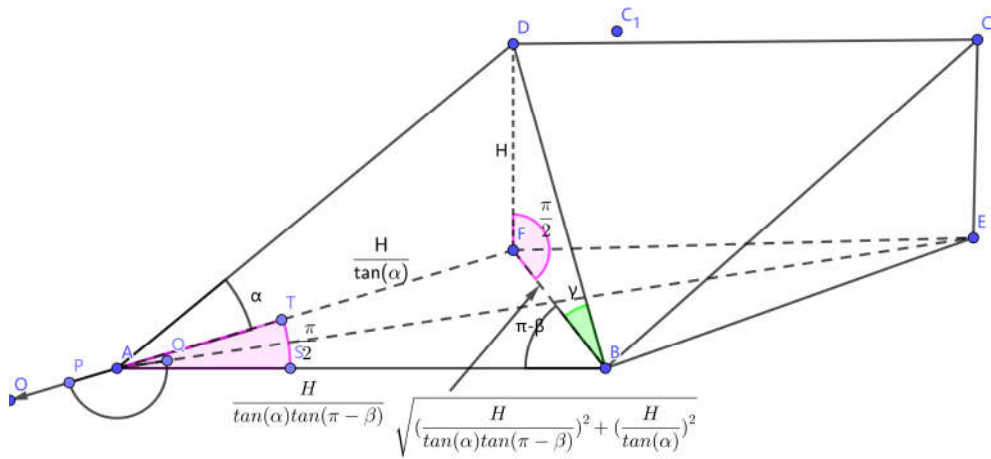


7. 当船运行到 T 点（航线与平面法向在水平投影的方向（NO1）向量夹角为 β ）时，船运行的距离 d，在 NO1 方向上的投影为：

$$OA_2 = d \cos(\pi - \beta)$$

于是可以计算出 T 点海水的深度为：

$$h'_i = D - id \cos(\pi - \beta) \tan(\alpha)$$



8. 在 T 处射线与水平面夹角为：

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{h'_i}{\sqrt{\left(\frac{h'_i}{\tan(\alpha)} \right)^2 + \left(\frac{h'_i}{\tan(\alpha) \tan(\pi - \beta)} \right)^2}} \right)$$

化简有：

$$\gamma = \tan^{-1} (\tan(\alpha) |\sin(\beta)|)$$

10. 由问题 1 和几何关系可知：

$$\frac{h'_i}{\sin[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \gamma)]} = \frac{D_1 W}{\sin(\theta)}, \text{ 同理有, } \frac{h'_i}{\sin[\frac{\pi}{2} + (\alpha - \gamma)]} = \frac{D_1 Z}{\sin(\theta)}$$

故小船 T 位置时投影长度为：

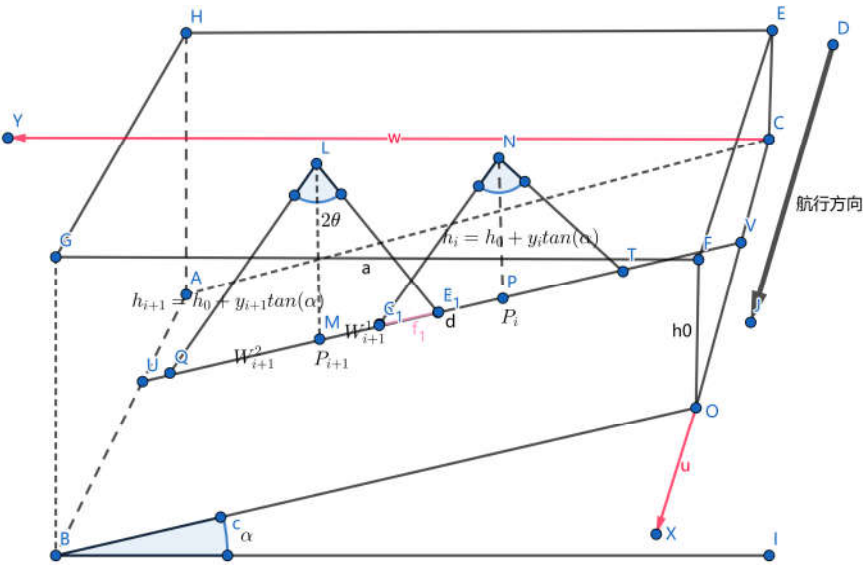
$$ZW = ZD_1 + D_1W$$

计算结果为：

覆盖宽度/m		测量船距海域中心点处的距离/海里							
		0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1
测线方向夹角/°	0	415.6921938	466.091055	516.4899161	566.8887772	617.2876384	667.6864995	718.0853607	768.4842218
	45	416.1915233	451.8717074	487.5518915	523.2320756	558.9122597	594.5924439	630.272628	665.9528121
	90	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699
	135	416.1915233	380.5113392	344.8311551	309.150971	273.4707869	237.7906028	202.1104187	166.4302346
	180	415.6921938	365.2933327	314.8944715	264.4956104	214.0967492	163.6978881	113.299027	62.90016582
	225	416.1915233	380.5113392	344.8311551	309.150971	273.4707869	237.7906028	202.1104187	166.4302346
	270	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699	416.6918699
	315	416.1915233	451.8717074	487.5518915	523.2320756	558.9122597	594.5924439	630.272628	665.9528121

问题 3

设海域东西走向长度为 a 海里，南北走向为 b 海里，射线数量为 n。
当航线与等深线平行的距离最短，故航线为南北走向。海域东北方向的顶点作为坐标原点，



1、要求设计的射线可以覆盖整个海域

$$\sum_{i=1}^{n-1} (L_{i+1}^1 + y_{i+1} - y_i + L_i^2) \geq \frac{a}{\cos(\alpha)}$$

2、要求覆盖率 η 满足；

$$10\% \leq \eta \leq 20\%$$

3、射线序号应该满足

$$0 \leq y_i \leq a$$

目标为射线距离之和最小

$$\min \sum_{i \leq n} d \mid i \mid$$

综上所述：

$$\begin{aligned} &\min nb \\ &\left\{ \begin{aligned} h_i &= D - \frac{a}{2} \tan(\alpha) + y_i \tan(\alpha) \\ L_i^1 &= \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta + \alpha)} h_i \\ L_i^2 &= \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta - \alpha)} h_i \\ W_i &= L_i^1 + L_i^2 \\ s.t. \quad P_i &= \frac{y_i}{\cos(\alpha)} \\ \eta &= \frac{(P_i + L_i^1) - (P_{i+1} - L_{i+1}^2)}{W_i} \\ 10\% &\leq \eta \leq 20\% \\ \sum_{i=1}^{n-1} (L_{i+1}^1 + y_{i+1} - y_i + L_i^2) &\geq \frac{a}{\cos(\alpha)}. \\ y_i &\leq 2a \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

化成迭代形式有

第一条射线的确定：

在最西边海水的深度为： $h_{\min} = D - \frac{a}{2} \tan \alpha$ 。

第一条射线距离最西边边界的距离为： $y_1 = h_{\min} \tan(\theta)$

$$y_{i+1} = \frac{P_i + L_i^1 - \eta W_i + \csc(\theta - \alpha) \sin(\theta) h_0}{\csc(\alpha) - \sin(\theta) \tan(\alpha) \csc(\theta - \alpha)}$$

取重复率为 0.1 迭代计算有：

探测器编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
探测器距离东边界距离	22.52939	66.93563	115.1394	167.4655	224.2665	285.9249	352.8563	425.5116	504.3802	589.9935	682.9283	783.8108	893.3206	1012.195
探测器编号	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
探测器距离东边界距离	1141.236	1281.312	1433.368	1598.427	1777.601	1972.098	2183.228	2412.414	2661.199	2931.26	3224.416	3542.642	3888.082	4263.064
探测器编号	29	30	31	32	33	34								
探测器距离东边界距离	4670.114	5111.974	5591.621	6112.287	6677.479	7291.005								

