 +127)	尾數部分
零	0	-127	0	000 0000 0000 0000 0000 0000
負零	1	-127	0	000 0000 0000 0000 0000 0000
1	0	0	127	000 0000 0000 0000 0000 0000
-1	1	0	127	000 0000 0000 0000 0000 0000
正無限大	0	128	255	000 0000 0000 0000 0000 0000
負無限大	1	128	255	000 0000 0000 0000 0000 0000

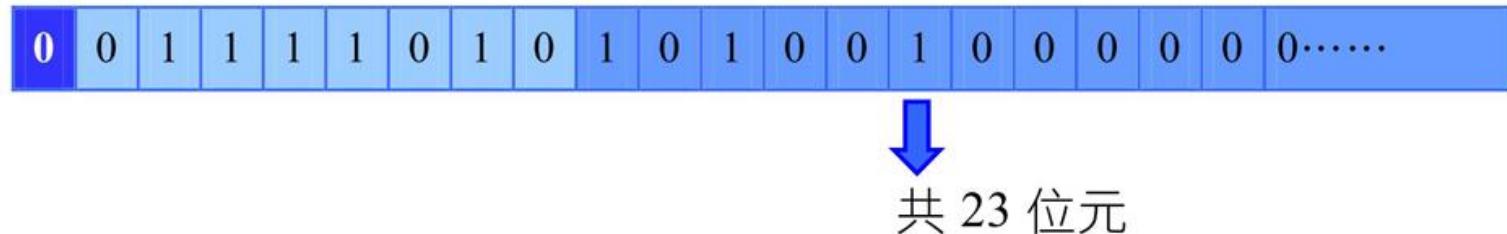


浮點數表示法（續）

請將二進位實數 0.00001101001 用單倍數精確度方式儲存

解答：

- ▶ 先將 0.00001101001 正規化 $\rightarrow 1.101001 \times 2^{-5}$
- ▶ 符號為正
- ▶ 實際指數為 -5 ，經偏移後得指數部分 $-5 + 127 = 122$
- ▶ 尾數部分為 101001



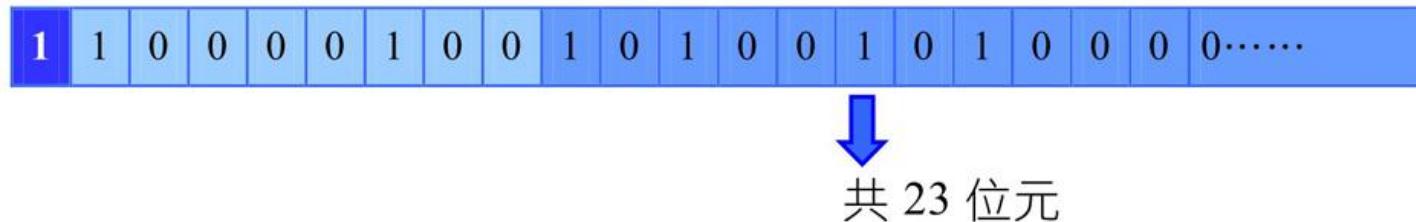
浮點數表示法（續）

隨堂練習

- ▶ 請將二進位實數 -110100.101 用單倍數精確度方式儲存

解答：

- ▶ 先將 -110100.101 正規化 $\rightarrow -1.10100101 \times 2^5$
- ▶ 符號為負
- ▶ 實際指數為 5，經偏移後得指數部分 $5 + 127 = 132$
- ▶ 尾數部分為 10100101



浮點數表示法（續）

隨堂練習

- ▶ 110001100011010100000000000000 是一個用單倍數精確度方式儲存的實數，請問它代表的數字為何？

解答：

- ▶ 符號位元為 1，故代表一個負數
- ▶ 指數部分為 $(10001100)_2 = (140)_{10}$ ，將偏移數減去後，即可得實際指數為 $140 - 127 = 13$
- ▶ 尾數部分為 011010100000000000000000
- ▶ 故實際代表的二進位數為 -1.0110101×2^{13}



學習重點

- ▶ 二進位表示法
- ▶ 進位轉換
 - 二進位與十進位
 - 二進位與十六進位
 - 二進位與八進位
- ▶ 二的補數
- ▶ 浮點數表示法
 - 標準化
 - 尾數與指數
 - 指數偏移

