

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации


Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«Алтайский государственный технический университет им. И. И.  
Ползунова»

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра Прикладная математика

Отчет защищен с оценкой \_\_\_\_\_

Преподаватель  А. В. Сорокин  
(подпись) (и.о. фамилия)  
“       ” \_\_\_\_\_ 2022 г.  
дата

Отчет  
по дисциплине  
ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
Упражнение №4  
ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ  
И ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ  
название работы  
ЛР 09.03.04.05.005 О  
обозначение документа

Студент группы гр. ПИ-91 \_\_\_\_\_ И. И. Шинтяпин  
(подпись)

Преподаватель доцент, к.т.н. А. В. Сорокин  
должность, ученое звание и.о., фамилия

БАРНАУЛ 2022

## Оглавление

Постановка задачи	2
Решение задачи в виде математической модели	1
Заключение	3
Список используемых источников	7

## Постановка задачи

Задача линейного программирования (ЗЛП) является одной из важных экономико-математических задач оптимизации. Описывается ЗЛП математически с помощью оптимизируемой целевой функции

$$F=c_1x_1+c_2x_2+\dots+c_nx_n,$$

где  $c_1, c_2, \dots, c_n$  – набор весовых коэффициентов, обычно являющихся числами в денежном эквиваленте,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – набор ресурсов, используемый для создания каких-то изделий. Функцию  $F$  необходимо или минимизировать, или максимизировать посредством изменения величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Записывается это так:

$$F=c_1x_1+c_2x_2+\dots+c_nx_n \rightarrow \min,$$

или

$$F=c_1x_1+c_2x_2+\dots+c_nx_n \rightarrow \max$$

Кроме целевой функции в ЗЛП имеется система ограничений вида

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1n}x_n \leq b_1,$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2n}x_n \leq b_2,$$

.....

$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\dots+a_{mn}x_n \leq b_m,$$

или

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1n}x_n \geq b_1,$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2n}x_n \geq b_2,$$

.....

$$a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\dots+a_{mn}x_n \geq b_m,$$

где  $b_1, b_2, \dots, b_m$  – набор величин, как правило положительных, являющихся объемом имеющихся ресурсов, имеющихся в наличии.

Нестрогие неравенства могут быть и строгими.

Предполагается, что значения величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  неотрицательны  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$ .

Для решения ЗЛП используется известный симплекс метод, основанный на поиске решения на границе области, описываемой системой неравенств. Алгоритм, пробегая по граням и вершинам многогранника, ищет ту точку множества, которая дает оптимальное решение. Наглядным способом решения ЗЛП является графический метод. Его реализация позволяет наглядно понять суть метода поиска ЗЛП.

Рассмотрим ЗЛП вида

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max$$
$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2,$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m,$$

Использование графического метода возможно не всегда, а лишь в частных случаях:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2,$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq b_m,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Рассмотрим частный случай этой задачи с заданными  $c_i, a_{ij}$  и  $b_j, i=1,2; j=1,2,3$ .

$$F = x_1 + 1.5x_2 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 12,$$

$$3x_1 + 3.5x_2 \leq 10.5,$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 12,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

### Задание к упражнению

1. Используя материал темы 3 из теории для упражнений, изучить постановку задачи линейного программирования (ЗЛП) и графический метод решения ЗЛП.
2. Освоить методику решения ЗЛП графическим методом с использованием программы Microsoft Excel (LibreOffice Calc).
3. Для своего варианта задания реализовать решение ЗЛП в программе Microsoft Excel (LibreOffice Calc).
4. Написать отчет о проделанной работе в текстовом редакторе Microsoft Word (LibreOffice Writer). Отчет должен содержать титульный лист по форме, содержание, Постановку задачи, решение задачи графическим методом с использованием всех инструментов, рассмотренных в данном методическом указании. В отчете можно использовать скриншоты, должны присутствовать графики.
5. В отчете должно быть Заключение, где рассказывается о решенной задаче и способах преодоления трудностей, возникших при решении данной задачи.
6. Должен быть список литературы, за основу которого можно взять список из данного методического указания или темы 3.

### Вариант 28:

№28

$$F=2x_1-x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1+x_2 \geq 1,$$

$$x_1 + x_2 \geq 1,$$

$$x_1 - x_2 \leq 2,$$

$$2x_1 - x_2 \leq 0,$$

## Решение задачи графическим методом

Построим область допустимых решений ЗЛП, в которой ищется решение.  
Для этого нужно ограничения-неравенства превратить в равенства:

$$-X_1 + X_2 = 1;$$

$$X_1 + X_2 = 1;$$

$$X_1 - X_2 = 2;$$

$$2X_1 - X_2 = 0$$

Графики будем рисовать в программе MS Excel в прямоугольной системе координат, где будут 2 оси:  $X_1$  – обычный X и  $X_2$  – Y.

Система координат:  **$X_1 O X_2$**

Для этого в функциях выразим  $X_2$ :

1.  $X_2 = 1 + X_1$

2.  $X_2 = 1 - X_1$

3.  $X_2 = X_1 - 2$

4.  $X_2 = 2X_1$

Далее в программе MS Excel в первую колонку A занесем возможные значения  $X_1$ , с помощью функции «СЧЕТ» от 0 до 15:

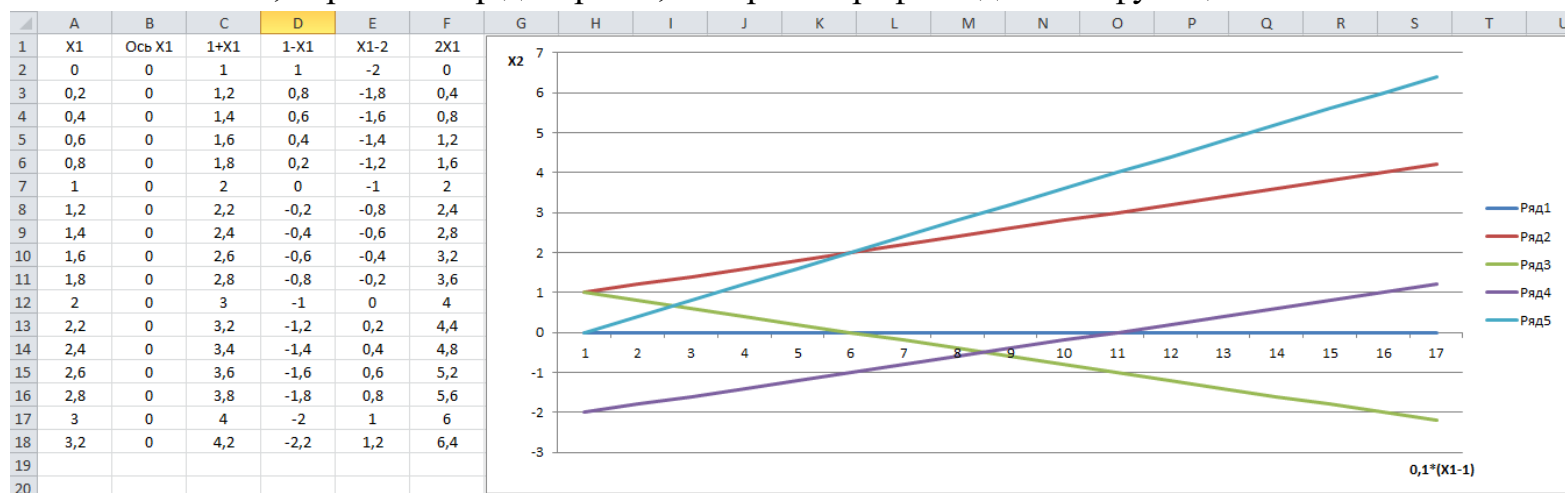
Буфер обмена		Шрифт		Выравнивание		Ч
A3		fx		=A2+1		
	A	B	C	D	E	F
1	X1	Ось X1	1+X1	1-X1	X1-2	2X1
2	0					
3	1					
4	2					
5	3					
6	4					
7	5					
8	6					
9	7					
10	8					
11	9					
12	10					
13	11					
14	12					
15	13					
16	14					
17	15					

Колонку «Ось X1» заполним 0, это нужно, чтобы построить ось в мастере диаграмм.

Далее запишем формулу соответствующие формулы в строку формул для других графиков и через выделение заполним колонки: C, D, E, F:

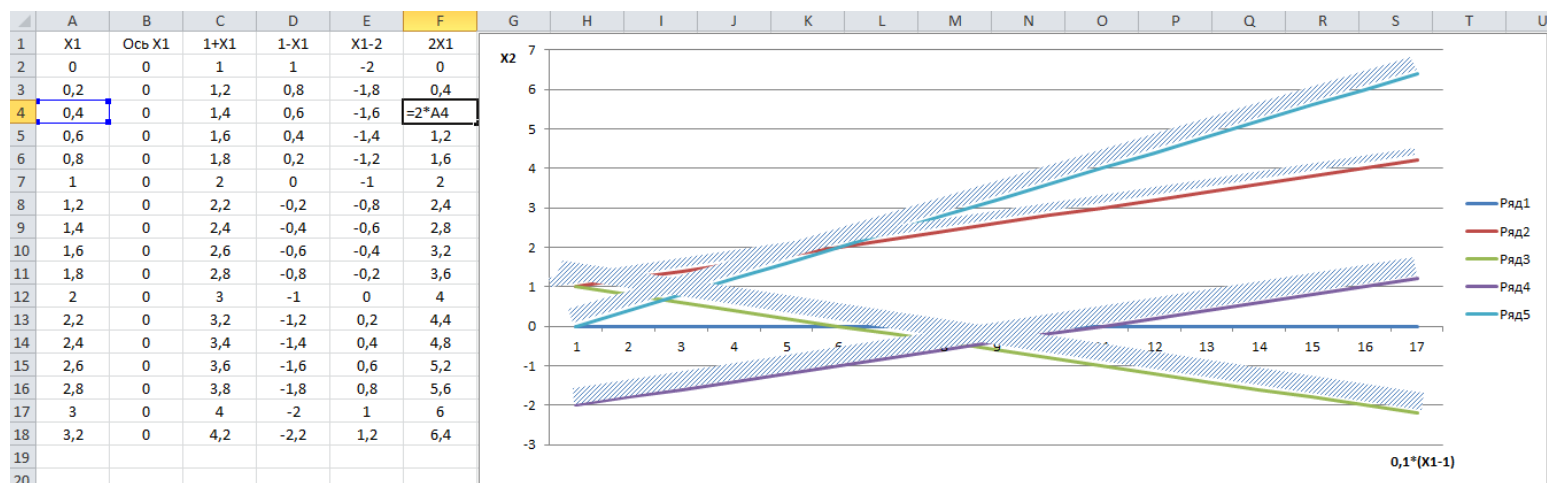
F2		fx		=2*A2		
	A	B	C	D	E	F
1	X1	Ось X1	1+X1	1-X1	X1-2	2X1
2	0	0	1	1	-2	0
3	1	0	2	0	-1	2
4	2	0	3	-1	0	4
5	3	0	4	-2	1	6
6	4	0	5	-3	2	8
7	5	0	6	-4	3	10
8	6	0	7	-5	4	12
9	7	0	8	-6	5	14
10	8	0	9	-7	6	16
11	9	0	10	-8	7	18
12	10	0	11	-9	8	20
13	11	0	12	-10	9	22
14	12	0	13	-11	10	24
15	13	0	14	-12	11	26
16	14	0	15	-13	12	28
17	15	0	16	-14	13	30

Затем, через мастер диаграмм, построим графики данных функций:

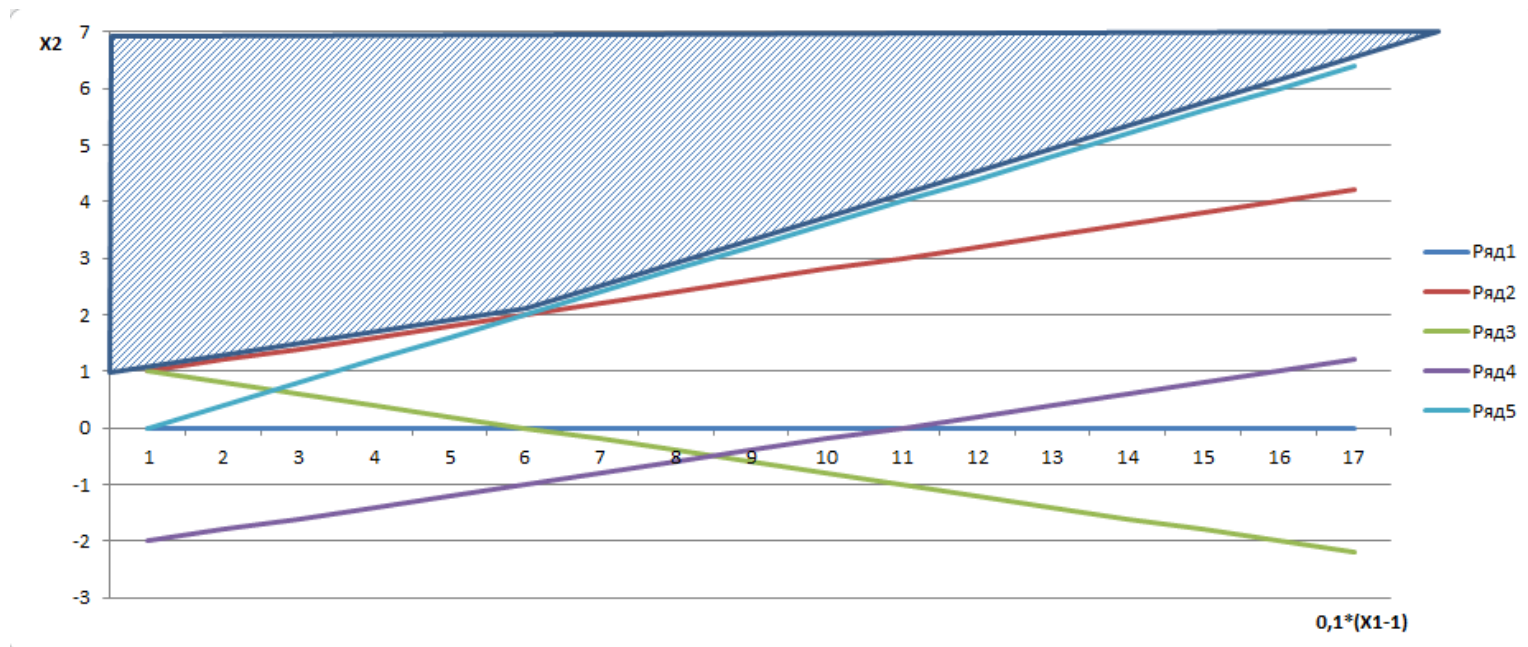


В процессе построения графика, был изменен шаг по X1 в колонке А для более крупного масштаба графиков в области точек пересечения.

Сделаем штриховку по ту сторону линии, где выполняется соответствующее неравенство:



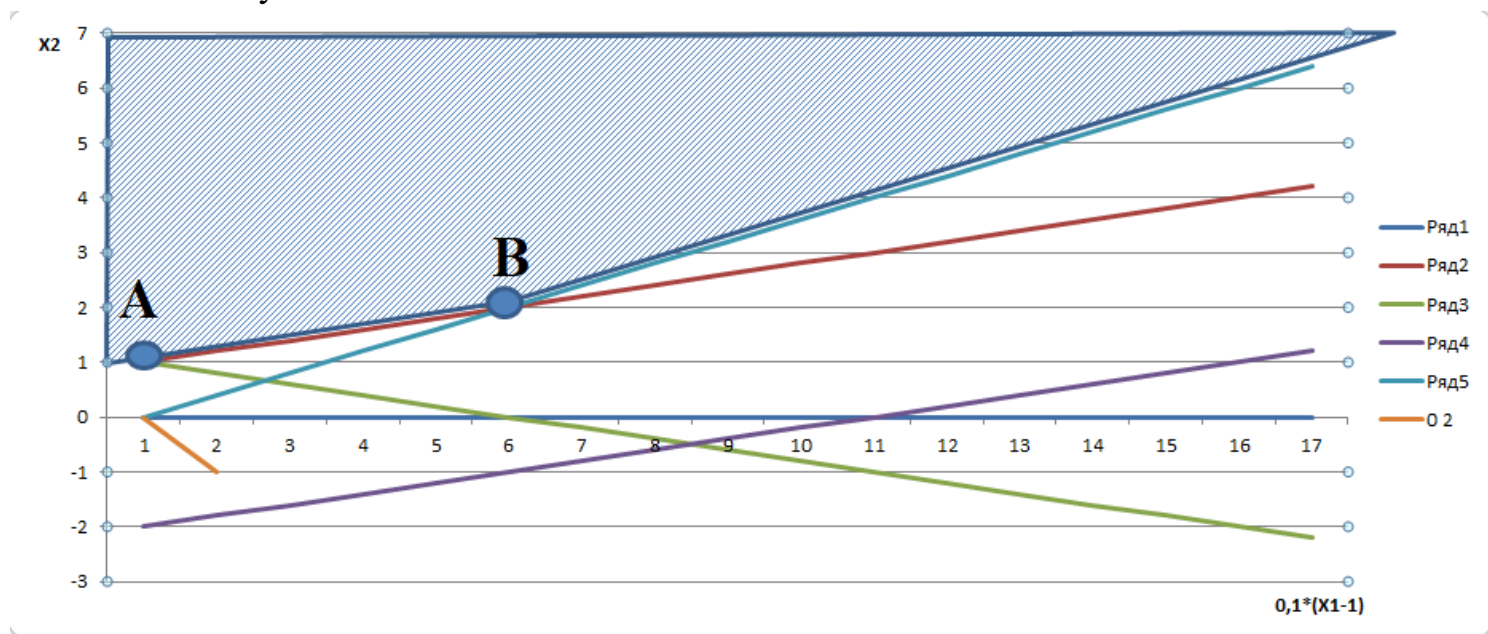
Далее определим общую область ограничения:



Вычислим градиент целевой функции:

$$\text{Grad } F = [2; -1];$$

Проведем вектор из точки (0, 0) в точку (2; -1), через изменение данных в графике и отметим вероятные точки максимума – вершины многоугольника



градинет направления

X1	X2	gradF
0	0	0
2	-1	-1



Видим оранжевым цветом градиент целевой функции  
 Далее чтобы найти максимум функции, необходимо вычислить  
 координаты вероятных точек максимума А, В

По графику видно что координата X1 у точки А равна 0, также видно, что  
 точка А – это точка пересечения уравнений  $X_2 = 1 + X_1$  и  $X_2 = 1 - X_1$ ,  
 подставим точку  $X_1 = 0$  и вычислим координату X2:  $X_2 = 1 + 0 = 1$ , значит  
 точка А(0, 1).

Также найдем точку В, как решение системы уравнений  
 $X_2 = 1 + X_1$  и  $X_2 = 2X_1$  или в матричном виде:

$$AX=B$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Решим систему уравнений в MS Excel с помощью функций:

МОПРЕД() – вычисление определителя,  
 МОБР() – вычисление обратной матрицы,  
 МУМНОЖ() – умножение двух матриц.

Решение системы:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Решение системы уравнений									
	A=	-1	1		B=	1		X1=	1
		2	-1			0		X2=	2
	A <sup>(-1)</sup> =	1	1		detA=	-1			
		2	1						
	A*A <sup>(-1)</sup> =	1	0	Единичная матрица					
		0	1						

Видим из решения системы уравнений, что координаты точки В(1, 2)

Вычислим максимум целевой функции из этих двух координат:

	Целевая функция:				
	F=2X1-X2 --> MAX		A=	0	1
F(A)=	-1		B=	1	2
F(B)=	-1				

Видим, что у данной целевой функции максимум достигается в двух точках A(0, 1) и B(1, 2)

## Заключение

В данной работе изучалась возможность решения ЗЛП графическим методом с помощью программы MS Excel. В процессе решения были также изучены возможности программы MS Excel в построении графиков и решении систем линейных уравнений. Возникли сложности с использованием выводом графика по точкам.

## Список используемых источников

1. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие, 2-е изд. перераб. и доп., М.: Финансы и статистика, 2006. – 432 с.: ил.
2. Васильев А.Н. Числовые расчеты в Excel: Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2014, 608 с.
3. Гладких Б.А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч.1. Введение в исследование операций. Линейное программирование: Учебное пособие. – Томск: Из-во НТЛ, 2009, 200 с.
4. Горлач Б.А. Исследование операций: Учебное пособие. – СПб: Из-во «Лань», 2013, 448 с.
5. Есипов Б.А. Методы исследование операций: Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2013, 304 с.
6. Мадера А.Г. Математические модели в управлении: Компьютерное моделирование в Microsoft Excel: Лабораторные работы. - М.:РГГУ, 2007. – 121 с.
7. Новиков, А.И. Экономико-математические методы и модели : учебник /А.И. Новиков. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. -532 с. : ил. - (Учебные издания для бакалавров). - Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-394-02615-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454090> (05.12.2020).
8. Ржевский С.В. Исследование операций: Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2013, 480 с.