

所属类别	2023 年“华数杯”全国大学生数学建模竞赛	参赛编号
研究生组		CM2300275

基于单克隆优化多目标模型的最优配色设计

摘 要

在为不透明制品配色的问题中，本文基于 K-M 光学模型以及 CIELAB 色彩空间的总色差计算方法，根据总色差、成本价格以及着色剂克重使用量等问题，考虑每种配方的色差、浓度等约束从而建立模型，并给出了最优配方，从而节省了大量人力、物力和财力，对减少能耗产生了重要的意义。

针对问题一，要讨论附件中不同波长下三种着色剂的 K/S 与浓度关系，我们首先对数据进行预处理，并根据 K/S 与浓度在不同波长下的分布图，得到数据之间的线性关系。再采用最小二乘法，建立三种着色剂在不同波长下的 K/S 与浓度的拟合模型，并得到拟合系数。结果如表 3-1 所示，所有的拟合系数均在 0-1 范围内，说明自变量能够解释因变量变化的百分比，拟合优度均接近于 1，说明模型对数据的拟合效果较好。

针对问题二，要建立不透明制品配色的优化模型并给出 10 个最为接近的不同配方。我们首先以最优配方与目标样的总色差最小为目标函数，以每种配方色差小于 1，浓度不小于 0 为约束条件，根据 K-M 光学模型，建立不透明制品最优配色优化模型。通过最小二乘的三刺激值匹配算法求解，最终得到最优的 10 种不同配方，总色差为 0.116，例：红、黄、蓝染色剂浓度分别取 4.5186%，1.1627%，0.1906%，色差为 0.0058，具体结果见表 4-1。

针对问题三，要在问题二的基础上，考虑成本控制和批量配色，改进模型并给出 10 个不同的配方。我们首先以总色差尽可能小、成本价格尽可能低为目标函数，以每种配方色差小于 1，浓度不小于 0，总配色基地材料为 2kg 为约束条件，建立多目标制品配色优化模型。通过改进单克隆算法的多目标三刺激值配色算法求解，最终得到最优的 10 种不同配方，总色差为 0.9889，总成本价格为 69.5399 元，例：红、黄、蓝染色剂浓度分别取 9.0130%，0.2045%，2.2786%，具体结果见表 5-1。

针对问题四，要在问题三的基础上，配色尽可能使用较少的着色剂，且结合 5 种样本给出 5 种最优配色方案。我们以总色差尽可能小、成本价格尽可能低以及使用着色剂克重尽可能少为目标函数，以每种配方色差小于 1，浓度不小于 0，总配色基地材料为 2kg 为约束条件，建立多目标制品配色优化模型。通过多目标单克隆配色算法求解，最终得到最优的 5 种不同配方，总色差为 0.4837，总成本价格为 27.9876 元，色母粒总克重为 450.4401 克，例：红、黄、蓝染色剂浓度分别取 4.5058%，0.0982%，1.1433%，具体结果见表 6-1。

最后，介于我们对对不透明制品最优配色方案的研究，建议有关部门可以针对我们所建立的模型以及采用的方法进行进一步的改进并加以推广。

关键词：三刺激值匹配算法；最小二乘法；单克隆配色算法；多目标规划模型

一、问题背景与问题重述

1.1 问题背景

日常生活中五彩缤纷的不透明有色制品是由着色剂染色而成。因此，不透明制品的配色对其外观美观度和市场竞争力起着重要作用。然而，传统的人工配色存在一定的局限性，如主观性强、效率低下等。因此，研究如何通过计算机方法来实现不透明制品的配色具有重要意义。计算机配色是基于辐射度学、光度学、色度学和计算机科学等多学科的一门新技术，其内容广泛且复杂，涉及矩阵分析、介质光学、辐射传输以及吸收散射理论等诸多知识。对于织物类的不透明材料，一般对于不透明的混浊介质而言，计算机配色理论是指由 Kubelka-Munk (简称 K-M) 光学模型和色料加和混合模型组成的 K-M 单常数理论和 K-M 双常数理论。使用计算机配色理论对不透明制品进行配色，相较于人工配色，节省大量人力、物力和财力，对减少能耗具有重要意义。

1.2 待解决的问题

问题一：本题要求通过分别计算红、黄、蓝三种着色剂在不同波长下的 K/S 与浓度的关系，分别得到拟合模型并将拟合系数结果写入表格中。

问题二：本题要通过建立不透明制品配色优化模型，通过附件三中给定的目标样的 R 值根据 K-M 方程以 CIELAB 色彩空间的及总色差计算方法，计算实际目标的色度，并基于光谱三刺激值加权表与着色剂 K/S 基础数据库，采用优化模型匹配出 10 个不同的配方，使得目标样与配方的色差小于 1。

问题三：在问题二的基础上，本题同时考虑成本控制和批量配色，进而改进建立的配色模型。要求针对 2kg 的基底材料进行配色，在色差小于 1 的约束条件下，通过优化模型求解给出与目标样之间色差最接近的 10 个不同配方。

问题四：在问题三的基础上，本题要求配色所需要的着色剂尽可能的少，同时保证能够成本的控制以及批量配色。同样在色差小于 1 的约束下，根据附件三中前 5 个样本的配色方案，分别给出 5 个不同的配色方案。

二、模型假设及符号说明

2.1 模型假设

(1) 假设一：假设物体表面或内部是均匀的，光通过物体传播不受物体表面或内部杂质影响。

(2) 假设二：假设在为基底材料配色时，严格按照色母粒克重配色，不考虑剩余残质现象。

(3) 假设三：假设配色的质量仅考虑 CIELAB 色彩空间的总色差 ΔE 方法，不受心理因素、生理因素和其他条件的影响。

(4) 假设四：假设染料不会在空气中扩散，避免微量分子运动对结果产生影响。

(5) 假设五：假设不考虑光通过物体时，反射、透射率产生的影响，本文统一采用反射率以 20nm 为间隔的光谱数据来表示。

2.2 符号说明

本文中所用符号的说明如下表所示。

表 2-1 符号说明

符号	含义
ΔE_i	第 i 个样本的总色差
C_{ij}	第 i 个样本的第 j 种着色剂浓度
$R_i(\lambda)$	第 i 个样本在 λ 波长下的 R 值
ΔC_{s_i}	第 i 个样本色度差 ΔC_s
ΔH_i	第 i 个样本色相差 ΔH
m_{ij}	第 i 样本第 j 个着色的基材重量
g	色母粒单位克重价格。
Pr	配色方案的成本
p_1, p_2, p_3	优先级别因子
d^-	目标规划负偏差
Pg	配方方案所需要的着色剂总克重

三、问题一的模型建立与求解

3.1 问题一分析

问题一中根据三种着色剂在不同波长下，K/S 值与浓度的关系，得到关系式以及拟合系数。我们首先进行数据分析与预处理，以防止异常数据对后续分析的影响，可得到无异常数据。通过分析 K/S 值与不同浓度在不同波长的分布，通过曲线拟合方法建立相应的模型，得到不同波长下，K/S 值与浓度关系的回归方程以及拟合系数。

3.2 问题一数据分析与预处理

根据附件中所给数据，为防止存在异常值从而导致影响后续的实验结果，我们对每组数据进行了预处理。

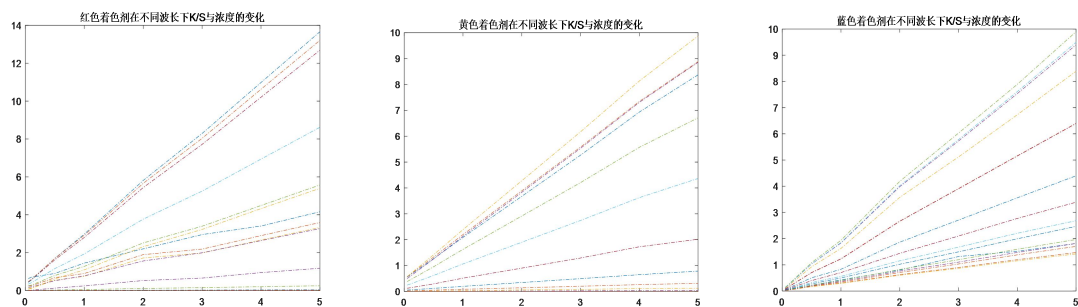


图 3.1 数据检测结果

由上图所示，可得到，每种着色剂分别在不同波长下，浓度变化所对应的 K/S 值均处于线性关系上，因此无异常类数据。

3.3 问题一的模型建立

当配色的三种染料浓度相同时，分别建立三种着色剂在不同波长下 K/S 与浓度的关系。首先分别绘制出 K/S 值域浓度之间的关系图，如图 3.2 所示。

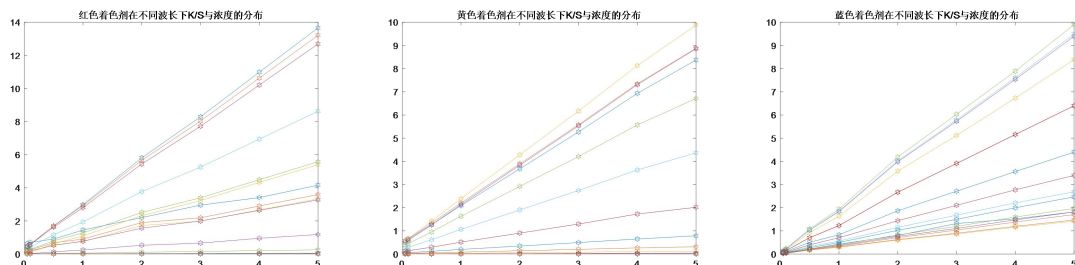


图 3.2 三种着色剂的 K/S 值与浓度分布情况

从上图中可看出 K/S 与浓度呈现较明显的线性函数关系，因此可以建立一元线性回归模型。如下，分别得到不同波长下，K/S 与浓度的回归方程、拟合系数以及拟合优度结果：

表 3-1 问题一相关结果数据

波长	红		黄		蓝	
	函数关系式	拟合系数	函数关系式	拟合系数	函数关系式	拟合系数
400nm	$K/S=1.3929C-0.9047$	0.9940	$K/S=0.6284C-0.3064$	0.9998	$K/S=2.6709C-0.1116$	0.9899
420nm	$K/S=1.4844C-0.3959$	0.9899	$K/S=0.5913C-0.2944$	0.9998	$K/S=3.4160C-0.0660$	0.9995
440nm	$K/S=1.5493C-0.2274$	0.9890	$K/S=0.5287C-0.2582$	0.9999	$K/S=3.5367C-0.0617$	0.9995
460nm	$K/S=1.6065C-0.2830$	0.9971	$K/S=0.5878C-0.2481$	0.9998	$K/S=2.7570C-0.0435$	0.9997
480nm	$K/S=0.9326C-0.2124$	0.9990	$K/S=0.7744C-0.2524$	0.9997	$K/S=2.5464C-0.0455$	0.9997
500nm	$K/S=0.5994C-0.1745$	0.9996	$K/S=1.1887C-0.2512$	0.9997	$K/S=1.8541C-0.0627$	0.9991
520nm	$K/S=0.4052C-0.1451$	0.9998	$K/S=2.5537C-0.2846$	0.9985	$K/S=1.4722C-0.0569$	0.9995
540nm	$K/S=0.3748C-0.1251$	0.9998	$K/S=6.7011C-0.3199$	0.9999	$K/S=1.1349C-0.0367$	0.9992
560nm	$K/S=0.3894C-0.1474$	0.9998	$K/S=16.8864C-0.4047$	0.9993	$K/S=0.7807C-0.0274$	0.9996
580nm	$K/S=0.9308C-0.0416$	0.9992	$K/S=40.5875C-0.3614$	0.9818	$K/S=0.5965C-0.0326$	0.9993
600nm	$K/S=4.2668C-0.0408$	0.9958	$K/S=144.6520C-0.6775$	0.9995	$K/S=0.5330C-0.0331$	0.9995
620nm	$K/S=20.1415C-0.1799$	0.9995	$K/S=452.1254C-1.0877$	0.9994	$K/S=0.5071C-0.0338$	0.9995
640nm	$K/S=103.1881C-0.6954$	0.9990	$K/S=1005.7260C-2.0258$	0.9998	$K/S=0.5274C-0.0305$	0.9995

660nm	K/S=202.7589C-1.0442	0.9997	K/S=1682.3012C-2.9813	0.9995	K/S=0.7807C-0.0221	0.9996
680nm	K/S=589.4830C-3.9011	0.9872	K/S=2534.3929C-4.2596	0.9989	K/S=2.0297C-0.0356	0.9998
700nm	K/S=1372.3211C-8.5853	0.9858	K/S=3084.7196C-4.4695	0.9984	K/S=2.9178C-0.0129	0.9997

从表 3-1 中可看出，所有的拟合系数均在 $0 \leq R^2 \leq 1$ 范围内，说明自变量能够解释因变量变化的百分比。所有 K/S 值与浓度在不同波长下拟合的模型中，其拟合优度均接近于 1，说明模型对数据的拟合效果较好。

四、问题二的模型建立与求解

4.1 问题二分析

问题二基于三刺激值加权表以及与着色剂 K/S 值的关系，在已知目标样 R 值的前提下，得到 10 种最优配色方案。我们首先根据 K-M 光学模型以及 CIELAB 色彩空间的总色差计算方法，建立不透明制品最优配色优化模型，以总色差尽可能小为目标函数，约束于色差小于 1，且每种着色剂的浓度均大于等于 0 的条件，并满足于总色差计算方法以及 K-M 光学模型，通过最小二乘的三刺激值匹配算法求解，最终得到最优的 10 个不同的配方。

4.2 问题二的模型建立

4.2.1 不透明制品最优配方优化模型

要配出与目标样本的色差最为接近的 10 个不同配方，通常使用色差作为配色效果好坏的标准。因此，我们要尽可能的使得配出的配方与目标样本的总色差最小，建立目标函数模型如下：

$$\min \left| \sum_{i=1}^{10} \Delta E_i \right| \quad (4-1)$$

其中， ΔE_i 表示第 i 个样本的总色差。

(1) 根据色差小于 1 的要求，我们给出相应约束模型：

$$\Delta E_i < 1 \quad (i = 1, \dots, 10) \quad (4-2)$$

(2) 对于第 i 个样本，对三种不同的着色剂采用不同浓度配比进行配色，其建立的模型如下：

$$\left(\frac{K}{S}\right)_i = \left(\frac{K}{S}\right)_{i0} + \sum_{j=1}^3 C_{ij} \left(\frac{K}{S}\right)_{ij} \quad (4-3)$$

其中， C_{ij} 表示第 i 个样本的第 j 种着色剂浓度。

(3) 在色差的计算过程中，由于与色度有影响的因素为 R 值，因此我们只需保证模型方案中 R 值与目标 R 值最为相近，即可得到最优配色方案，模型如下：

$$R_i(\lambda) = 1 + \left(\frac{K}{S}\right)_i - \sqrt{\left(\frac{K}{S}\right)_i^2 + 2\left(\frac{K}{S}\right)_i} \quad (4-4)$$

其中, $R_i(\lambda)$ 表示第 i 个样本在 λ 波长下的 R 值。

4.2.2 不透明制品色差计算模型

根据标准色差计算方法, 可得到第 i 个样本的总色差计算模型, 如下:

$$\Delta E_i = (\Delta L_i^2 + \Delta C_{Si}^2 + \Delta H_i^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4-5)$$

其中, 第 i 个样本明度差 ΔL 的计算如下:

$$\Delta L_i = |L_{i1} - L_{i2}| \quad (4-6)$$

第 i 个样本色度差 ΔC_s 的计算如下:

$$\Delta C_{Si} = (a_{i1}^2 + b_{i1}^2)^{\frac{1}{2}} - (a_{i2}^2 + b_{i2}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4-7)$$

第 i 个样本色相差 ΔH 的计算如下:

$$\Delta H_i = (\Delta C_{Ci}^2 - \Delta C_{Si}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4-8)$$

这里, ΔC_{Ci} 的计算如下:

$$\Delta C_{Ci} = [(a_{i1} - a_{i2})^2 + (b_{i1} - b_{i2})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4-9)$$

颜色参数明度 L 、红绿色度 a 、黄蓝色度 b 的计算方式如下:

当 $\frac{X_i}{X_0}, \frac{Y_i}{Y_0}, \frac{Z_i}{Z_0}$ 大于 0.008856 时,

$$\begin{cases} L_i = 116\left(\frac{Y_i}{Y_0}\right)^{\frac{1}{3}} - 16 \\ a_i = 500\left[\left(\frac{X_i}{X_0}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{Y_i}{Y_0}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \\ b_i = 200\left[\left(\frac{Y_i}{Y_0}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{Z_i}{Z_0}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \end{cases} \quad (4-10)$$

当 $\frac{X_i}{X_0}, \frac{Y_i}{Y_0}, \frac{Z_i}{Z_0}$ 小于 0.008856 时,

$$\begin{cases} L_i = 903.3\left(\frac{Y_i}{Y_0}\right) \\ a_i = 3893.5\left(\frac{X_i}{X_0} - \frac{Y_i}{Y_0}\right) \\ b_i = 1557.4\left(\frac{Y_i}{Y_0} - \frac{Z_i}{Z_0}\right) \end{cases} \quad (4-11)$$

计算颜色参数的三刺激值 XYZ 的模型如下:

$$\begin{cases} X_i = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{x}(\lambda) R_i(\lambda) d(\lambda) \\ Y_i = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) R_i(\lambda) d(\lambda) \\ Z_i = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{z}(\lambda) R_i(\lambda) d(\lambda) \end{cases} \quad (4-12)$$

其中, $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 分别表示观察者光谱三刺激值, $S(\lambda)$ 与 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 的乘积为固定值, d 表示测量物体反射率波长间隔。

4.2.3 不透明制品最优混合配色模型

目标函数:

$$\min \left| \sum_{i=1}^{10} \Delta E_i \right|$$

约束条件:

$$\begin{cases} \Delta E_i < 1 \quad (i=1, \dots, 10) \\ \left(\frac{K}{S}\right)_i = \left(\frac{K}{S}\right)_{i0} + \sum_{j=1}^3 C_{ij} \left(\frac{K}{S}\right)_{ij} \\ R_i(\lambda) = 1 + \left(\frac{K}{S}\right)_i - \sqrt{\left(\frac{K}{S}\right)_i^2 + 2\left(\frac{K}{S}\right)_i} \\ \Delta E_i = (\Delta L_i^2 + \Delta C_{Si}^2 + \Delta H_i^2)^{\frac{1}{2}} \\ \Delta L_i = |L_{i1} - L_{i2}| \\ \Delta C_{Si} = (a_{i1}^2 + b_{i1}^2)^{\frac{1}{2}} - (a_{i2}^2 + b_{i2}^2)^{\frac{1}{2}} \\ \Delta H_i = (\Delta C_{Ci}^2 - \Delta C_{Si}^2)^{\frac{1}{2}} \\ \Delta C_{Ci} = [(a_{i1} - a_{i2})^2 + (b_{i1} - b_{i2})^2]^{\frac{1}{2}} \\ C_{ij} \geq 0, j=1, 2, 3 \end{cases}$$

4.3 问题二的算法设计

4.3.1 基于最小二乘的三刺激值匹配算法

运用优化模型使用三刺激值通过三种染料组合匹配, 使得与目标样的色差最为接近, 从而三刺激值配色可以简化为下列形式:

$$\begin{cases} X_{std} - X_{our} = 0 \\ Y_{std} - Y_{our} = 0 \\ Z_{std} - Z_{our} = 0 \end{cases}$$

其中, X, Y, Z 表示三刺激值, std 表示标准色, our 表示匹配色。

Step1: 初始化分配方法, 输入 K/S 与浓度关系, 目标样 R 值以及 S 与 X, Y, Z 的乘积

固定值；

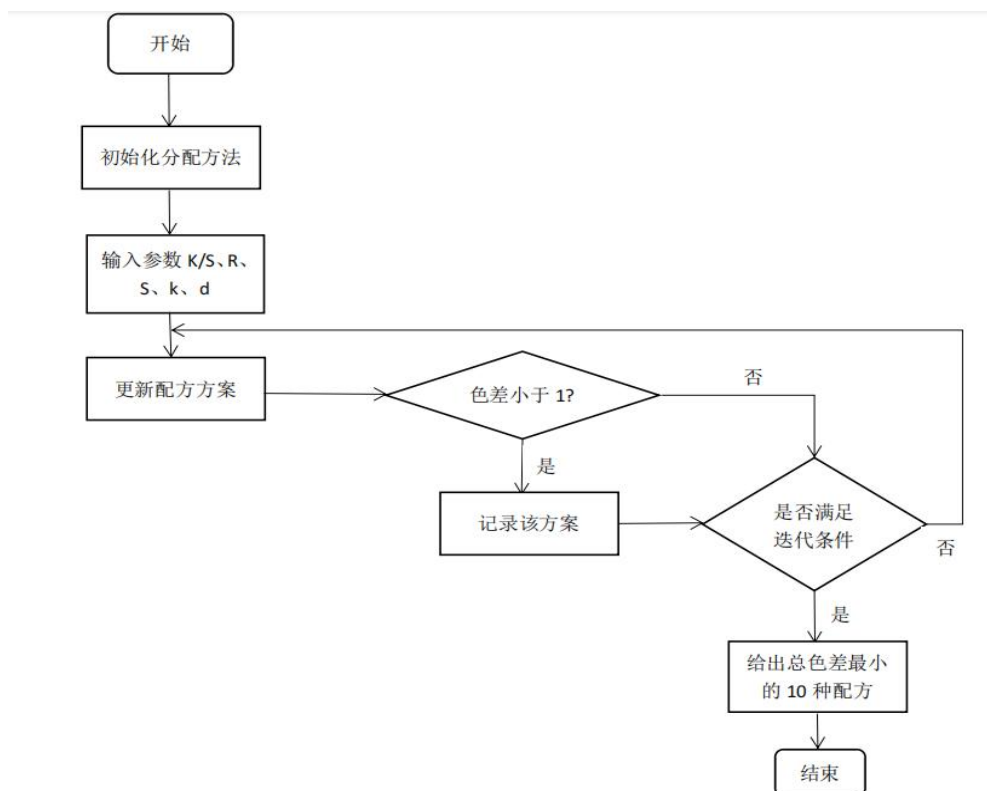
Step2:应用最小二乘法最小化三刺激差值，目标转化为下式，得到初始染料配方近似值，即：

$$(X_{\text{std}} - X_{\text{our}})^2 + (Y_{\text{std}} - Y_{\text{our}})^2 + (Z_{\text{std}} - Z_{\text{our}})^2 \rightarrow 0$$

Step3:重复迭代调整最初染料每种配方浓度，若色差大于 1，则继续；若色差小于 1，则记录该配方；

Step4:直到得到总色差最小的 10 种配方，停止迭代。

4.3.2 算法流程图



4.4 问题二的求解结果

表 4-1 色差最小配色方案

试样编号	色差最小拟合配方			色差
	红 (%)	黄 (%)	蓝 (%)	
1	4.5186	1.1627	0.1906	0.0058
2	1.5029	0.0732	1.5053	0.0040
3	2.4059	0.1990	1.7109	0.0002
4	0.1900	0.9973	4.3221	0.0076
5	0.1409	0.6957	3.5161	0.0031
6	4.7214	0.7171	0.3685	0.0163
7	3.5236	4.6388	0.7266	0.0496
8	1.5056	1.6090	1.5056	0.0183

9	0.8211	1.0000	3.5158	0.0014
10	1.2304	3.3088	4.3216	0.0097

五、问题三的模型建立与求解

5.1 问题三分析

问题三在问题二的基础上，要同时考虑成本价格以及批量配色的总色差，得到最佳的 10 个配色方案。我们建立多目标制品配色优化模型，以总色差尽可能小，成本价格尽可能低为目标函数，以色差小于 1，每种着色剂的浓度不小于 0，总可配色的基材重量为 2kg 作为约束条件，根据总色差计算方法以及 K-M 光学模型，通过基于单克隆算法的多目标三刺激值配色算法，最终得到最优的 10 个不同的配方。

5.2 问题三的模型建立

5.2.1 多目标规划模型建立

(1) 在问题二的基础上，同时考虑成本控制以及批量配色。当要求配色结果与目标样品色差最小，目标模型如下：

$$\min z_1 = \left| \sum_{i=1}^{10} \Delta E_i \right| \quad (5-1)$$

(2) 当考虑成本最低时，目标模型如下：

$$\min z_2 = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \cdot g_j \quad (5-2)$$

其中， m_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色的基材重量， C_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色剂的浓度， g 表示色母粒单位克重价格。

(3) 而实际上，我们需要同时满足上述两个目标模型，因此采用优先等级法建立多目标规划模型，按其重要程度不同的优先等级将其转化为单目标模型，目标函数如下：

$$\min z = p_1 \left(\sum_{i=1}^{10} \Delta E_i \right) + p_2 \cdot \text{Pr} \quad (5-3)$$

其中， Pr 表示配色方案的成本， p_1 ， p_2 表示优先级别因子。

成本价格模型如下：

$$\text{Pr} = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \cdot g_j \quad (5-4)$$

其中， m_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色的基材重量， C_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色剂的浓度， g 表示色母粒单位克重价格。

(1) 所需要配色的基底材料共 2kg，约束如下：

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^3 m_{ij} = 2 \quad (5-5)$$

(2) 我们根据着色剂配出的色度与目标样色度允许存在负偏差，建立模型如下：

$$\Delta E_i - d^- = 0, i = 1, \dots, 10 \quad (5-6)$$

其中， d^- 表示目标规划负偏差。

(3) 依旧保证每个样本色差小于 1，约束模型如下：

$$\Delta E_i < 1 \quad (i = 1, \dots, 10) \quad (5-7)$$

(4) 对三种不同的着色剂采用不同浓度配比对样本进行配色，模型如下：

$$\left(\frac{K}{S}\right)_i = \left(\frac{K}{S}\right)_{i0} + \sum_{j=1}^3 C_{ij} \left(\frac{K}{S}\right)_{ij} \quad (5-8)$$

其中， C_{ij} 表示第 i 个样本的第 j 种着色剂浓度。

5.2.2 多目标最优三刺激值配色模型

目标函数：

$$\min \quad z = p_1 \left(\sum_{i=1}^{10} \Delta E_i \right) + p_2 \cdot \text{Pr}$$

约束条件：

$$\begin{cases} \text{Pr} = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \cdot g_j \\ \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^3 m_{ij} = 2 \\ \Delta E_i - d^- = 0, i = 1, \dots, 10 \\ \Delta E_i < 1 \quad (i = 1, \dots, 10) \\ \left(\frac{K}{S}\right)_i = \left(\frac{K}{S}\right)_{i0} + \sum_{j=1}^3 C_{ij} \left(\frac{K}{S}\right)_{ij} \\ d_i^- \geq 0, i = 1, \dots, 10 \\ C_{ij} \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

5.3 问题三的算法设计

5.3.1 基于单克隆算法的多目标三刺激值配色算法

Step1:初始化生成待优化问题的可行解集合 P ，集合 P 是记忆抗体（成本价格）和保留抗体（总色差）权重之和，输入固定值参数 S 以及 $d=20, k=0.1$ ；

Step2:根据总色差计算模型，当色差小于 1 时，保留配色方案，否则，剔除该配色方案，跳转 **Step4**；

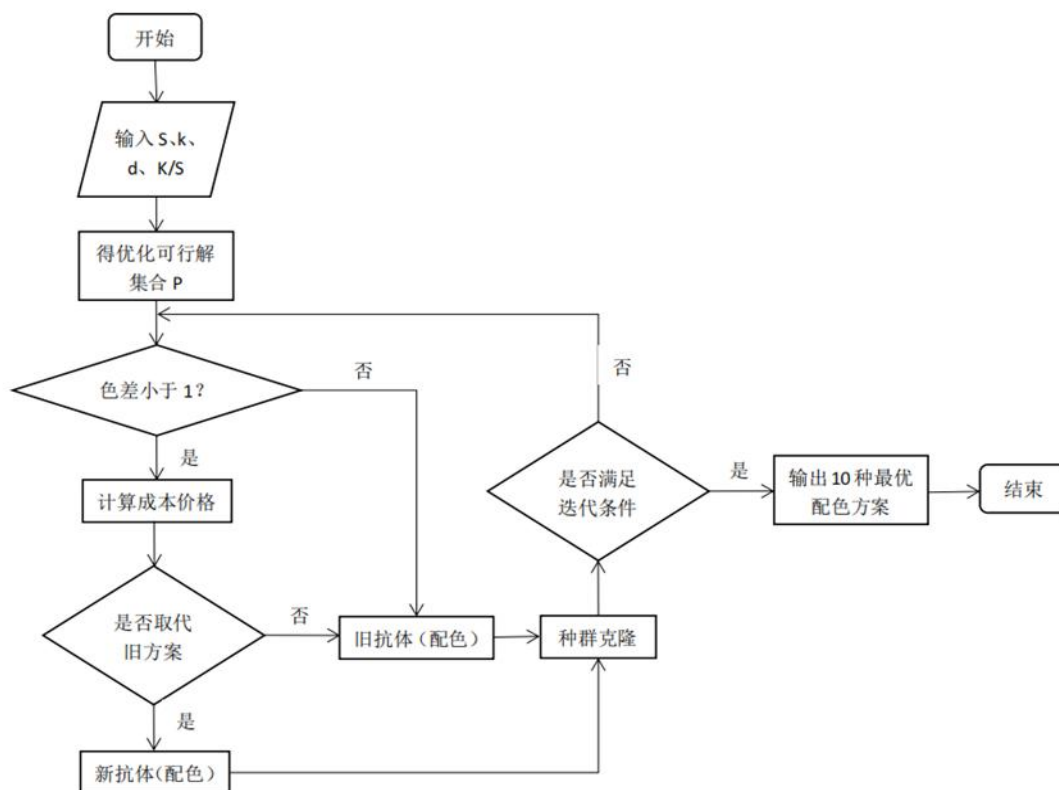
Step3:计算方案中的成本价格，记录该配方的色差值，根据模型(5-3)，若新抗体（新

配色)方案优于旧抗体(旧配色)方案,则取代,否则不取代该方案,对选择的方案进行克隆;

Step4:若未满足迭代次数,对克隆的种群进行高频变异操作,得到经过变异后的新的抗体种群,即新的多种配色方案,并跳转 Step2; 否则执行下一步。

Step5:记录 10 种最优染料配色种群, 停止。

5.3.2 算法流程图



5.4 问题三的求解结果

表 5-1 10 种最优配色方案

样品色号	红色	蓝色	黄色	色差	价格
1	9.0130	0.2045	2.2786	0.0991	7.0177
2	2.9926	2.9785	0.0000	0.0945	3.6720
3	4.7986	3.3980	0.2319	0.0997	5.1706
4	0.1130	8.6412	1.9755	0.1000	6.7958
5	0.0002	7.0286	1.3641	0.0991	5.3148
6	9.4149	0.6702	1.3337	0.0997	6.9381
7	7.0103	1.3977	9.2163	0.0999	11.0773
8	2.9913	2.9811	3.1813	0.0972	5.7407
9	1.6052	7.0095	1.9605	0.0997	6.6534
10	2.4302	8.6099	6.5801	0.0998	11.1594

表 5-1 为 10 种不同的最优配色方案, 总色差为 0.9889, 总成本价格为 69.5399 元, 每种配色方案的色差均小于 1。

六、问题四的模型建立与求解

6.1 问题四分析

问题四在问题二、三的基础上，要同时考虑成本价格，批量配色的总色差以及所需使用的着色剂克重，根据前 5 种样本得到最佳的 5 个配色方案。我们建立多目标制品配色优化模型，以总色差尽可能小，成本价格尽可能低，使用的着色剂克重尽可能小为目标函数，以色差小于 1，每种着色剂的浓度不小于 0，总可配色的基材重量为 2kg 作为约束条件，根据总色差计算方法以及 K-M 光学模型，通过基于多目标单克隆配色算法，最终得到最优的 10 个不同的配方。

6.2 问题四的模型建立

6.2.1 多目标规划模型建立

在问题二、三的基础上，既要考虑成本控制以及批量配色，又要考虑配色所需要着色剂的使用量。

(1) 当要求配色结果与目标样品色差最为接近时，如下建立目标模型：

$$\min z_1 = \left| \sum_{i=1}^5 \Delta E_i \right| \quad (6-1)$$

(2) 当考虑成本尽可能低时，目标模型如下：

$$\min z_2 = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \cdot g_j \quad (6-2)$$

其中， m_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色的基材重量， C_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色剂的浓度， g 表示色母粒单位克重价格。

(3) 考虑配色所需尽可能少的着色剂时，建立目标模型：

$$\min z_3 = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \quad (6-3)$$

其中， m_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色的基材重量， C_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色剂的浓度。(注：着色剂浓度=着色剂克重/基材重量)

(4) 根据不同优化目标的优先等级法建立多目标规划模型，建立最终的目标函数如下：

$$\min z = p_1 \left(\sum_{i=1}^5 \Delta E_i \right) + p_2 \cdot \text{Pr} + p_3 \cdot \text{Pg} \quad (6-4)$$

其中， Pr 表示配色方案的成本， p_1 ， p_2 ， p_3 表示优先级别因子， Pg 表示配方方案所需要的着色剂总克重。

成本价格模型如下：

$$\text{Pr} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \cdot g_j \quad (6-5)$$

其中， m_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色的基材重量， C_{ij} 表示第 i 样本第 j 个着色剂的浓度， g

表示色母粒单位克重价格。

着色剂克重需求模型如下：

$$Pg = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \quad (6-6)$$

(1) 所需要配色的基底材料共 2kg，约束如下：

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} = 2 \quad (6-7)$$

(2) 根据着色剂配出的色度与目标样色度允许存在负偏差，建立模型如下：

$$\Delta E_i - d^- = 0, i = 1, \dots, 10 \quad (6-8)$$

其中， d^- 表示目标规划负偏差。

(3) 依旧保证每个样本色差小于 1，约束模型如下：

$$\Delta E_i < 1 \quad (i = 1, \dots, 5) \quad (6-9)$$

(4) 对三种不同的着色剂采用不同浓度对比对样本进行配色，模型如下：

$$\left(\frac{K}{S}\right)_i = \left(\frac{K}{S}\right)_{i0} + \sum_{j=1}^3 C_{ij} \left(\frac{K}{S}\right)_{ij} \quad (6-10)$$

其中， C_{ij} 表示第 i 个样本的第 j 种着色剂浓度。

6.2.2 多目标制品配色优化模型

目标函数：

$$\min \quad z = p_1 \left(\sum_{i=1}^5 \Delta E_i \right) + p_2 \cdot Pr + p_3 \cdot Pg$$

约束条件：

$$\left\{ \begin{array}{l} Pr = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \cdot g_j \\ Pg = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} \cdot C_{ij} \\ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 m_{ij} = 2 \\ \Delta E_i - d^- = 0, i = 1, \dots, 10 \\ \Delta E_i < 1 \quad (i = 1, \dots, 5) \\ \left(\frac{K}{S}\right)_i = \left(\frac{K}{S}\right)_{i0} + \sum_{j=1}^3 C_{ij} \left(\frac{K}{S}\right)_{ij} \\ d_i^- \geq 0, i = 1, \dots, 5 \\ C_{ij} \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{array} \right.$$

6.3 问题四的算法设计

6.3.1 多目标单克隆配色算法

Step1:初始化生成待优化问题的可行解集合 P (色差小于 1 的配色方案), 输入固定值参数 S 以及 $d=20, k=0.1$;

Step2:根据总色差计算模型, 当色差小于 1 时, 保留配色方案, 否则, 剔除该配色方案, 跳转 Step4;

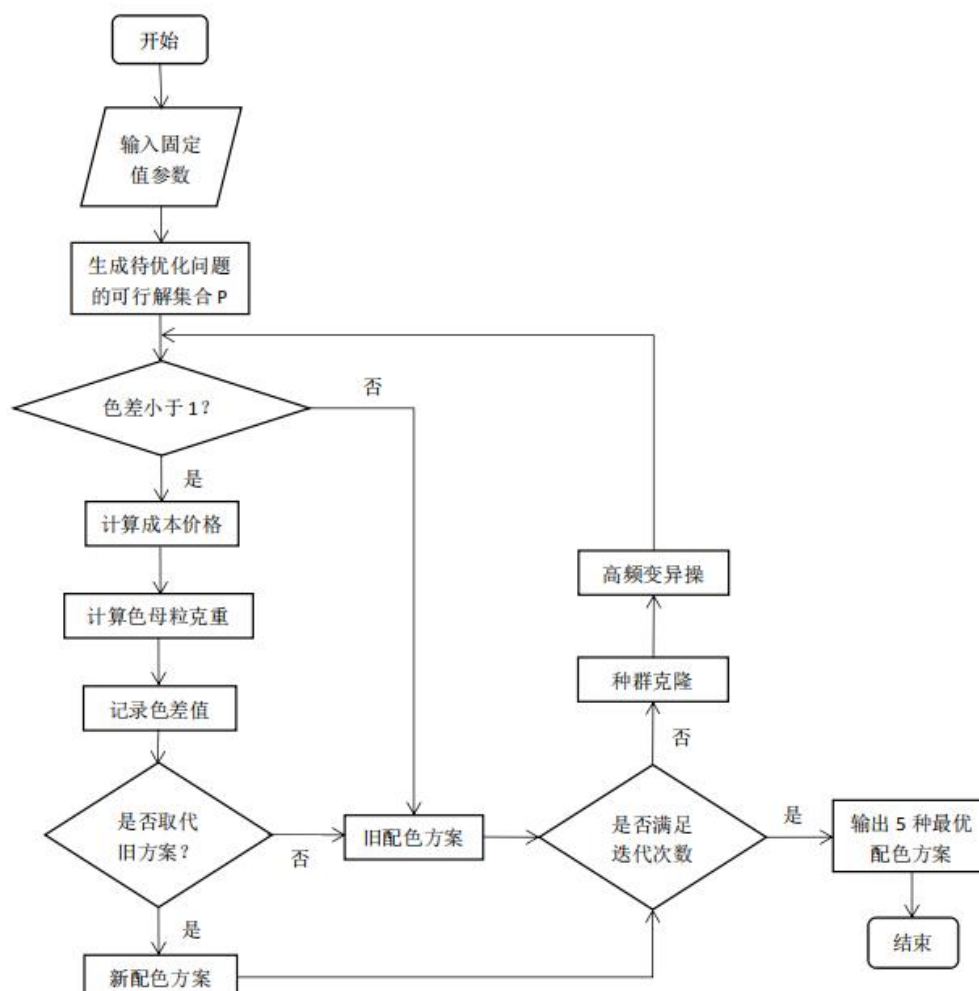
Step3:计算方案中的成本价格, 使用的染色剂母粒克重, 记录该配方的色差值;

Step4:若新抗体(新配色)方案优于旧抗体(旧配色)方案, 则取代, 否则不取代该方案, 依旧选择旧抗体(旧配色)方案;

Step5:若未达到设定迭代次数或未结果收敛, 则克隆选择的种群并进行高频变异操作, 得到经过变异后的新的抗体种群, 即新的多种配色方案, 并跳转 Step2; 否则执行下一步。

Step6:记录 10 种最优染料配色种群, 停止。

6.3.2 算法流程图



6.4 问题四的求解结果

表 6-1 5 种最优配色方案

样品色号	红色(%)	蓝色(%)	黄色(%)	色差	价格/元	色母粒 克重/克
1	4.5058	0.0982	1.1433	0.0996	7.0170	114.9469
2	1.4956	1.4913	0.0021	0.0872	3.6765	59.7796
3	2.3992	1.7005	0.1135	0.0999	5.1693	84.2658
4	0.0506	4.3241	0.9897	0.0999	6.7957	107.2888
5	0.0050	3.5196	0.6834	0.0970	5.3291	84.1590

表 6-1 为 5 种不同的最优配色方案，总色差为 0.4837，总成本价格为 27.9876 元，色母粒总克重为 450.4401 克，每种配色方案的色差均小于 1。

七、模型的优缺点及展望

7.1 模型的优点

本文分别建立了不透明制品最优配色优化模型、多目标制品配色优化模型，并通过最小二乘的三刺激值匹配算法、基于单克隆算法的多目标三刺激值配色算法、多目标单克隆配色算法分别求解，以每种配色方案的总色差小于 1，着色剂浓度不小于 0 等为约束条件，通过迭代最终分别得到最优的几种不同配方。通过结合单克隆算法，使用种群克隆可提高运行效率，减少运算时间，并能更精确的搜索到多种优解，充分解决了遗传算法等单个最优解算法求解的局限性。

7.2 模型的缺点

在实际不透明制品配色方案中仍有大量需要考虑的因素，比如光的反射率，吸收程度等问题，需要根据特殊的情况进行单独考虑。本文针对反射率波长为 20nm 以及部分固定值情况下进行了合理的分析与建模，具有一定的可行性。

7.3 模型的展望

可参考其他计算机配色模块算法，对单克隆算法进行改进，以加快收敛速度。对于线性的 K/S 与浓度关系情况下采用我们的上述几种模型进行求解可以进行相应的优化，也可以针对更为复杂的非线性 K/S 值与浓度关系等问题进一步的改进。真实的问题配色方案更加的复杂，在今后的工作中可以不断的优化数学模型以得到更具有现实意义的结论。

八、参考文献

[1] Allen, E. Basic equations used in computer color matching, II. Tristimulus match,two-constant theory[J]. Journal of the optical society of america. 1974(64): 991-993.
[2] Masato Tsukada, Johji Tajima. Color Matching Algorithm Based on Computational ‘Color Constancy’ Theory. Tristimulus match,two-constant theory[J]. Proceedings 1999 International

Conference on Image Processing. 1999(24): 60-64.

[3] Karbasi, Moradian, Asiaban. Computer Color Matching Procedures for Mass Colored Polypropylene[J]. Polymer-Plastics Technology and Engineering. 2008(10): 1024-1031.

[4] Haisheng Li, Long Lai, Li Chen. The Prediction in Computer Color Matching of Dentistry Based on GA+BP Neural Network[J]. Computational and Mathematical Methods in Medicine. 2015(5): 2-7.

[5] Allen, E. Basic equations used in computer color matching[J]. J. Optic.Soc. Am. 1966(56): 1256-1259.

[6] Sobagalu H, Nayatani Y. Field Trials of the CIE Chroma-Adaptation Transform[J]. Color Res. And Appl, 1998(23): 78-91.

[7] 姜鹏飞. 计算机配色理论及算法的研究[D]. 中原工学院, 2016.

[8] 王林吉. 基于 CIELAB 均匀颜色空间和聚类算法的混纺测色研究[D]. 浙江理工大学, 2010.

九、附录

问题一

```
clc,clear,close all
% data=xlsread('附件 2.xlsx','C4:R27');
% save('data.mat','data');
load('data.mat');
x=[0.05,0.1,0.5,1,2,3,4,5]*0.01;%8
lamda_sets=400:20:700;
ans=[];
poly_Coefficients_r=[];
poly_Coefficients_y=[];
poly_Coefficients_b=[];
for i=1:size(data,2)
    red=data(1:length(x),i);
    yellow=data(1+length(x):2*length(x),i);
    blue=data(1+2*length(x):3*length(x),i);
    mdl_r=fitlm(x,red);%k/s=a*C+b
    mdl_y=fitlm(x,yellow);
    mdl_b=fitlm(x,blue);
    coeff_r=mdl_r.Coefficients;
    coeff_y=mdl_y.Coefficients;
    coeff_b=mdl_b.Coefficients;

    RS_r=mdl_r.Rsquared.Ordinary;
    RS_y=mdl_y.Rsquared.Ordinary;
    RS_b=mdl_b.Rsquared.Ordinary;

    ans_r=table2array(coeff_r(:,1));
    ans_y=table2array(coeff_y(:,1));
    ans_b=table2array(coeff_b(:,1));
    temp=[lamda_sets(i),ans_r,RS_r,ans_y,RS_y,ans_b,RS_b];
    ans=[ans;temp];
    poly_Coefficients_r=[poly_Coefficients_r,ans_r];
    poly_Coefficients_y=[poly_Coefficients_y,ans_y];
    poly_Coefficients_b=[poly_Coefficients_b,ans_b];
end
name={'Wave
Length','red_b','red_x','red_R^2','yellow_b','yellow_x','yellow_R^2','blue_b','blue_x','blue_R^
2'};
Table=table(ans(:,1),ans(:,2),ans(:,3),ans(:,4),ans(:,5),...
    ans(:,6),ans(:,7),ans(:,8),ans(:,9),ans(:,10),'VariableNames',name);
writetable(Table,'problem1_ans.xlsx');
```

```
save('poly_coef.mat','poly_Coefficients_r','poly_Coefficients_y','poly_Coefficients_b');
```

问题二

```
function [K_S] = Calc_K_S(poly_coef,c)
%Calc_K_S 按照浓度生成不同波长的 K/S 值
%输入: poly_coef 拟合式系数 c 为待计算浓度
%输出: K_S
K_S=poly_coef(1,:)+c*poly_coef(2,:);
End
function [L,a,b] = Calc_Lab(X,Y,Z,X0,Y0,Z0)
%Calc_Lab 计算 L、a、b
% 输入基材和颜色材料的刺激值
if Y/Y0>0.008856 && X/X0>0.008856 && Z/Z0>0.008856
    L=116*(Y/Y0)^(1/3)-16;
    a=500*((X/X0)^(1/3)-(Y/Y0)^(1/3));
    b=200*((Y/Y0)^(1/3)-(Z/Z0)^(1/3));
else
    L=903.3*(Y/Y0);
    a=3893.5*((X/X0)-(Y/Y0));
    b=1557.4*((Y/Y0)-(Z/Z0));
end
End
function [delta_E] = Calc_SeCha(L1,a1,b1,L2,a2,b2)
%Calc_SeCha 计算色差
% 待计算色差的量样品的 L a b 值
delta_L=L1-L2;
delta_Cs=sqrt(a1^2+b1^2)-sqrt(a2^2+b2^2);
delta_Cc=sqrt((a1-a2)^2+(b1-b2)^2);
delta_H=sqrt(delta_Cc^2-delta_Cs^2);
delta_E=sqrt(delta_L^2+delta_Cs^2+delta_H^2);
End
function [X,Y,Z] = Calc_XYZ(data,d,k,R)
%Calc_XYZ 计算刺激值
% 输入 SX(Y,Z) d k
X=k*sum(d*data(:,1).*R');
Y=k*sum(d*data(:,2).*R');
Z=k*sum(d*data(:,3).*R');
End
function [answer] = obj_fun(optimInput,poly_coef_r,poly_coef_y,poly_coef_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L,a,b)
% obj_fun 目标函数
% poly_coef 多项式系数
% C_r,C_y,C_b 配色方案
% 目标样本 R 值
```

```

% step1:按照配方生成不同波长的 K/S 值
m=2;% 基材重量
C_r=optimInput(1)/m;%燃料浓度
C_b=optimInput(2)/m;
C_y=optimInput(3)/m;
K_S_r=Calc_K_S(poly_coef_r,C_r);
K_S_b=Calc_K_S(poly_coef_b,C_b);
K_S_y=Calc_K_S(poly_coef_y,C_y);
K_S=K_S0+(C_r*K_S_r+C_b*K_S_b+C_y*K_S_y);
R_ =1+K_S-sqrt(K_S.^2+2*K_S);% R_ 估计的 R
d=20;k=0.1;
[x,y,z]=Calc_XYZ(data,d,k,R_);
[L_a,b]=Calc_Lab(x,y,z,X0,Y0,Z0);
answer=Calc_SeCha(L,a,b,L_a,b);
End
clc,clear,close all
% 导入基底刺激值和目标颜料刺激值
load('Lab.mat');%样本的 Lab
load('poly_coef.mat');%多项式系数
load('XYZ_Base.mat');
% 用什么来配颜料?
% 计算当前配方下的 R
clc,clear,close all
load('Lab.mat');%样本的 Lab
load('poly_coef.mat');%多项式系数
load('XYZ_Base.mat');
num=3;
x0=[0,0,0];
Solution=[];ObjectiveValue=[];
for i=1:10
    L0=L(i);
    a0=a(i);
    b0=b(i);
    % 将固定参数传递给 objfun
    objfun = @(optimInput)obj_fun(optimInput,poly_Coefficients_r,...
        poly_Coefficients_y,poly_Coefficients_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L0,a0,b0);

    % 求解
    [solution,objectiveValue] = ga(objfun,num,[],[],[],[],zeros(num,1),ones(num,...
        1));
    Solution=[Solution;solution];
    ObjectiveValue=[ObjectiveValue,objectiveValue];
    % 清除变量
    clearvars objfun

```

```

end
name={'样品色号','红色','蓝色','黄色','色差'};
index=1:10;
Table=table(index',Solution(:,1)*100,Solution(:,2)*100,Solution(:,3)*100,ObjectiveValue','VariableNames',name);
writetable(Table,'problem2_ans.xlsx');

```

问题三

```

function [val] =
obj_fun(optimInput,s,poly_coef_r,poly_coef_y,poly_coef_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L,a,b)
%obj_fun 目标函数
%val 原料钱
M=1e10;

z=restraint(optimInput,poly_coef_r,poly_coef_y,poly_coef_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L,a,b);

val=optimInput(1)*60+optimInput(2)*63+optimInput(3)*65+M*max(z,s)-M*min(z,1e-10);
End
function [answer] =
restraint(optimInput,poly_coef_r,poly_coef_y,poly_coef_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L,a,b)
% obj_fun 待优化的目标函数
% poly_coef 多项式系数
% C_r,C_y,C_b 配色方案
% 目标样本 R 值
% step1:按照配方生成不同波长的 K/S 值
m=2;
C_r=optimInput(1)/m;
C_b=optimInput(2)/m;
C_y=optimInput(3)/m;
K_S_r=Calc_K_S(poly_coef_r,C_r);
K_S_b=Calc_K_S(poly_coef_b,C_b);
K_S_y=Calc_K_S(poly_coef_y,C_y);
K_S=K_S0+(C_r*K_S_r+C_b*K_S_b+C_y*K_S_y);
R_=1+K_S-sqrt(K_S.^2+2*K_S);% R_估计的 R
d=20;k=0.1;
[x,y,z]=Calc_XYZ(data,d,k,R_);
[L_a_b]=Calc_Lab(x,y,z,X0,Y0,Z0);
answer=Calc_SeCha(L,a,b,L_a_b);
End
% clc,clear,close all
% % 导入基底刺激值和目标颜料刺激值
% load('Lab.mat');%样本的 Lab
% load('poly_coef.mat');%多项式系数
% load('XYZ_Base.mat');

```

```

%% 用什么来配颜料?
%% 计算当前配方下的 R
% clc,clear,close all
% load('Lab.mat');%样本的 Lab
% load('poly_coef.mat');%多项式系数
% load('XYZ_Base.mat');
% num=3;
% x0=[0,0,0];
% ans_Solution=[];ans_M=[];ans_E=[];
% min_val=1e11;
% min_e_val=1e11;
% min_m=[];
% min_e=[];
% for s=0.1:0.001:0.9
%     Solution=[];M=[];E=[];
%     for i=1:10
%         L0=L(i);
%         a0=a(i);
%         b0=b(i);
%         % 将固定参数传递给 objfun
%         objfun = @(optimInput)obj_fun(optimInput,s,poly_Coefficients_r,...
%             poly_Coefficients_y,poly_Coefficients_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L0,a0,b0);
%
%     % 求解
%     [solution,objectiveValue] = ga(objfun,num,[],[],[],[],zeros(num,1));
%
%     % 清除变量
%     clearvars objfun
%     Solution=[Solution;solution];
%     m=solution(1)*60+solution(2)*63+solution(3)*65;
%
e=restraint(solution,poly_Coefficients_r,poly_Coefficients_y,poly_Coefficients_b,K_S0,data,
X0,Y0,Z0,L0,a0,b0);
%     M=[M;m];
%     E=[E;e];
%     % 清除变量
%     clearvars objfun
%     end
%     if sum(M)<min_val&&sum(E)<min_e_val
%         min_val=sum(M);
%         min_e_val=sum(E);
%         disp(['价格:',num2str(min_val),'色差和:',num2str(min_e_val)]);
%         ans_Solution=Solution;ans_M=M;ans_E=E;
%         min_m=[min_m,min_val];

```

```
%          min_e=[min_e,min_e_val];
%      end
% end
name={'样品色号','红色','蓝色','黄色','色差','价格'};
index=1:10;
Table=table(index,ans_Solution(:,1)*100,ans_Solution(:,2)*100,ans_Solution(:,3)*100,ans_E
,ans_M,'VariableNames',name);
writetable(Table,'problem3_ans.xlsx');
```

问题四

```
function [val] =
obj_fun(optimInput,s,poly_coef_r,poly_coef_y,poly_coef_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L,a,b)
%obj_fun 目标函数
%val 原料钱
M=1e10;

z=restraint(optimInput,poly_coef_r,poly_coef_y,poly_coef_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L,a,b);
alpha=0.5;

val=alpha*sum(optimInput)+(1-alpha)*(optimInput(1)*60+optimInput(2)*63+optimInput(3)*
65)+M*max(z,s)-M*min(z,1e-10);
End
% clc,clear,close all
% 导入基底刺激值和目标颜料刺激值
load('Lab.mat');%样本的 Lab
load('poly_coef.mat');%多项式系数
load('XYZ_Base.mat');
% 用什么来配颜料?
% 计算当前配方下的 R
num=3;
x0=[0,0,0];
ans_Solution=[];ans_M=[];ans_E=[];ans_W=[];
min_val=1e11;
min_e_val=1e11;
min_w_val=1e11;
min_m=[];
min_e=[];
min_w=[];
for s=0.1:0.001:0.9
    Solution=[];M=[];E=[];W=[];
    for i=1:5
        L0=L(i);
        a0=a(i);
        b0=b(i);
        % 将固定参数传递给 objfun
```

```

objfun = @(optimInput)obj_fun(optimInput,s,poly_Coefficients_r,...
poly_Coefficients_y,poly_Coefficients_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L0,a0,b0);

% 求解
[solution,objectiveValue] = ga(objfun,num,[],[],[],[],zeros(num,1));

% 清除变量
clearvars objfun
Solution=[Solution;solution];
m=solution(1)*60+solution(2)*63+solution(3)*65;

e=restraint(solution,poly_Coefficients_r,poly_Coefficients_y,poly_Coefficients_b,K_S0,data,
X0,Y0,Z0,L0,a0,b0);
M=[M;m];
E=[E;e];
W=[W;sum(solution)];
% 清除变量
clearvars objfun
end
if sum(M)<min_val&&sum(E)<min_e_val&&sum(W)<min_w_val
    %钱最小
    min_val=sum(M);
    %色差最小
    min_e_val=sum(E);
    %克重最小
    min_w_val=sum(W);
    disp([' 价 格 :',num2str(min_val),' 色 差 和 :',num2str(min_e_val),' 克 重
和:',num2str(min_w_val)]);
    ans_Solution=Solution;ans_M=M;ans_E=E;ans_W=W;
    min_m=[min_m,min_val];
    min_e=[min_e,min_e_val];
    min_w=[min_w,min_w_val];
end
end
name={'样品色号','红色','蓝色','黄色','色差','价格','色母粒克重'};
index=1:5;
Table=table(index',(ans_Solution(:,1)/2)*100,(ans_Solution(:,2)/2)*100,(ans_Solution(:,3)/2)*
100,ans_E,ans_M,ans_W*1000,'VariableNames',name);
writetable(Table,'./problem4_ans.xlsx');
function                                [answer]                                =
restraint(optimInput,poly_coef_r,poly_coef_y,poly_coef_b,K_S0,data,X0,Y0,Z0,L,a,b)
    % obj_fun 待优化的目标函数
    % poly_coef 多项式系数
    % C_r,C_y,C_b 配色方案

```

```

% 目标样本 R 值
% step1:按照配方生成不同波长的 K/S 值
m=2;
C_r=optimInput(1)/m;
C_b=optimInput(2)/m;
C_y=optimInput(3)/m;
K_S_r=Calc_K_S(poly_coef_r,C_r);
K_S_b=Calc_K_S(poly_coef_b,C_b);
K_S_y=Calc_K_S(poly_coef_y,C_y);
K_S=K_S0+(C_r*K_S_r+C_b*K_S_b+C_y*K_S_y);
R_=1+K_S-sqrt(K_S.^2+2*K_S);% R_估计的 R
d=20;k=0.1;
[x,y,z]=Calc_XYZ(data,d,k,R_);
[L_,a_,b_]=Calc_Lab(x,y,z,X0,Y0,Z0);
answer=Calc_SeCha(L,a,b,L_,a_,b_);
end

```