Variables

R :Rayon de courbure ; θ_c :Angle critique ; θ_i :Angle d'incidence ; f :Distance focale ; h_i :Hauteur de l'image ; h_o :Hauteur de l'objet ; n_a :indice du milieu autour de la lentille (air) ; n_l :indice de la lentille ; n_{la} $=n_l/n_a$; s_i :Position de l'image produite ; s_o :Position de l'objet présenté à l'interface ; R =Coefficient de réflexion de la surface U =Énergie total en Joules de la lumière incidente sur la surface ; μ_0 :Perméabilité du vide ($\_\mu0$) $= 4\pi \times 10^{-7}$ $\frac{Wb}{Am}$; ε_0 :Permittivité du vide ($\_\varepsilon0$) $= 8.8542 \times 10{-}12$ $\frac{C^2}{N\ m^2}$; c_0 ($\_c$) $=3 \times 10^8$ $\frac{m}{s}$; f =Fréquence de l'onde associée au photon (Hz) ; h :Constante de Planck ($\_h$)$=6.63 \times 10^{-34}$ $Joules \cdot Seconde$;

Convention de signes

$s_o > 0$ l'objet est réel du côté incident
$s_o < 0$ l'objet est virtuel du côté émergent

$s_i > 0$ l'image est réel du côté émergent
$s_i < 0$ l'image est virtuelle du côté incident

$R > 0$ C* est du côté des rayons émergents
$R < 0$ C est du côté opposé aux rayons émergents
*Centre de courbure C

$g_t > 0$ l'image est du même sens que l'objet
$g_t < 0$ l'image est inversée à l'objet

$|g_t| > 1$ l'image agrandit la taille de l'objet
$|g_t| < 1$ l'image réduit la taille de l'objet

$f > 0$ lentille biconvexe [()], convergente

$f < 0$ lentille biconcave [)(], divergente tel que $n_t > n_i$

Optique géométrique des surfaces planes

Rayon réfléchi	$\theta_i = \theta_r$
Rayon réfracté (loi de la réfraction ou de Snell-Descartes)	$n_i sin\theta_i = n_t sin\theta_t$
Réflexion totale interne (où $\theta_i > \theta_c$ et $n_i > n_t$)	$sin\theta_c = n_t/n_i$
Position de l'image	$s_i = -\frac{n_t cos\theta_t}{n_i cos\theta_i} s_o$
Profondeur apparente	$\frac{y'}{y} = \frac{n_t}{n_i}$
Longueur d'onde transmise	$\lambda_t = \frac{n_i}{n_t}\lambda_i$ $\lambda = c/f$
Indice de réfraction du milieu de vitesse c	$n = \frac{c_0}{c}$
Vitesse dans le vide	$c = 3 \times 10^8\ m/s$

*Si $n_i > n_t$, alors $\theta_i \leq \theta_t \leq 90°$

Indice de réfraction : Niveau de résistance offert par le milieu transparent au passage de la lumière. Noté $n = c_0/c$ **Principe de Fermat :** Un rayon lumineux se propageant entre deux points emprunte le chemin (LCO : longueur de chemin optique) qui correspond au temps de parcours minimum. (Rayon réfracté).

Mat vertical de 2m de hauteur est fixé au fond d'une piscine et dépasse la surface de l'eau de 0.5m. Le soleil se trouve à 45deg. au dessus de l'horizon. **Longueur de l'ombre au fond de la piscine ?**

$$solve = \begin{cases} tan(45°) = \frac{0.5}{L_1} \\ 1.00\ sin(45°) = 1.33\ sin(\theta_t) \quad | \ 0 < \theta_t < 180 \\ tan(\theta_t) = \frac{L_2}{1.5} \end{cases}$$

$$\theta_t = 32.12°,\ L_1 = 0.5m,\ L_2 = -0.94m$$

$$|L_1| + |L_2| = 1.44m$$

Dioptres sphériques

$$\frac{n_i}{s_o} + \frac{n_t}{s_i} = \frac{n_i}{fo} = \frac{n_t}{f_i} = \frac{n_t - n_i}{R}$$

Distance focale objet
Si $s_i = \infty$ (rayons émergents sont parallèles), alors :

$$s_o = fo = \frac{n_i R}{(n_t - n_i)}$$

Distance focale image
Si $s_o = \infty$ (rayons incidents parallèles convergent en un point f_i), alors :

$$s_i = f_i = \frac{n_t R}{(n_t - n_i)}$$

Grandissement transversal
(n = 1 pour une lentille mince ou miroir)

$$g_t = -\frac{n_i s_i}{n_t s_o} = \frac{h_i}{h_o}$$

$$g_{total} = g_{t1} \cdot g_{t2} \cdot \dots \cdot g_{tn}$$

*Sens des rayons : Objet à l'observateur.
**Si $R \to \infty$ (ex : ours regarde un saumon directement au dessus de lui), $\frac{n_i}{s_o} + \frac{n_t}{s_i} = 0$

Lentilles minces

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = (n_{la} - 1)(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}) \text{ où } n_{la} = \frac{n_l}{n_a}$$

*Biconvexe : R_1 et $-R_2$

Lentilles épaisses

Définition : Lentille considérée comme épaisse lorsque la distance a entre les sommets V_1 et V_2 des surfaces n'est plus négligeable devant les rayons de courbure des surfaces sphériques. V_1 et V_2 sont les points gauche et droite de la lentille. a est la distance entre V_1 et V_2, donc largeur de la lentille.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{0}{s_i} = (n_{la} - 1)[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_{la} - 1)\ a}{n_{la}\ R_1\ R_2}]$$

*où $n_{la} = \frac{n_l}{n_a}$

Plans principaux
V_1H_1 et $V_2H_2 > 0$ lorsque le déplacement de V vers H se fait dans le sens de la propagation de la lumière.

$$\bar{V_1H_1} = \frac{-f(n_{la} - 1)\ a}{R_2\ n_{la}}$$

$$\bar{V_2H_2} = \frac{-f(n_{la} - 1)\ a}{R_1\ n_{la}} = \bar{V_1H_1}(\frac{R_2}{R_1})$$

- s_o et f_o mesurés avec H_1, donc $s_o = distance + \bar{V_1H_1}$
- s_i et f_i mesurés avec H_2, donc $s_i = s_i + \bar{V_2H_2}$

($solve(\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i}, s_i)$ puis $s_i = s_i + \bar{V_2H_2}$)

Miroirs

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{2}{R}$$

Si $s_i = \infty$, alors $s_o = fo = \frac{R}{2}$, Si $s_o = \infty$, alors $s_i = f_i = \frac{R}{2}$

Donc $f_i = fo = f = \frac{R}{2}$

Miroir concave : Si $R > 0$, alors $f > 0$, **Miroir convexe :** Si $R < 0$, alors $f < 0$, **Miroir plan :** $R = \infty$ donc $s_i = -s_o$ et $g_t = \frac{-s_i}{s_o} = +1$

Révision

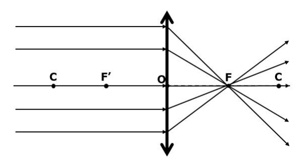
Phase initiale de l'origine (φ)	$\omega t_0 + \varphi = tan^{-1}(-\frac{v_0}{\omega x_0})$
Frequence angulaire (ω)	$= 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$
Periode (T)	$= \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$
Nombre d'onde (k) m^{-1}	$= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$
Longueur d'onde (λ)	$= cT = \frac{c}{f}$
Vitesse de l'onde (c)	$= \lambda f = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$
Vitesse max (v_{max})	$= \omega A$
Acceleration max (a_{max})	$= \omega^2 A$
Circonférence, Rayon de courbure	$2\pi r = v_{obj} \cdot T$
Aire d'un cercle	πr^2

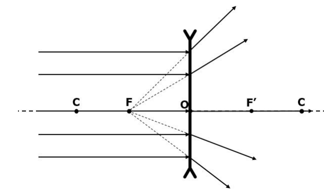
Ondes se propageant en direction de..
z > 0 : $(\omega t - kz)$ et $(kz - \omega t)$
z < 0 : $(\omega t + kz)$ et $(-\omega t - kz)$

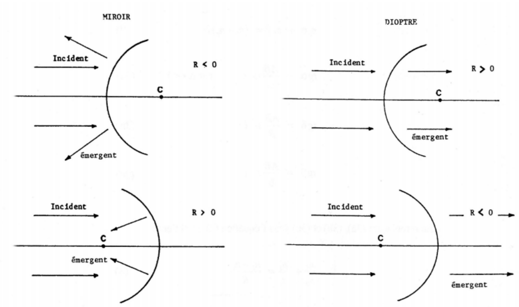
$v_f = v_i + a\ \Delta t$, $\quad F = m \cdot a$

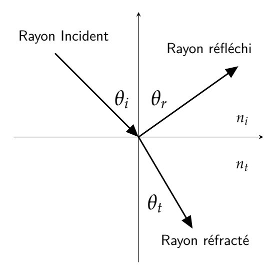
$$sin = \frac{o}{h},\quad cos = \frac{a}{h},\quad tan = \frac{o}{a}$$

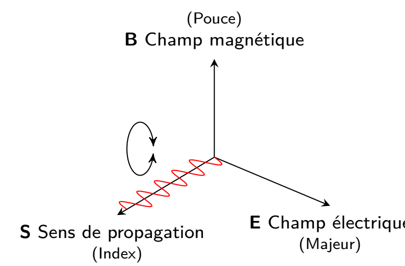
1 rad = 0.1591549431 circle, 1 circle = 6.2831853072 rad











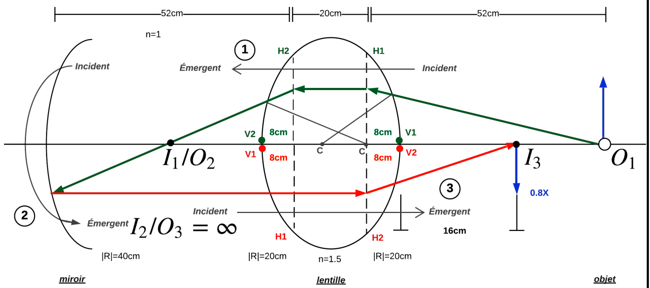
Hauteur d'eau pour voir le fond ?

$\theta_t = nSolve(tan(\theta_t) = 4/2, \theta_t) = 63.43^\circ$

$\theta_i = nSolve(1.33 sin\theta_i = 1.00 sin(63.43), \theta_i) = 42.26^\circ$

$solve(\{tan^{-1}(\frac{4-O}{A}) = \theta_i,\ tan^{-1}(\frac{O}{3-A}) = \theta_t) \Rightarrow A = 1.83 = h$

Exercice lentille épaisse



Caractéristiques du dioptre

$\boxed{\frac{1}{f} = (n_{la} - 1)[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_{la}-1)\ a}{n_{la}\ R_1\ R_2}]}$

$solve(\frac{1}{f} = (0.5)\cdot(\frac{1}{20} - \frac{1}{-20} + \frac{(n_{la}-1)\cdot 20}{n_{la}\cdot 20\cdot -20}), f)|n_{la} = \frac{1.5}{1} = +24cm$

$\boxed{V_1\bar{H}_1 = \frac{-f(n_{la}-1)\ a}{R_2\ n_{la}}} = \frac{-24(n_{la}-1)\ 20}{(-20)\ (n_{la})} = +8cm$

$\boxed{V_2\bar{H}_2 = V_1\bar{H}_1(\frac{R_2}{R_1})} = (+8)(\frac{-20}{20}) = -8cm$

Interface 1 (lentille)

$\boxed{s_{o1} = \Delta_{objet,lentille} + V_1\bar{H}_1} = 52cm + (+8) = +60cm$

$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i}} = solve(\frac{1}{+24} = \frac{1}{+60} + \frac{1}{s_i}, s_i) = 40cm$

$\boxed{s_{i1} = s_i + V_2\bar{H}_2} = 40 + (-8) = +32cm$

$g_t = -\frac{+40}{+60} = -\frac{2}{3}X$

Interface 2 (miroir)

$\boxed{s_{o2} = \Delta_{lentille,miroir} - s_{i1}} = 52 - 32 = +20cm$

$\boxed{\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{2}{R}} = solve(\frac{1}{+20} + \frac{1}{s_{i2}} = \frac{2}{R}, s_{i2}) = false = \infty$

$g_t = -\frac{\infty}{+20}$

Interface 3 (lentille)

$\boxed{s_{o3} = \Delta_{miroir,lentille} - s_{i2}} = \infty$

$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i}} = solve(\frac{1}{+24} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{s_i}, s_i) = +24cm$

$\boxed{s_{i3} = s_i + V_2\bar{H}_2} = (+24) + (-8) = 16cm$

$g_t = -\frac{+24}{\infty} = -24X$

$g_{total} = (-\frac{2}{3})(-\frac{1}{+20})(-\frac{+24}{1}) = -0.8X$

***Réponse :** Image réelle, à 16cm de la droite de la face droite du dioptre.*

Optique physique

Vitesse de propagation (OEM)	$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{E_0}{B_0}$
Champ électrique ($Volt/m$ ou $Watts/Am$)	$E_x(z,t) = E_0 sin(\omega t \mp kz + \phi_0)$
Champ magnétique ($Tesla$ ou Web/m^2)	$B_y(z,t) = B_0 sin(\omega t \mp kz + \phi_0)$
Intensité de l'OEM (Vecteur de Poynting). S est parallèle à la propagation. ($Watts/m^2$) **E_0 et B_0 sont l'AMPLITUDE	$\vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}$ $Imoy = \frac{E_0\ B_0}{2\ \mu_0} = \frac{c_0\ B_0^2}{2\ \mu_0} = \frac{E_0^2}{2\ \mu_0 c_0}$
Loi de Wien (située dans l'infrarouge) ($m\cdot^\circ K$)	$\lambda_{max}T = 2.898 \times 10^{-3}$
Loi de Stefan-Boltzmann ($I = \frac{Watts}{m^2}$), ($L = Watts$)	$I = \sigma(T^4 - T_0^4)$ $L = I \cdot Aire$, σ= cte. de Boltzmann $T = temperature + Kelvin$
Qte de mouvement du photon ($Kg\frac{m}{s}$)	$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}$ tel que $E = mc^2$ ET $m = \frac{E}{c^2}$, $p = mv$ ET $m = \frac{p}{c}$
" sur une surface absorbante	$p = m_B v_B = \frac{U}{c}$
" sur une surface réfléchissante	$p = m_B v_B = \frac{2U}{c}$
" sur une surface partiellement réfléchissante	$p = m_B v_B = (R+1)\frac{U}{c}$ (si une fraction R ($0 < R < 1$) des photons est réfléchie par la surface)
Pression de radiation ($\frac{N}{m^2}$)	$P = \frac{F}{A_\perp} = \frac{(R+1)}{c}I$, où $I = S_{moy}$
Distance entre S et O	$solve(d = c\Delta t,\ d)$ (2d si allé-retour)
Amplitude	$A = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = E_0\ V/m$

$A_\perp$: Aire de la surface éclairée par la lumière. F : Force exercée sur la surface éclairée par la lumière. **Pression de radiation :** Si on place un obstacle sur le parcourt d'un rayonnement électromagnétique, celui-ci ressentira une *force résultante* qui tentera de le *déplacer* dans le sens de la propagation.

Doppler

Effet Doppler variation de fréquence en cas de mouvement relatif entre la source et l'observateur.

Vitesse relative de la source par rapport à l'observateur : $\vec{v} = \vec{v_s} - \vec{v_o}$

$$f_o = f_s(\frac{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}{1+\frac{v}{c}cos(\theta)})^N$$

*N est le nombre d'allé-retour.

Effet transversale : Si $\theta = 90^\circ$ alors $f_o < f_s$

Déplacement Doppler

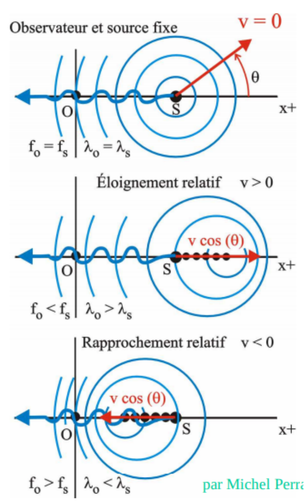
$$\Delta\lambda = \lambda_o - \lambda_s$$

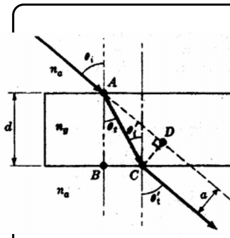
$$\lambda_o = \lambda_s(\frac{1+\frac{v}{c}cos(\theta)}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}})$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_s} = (\frac{1+\frac{v}{c}cos(\theta)}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} - 1)$$

Cas particulier

Si $\frac{v}{c} << 1$ ou $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} << 1$ alors : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_s} = \frac{v}{c}cos(\theta)$





a) Angle du rayon lumineux sortant de la plaque ?

Interface 1 :

$nSolve(1.0 sin30^\circ = 1.5 sin\theta_{t1}, \theta_{t1}) = 19.47^\circ$

Interface 2 :

$nSolve(1.5 sin\theta_{t1} = 1.0 sin\theta_{t2}, \theta_{t2}) = 30^\circ$

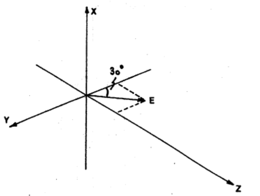
$\alpha = 30 - 19.47$

b) Déplacement latéral "a" du rayon lumineux ?

$b \cdot cos\theta_{t1} \Rightarrow b = 5.3cm$

$5.3 sin(\theta_{t2} - \theta_{t1}) = a = 0.97cm$

Exercice optique physique



*Un laser émet un faisceau lumineux de rayon $r_L = 1cm$ selon l'axe X négatif. Fréquence $f = 10^{12}Hz$. Champ électrique possède une amplitude $E_0 = 10^5 V/m$. **a)** Expression de l'OEM E et B ? **b)** Laser frappe en son centre une plaque métallique avec un coeff. de réflexion $R = 0.4$; $m = 0.5$ grammes ; diamètre $d_P = 1cm$. Temps écoulé en heures si un observateur situé sur la plaque métallique mesure un λ_o qui diffère de 0.8nm de celle émise par le laser λ_s ? Hypothèse : $v << c$.*

a) $f = 10^{12}Hz$, $E_0 = 10^5 V/m$

$\rightarrow \boxed{\omega = 2\pi f} = 2\cdot\pi\cdot 10^{12} = 2\times 10^{12}\pi$ rad/s

$\rightarrow \boxed{k = \omega/c} = \omega \cdot 3\times 10^8 = 2.095\times 10^4$ rad/m

$\vec{S}$ se propage vers z < 0 donc $E = E_0 cos(\omega t - kz)$ (angle cos rapport à z)

Pour le champ électrique E **:**

$\rightarrow E_x = 0$ V/m **et** $E_y = (-)E_0 \cdot cos30^\circ$* V/m **et** $E_z = E_0 cos60^\circ$ V/m

$\boxed{E(z,t) = [0\ {}_i Ey\ {}_j + Ez\ {}_k]cos(2\cdot 10^{12}\pi t + 2.1\cdot 10^4 z)\ V/m}$**

*TOUJOURS REGARDER la direction sur l'axe pour les signes négatif

**Angle du vecteur E cos par rapport à Z

Pour le champ magnétique B **:** $\boxed{c = \frac{E_0}{B_0}} \Rightarrow B_0 = 3.3\cdot 10^{-4}$ Tesla

$\rightarrow B_x = 0$ V/m **et** $B_y = B_0 \cdot sin30^\circ$ V/m **et** $B_z = B_0 cos30^\circ$ V/m

$\rightarrow \boxed{B(z,t) = [0\ {}_i By\ {}_j + Bz\ {}_k]cos(2\cdot 10^{12}\pi t + 2.1\cdot 10^4 z)\ V/m}$ T *

*Angle du vecteur B cos par rapport à Z

b) $R = 0.4$, $m = 0.5g$, $r_L = 1cm$, $d_P = 1cm$, $\Delta\lambda = 0.8nm$

Selon x : $\boxed{\vec{v} = \vec{v_s} - \vec{v_o}} = 0 - (-\vec{v_o}) = \vec{v_o}$

$\vec{v} > 0 \Rightarrow$ donc éloignement relatif et $f_o < f_s$

*Faire graphique AVEC la direction du x. Laser fait de la pression de radiation sur la plaque (obs) qui se déplace et le laser (src) est immobile par rapport à l'obs.

$\rightarrow \boxed{c = \lambda_s/f_s} \Rightarrow\ 3\cdot 10^8 = \lambda_s \cdot 10^12 \Rightarrow \lambda_s = 3\cdot 10^{-4}$

$v << c$ donc $v/c << 1$ alors $\boxed{\Delta\lambda/\lambda_s = 1 + \frac{v}{c}cos\theta - 1}$

$\rightarrow solve(\frac{0.8\cdot 10^{-9}}{3\cdot 10^{-4}} = 1 + \frac{v}{3\cdot 10^8}cos0^\circ, v) \Rightarrow \boxed{v_o = 800.25\ m/s}$

$\rightarrow \boxed{P = \frac{(R+1)}{c}I = \frac{F}{A_\perp}} \Rightarrow \boxed{F = ma} = 0.0005kg \cdot a$

$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E_0\ B_0}{2\_\mu_0}} = 1.33\cdot 10^{-7} \Rightarrow \boxed{A_\perp} = \pi(d_P/2)^2 = 0.79cm^2$

$\Rightarrow solve(\frac{(R+1)}{\_c}I = \frac{m\cdot a}{A_\perp\_cm}, a) \Rightarrow a = 0.0097m/s^2$ *Attention cm vs. m

$\boxed{v_f = v_i + a\Delta t} = 800 = 0 + 0.001\cdot\Delta t \Rightarrow \Delta t = 800000s = 222heures$