PHY335 - Examen 1

Hivers 2020 | Sophie Bernadin-Mercier

github.com/Shuhala/latExTS

Equation de deplacement

$$x(t) = Acos(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = -\omega Asin(\omega t + \varphi)$$

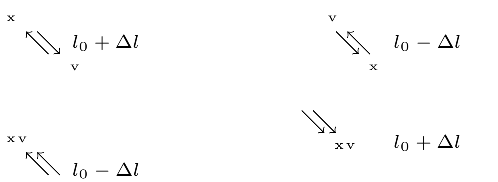
$$\begin{array}{l} x_1 = Acos\alpha_1 \\ v_1 = -\omega Asin \\ \alpha_1 = \omega t_1 + \varphi \end{array} \quad \text{donc} \begin{cases} A^2 = x_1^2 + (\frac{v_1}{\omega})^2 \\ tan\ \alpha_1 = \frac{-v_1}{\omega x_1} \end{cases}$$

Position d'equilibre

$PE = l_0 + \Delta l$

$x_0 = x - PE$*

Pour les systemes en angle (gauche a droite ou droite a gauche), la position d'equilibre sera calcule (j'pense) kind of comme ci-dessous.



* Si compresse et direction oppose a l'axe des x: $x_0 = PE - x$

Amplitude (A)	$= \sqrt{x_0^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2}$
Phase initiale de l'origine (φ)	$\omega t_0 + \varphi = tan^{-1}(-\frac{v_0}{\omega x_0})$
Energie potentielle (U)	$= \frac{1}{2}kx^2$
Systeme oscillant a la verticale	$U = U_R + U_G J$ $U_R = \frac{1}{2}k\Delta l^2 J$ $U_g = mgh$ J
Energie cinetique (K)	$= \frac{1}{2}mv^2$ J
Energie total (E)	$= U + K = \frac{1}{2}kA^2$ J
Frequence angulaire (ω) pulsation	$= 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$
Periode (T)	$= \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$
Elongation maximale (Δl_{max})	$= \Delta l \cdot 2$
Elongation (Δl)	$= \frac{m \cdot g \cdot sin\theta}{k}$
Dephasage ($\Delta\alpha$)	$\alpha_A = \omega t_0 + \varphi$ $\alpha_B = \omega(t_0 + \Delta t) + \varphi$ $\Delta\alpha = \alpha_B - \alpha_A = \omega\Delta t$

Expression des MHS

$x_n = A_n cos(\omega t + \varphi_n)$

$a = A_1 cos\varphi_1 + A_2 cos\varphi_2 + ... + A_n cos\varphi_n$
$b = A_1 sin\varphi_1 + A_2 sin\varphi_2 + ... + A_n sin\varphi_n$

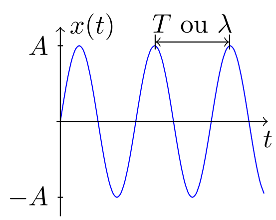
$A_R = \sqrt{a^2 + b^2}$
$\psi_R = tan^{-1}(\frac{b}{a})$

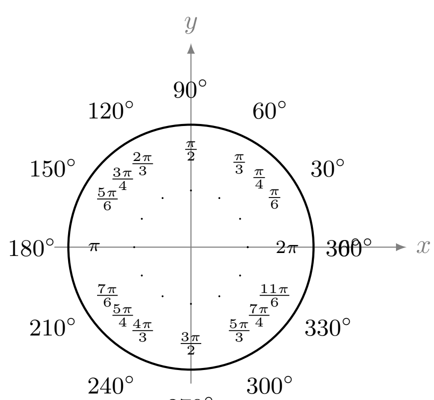
$x_R(t) = A_R \cdot cos(\omega \cdot t + \psi_R)$

Equation de la trajectoire

$$(\frac{x}{A_x})^2 + (\frac{y}{A_y})^2 - \frac{2xy}{A_x A_y} cos(\Delta\varphi) = sin^2(\Delta\varphi)$$

Frequence (f)	$= \frac{1}{T} Hz$
Periode d'oscillation (T_{osc})	$= \frac{1}{f_{osc}}$
Courbe AR(t) oscille à la frequence (f_{A_R})	$= \frac{f_2 - f_1}{2}\ Hz$
Frequence de battement (f_b)	$= \lvert f_2 - f_1 \rvert\ Hz$
Moyenne de frequence (f_{moy})	$= \frac{f_1 + f_2}{2}\ Hz$





Equation de l'onde

$y(x,t) = Acos(\omega t \pm kx + \varphi)\ cm$

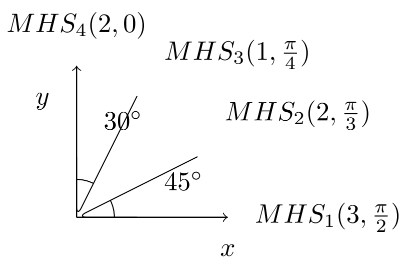
$y_i = Acos(\omega t - kx)$
$y_r = Acos(\omega t - kx)$
$y(x,t) = 2Acos(kx)cos(\omega)$

Ondes se propageant en direction de
x > 0: $(\omega t - kx)$ et $(kx - \omega t)$
x < 0: $(\omega t + kx)$ et $(-\omega t - kx)$

Phase de l'onde	$(\omega t \pm kx + \varphi)$
Nombre d'onde (k) m^{-1}	$= \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$
Longueur d'onde (λ)	$= cT = \frac{c}{f}$
Vitesse de propagation (c)	$= \lambda f = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$
Vitesse transversale ($v_y(x,t)$) cm/s	$= \frac{d}{dt}y(x,t)$ $= -A\omega sin(\omega t - kx + \varphi)$
Acceleration transversale ($a_y(x,t)$) cm/s^2	$= \frac{d}{dt}v_y(x,t)$ $= -A\omega^2 cos(\omega t - kx + \varphi)$ $= -\omega^2 y(x,t)$
Position max (x_{max})	$= A$
Vitesse max (v_{max})	$= \omega A$
Acceleration max (a_{max})	$= \omega^2 A$
Impedance de la corde Z kg/s	$= \frac{F_y}{v} = \frac{Fk}{\omega} = \frac{F}{c} = \mu c$ $= \sqrt{\mu F}$
Puissance instantanee $\bar{W}$	$= \frac{Z\omega^2 A^2}{2}$
Puissance transportee par l'onde progressive	$W(x,t) =$ $Z\omega^2 A^2 sin^2(\omega t - kx + \varphi)$ $W(x_0,t) =$ $Z\omega^2 A^2 sin^2(\omega t + \varphi)$
Coefficient de reflexion en puissance (R)	$= \frac{\bar{W_r}}{\bar{W_i}} = (\frac{A_r}{A_i})^2$ $= (\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2})^2 = r^2$
Coefficient de transmission en puissance (T) Puissance moyenne transportee par les 3 ondes	$= \frac{\bar{W_t}}{\bar{W_i}} = \frac{Z_2}{Z_1}(\frac{A_t}{A_i})^2$ $= \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1+Z_2)^2} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot t^2$ $\bar{W_i} = \frac{Z_1\omega^2 A_i^2}{2}$ $\bar{W_r} = \frac{Z_1\omega^2 A_r^2}{2}$ $\bar{W_t} = \frac{Z_2\omega^2 A_t^2}{2}$

Notes:
- F est la mesure de cohésion élastique (tension N)
- μ est la mesure d'inertie (g/m)

Exemple: Expression des MHS



Selon x

$$a_x = \underset{MHS_1}{3cos(\tfrac{\pi}{2})} + cos(45°)\cdot\underset{MHS_2}{2cos(\tfrac{\pi}{3})} + sin(30°)\cdot\underset{MHS_3}{1cos(\tfrac{\pi}{4})} = 1.06$$
$$b_x = \underset{MHS_1}{3sin(\tfrac{\pi}{2})} + cos(45°)\cdot\underset{MHS_2}{2sin(\tfrac{\pi}{3})} + sin(30°)\cdot\underset{MHS_3}{1sin(\tfrac{\pi}{4})} = 4.58$$

$$A_{R_x} = \sqrt{1.06^2 + 4.58^2} = 4.6996$$
$$\psi_{R_x} = tan^{-1}(\tfrac{4.58}{1.06}) = 1.343$$
$$X_R(t) = 4.7cos(\omega t + 1.3)$$

Selon y

$$a_y = \underset{MHS_4}{2cos(0)} + sin(45°)\cdot\underset{MHS_2}{2cos(\tfrac{\pi}{3})} + cos(30°)\cdot\underset{MHS_3}{1cos(\tfrac{\pi}{4})} = 3.32$$
$$b_y = \underset{MHS_4}{2sin(0)} + sin(45°)\cdot\underset{MHS_2}{2sin(\tfrac{\pi}{3})} + cos(30°)\cdot\underset{MHS_3}{1sin(\tfrac{\pi}{4})} = 1.84$$

$$A_{R_y} = \sqrt{1.06^2 + 4.58^2} = 3.79$$
$$\psi_{R_y} = tan^{-1}(\tfrac{4.58}{1.06}) = 0.51$$
$$Y_R(t) = 3.79cos(\omega t + 0.51)$$

Equation de la trajectoire

$$(\tfrac{x}{4.7})^2 + (\tfrac{y}{3.79})^2 - \tfrac{2xy}{4.7\cdot 3.79}\,cos(0.51-1.3) = sin^2(0.51-1.3)$$
$$0.045x^2 + 0.07y^2 - 0.079xy = 0.5046$$

Varia

1 rad = 0.1591549431 circle, 1 circle = 6.2831853072 rad

$sin(1) = cos(1-\frac{\pi}{2})$, $cos(1) = sin(1+\frac{\pi}{2})$

$sin = \frac{o}{h}$, $cos = \frac{a}{h}$, $tan = \frac{o}{a}$

Exemple: Graphique d'onde

Onde sinusoidale se propage vers la gauche le long d'une corde de masse lineique de 25 g/m et soumise a une tension de 3.6 N. Figure inexistante illustre la corde a t=0. La fonction commence a 3.54 sur l'axe des y. L'echelle de la figure est: selon x, 1cm = 10cm et selon y, 1cm = 2mm

a) Amplitude: 5mm
b) Longueur d'onde: λ = 40cm
c) Vitesse de propagation: $c = \frac{3.6N}{25/(1\cdot 100\cdot 10)} = 12m/s = 1200cm/s$
d) Frequence: $solve(1200 = 40\cdot f, f) = 30Hz$
e) Fonction d'onde: $y(x,t) = 5cos(60\pi t + \frac{\pi}{20}x + \varphi)$
$\omega = 3\pi f = 60\pi$, $k = \omega/c = \pi/20$
$solve(y(0,0) = 3.54, \varphi) = 0.78$ *ou* $5.5 = 0.78$
$y(x,t) = 5cos(60\pi t + \frac{\pi}{20}x + 0.78)$
f) Vitesse maximale: $v_{max} = \omega A = 60\pi 5 = 300\pi$

Exemple: Plein d'ondes

On observe que 64% de la puissance transportée par une onde incidente est transmise au second milieu. Cette corde, de masse linéique 1,5 g/cm est plus massive que la corde 1. Par ailleurs la tension est de 135N.
On deduit que $\mu_2 = 1.5g/cm$, $F = 135N$, $T = 64\%$

a) Impedances des deux milieux?

$$Z_2 = \sqrt{1.5\frac{gm}{\_cm}\cdot 135} = 4,5kg/s$$

$$solve(0.64 = \frac{4\cdot Z_1\cdot 4.5}{(Z_1+4.5)^2}, Z_1) = 1,125\ or\ 18 = 1,125??$$

b) On sait que l'onde transmise transporte en moyenne 127.91 W et est caracterisee par une longueur d'onde de 1m et une phase initiale a l'origine de $-\frac{\pi}{2}$. Fonctions d'onde des trois ondes?

$$T = \frac{\bar{W_T}}{\bar{W_i}} = 0.64$$

$$solve(\frac{127.91}{W_i} = 0.64, W_i) = 199,86W$$

$$W_i = \frac{Z_1\omega^2 A_i^2}{2} = ...Bedtime$$