

# 流体の数値計算プログラムの作成 レポート 修正版

B4 津田修一郎

2021/6/21

## 修正リスト

- 2.1 異なる条件でも同じ座標で速度ベクトルを書くために、格子点数変更
- 2.1  $\Psi = 0$  とした場所の説明追加
- 2.2 グラフに表示する格子点の間隔に関する説明追加
- 図 1~9 cavity の形を正方形, 縦横比 1:1 に変更
- 図 1~3 速度ベクトルを書く格子点を間引く
- 図 4~6 流線における流れ関数  $\Psi$  の値を凡例に追加

## 1 環境

プログラム実行環境: gfortran

グラフ描画ソフト: gnuplot

エディタ: Visual Studio Code

## 2 数値計算の手順, 手法

### 2.1 流れ関数と渦度を求めるプログラムの実装

流れ関数-渦度法により, cavity 内の流れを解いた. 基礎方程式や境界条件については [1] に従った. **ただし, cavity の 4 つの壁上において流れ関数  $\Psi = 0$  と決めた.** 数値計算は, (i) レイノルズ数  $Re = 50$ , 格子点 ~~50 × 50~~ **51 × 51**, (ii) レイノルズ数  $Re = 200$ , 格子点 ~~100 × 100~~ **101 × 101**, (iii) レイノルズ数  $Re = 500$ , 格子点 ~~150 × 150~~ **151 × 151** の 3 つの条件で行った.

### 2.2 速度ベクトル図の描画

流れ関数と渦度を求めるプログラムの実装により得られた流れ関数  $\Psi$  より, 速度場  $(u, v)$  を

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad (1)$$

を用いて求めた。ただし,  $u, v$  の境界条件は

$$u = -1, v = 0 \quad \text{移動壁上} \quad (2)$$

$$u = 0, v = 0 \quad \text{静止壁上} \quad (3)$$

とした。速度ベクトルは,  $x = 0, 0.04, \dots, 0.96, 1, \quad y = 0, 0.04, \dots, 0.96, 1$  上の格子点のものを描画した。

## 2.3 流線図の描画

流線は流れ関数  $\Psi = \text{const}$  で表されることを用いて, 流れ関数と渦度を求めるプログラムにより求めた流れ関数を用いて流線図を描画した。

## 2.4 等圧線図の描画

圧力のポアソン方程式

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 2 \left[ \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) - \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \quad (4)$$

により圧力分布を求め, 等圧線図を描画した。差分方程式は, 格子間隔  $h (= \Delta x = \Delta y)$  とし,

$$p_{i,j}^{n+1} = \frac{(p_{i+1,j}^n + p_{i-1,j}^n) + (p_{i,j+1}^n + p_{i,j-1}^n) - b_{i,j}^n h^2}{4}$$

$$b_{i,j}^n = 2 \left[ \frac{\Psi_{i+1,j} + \Psi_{i-1,j} - 2\Psi_{i,j}}{h^2} \frac{\Psi_{i,j+1} + \Psi_{i,j-1} - 2\Psi_{i,j}}{h^2} - \left( \frac{\Psi_{i+1,j+1} - \Psi_{i+1,j-1} - \Psi_{i-1,j+1} + \Psi_{i-1,j-1}}{4h^2} \right)^2 \right] \quad (5)$$

境界条件は

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (y = 0, 1) \quad (6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (x = 0, 1) \quad (7)$$

とした。

## 3 数値計算の結果

### 3.1 速度ベクトル図

図 1, 2, 3 にそれぞれ条件 (i), (ii), (iii) の速度ベクトル図を示す。これらの図より,  $(0, 1), (1, 1)$  間を結ぶ線分に相当する移動壁面付近で比較的速い流れが生じ, cavity 内に 1 つの渦ができていることが確認できる。また, レイノルズ数  $Re$  が大きくなるにつれて、渦の中心が点  $(1, 1)$  に近づくことが確認できる。さらに, レイノルズ数  $Re = 500$  のときには  $y = 0$  付近で流体の速さがおおよそ 0 であることがわかった。

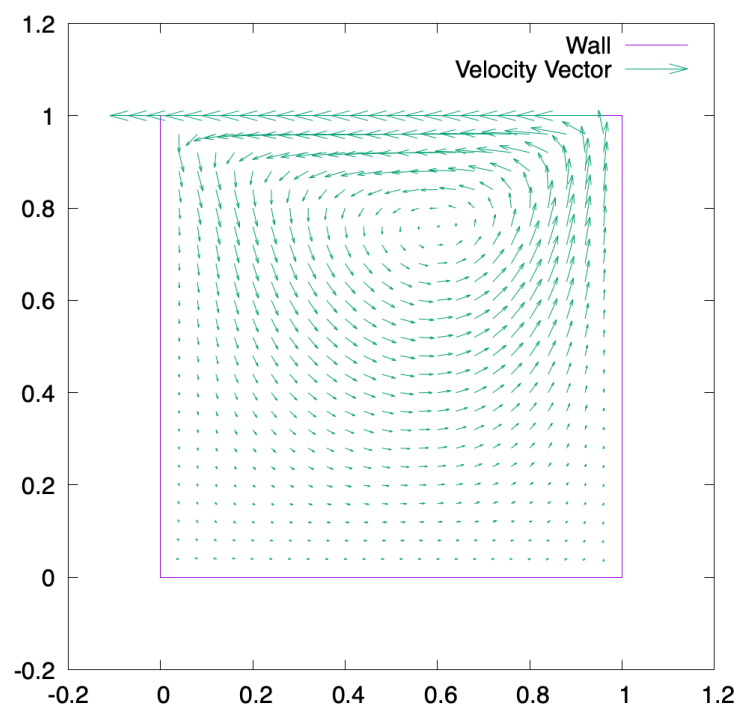


図1 速度ベクトル図 (i)

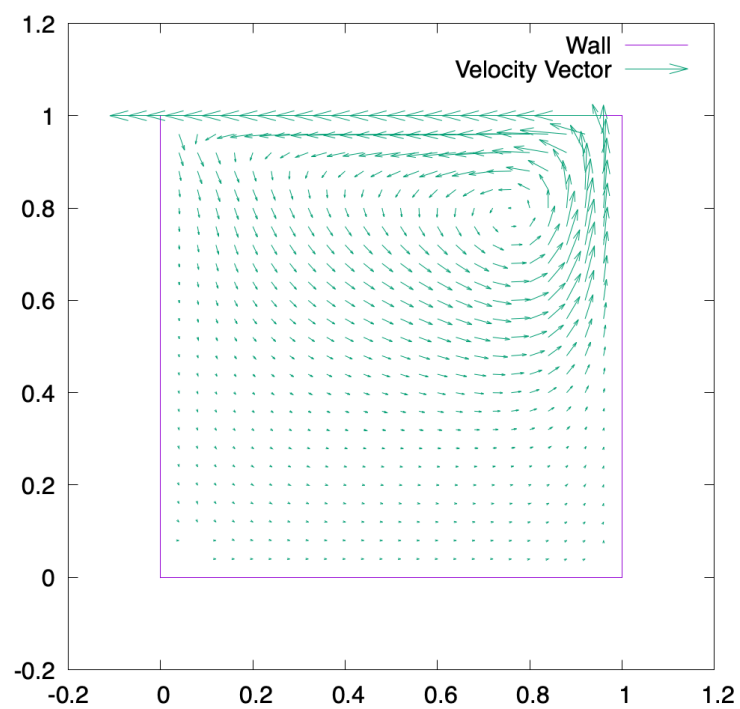


図2 速度ベクトル図 (ii)

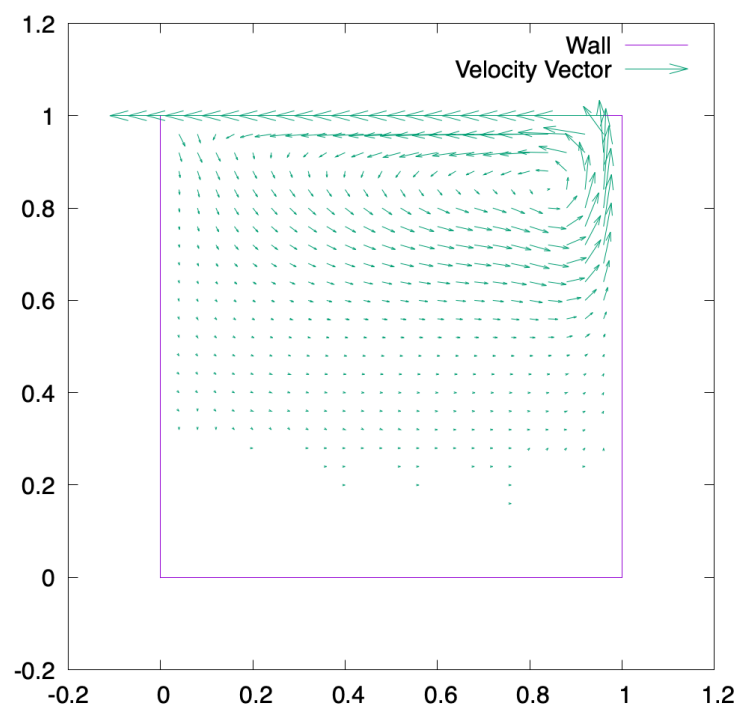


図 3 速度ベクトル図 (iii)

## 3.2 流線図

図 4,5,6 にそれぞれ条件 (i),(ii),(iii) の流線図を示す. 中間報告においては, gnuplot の格子状データを生成する dgrid3d 機能を用いていたため, 比較的離れた格子点の情報が入ってしまっていた. しかし, その後データを格納している csv ファイルの形式を修正し, dgrid3d を使わず, 数値解析によって得られた値をそのまま格子状データとして描画する方法を用いたので, 最近接点のみの情報で表現できた.

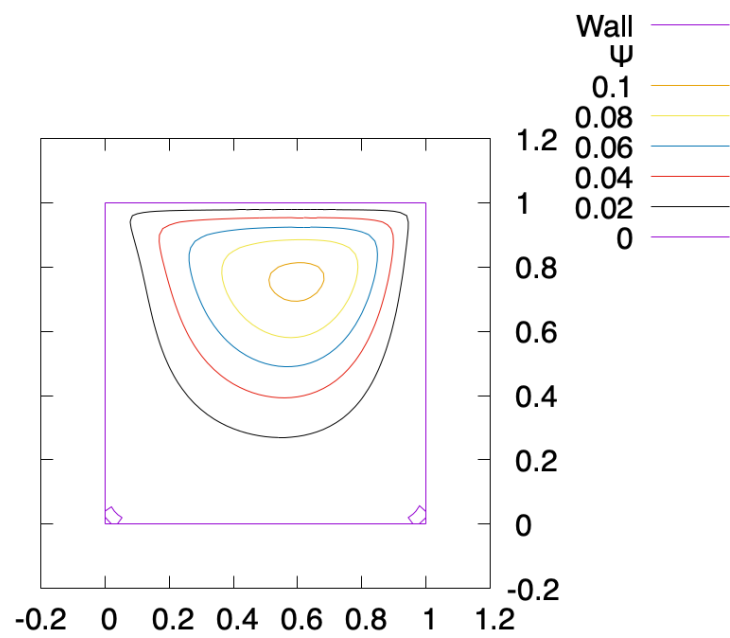


図 4 流線図 (i)

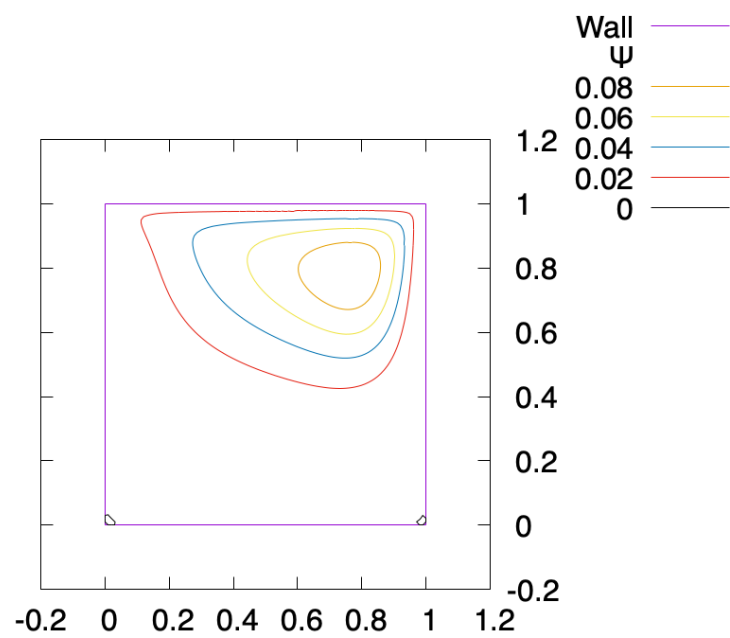


図 5 流線図 (ii)

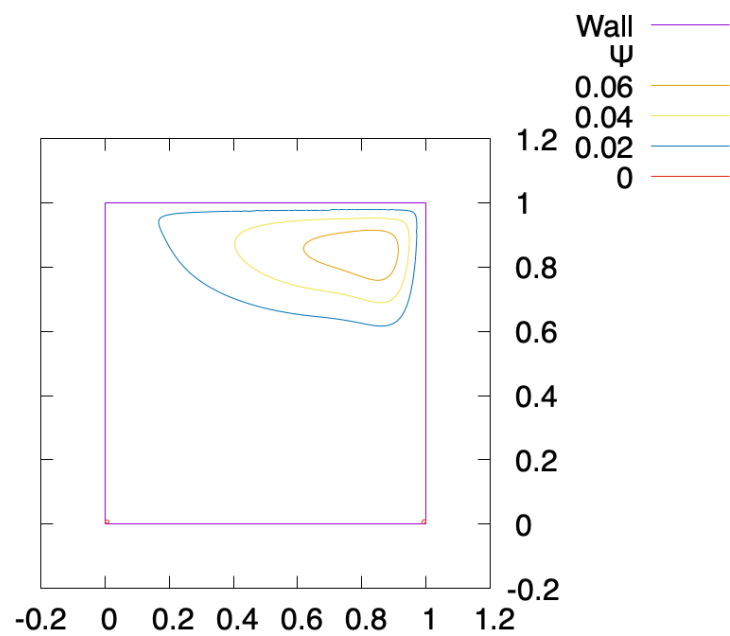


図 6 流線図 (iii)

### 3.3 等圧線図

図 7,8,9 にそれぞれ条件 (i),(ii),(iii) の等圧線図を示す.  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  を結ぶ線分付近で圧力が高く, 点  $(0,1)$ ,  $(1,1)$  付近で圧力が低い結果となった.

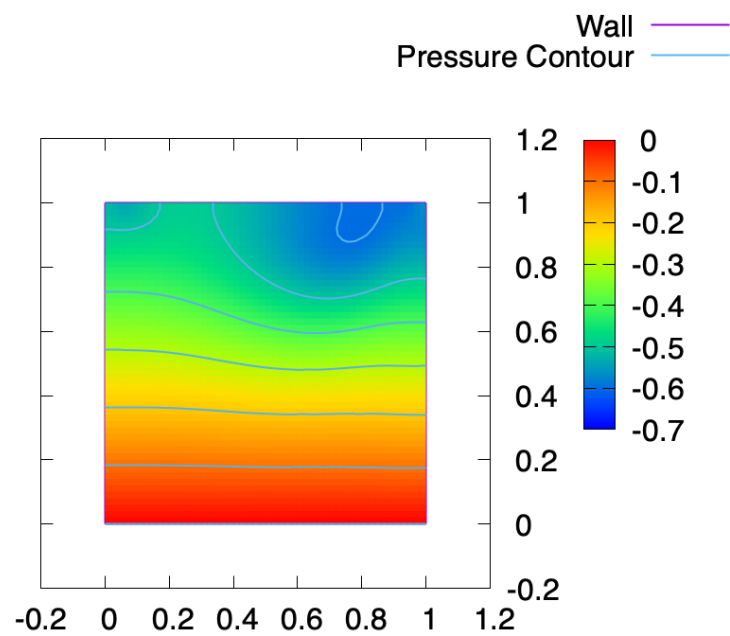


図 7 等圧線図 (i)

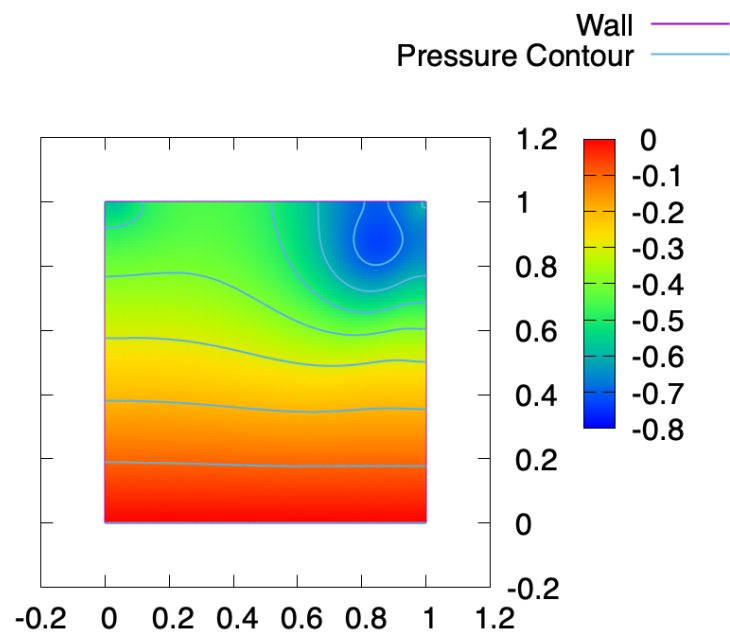


図 8 等圧線図 (ii)

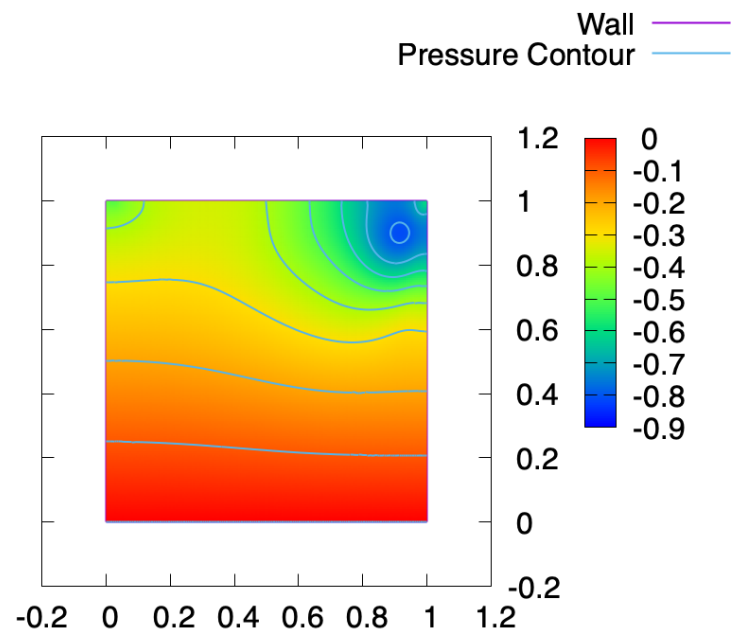


図9 等圧線図 (iii)

## 参考文献

- [1] 研究室資料. 流体の数値計算（川口光年先生 1976 年頃）.pdf