**Завдання 1**

1. Для заданого розподілу випадкового вектора (X,Y) знайти
   1. Розподіли компонент X, Y;
   2. Характеристики компонент X, Y: математичне сподівання, дисперсія, коефіцієнт кореляції;
   3. Стовпчикові діаграми розподілів компонент X,Y.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X\Y** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **0** | 1,20893E-16 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 1,0155E-14 | 2,54E-15 | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 3,99852E-13 | 2,13E-13 | 2E-14 | 0 | 0 |
| **3** | 9,79638E-12 | 8,4E-12 | 1,68E-12 | 7E-14 | 0 |
| **4** | 1,67151E-10 | 2,06E-10 | 6,61E-11 | 5,88E-12 | 9,18E-14 |
| **5** | 2,1061E-09 | 3,51E-09 | 1,62E-09 | 2,31E-10 | 7,71E-12 |
| **6** | 2,02712E-08 | 4,42E-08 | 2,76E-08 | 5,67E-09 | 3,04E-10 |
| **7** | 1,52034E-07 | 4,26E-07 | 3,48E-07 | 9,67E-08 | 7,44E-09 |
| **8** | 8,97951E-07 | 3,19E-06 | 3,35E-06 | 1,22E-06 | 1,27E-07 |
| **9** | 4,19044E-06 | 1,89E-05 | 2,51E-05 | 1,17E-05 | 1,6E-06 |
| **10** | 1,53999E-05 | 8,8E-05 | 0,000148 | 8,8E-05 | 1,54E-05 |
| **11** | 4,40996E-05 | 0,000323 | 0,000693 | 0,00052 | 0,000115 |
| **12** | 9,64679E-05 | 0,000926 | 0,002547 | 0,002425 | 0,000682 |
| **13** | 0,000155833 | 0,002026 | 0,007293 | 0,008914 | 0,003183 |
| **14** | 0,000175312 | 0,003272 | 0,015953 | 0,025525 | 0,011699 |
| **15** | 0,000122718 | 0,003682 | 0,025771 | 0,055837 | 0,033502 |
| **16** | 4,02669E-05 | 0,002577 | 0,028992 | 0,090198 | 0,073286 |
| **17** | 0 | 0,000846 | 0,020295 | 0,101473 | 0,118385 |
| **18** | 0 | 0 | 0,006659 | 0,071031 | 0,133183 |
| **19** | 0 | 0 | 0 | 0,023307 | 0,093228 |
| **20** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,03059 |

1. У таблицях (рядки - десятки, стовпчики - одиниці) наведено теоретичні розподіли трьох біноміальних величин Binom(50,p) для значень
   1. p=0.1;
   2. p=0.01;
   3. p=0.001;

* Для кожної випадкової величини побудувати стовпчикові діаграми розподілу. З теорем Муавра-Лапласа та Пуассона знайти значення параметрів апроксимуючих розподілів, нормального та пуасонівського відповідно, зобразити їх на одному графіку з початковим розподілом у лінійній та логарифмічній шкалі осі ординат. Порівняти результати.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0,005153775 | 0,028632 | 0,077943 | 0,138565 | 0,180905 | 0,184925 | 0,154104 | 0,107628 | 0,064278 | 0,033329 |
| 1 | 0,015183334 | 0,006135 | 0,002215 | 0,000719 | 0,000211 | 5,63E-05 | 1,37E-05 | 3,04E-06 | 6,2E-07 | 1,16E-07 |
| 2 | 1,99786E-08 | 3,17E-09 | 4,64E-10 | 6,28E-11 | 7,85E-12 | 9,07E-13 | 9,7E-14 | 9,58E-15 | 8,74E-16 | 7,37E-17 |
| 3 | 5,72981E-18 | 4,11E-19 | 2,71E-20 | 1,64E-21 | 9,12E-23 | 4,63E-24 | 2,15E-25 | 9,02E-27 | 3,43E-28 | 1,17E-29 |
| 4 | 3,58172E-31 | 9,71E-33 | 2,31E-34 | 4,78E-36 | 8,44E-38 | 1,25E-39 | 1,51E-41 | 1,43E-43 | 9,92E-46 | 4,5E-48 |
| 5 | 1E-50 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **b** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0,605006067 | 0,305559 | 0,075618 | 0,012221 | 0,00145 | 0,000135 | 1,02E-05 | 6,48E-07 | 3,52E-08 | 1,66E-09 |
| 1 | 6,87186E-11 | 2,52E-12 | 8,29E-14 | 2,45E-15 | 6,53E-17 | 1,58E-18 | 3,5E-20 | 7,07E-22 | 1,31E-23 | 2,23E-25 |
| 2 | 3,48615E-27 | 5,03E-29 | 6,7E-31 | 8,24E-33 | 9,36E-35 | 9,83E-37 | 9,55E-39 | 8,57E-41 | 7,11E-43 | 5,45E-45 |
| 3 | 3,85473E-47 | 2,51E-49 | 1,51E-51 | 8,3E-54 | 4,19E-56 | 1,94E-58 | 8,15E-61 | 3,11E-63 | 1,08E-65 | 3,34E-68 |
| 4 | 9,29006E-71 | 2,29E-73 | 4,95E-76 | 9,31E-79 | 1,5E-81 | 2,01E-84 | 2,21E-87 | 1,9E-90 | 1,2E-93 | 4,95E-97 |
| 5 | 1E-100 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **c** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0,951205628 | 0,047608 | 0,001168 | 1,87E-05 | 2,2E-07 | 2,03E-09 | 1,52E-11 | 9,57E-14 | 5,15E-16 | 2,4E-18 |
| 1 | 9,8693E-21 | 3,59E-23 | 1,17E-25 | 3,42E-28 | 9,05E-31 | 2,17E-33 | 4,76E-36 | 9,53E-39 | 1,75E-41 | 2,95E-44 |
| 2 | 4,57356E-47 | 6,54E-50 | 8,63E-53 | 1,05E-55 | 1,18E-58 | 1,23E-61 | 1,19E-64 | 1,06E-67 | 8,68E-71 | 6,59E-74 |
| 3 | 4,61955E-77 | 2,98E-80 | 1,77E-83 | 9,68E-87 | 4,85E-90 | 2,22E-93 | 9,25E-97 | 3,5E-100 | 1,2E-103 | 3,7E-107 |
| 4 | 1,017E-110 | 2,5E-114 | 5,3E-118 | 9,9E-122 | 1,6E-125 | 2,1E-129 | 2,3E-133 | 2E-137 | 1,2E-141 | 5E-146 |
| 5 | 1E-150 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. У таблиці наведено вибірку з показникового розподілу Exp(0.5).
   1. Обчислити вибіркові характеристики (середнє, медіана, дисперсія, інтерквартильний розмах) та порівняти з теоретичними значеннями.
   2. Побудувати асимптотичний 95%-довірчий інтервал для математичного сподівання використовуючи ЦГТ. Побудувати емпіричний 95%-довірчий інтервал за M={100,1000,10000} вибірками обсягу n=50 використовуючи відоме значення параметра розподілу. Порівняти результати.
   3. Побудувати на одній площині гістограму та графік справжньої функції щільності у лінійній та логарифмічній шкалі для осі ординат.
   4. Побудувати на одній площині графіки емпіричної та теоретичної функцій розподілу. Порівняти «відстань» між ними (теорема Глівенко-Кантеллі).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,100 | 1,107 | 5,315 | 1,225 | 0,107 | 0,798 |
| 0,039 | 1,676 | 0,897 | 1,929 | 1,684 | 0,186 |
| 0,475 | 3,361 | 0,650 | 1,236 | 2,215 | 1,226 |
| 1,581 | 0,541 | 0,556 | 1,630 | 1,782 | 3,319 |
| 2,730 | 0,166 | 11,673 | 0,969 | 4,736 | 3,779 |
| 2,269 | 2,626 | 2,213 | 2,191 | 0,303 | 1,726 |
| 1,124 | 0,520 | 1,794 | 0,294 | 4,855 | 2,249 |
| 3,062 | 2,667 | 3,614 | 0,491 | 2,185 | 2,212 |
| 0,831 | 0,129 |  |  |  |  |

1. У таблиці наведено гіпотетичні дані про рівень деякого показника (Відгук) за роками.
   1. Побудувати діаграму розсіювання.
   2. Підігнати модель лінійної регресії : отримати оцінки параметрів та їх 95%-довірчі інтервали
   3. провести аналіз виконання припущень лінійної моделі: нормальність залишків, однорідність дисперсій
   4. Спрогнозувати значення відгуку на 2030 та 2050 роки та їх 99%-довірчі інтервали.

|  |  |
| --- | --- |
| Роки | Відгук |
| 2001 | 25,48 |
| 2002 | 26,06 |
| 2003 | 30,54 |
| 2004 | 29,81 |
| 2005 | 34,52 |
| 2006 | 25,14 |
| 2007 | 34,26 |
| 2008 | 28,99 |
| 2009 | 27,61 |
| 2010 | 20,81 |
| 2011 | 28,10 |
| 2012 | 29,20 |
| 2013 | 33,33 |
| 2014 | 24,67 |
| 2015 | 30,15 |
| 2016 | 38,84 |
| 2017 | 35,42 |
| 2018 | 33,48 |
| 2019 | 25,16 |
| 2020 | 33,50 |
| 2021 | 39,92 |
| 2022 | 35,95 |
| 2023 | 38,08 |

1. Змоделювати на проміжку [0;100]
   1. Однорідний процес Пуассона з параметром λ =0. 1
   2. Неоднорідний процес Пуассона з функцією інтенсивності λ(t)=1/(1+3t)

**Завдання 2**

У таблиці наведено тривалості роботи приладів у двох групах відповідно до умов експлуатації.

1. Провести дескриптивний та візуальний аналіз:
   1. Обчислити вибіркові характеристики (середнє, медіана, дисперсія, інтерквартильний розмах)
   2. Для обох груп спостережень побудувати графіки типу «вусатих коробочок»
   3. Побудувати асимптотичні 95%-довірчі інтервали для математичного сподівання та дисперсії.
   4. Побудувати гістограму, спробувати підібрати справжню щільність за групами чи за вибіркою загалом;
   5. Побудувати емпіричну функцію розподілу. Якщо в попередньому пункті вдалося підібрати функцію щільності – намалювати графік функції розподілу.
   6. Провести аналіз узгодженості спостережень з підібраним теоретичним розподілом (хі-квадрат критерій, критерій Колмогорова-Смірнова)
   7. Порівняти середні значення у групах за t-критерієм Стьюдента на рівні 0.01

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Група 1 | | | | | | | |
| 18,82 | 50,10 | 12,26 | 33,11 | 2,20 | 17,34 | 50,79 | 16,03 |
| 7,97 | 0,36 | 10,56 | 10,20 | 9,61 | 9,64 | 62,98 | 11,21 |
| 46,10 | 12,89 | 9,84 | 11,70 | 5,02 | 36,13 | 12,79 | 32,85 |
| 26,52 | 27,93 | 17,64 | 43,97 | 6,36 | 31,87 | 15,54 | 3,44 |
| 60,82 | 5,84 | 2,59 | 9,21 | 13,97 | 21,54 | 51,90 | 6,43 |
| 1,87 | 40,79 | 58,43 | 8,62 | 49,28 | 1,44 | 12,30 | 2,26 |
| 13,74 | 43,57 | 12,56 | 12,59 | 7,84 | 32,89 | 38,33 | 36,10 |
| 13,38 | 0,43 | 11,02 | 2,07 | 18,62 | 36,85 | 2,72 | 30,89 |
| 4,23 | 8,79 | 12,52 | 29,48 | 5,93 | 16,85 | 1,54 | 14,59 |
| 5,38 | 8,13 | 9,87 | 30,56 | 6,07 | 12,43 | 9,51 | 45,05 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Група 2 | | | | | | | |
| 59,15 | 51,97 | 25,44 | 14,75 | 62,85 | 7,18 | 1,48 | 8,98 |
| 70,03 | 47,02 | 33,93 | 25,54 | 46,56 | 13,15 | 59,93 | 60,52 |
| 41,67 | 57,87 | 11,87 | 17,61 | 19,51 | 55,57 | 47,02 | 46,39 |
| 28,75 | 8,30 | 1,15 | 46,03 | 25,41 | 18,00 | 6,39 | 41,77 |
| 15,05 | 62,39 | 48,92 | 13,97 | 16,13 | 7,21 | 41,67 | 28,46 |
| 1,18 | 67,90 | 9,84 | 43,41 | 8,72 | 65,57 | 28,52 | 14,07 |
| 9,93 | 13,11 | 13,15 | 44,75 | 62,95 | 57,70 | 1,54 | 2,66 |
| 26,20 | 20,69 | 10,92 | 6,46 | 0,82 | 9,87 | 24,00 | 52,75 |
| 4,03 | 55,57 | 10,92 | 26,16 | 56,75 | 69,51 | 11,67 | 64,10 |
| 13,28 | 30,03 | 37,18 | 12,46 | 15,74 | 7,93 | 16,16 | 11,31 |