**Завдання 1**

1. Для заданого розподілу випадкового вектора (X,Y) знайти
   1. Розподіли компонент X, Y;
   2. Характеристики компонент X, Y: математичне сподівання, дисперсія, коефіцієнт кореляції;
   3. Стовпчикові діаграми розподілів компонент X,Y.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X\Y** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 0,006737947 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,025267301 | 0,008422 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0,046545029 | 0,033246 | 0,004433 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0,056026423 | 0,064646 | 0,01847 | 0,001231 | 0 | 0 |
| 4 | 0,049435079 | 0,082392 | 0,038027 | 0,005432 | 0,000181 | 0 |
| 5 | 0,033986617 | 0,077242 | 0,051495 | 0,011883 | 0,000849 | 1,13176E-05 |
| 6 | 0,018881454 | 0,056644 | 0,051495 | 0,017165 | 0,001981 | 5,65878E-05 |
| 7 | 0,008670055 | 0,033717 | 0,04046 | 0,018391 | 0,003065 | 0,000141469 |
| 8 | 0,003334637 | 0,016673 | 0,025936 | 0,015562 | 0,003537 | 0,000235782 |
| 9 | 0,001080669 | 0,006947 | 0,013894 | 0,010807 | 0,003242 | 0,000294728 |
| 10 | 0,000294728 | 0,002456 | 0,006316 | 0,006316 | 0,002456 | 0,000294728 |
| 11 | 6,69836E-05 | 0,000737 | 0,002456 | 0,003158 | 0,001579 | 0,000245607 |
| 12 | 1,24044E-05 | 0,000186 | 0,000819 | 0,001364 | 0,000877 | 0,000175433 |
| 13 | 1,78909E-06 | 3,88E-05 | 0,000233 | 0,000512 | 0,000426 | 0,000109646 |
| 14 | 1,8256E-07 | 6,39E-06 | 5,54E-05 | 0,000166 | 0,000183 | 6,09143E-05 |
| 15 | 1,01422E-08 | 7,61E-07 | 1,06E-05 | 4,61E-05 | 6,92E-05 | 3,04572E-05 |
| 16 | 0 | 5,07E-08 | 1,52E-06 | 1,06E-05 | 2,31E-05 | 1,38442E-05 |
| 17 | 0 | 0 | 1,27E-07 | 1,9E-06 | 6,66E-06 | 5,7684E-06 |
| 18 | 0 | 0 | 0 | 2,11E-07 | 1,58E-06 | 2,21862E-06 |
| 19 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,64E-07 | 7,92363E-07 |
| 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3,45214E-07 |

1. У таблицях (рядки - десятки, стовпчики - одиниці) наведено теоретичні розподіли трьох біноміальних величин Binom(50,p) для значень
   1. p=0.9;
   2. p=0.5;
   3. p=0.01;

* Для кожної випадкової величини побудувати стовпчикові діаграми розподілу. З теорем Муавра-Лапласа та Пуассона знайти значення параметрів апроксимуючих розподілів, нормального та пуасонівського відповідно, зобразити їх на одному графіку з початковим розподілом у лінійній та логарифмічній шкалі осі ординат.
* Порівняти точне значення ймовірності P(X=3) з нормальним та пуасонівським наближенням у випадках b), c).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 1E-50 | 4,5E-48 | 9,92E-46 | 1,43E-43 | 1,51E-41 | 1,25E-39 | 8,44E-38 | 4,78E-36 | 2,31E-34 | 9,71E-33 |
| 1 | 3,58172E-31 | 1,17E-29 | 3,43E-28 | 9,02E-27 | 2,15E-25 | 4,63E-24 | 9,12E-23 | 1,64E-21 | 2,71E-20 | 4,11E-19 |
| 2 | 5,72981E-18 | 7,37E-17 | 8,74E-16 | 9,58E-15 | 9,7E-14 | 9,07E-13 | 7,85E-12 | 6,28E-11 | 4,64E-10 | 3,17E-09 |
| 3 | 1,99786E-08 | 1,16E-07 | 6,2E-07 | 3,04E-06 | 1,37E-05 | 5,63E-05 | 0,000211 | 0,000719 | 0,002215 | 0,006135 |
| 4 | 0,015183334 | 0,033329 | 0,064278 | 0,107628 | 0,154104 | 0,184925 | 0,180905 | 0,138565 | 0,077943 | 0,028632 |
| 5 | 0,005153775 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **b** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 8,88178E-16 | 4,44E-14 | 1,09E-12 | 1,74E-11 | 2,05E-10 | 1,88E-09 | 1,41E-08 | 8,87E-08 | 4,77E-07 | 2,23E-06 |
| 1 | 9,12362E-06 | 3,32E-05 | 0,000108 | 0,000315 | 0,000833 | 0,001999 | 0,004373 | 0,008746 | 0,016035 | 0,027006 |
| 2 | 0,041859149 | 0,059799 | 0,078826 | 0,095962 | 0,107957 | 0,112275 | 0,107957 | 0,095962 | 0,078826 | 0,059799 |
| 3 | 0,041859149 | 0,027006 | 0,016035 | 0,008746 | 0,004373 | 0,001999 | 0,000833 | 0,000315 | 0,000108 | 3,32E-05 |
| 4 | 9,12362E-06 | 2,23E-06 | 4,77E-07 | 8,87E-08 | 1,41E-08 | 1,88E-09 | 2,05E-10 | 1,74E-11 | 1,09E-12 | 4,44E-14 |
| 5 | 8,88178E-16 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **с** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0,605006067 | 0,305559 | 0,075618 | 0,012221 | 0,00145 | 0,000135 | 1,02E-05 | 6,48E-07 | 3,52E-08 | 1,66E-09 |
| 1 | 6,87186E-11 | 2,52E-12 | 8,29E-14 | 2,45E-15 | 6,53E-17 | 1,58E-18 | 3,5E-20 | 7,07E-22 | 1,31E-23 | 2,23E-25 |
| 2 | 3,48615E-27 | 5,03E-29 | 6,7E-31 | 8,24E-33 | 9,36E-35 | 9,83E-37 | 9,55E-39 | 8,57E-41 | 7,11E-43 | 5,45E-45 |
| 3 | 3,85473E-47 | 2,51E-49 | 1,51E-51 | 8,3E-54 | 4,19E-56 | 1,94E-58 | 8,15E-61 | 3,11E-63 | 1,08E-65 | 3,34E-68 |
| 4 | 9,29006E-71 | 2,29E-73 | 4,95E-76 | 9,31E-79 | 1,5E-81 | 2,01E-84 | 2,21E-87 | 1,9E-90 | 1,2E-93 | 4,95E-97 |
| 5 | 1E-100 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. У таблиці наведено вибірку з розподілу Г(α,γ) з параметрами α=3, λ=0.5.
   1. Обчислити вибіркові характеристики (середнє, медіана, дисперсія, інтерквартильний розмах) та порівняти з теоретичними значеннями.
   2. Побудувати асимптотичний 94%-довірчий інтервал для математичного сподівання використовуючи ЦГТ. Побудувати емпіричний 94%-довірчий інтервал за M={10,100,1000} вибірками обсягу 30 використовуючи відомі значення параметрів розподілу. Порівняти результати.
   3. Побудувати на одній площині гістограму та графік справжньої функції щільності у лінійній та логарифмічній шкалі для осі ординат.
   4. Побудувати на одній площині графіки емпіричної та теоретичної функцій розподілу. Порівняти «відстань» між ними (теорема Глівенко-Кантеллі).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 14,234 | 5,336 | 4,559 | 3,668 | 10,839 | 9,688 |
| 7,610 | 3,737 | 3,276 | 11,727 | 5,631 | 0,664 |
| 9,050 | 7,988 | 11,917 | 2,719 | 1,293 | 1,422 |
| 8,482 | 7,471 | 3,330 | 5,775 | 4,336 | 3,635 |
| 3,933 | 4,646 | 2,144 | 8,470 | 10,232 | 7,172 |

1. У таблиці наведено гіпотетичні дані про рівень деякого показника (Відгук) за роками та значення двох факторів.
   1. Побудувати матричну діаграму розсіювання спостережень, проаналізувати отримані результати.
   2. Підігнати модель трьох-, дво- та однофакторної лінійної регресії: отримати оцінки параметрів та їх 95%-довірчі інтервали.
   3. провести аналіз виконання припущень лінійної моделі: нормальність залишків, однорідність дисперсій.
   4. Спрогнозувати значення відгуку та його 95%-довірчий інтервал у простій лінійній моделі для X1=5.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Роки | Відгук, Y | Фактор 1, X1 | Фактор 2, X2 | Фактор 3, X3 |
| 2001 | 3,75 | 20,99 | 6,26 | -0,03 |
| 2002 | 3,95 | 22,71 | 7,27 | -0,24 |
| 2003 | 2,34 | 16,18 | 5,85 | -0,12 |
| 2004 | 4,05 | 21,29 | 7,07 | -0,09 |
| 2005 | 3,82 | 21,00 | 6,66 | 0,34 |
| 2006 | 4,10 | 20,14 | 7,02 | 0,11 |
| 2007 | 2,42 | 18,43 | 6,27 | -0,46 |
| 2008 | 2,89 | 19,55 | 5,84 | -0,39 |
| 2009 | 4,95 | 24,71 | 8,20 | -0,21 |
| 2010 | 3,68 | 21,67 | 7,31 | 0,16 |
| 2011 | 2,15 | 17,14 | 4,67 | -0,07 |
| 2012 | 3,64 | 18,22 | 6,96 | 0,10 |
| 2013 | 2,85 | 18,78 | 6,21 | -0,36 |
| 2014 | 4,92 | 24,88 | 7,44 | 0,09 |
| 2015 | 4,85 | 25,05 | 7,75 | -0,34 |
| 2016 | 3,78 | 21,89 | 6,13 | -0,10 |
| 2017 | 3,61 | 21,16 | 6,79 | -0,19 |
| 2018 | 3,92 | 22,00 | 7,42 | 0,04 |
| 2019 | 2,57 | 17,83 | 6,60 | 0,09 |
| 2020 | 3,22 | 19,16 | 5,53 | 0,24 |
| 2021 | 4,16 | 22,50 | 7,57 | -0,45 |
| 2022 | 3,72 | 19,68 | 6,18 | 0,17 |
| 2023 | 2,20 | 15,89 | 5,14 | -0,20 |

1. Для моделі простої лінійної регресії побудувати МНК-оцінки та оцінки методу найменших квадратів перпендикулярних відстаней. Порівняти результати на модельованих вибірках різного обсягу та розподілу похибок.

**Завдання 2**

У таблиці наведено дані ДержСтату про зайнятість населення (тис.осіб) за видами економічної діяльності за 2001-2011 рр. та 2012-2016 рр.

1. Провести дескриптивний та візуальний аналіз:
   1. Обчислити вибіркові характеристики (середнє, медіана, дисперсія, інтерквартильний розмах) за цими спостереженнями.
   2. Для наборів спостережень побудувати графіки типу «вусатих коробочок»
2. Чи можна вважати, що структура зайнятості населення протягом досліджуваних періодів була
   1. сталою;
   2. змінною?

Провести відповідний аналіз.

1. Спробуйте об’єднати дані на період 2001-2016 рр з двох таблиць. Проаналізуйте отримані результати.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **2000-2011** | **2000** | **2001** | **2002** | **2003** | **2004** | **2005** | **2006** | **2007** | **2008** | **2009** | **2010** | **2011** | **2012** |
| **Усього** | **20175** | **19972** | **20091** | **20163** | **20295,7** | **20680** | **20730,4** | **20904,7** | **20972,3** | **20191,5** | **20266** | **20324,2** | **20354,3** |
| Сільське господарство, мисливство, лісове господарство. Рибальство, рибництво | 4367 | 4148,1 | 4135,8 | 4105,7 | 3998,3 | 4005,5 | 3652,6 | 3484,5 | 3322,1 | 3152,2 | 3115,6 | 3410,3 | 3506,7 |
| Промисловість | 4598,3 | 4390,3 | 4220,4 | 4123,2 | 4077,1 | 4072,4 | 4036,9 | 3973 | 3871,4 | 3546,9 | 3461,5 | 3352,7 | 3303,6 |
| Будівництво | 903,6 | 865,4 | 838,9 | 833,5 | 907,5 | 941,5 | 987,1 | 1030,2 | 1043,4 | 966,2 | 943 | 924,5 | 902,2 |
| Торгівля; ремонт автомобілів, побутових виробів та предметів особистого вжитку. Діяльність готелів та ресторанів | 3121,3 | 3422,2 | 3657,1 | 3752,4 | 3971,2 | 4175,2 | 4403,9 | 4564,4 | 4744,4 | 4729,1 | 4832 | 4865 | 4894,1 |
| Діяльність транспорту та зв’язку | 1355 | 1325,9 | 1353,5 | 1361,4 | 1374,9 | 1400,5 | 1428,3 | 1451,9 | 1465,8 | 1387,9 | 1389,7 | 1379,5 | 1361,3 |
| Фінансова діяльність | 166,1 | 171,9 | 178 | 190,3 | 216,1 | 247,9 | 283,9 | 344,4 | 394,9 | 351,4 | 332,8 | 350,6 | 324,3 |
| Операції з нерухомим майном, оренда, інжиніринг та надання послуг підприємцям | 815,9 | 834,3 | 848,2 | 914,8 | 919,9 | 966,6 | 1041,9 | 1134,7 | 1150,4 | 1148,9 | 1153,2 | 1187,5 | 1202,5 |
| Державне управління | 1198,6 | 1163 | 1183,4 | 1170,6 | 1050,2 | 1028,9 | 1033,7 | 1036,4 | 1067,5 | 1078,6 | 1223,8 | 1055,5 | 1079,4 |
| Освіта | 1609,7 | 1621,3 | 1630,3 | 1637,2 | 1648,7 | 1668,2 | 1690,5 | 1693,7 | 1702,4 | 1698,4 | 1688,3 | 1677,6 | 1672,9 |
| Охорона здоров’я та надання соціальної допомоги | 1379,6 | 1361,8 | 1359,8 | 1366,5 | 1348,9 | 1356,6 | 1356,7 | 1359 | 1369,9 | 1348,1 | 1341,4 | 1320,8 | 1309,9 |
| Інші види економічної діяльності | 659,9 | 667,3 | 685,8 | 707,7 | 782,9 | 816,7 | 814,9 | 832,5 | 840,1 | 783,8 | 784,7 | 800,2 | 797,4 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2012-2016 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
| **Усього зайнято** | **19261** | **19314** | **18073** | **16443** | **16276,9** |
| Сільське, лісове та рибне господарство | 3308,5 | 3389 | 3091,4 | 2870,6 | 2866,5 |
| Промисловість | 3236,7 | 3170 | 2898,2 | 2573,9 | 2494,8 |
| Будівництво | 836,4 | 841,1 | 746,4 | 642,1 | 644,5 |
| Оптова та роздрібна торгівля; ремонт автотранспортних засобів і мотоциклів | 4160,2 | 4269,5 | 3965,7 | 3510,7 | 3516,2 |
| Транспорт, складське господарство, поштова та кур'єрська діяльність | 1150,9 | 1163,6 | 1113,4 | 998 | 997,2 |
| Тимчасове розміщування й організація харчування | 326,7 | 328,9 | 309,1 | 277,3 | 276,7 |
| Інформація та телекомунікації | 297,9 | 299,9 | 284,8 | 272,9 | 275,2 |
| Фінансова та страхова діяльність | 315,8 | 306,2 | 286,8 | 243,6 | 225,6 |
| Операції з нерухомим майном | 322,2 | 314,3 | 286,1 | 268,3 | 255,5 |
| Професійна, наукова та технічна діяльність | 504,1 | 493,6 | 456 | 422,9 | 428,1 |
| Діяльність у сфері адміністративного та допоміжного обслуговування | 343,9 | 343,3 | 334,3 | 298,6 | 304,3 |
| Державне управління й оборона; обов'язкове соціальне страхування | 1003,6 | 962,3 | 959,5 | 974,5 | 973,1 |
| Освіта | 1633,2 | 1611,2 | 1587,7 | 1496,5 | 1441,4 |
| Охорона здоров'я та надання соціальної допомоги | 1181,4 | 1171,8 | 1150,5 | 1040,7 | 1030,4 |
| Мистецтво, спорт, розваги та відпочинок | 225,6 | 226,5 | 221,2 | 207,9 | 201,6 |
| Інші види економічної діяльності | 414,3 | 423 | 382,2 | 344,7 | 34 |