Упрощенная модель цифровой системы связи

Источник данных $\xrightarrow{\text{информац. символы}}$ кодер источника $\xrightarrow{\text{кодовые символы}}$

$\rightarrow$ канал $\leftarrow$ шум

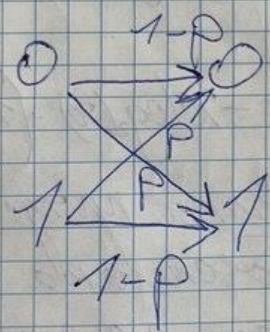
канал $\xrightarrow{\text{код. символы}}$ декодер источника $\xrightarrow{\text{декодир. код. символы}}$ получатель

Дискретные послед-ти

$GF(2) = \{0, 1\}$

источник $\xrightarrow{010110}$ кодер источ $\xrightarrow{00110101}$ канал

Двоичный симметричный канал



p - вероят-ть перехода

$p = 10^{-3}$ $\rightarrow t$

Ист-к 0011 Кодер 000 000 111 111

$0 \rightarrow 000$

$1 \rightarrow 111$

информ. симв. кодовые

кодирование

○○○

1	000
2	001
3	010
4	100
5	110
6	101
7	011
8	111

$3p^2(1-p) + p^3 \rightarrow \sim 10^{-6}$

1 ошибка

II $00 \to 00000$ 1
$01 \to 10110$ 2
$10 \to 01011$ 3
$11 \to 11101$ 4

$R = \frac{2}{5}$

$0 \to 0$
$1 \to 1$
$R = 1$

I $0 \to 000$
$\underbrace{1}_{k} \to \underbrace{\cancel{11}1}_{n}$

$R = \frac{1}{3}$

$R = \frac{k}{n}$ – скорость кода

Теория информ

кодир. источника

канал кодир

1948 Клод Шеннон

Для двоичного симметр. канала с переход. вер-ю p

$C = 1 - h(p)$

Энтропия двоичного ансамбля $h(x) = -x\log_2(x) - (1-x)\log_2(1-x)$

При скорости передачи R меньше величины пропускной способности C, может быть обеспечена сколь угодно малая вер-ть ошибки декодир. за счет увеличения длины использ. кодов. Если $R > C$ надежная передача невозможна.

Вес Хемминга

Если x – код слово, то $\omega(x)$ – вес Хемминга и опред. как число ненул. эл. в X. В двоич. „1"

Расстояние Хемминга между двумя кодовыми словами X и $Y \to d(X, Y)$

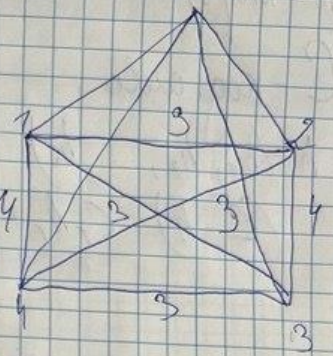
Кол-во эл-тов слова, которые отличаются друг от друга

$$d(x,y) = \omega(x+y) \quad \text{(побитово mod 2)}$$

$$d(x,0) = \omega(x)$$

y \ x	1	2	3	4
1	0	3	3	4
2	3	0	4	3
3	3	4	0	3
4	4	3	3	0

$d_{min} = 3$



$$d_{min} = \min_{x \neq y} d(x,y)$$

Предпол, код исправл ошибки кратн t

$$t \le \left[\frac{d_{min} - 1}{2} \right] \qquad [x] \text{ - наиб цел не прев } x$$

Линейный код - код, в кот сумма 2 любых код слов тоже явл кодовым словом

$$\forall\, x,y \in C : (x+y) \in C$$

$$d(x,y) = \omega(x+y) = \omega(z) = \omega(z+0) = d(z,0)$$

$$d_{min} = \min_{x,y \in C} d(x,y) = \min_{z \in C} \omega(z)$$

Лин. q-ич код (n,k) C - любое k-мерное подпр-во пр-ва F_q^n всевозмож векторов длина n.

Порожд. матрица (n,k)-кода — матрица $k \times n$, где строки — базисные вектора

- Код. слова — лин. комб. базис. векторов

G — порожд. матр

m — информ. слово

- C — код. слово $\quad C = m \cdot G$

$h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ все код слова дуальн

$(\vec{c}, \vec{h}) = c_1 h_1 + \dots + c_n h_n$