

Formula1.22

2022 年 10 月 11 日

概要

$$\operatorname{divrot} \mathbf{A}(\mathbf{x}) = 0 \quad (1)$$

本証明

Formula1.19 の lemma を利用し, 成分計算する. 引数は省略する.

$$\begin{aligned} & \operatorname{divrot} \mathbf{A} \\ &= \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} \frac{\partial A_k}{\partial x_j} \\ &= \frac{1}{2} \sum_k \left(\sum_{i,j} \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i,j} \epsilon_{jik} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_j \partial x_i} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_k \left(\sum_{i,j} \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{j,k} (-\epsilon_{ijk}) \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_j \partial x_i} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

やっていることは, Formula1.21 とほぼ同じ.