МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»

В. В. Лодейщикова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

Методические указания по выполнению лабораторных работ и расчетного задания по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»

УДК 51 (078)

Лодейщикова В.В. Математическая логика и теория алгоритмов: методические указания по выполнению лабораторных работ и расчетного задания по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов». Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2020. – 56 с.

В работе представлены методические указания по выполнению лабораторных работ и расчетного задания по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов». Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 09.03.04 «Программная инженерия».

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры «Прикладная математика» АлтГТУ. Протокол № 4 заседания кафедры от 21.12.2020 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Предисловие	4
2.	Лабораторная работа №1	5
3.	Лабораторная работа №2	12
4.	Лабораторная работа №3	20
5.	Лабораторная работа №4	35
6.	Лабораторная работа №5	40
7.	Расчетное задание	45
8.	Лабораторная работа №6	46
9.	Литература	56

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические указания предназначены для студентов направления «Программная инженерия», изучающих дисциплину «Математическая логика и теория алгоритмов». В данной работе представлены варианты заданий лабораторных работ и расчетного задания и методические указания по выполнению.

Лабораторная работа № 1

Тема: Доказательство примитивной рекурсивности функции.

Цели и задачи работы: изучение способов доказательства примитивной рекурсивности, разработка простейшей рекурсивной программы.

Методика выполнения работы:

- Изучить способы доказательства примитивной рекурсивности функций.
- Доказать примитивную рекурсивность функции с использованием оператора суперпозиции и примитивной рекурсии (ЗАДАНИЕ 1).
- Написать рекурсивную и нерекурсивную программы вычисления значения функции f, полученной оператором примитивной рекурсии R над функциями g и h (ЗАДАНИЕ 2).
- Отладить и протестировать программы.
- Продемонстрировать преподавателю работу программ.

Требования к отчету:

Отчет по лабораторной должен содержать титульный лист, доказательства примитивной рекурсивности функций, код рекурсивной и нерекурсивной программ, контрольные примеры.

Защита лабораторной, помимо теоретических вопросов, включает выполнение практического задания по доказательству примитивной рекурсивности функции, предложенной преподавателем.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант №1.	ЗАДАНИЕ 1.
_	$\sum_{j=0}^{z} \prod_{i=0}^{y} \left(2x + y^{i}\right)$
	$\sum_{j=0}^{\infty} \prod_{i=0}^{\infty} \left(2x^{i} y^{j} \right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x) = 2x - 1$ $h(x, y, t) = x \cdot (t + y)$
Вариант №2.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\left(\left(\left(3^{x+1}\right)^{x+2}\right)^{x+2}\right)^{x+y+1}$
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x) = x+4$ $h(x, y, x) = (4 \cdot 1)(y+y)$
	h(x, y, t) = (t - 1)(x + y)
Вариант №3.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{i=0}^{z} \prod_{j=0}^{i} \left(2^{j} + 2j \right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x) = x+1
	$h(x, y, t) = 2t + ((x \cdot y) - 1)$
Вариант №4.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\min\left(x^2+y,2^{x+y}\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x, y) = x+3y$ $h(x, y, z, t) = t \cdot x + y \cdot z$
Вариант №5.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{j=0}^{z} \prod_{i=0}^{y} \left(x^{3i} + i \right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x, y, z) = (2x+z)\cdot y$
	$h(x,y,z,t,v) = (v - z) \cdot (x + 2 \cdot y \cdot t)$

D 30.6	DATE ATTENDED 4
Вариант №6.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{i=1}^{x+y} (x+3i)$
	$\sum_{i} (x + 3i)$
	i=0
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x, y, z) = (2x+y)\cdot z$
	$h(x, y, z, t, v) = v \cdot z \cdot (x - y) + t$
Вариант №7.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\left(\left(\left(x^{x}\right)^{x+1}\right)^{x+y+1}\right)$
	$ ((x^x)^{n+1}) $
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x, y, z) = 2x + y + z
	$h(x, y, z, t, v) = v \cdot x + y \cdot t$
Вариант №8.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{i=1}^{2^x+1} x^{i+2}$
	i=0
	ЗАДАНИЕ 2
	g(x, y) = 2y - x
	$h(x, y, z, t) = 2t \cdot (x+y)$
	11(3, y, z, t) 2t (3(1y)
Вариант №9.	ЗАДАНИЕ 1.
1	\(\cdot\) r+2
	$\left(\left(2^{3}\right)^{\frac{1}{12}}\right)^{\frac{1}{12}}$
	ЭАПАЦИЕ Э
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x, y) = y! - x!
	$h(x, y, t, v) = 3v + 2x + y \cdot t$
Вариант №10.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{i=1}^{3} \left(x^2 + 3i \right)$
	i=0
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x) = x \div 1$
	$h(x, y, t) = (2x \cdot y) \div (t)$

Вариант №11.	ЗАДАНИЕ 1.
•	
	$(x^2 + y)^{(x^2+y-1)^{\cdot \cdot \cdot x^2}}$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x,y,z)=x+y+z+3
	$h(x,y,z,t,v)=(v+1)(t-(x\cdot y))$
Вариант №12.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{i=0}^{y} \prod_{j=0}^{i} \left(2^{j} + j\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x, y) = x + y + 1
	$h(x, y, z, t) = t \cdot x$
Вариант №13.	ЗАДАНИЕ 1.
	$(x+y+z)^{(x+y+z-1)^{x-(x+y)}}$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x,y)=2x+3y
	$h(x,y,z,t) = ((t - z) + 2) \cdot (x + y)$
Вариант №14.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\prod_{i=0}^{y} \left(x^3 + 2i \right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x) = 2x + 3
	$h(x, y, t) = (t+1)\cdot(x+y)$
Вариант №15.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\max\left(x+y^2,\prod_{i=0}^x y^{2i}\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x,y,z)=2x+y+z
	h(x,y,z,t,v)=2x+2y+(z-t)+2v

Вариант №16.	ЗАДАНИЕ 1.
•	$\left(\left(\left(\left(x+1\right)!\right)^{(x+1)!+1}\right)^{x}\right)^{(x+1)!+y}$
	ЗАДАНИЕ 2. $g(x,y)=(2x)-y^2$
	$h(x,y,z,t)=x\cdot(y+1)+z\cdot t$
Вариант №17.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{i=0}^{z} x^{i+2} + (y+1)^2$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x)=x! $h(x,y,t)=(x-2y)+4t$
	$tt(x,y,t)=(x-2y)+\pi t$
Вариант №18.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\sum_{i=0}^{y} x^{2i} + \max\left(x+1,y\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x)=5x+1 $h(x,y,t)=(x-y)+t$
Вариант №19.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\left(\left(\left(x^2\right)^{x^2+1}\right)^{x^2+y}\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x,y,z) = (x - y) + 2z
	h(x,y,z,t,v)=2x+3y+z+t+2v
Вариант №20.	ЗАДАНИЕ 1.
	$x^{x^y} + \sum_{i=0}^{x} y^{i+2}$
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x)=(2x)\div 2$
	$h(x,y,z)=x^2+(y-z)$

Вариант №21.	ЗАДАНИЕ 1.
	$(x+2)^{(x+1)^{\cdot\cdot^2}} + x^{y+2}$
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x)=x^2\div 3$
	h(x,y,t) = x + 3y + 2t
Вариант №22.	ЗАДАНИЕ 1.
•	$y^{\left((x+3)^{(x+2)}\cdot 3}\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x)=2x+7
	$h(x,y,z)=x-(y\cdot z)$
7.00	
Вариант №23.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\left(\left(\left(x!\right)^{x!+1}\right)^{x!+y+2}\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	$g(x)=x^2-1$
	$h(x,y,t)=3x\cdot y+t^2$
Вариант №24.	ЗАДАНИЕ 1.
-	3^{y}
	$\sum_{i=0}^{3^{y}} (x+2)^{i+2}$
	ЗАДАНИЕ 2. $g(x,y)=4x+3y$
	$h(x,y,z,t) = (t+1)^2 + (x-y) + z$
Вариант №25.	ЗАДАНИЕ 1.
	$\min\left(x\cdot y^2, x^{(y+1)!}\right)$
	ЗАДАНИЕ 2.
	g(x)=x+5
	$h(x,y,z)=x^2+(y-z)$

ļ

Лабораторная работа № 2

Тема: Ограниченный оператор минимизации. Доказательство примитивной рекурсивности и частичной рекурсивности функции.

Цели способов задачи работы: изучение доказательства примитивной рекурсивности использованием теорем cсумме (произведении) примитивно рекурсивных функций И ограниченного оператора минимизации, изучение доказательства частичной рекурсивности функции, разработка программы, реализующей вычисление функции, примитивная рекурсивность которой доказана с применением ограниченного оператора минимизации.

Методика выполнения работы:

- Изучить ограниченный оператор минимизации, доказательство частичной рекурсивности функций.
- Доказать примитивную рекурсивность функции с использованием либо ограниченного оператора минимизации, либо теорем о сумме (произведении) ПРФ. (ЗАДАНИЯ 1,2).
- Доказать частичную рекурсивность функции (ЗАДАНИЕ 3)
- Написать программу вычисления значения функции, примитивная рекурсивность которой доказана с использованием ограниченного оператора минимизации. (ЗАДАНИЕ 2) (В ПРОГРАММЕ ЗАПРЕЩАЕТСЯ ИСПОЛЬЗОВАТЬ ФУНКЦИИ: целая часть числа, остаток от деления, логарифм, извлечение корня, деление)
- Отладить и протестировать программу.
- Продемонстрировать преподавателю работу программ.

Требования к отчету:

Отчет по лабораторной должен содержать титульный лист, доказательства примитивной и частичной рекурсивности функций, текст программы, контрольные примеры.

Защита лабораторной, помимо теоретических вопросов, выполнение включает практического задания доказательству ПО примитивной частичной рекурсивности функции, или предложенной преподавателем.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

2 А ПАНИЕ 1
ЗАДАНИЕ 1.
Число простых чисел, не превосходящих х.
ЗАДАНИЕ 2.
y
$\left\{ \frac{y}{\left[\sqrt{x}\right]+1} \right\}.$
$\left(\left\lfloor \sqrt{x} \right\rfloor^{+1} \right)$
ЗАДАНИЕ 3.
$\log_3(x-2y)$.
ЗАДАНИЕ 1.
Число ненулевых цифр в десятичном
представлении числа x , стоящих на нечетных
позициях.
ЗАДАНИЕ 2.
$\lceil \log_5(x+y+5) \rceil$.
ЗАДАНИЕ 3.
$\sqrt{2x-3y}$.
ЗАДАНИЕ 1.
Число ненулевых цифр в троичном представлении
числа х.
ЗАДАНИЕ 2.
$\lceil \log_3(x+4) \rceil$.
ЗАДАНИЕ 3.
\sqrt{xy}
xz + 5
ЗАДАНИЕ 1.
Число цифр "3" в пятеричном представлении
числа x .
ЗАДАНИЕ 2.
$\left[\log_2 x + 2\right].$
ЗАДАНИЕ 3.
\sqrt{x}
$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}-3}$.

Вариант №5.	ЗАДАНИЕ 1.
Dupitum V.23.	Число единиц в двоичном представлении числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left\{ \frac{x!}{\left[\log_2(x+1)\right]} \right\}.$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x}$.
	2xy-2
Вариант №6.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество ненулевых знаков в десятичном
	представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt[x+1]{2y+x}\right].$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_3 x$
	${x+y}$.
Вариант №7.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество цифр 5 в восьмеричном
	представлении числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt{x} \right]$
	$\left \frac{\overline{2y}}{\overline{y}} \right $
	ЗАДАНИЕ 3.
	$2x - \lg x$.
Вариант №8.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество четных цифр в десятичном
	представлении x , стоящих на нечетных позициях.
	ЗАДАНИЕ 2
	$\left\lceil \sqrt[n]{x+3} \right\rceil$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_3 x + \frac{3}{xy}.$

Вариант №9.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число ненулевых цифр в десятичном
	представлении числа x , стоящих на четных
	позициях.
	ЗАДАНИЕ 2
	$\left[\sqrt{x+y^2}\right]$.
	ЗАДАНИЕ З
	$\log_2(x+y)$.
Вариант №10.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число ненулевых цифр в четверичном
	представлении числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[x\sqrt{2}\right]$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{x}{y} - \log_2(xy)$.
Вариант №11.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число цифр "2" в пятеричном представлении
	числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt[y]{x+z+1}\right]$, где $\sqrt[0]{t}=t$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_2(x^y + 2y).$
Вариант №12.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число нулей в двоичном представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[2xy + \sqrt[x]{y+x}\right], \text{где } \sqrt[0]{t} = t .$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\sqrt[3]{x+y}$.
Вариант №13.	ЗАДАНИЕ 1.
_	Количество ненулевых знаков в девятеричном
	представлении числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\log_2(xy+3)\right].$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{x^3-y}{x^2}$.
	$\frac{1}{x+2z}$.

Вариант №14.	ЗАДАНИЕ 1.
Duphum (21)	Количество цифр 4 в восьмеричном
	представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\frac{x}{y+1}\right]+x$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{2x}{y+1} - \log_2 x.$
D N. 15	
Вариант №15.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество четных цифр в десятичном
	представлении <i>x</i> , стоящих на четных позициях.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt[3]{\log_3(x+2)}\right].$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\sqrt[3]{\log_3 x} + 2y.$
Вариант №16.	ЗАДАНИЕ 1.
_	Число нулевых цифр в десятичном представлении
	числа x , стоящих на нечетных позициях.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\begin{array}{c} x+2 \end{array}\right]$
	$\left[\frac{x+2}{y+1}\right]$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_3 x + \lg \frac{x}{y}$.
Вариант №17.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число нулевых цифр в троичном представлении
	числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\lceil \lg y \rceil$
	$\left[\begin{array}{c} x \end{array}\right]$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_3 \frac{2y}{x}$.
	X

Danuart ValQ	ЭАПАЦИЕ 1
Вариант №18.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число цифр "3" в шестеричном представлении числа <i>x</i> .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt[x]{y}\right]$ - $\left[\sqrt{x}\right]$, где $\sqrt[0]{t}=t$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	x-y
	$\frac{x-y}{\sqrt{x}}$.
Вариант №19.	ЗАДАНИЕ 1.
1	Число единиц в троичном представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt{\lg(2+x)}\right]$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\sqrt{3x-xy}$.
Вариант №20.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество нулевых знаков в восьмеричном
	представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\frac{\log_2(x^2+z)}{y}\right].$
	$\left \frac{\partial z}{\partial z} \right $.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_3(2x^2-y).$
Вариант №21.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество цифр 5 в семеричном представлении
	числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\sqrt{x^2}$
	$\left[\sqrt{y+1}\right]$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$x^2 + 2y$
	$\frac{3}{y-3}$.

Вариант №22.	ЗАДАНИЕ 1.
2 WP	Количество нечетных цифр в десятичном
	представлении x , стоящих на четных позициях.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt[x]{x+y+2}\right], где \sqrt[0]{t} = t.$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_2 x - \log_3 y.$
Вариант №23.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число нулевых цифр в десятичном представлении
	числа x, стоящих на четных позициях.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[x\sqrt[3]{3}\right]$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{x+3y}{x}$.
	$\log_x y$
Вариант №24.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число нулевых цифр в пятеричном представлении
	числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\log_2(x+4)\right].$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{3xy}{1}$.
D 16.27	y-1
Вариант №25.	ЗАДАНИЕ 1. Число цифр "7" в девятеричном представлении
	число цифр 7 в девятеричном представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	· ·
	$\left[\frac{10^x}{x^2+y}\right]$.
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\log_3 x$
	$\overline{y-z}$.
Вариант №26.	ЗАДАНИЕ 1.
	Число двоек в троичном представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\lg(3+2x)\right].$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{5x-y}{}$
	xz

Вариант №27.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество нулевых знаков в четверичном
	представлении числа х.
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\frac{\log_2(x+2)}{y+4}\right].$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$\frac{\sqrt[3]{x}}{3x-y}.$
	3x-y.
Вариант №28.	ЗАДАНИЕ 1.
	Количество цифр 6 в восьмеричном
	представлении числа x .
	ЗАДАНИЕ 2.
	$\left[\sqrt[x+y]{x^3+y^3}\right], где \sqrt[0]{t}=t.$
	ЗАДАНИЕ 3.
	$x(\log_3 x + \log_2 y).$

Лабораторная работа № 3

Тема: Машина Тьюринга. Доказательство вычислимости функции по Тьюрингу.

Цели и задачи работы: изучение логики работы машины Тьюринга, разработка машины Тьюринга, выполняющей вычисление функции.

Методика выполнения работы:

- Изучить способы задания и логику работы машины Тьюринга.
- Определить, какую функцию вычисляет заданная машина Тьюринга (ЗАДАНИЕ 1).
- Доказать вычислимость функции по Тьюрингу (ЗАДАНИЕ 2).
- Протестировать машину Тьюринга на всевозможных значениях аргументов функции.
- Продемонстрировать преподавателю работу машины Тьюринга.

Требования к отчету:

Отчет лабораторной должен содержать титульный лист, команды машины Тьюринга по заданию 1, контрольные примеры и запись аналитического вида функции ПО заданию 1, команды MT или граф по заданию 2, контрольные примеры по заданию 2.

Защита лабораторной, помимо теоретических вопросов, включает выполнение практического задания по построению машины Тьюринга, предложенной преподавателем.

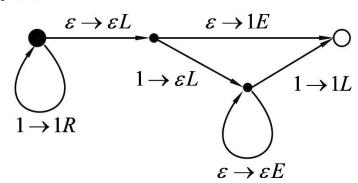
ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

ЗАДАНИЕ 1. Вариант №1. f(x, y) = ? $1 \rightarrow \varepsilon R$ $1 \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} 1, & x \le 1, \\ \frac{x}{y-2}, & x > 1, y \le 3, \\ 2y, & x > 1, y > 3. \end{cases}$ **ЗАДАНИЕ 1.** Вариант №2. f(x, y) = ? $1 \rightarrow \varepsilon R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} 0, & z \le 3, \\ \frac{x+y}{\sqrt{y}}, & z > 3, y \le 3, \\ x+y+z, & z > 3, y > 3. \end{cases}$

Вариант №3.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x) = ?$$



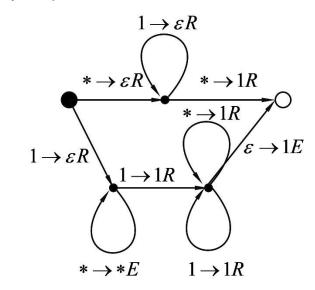
ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x,y) = \begin{cases} x - y, & x > 3, y > 2, \\ x\sqrt{y}, & x \le 3, y \le 2, \\ x + y + 2, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Вариант №4.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x, y, z) = ?$$



ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x, y, z, t) = \begin{cases} x + y + 3, & y + z + t > 3, \\ \frac{x}{y - 2}, & y + z + t \le 3. \end{cases}$$

Вариант №5. ЗАДАНИЕ 1. f(x, y, z, t) = ? $1 \rightarrow 1R$ $1 \rightarrow 1L$ $* \rightarrow *R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} 2, & x \le 1, \\ \frac{x}{z - 2}, & x > 1, z \le 3, \\ x + y + z, & x > 1, z > 3. \end{cases}$ ЗАДАНИЕ 1. Вариант №6. f(x, y, z) = ? $* \rightarrow *E \quad * \rightarrow \varepsilon R$ $1 \rightarrow 1R$ $1 \rightarrow \varepsilon R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x+y}{z-2}, & z \le 4, \\ x+y+z+2, & z > 4. \end{cases}$

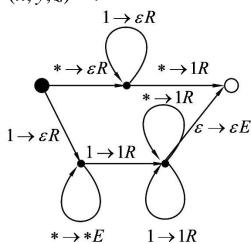
Вариант №7. ЗАДАНИЕ 1. f(x, y, z) = ? $* \rightarrow *E$ $* \rightarrow 1R$ $1 \rightarrow 1R$ $\varepsilon \to 1L \quad \varepsilon \to 1E$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} y+1, & x > 3, \\ xy-2, & x < 3, \\ 0, & x = 3. \end{cases}$ ЗАДАНИЕ 1. Вариант №8. f(x, y) = ? $* \rightarrow 1R$ $1 \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x+z}{y}, & y \le 1, \\ x-z, & y > 1. \end{cases}$

Вариант №9. ЗАДАНИЕ 1. f(x) = ? $1 \rightarrow \varepsilon L$ $1 \rightarrow 1R$ $\varepsilon \to \varepsilon E$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} x + \frac{y}{3}, & y > 3, \\ x - 2y, & y \le 3. \end{cases}$ **ЗАДАН**ИЕ 1. Вариант №10. f(x, y, z) = ? $1 \rightarrow 1E$ $1 \rightarrow 1R$ $1 \rightarrow \varepsilon R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} 2x - \frac{y}{3}, & y > 2, \\ x - y, & y \le 2. \end{cases}$

Вариант №11.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x, y, z) = ?$$



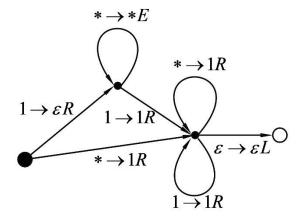
ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x, y, z, t) = \begin{cases} \frac{x + y + z}{t}, & t \le 2, \\ x + y, & t > 2, z < 3, \\ x, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Вариант №12.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x, y, z) = ?$$

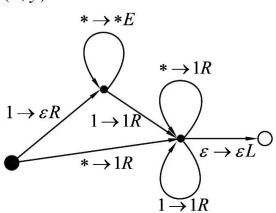


ЗАДАНИЕ 2.
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x+2}{y-3}, & y \le 4, \\ xy, & y = 5, \\ x, & y > 5. \end{cases}$$

Вариант №13.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x, y) = ?$$



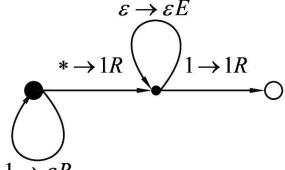
ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x + y + 2}{z - 3}, & z \le 4, \\ (x + y)z, & z = 5, \\ x, & z > 5 \end{cases}$$

Вариант №14.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x,y) = ?$$



 $1 \rightarrow \varepsilon R$

ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x-2}{y-2}, & y \le 3, \\ xy, & y > 3, x \le 1, \\ x, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Вариант №15. ЗАДАНИЕ 1. f(x, y) = ? $* \rightarrow 1E$ $\varepsilon \rightarrow \varepsilon E$ $* \rightarrow 1R$ $\sqrt{1 \rightarrow 1R}$ $1 \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x + y + 2}{z - 1}, & z \le 3, \\ x + z, & z > 3, y \le 3, \\ z, & z > 3, y > 3. \end{cases}$ Вариант №16. ЗАДАНИЕ 1. f(x, y) = ? $* \rightarrow 1R$ $* \rightarrow *E$ $1 \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x - y}{z}, & z < 3, \\ x - y, & x > y, z \ge 3, \\ 0, & x \le y, z \ge 3. \end{cases}$

ЗАДАНИЕ 1. Вариант №17. f(x,y) = ? $1 \rightarrow 1R$ $\varepsilon \to 1R$ $\varepsilon \to \varepsilon L$ $* \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} x+y+1, & y > 3, \\ x-y-1, & 0 < y \le 3, \\ 1, & y = 0. \end{cases}$ ЗАДАНИЕ 1. Вариант №18. f(x, y) = ? $* \rightarrow *E$ $* \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x - y}{z}, & z < 3, \\ x + y, & x > y, z \ge 3, \\ 1, & x \le y, z \ge 3. \end{cases}$$

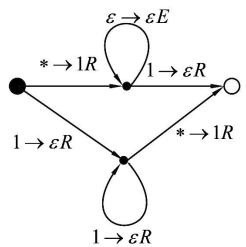
Вариант №19. ЗАДАНИЕ 1. f(x, y) = ? $1 \rightarrow 1R$ $1 \rightarrow \varepsilon R$ $1 \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} x - y, & y + z > 3, \\ \frac{x}{y - 2}, & y + z \le 3. \end{cases}$ Вариант №20. ЗАДАНИЕ 1. f(x,y) = ? $1 \rightarrow \varepsilon R$ $\begin{array}{c|c} & \varepsilon \to 1R & \varepsilon \to 1E \\ \hline \end{array}$ $* \rightarrow \varepsilon R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} x + 2y, & x > 2, y > 2, \\ x\sqrt{y}, & x \le 2, y \le 2, \end{cases}$

|x+y|, иначе.

Вариант №21.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x,y) = ?$$



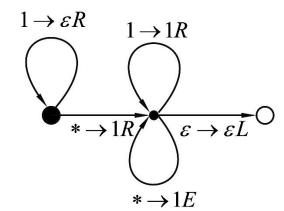
ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x + 2y}{z - 3}, & z \le 5, \\ x + y, & z = 6, \\ z, & z > 6. \end{cases}$$

Вариант №22.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x, y, z, t) = ?$$



ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x - y}{z}, & z < 3, \\ 2x + y, & x > 0, z \ge 3, \\ y, & x = 0, z \ge 3. \end{cases}$$

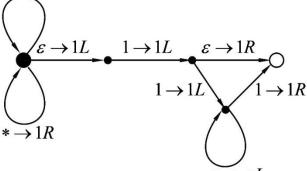
Вариант №23. ЗАДАНИЕ 1. f(x, y, z) = ? $1 \rightarrow \varepsilon R$ $1 \rightarrow 1R$ $\varepsilon \rightarrow \varepsilon E$ $* \rightarrow 1R$ $* \rightarrow \varepsilon R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & y = 3, \\ x, & y > 3, \\ \sqrt{y}, & y \le 2. \end{cases}$ ЗАДАНИЕ 1. Вариант №24. f(x, y, z, t) = ?ЗАДАНИЕ 2. $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & y = 2, \\ 3x + y, & y > 2, \\ x - y, & y < 2. \end{cases}$

Вариант №25.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x,y) = ?$$





ЗАДАНИЕ 2.

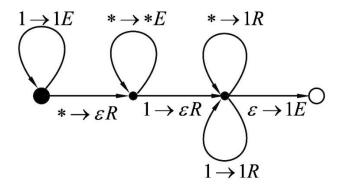
ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x, y, z) = \begin{cases} yz, & x > 3, z \le 2, \\ \frac{y}{\sqrt{x}}, & x \le 3, \\ x + y + z, & x > 3, z > 2 \end{cases}$$

Вариант №26.

ЗАДАНИЕ 1.

$$f(x, y, z, t) = ?$$



ЗАДАНИЕ 2.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{2-y}, & x > 3, \\ x+2y, & x \le 3. \end{cases}$$

Вариант №27. ЗАДАНИЕ 1. f(x, y) = ? $* \rightarrow *E$ $1 \rightarrow 1E$ $1 \rightarrow 1R$ $1 \rightarrow \varepsilon R \qquad * \rightarrow 1E$ ЗАДАНИЕ 2. $\begin{cases} x - y, & y \ge 3. \end{cases}$ **ЗАДАНИЕ 1.** Вариант №28. f(x, y, z) = ? $* \rightarrow *E \qquad * \rightarrow *E \qquad 1 \rightarrow 1R$ $* \rightarrow 1R$ ЗАДАНИЕ 2. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{y}}, & y \le 4, \\ x + y + z, & y > 4. \end{cases}$

Лабораторная работа № 4

Тема: Алгоритм Маркова. Доказательство вычислимости функции по Маркову.

Цели и задачи работы: изучение логики работы алгоритма Маркова, разработка алгоритма Маркова, выполняющего вычисление функции.

Методика выполнения работы:

- Изучить представление данных и применение к ним последовательности правил алгоритма Маркова.
- Доказать вычислимость функции по Маркову.
- Протестировать алгоритм Маркова на всевозможных значениях аргументов функции.
- Продемонстрировать преподавателю работу алгоритма Маркова.

Требования к отчету:

Отчет по лабораторной должен содержать титульный лист, алгоритм решения, последовательность правил алгоритма Маркова, контрольные примеры.

Защита лабораторной, помимо теоретических вопросов, включает выполнение практического задания по построению алгоритма Маркова, предложенного преподавателем.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант №1.	
	$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{y-2}, & x > 1, y \le 3, \end{cases}$
	2y, x>1, y>3.
Вариант №2.	$0, z \leq 3,$
	$f(x,y) = \begin{cases} 1, & x \le 1, \\ \frac{x}{y-2}, & x > 1, y \le 3, \\ 2y, & x > 1, y > 3. \end{cases}$ $f(x,y,z) = \begin{cases} 0, & z \le 3, \\ \frac{x+y}{\sqrt{y}}, & z > 3, y \le 3, \\ x+y+z, & z > 3, y > 3. \end{cases}$
	(x+y+z, z>3, y>3.
Вариант №3.	$\begin{cases} x - y, & x > 3, y > 2, \end{cases}$
	$f(x,y) = \begin{cases} x - y, & x > 3, y > 2, \\ x\sqrt{y}, & x \le 3, y \le 2, \\ x + y + 2, \text{ иначе.} \end{cases}$
	x+y+2, иначе.
Вариант №4.	$\begin{cases} r+v+3 & v+z+t>3 \end{cases}$
	$f(x, y, z, t) = \begin{cases} x + y + 3, & y + z + t > 3, \\ x & \end{cases}$
	$f(x, y, z, t) = \begin{cases} x + y + 3, & y + z + t > 3, \\ \frac{x}{y - 2}, & y + z + t \le 3. \end{cases}$
Вариант №5.	
	$f(x, y, z) = \begin{cases} 2, & x \le 1, \\ \frac{x}{z - 2}, & x > 1, z \le 3, \\ x + y + z, & x > 1, z > 3. \end{cases}$
	x + y + z, x > 1, z > 3.
Вариант №6.	$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x+y}{z-2}, & z \le 4, \\ x+y+z+2, & z > 4. \end{cases}$
	x + y + z + 2, z > 4.
Вариант №7.	$\begin{cases} y+1, & x>3, \end{cases}$
	$f(x,y) = \begin{cases} y+1, & x > 3, \\ xy-2, & x < 3, \\ 0, & x = 3. \end{cases}$
	(0, x=3.

Вариант №8.	$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x+z}{y}, & y \le 1, \\ x-z, & y > 1. \end{cases}$
Вариант №9.	$f(x,y) = \begin{cases} x + \frac{y}{3}, & y > 3, \\ x - 2y, & y \le 3. \end{cases}$
Вариант №10.	$f(x,y) = \begin{cases} x + \frac{y}{3}, & y > 3, \\ x - 2y, & y \le 3. \end{cases}$ $f(x,y) = \begin{cases} 2x - \frac{y}{3}, & y > 2, \\ x - y, & y \le 2. \end{cases}$
Вариант №11.	$f(x, y, z, t) = \begin{cases} \frac{x + y + z}{t}, & t \le 2, \\ x + y, & t > 2, z < 3, \\ x, & \text{иначе.} \end{cases}$
Вариант №12.	$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x+2}{y-3}, & y \le 4, \\ xy, & y = 5, \\ x, & y > 5. \end{cases}$
Вариант №13.	$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x + y + 2}{z - 3}, & z \le 4, \\ (x + y)z, & z = 5, \\ x, & z > 5 \end{cases}$
Вариант №14.	$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x-2}{y-2}, & y \le 3, \\ xy, & y > 3, x \le 1, \\ x, & \text{иначе.} \end{cases}$

Вариант №15.	$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x + y + 2}{z - 1}, & z \le 3, \\ x + z, & z > 3, y \le 3, \\ z, & z > 3, y > 3. \end{cases}$
Вариант №16.	$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x - y}{z}, & z < 3, \\ x - y, & x > y, z \ge 3, \\ 0, & x \le y, z \ge 3. \end{cases}$
	$0, \qquad x \leq y, \zeta \geq 3.$
Вариант №17.	(x+y+1, y>3.
	$f(x,y) = \begin{cases} x+y+1, & y > 3, \\ x-y-1, & 0 < y \le 3, \\ 1, & y = 0. \end{cases}$
	$f(x, y) = \{x - y - 1, 0 < y \le 5,$
	1, y = 0.
Вариант №18.	$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x - y}{z}, & z < 3, \\ x + y, & x > y, z \ge 3, \\ 1, & x \le y, z \ge 3. \end{cases}$
	$f(x, y, z) = \begin{cases} x + y, & x > y, z \ge 3. \end{cases}$
	1 2
Вариант №19.	$\begin{cases} x - y, & y + z > 3, \end{cases}$
	$f(x, y, z) = \begin{cases} x - y, & y + z > 3, \\ \frac{x}{y - 2}, & y + z \le 3. \end{cases}$ $f(x, y) = \begin{cases} x + 2y, & x > 2, y > 2, \\ x \sqrt{y}, & x \le 2, y \le 2, \\ x + y, & \text{иначе.} \end{cases}$ $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x + 2y}{z - 3}, & z \le 5, \\ x + y, & z = 6, \\ z, & z > 6. \end{cases}$
Вариант №20.	$\begin{cases} x + 2y, & x > 2, y > 2, \end{cases}$
	$f(x,y) = \begin{cases} x\sqrt{y}, & x \le 2, y \le 2, \end{cases}$
	x+y, иначе.
Вариант №21.	(r+2v)
	$\left \frac{x+2y}{z-3}, z \leq 5, \right $
	$f(x, y, z) = \begin{cases} x + y, & z = 6, \end{cases}$
	z, z>6.

Вариант №22.	$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x - y}{z}, & z < 3, \\ 2x + y, & x > 0, z \ge 3, \\ y, & x = 0, z \ge 3. \end{cases}$
Вариант №23.	$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & y = 3, \\ x, & y > 3, \\ \sqrt{y}, & y \le 2. \end{cases}$
Вариант №24.	$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & y = 2, \\ 3x + y, & y > 2, \\ x - y, & y < 2. \end{cases}$
Вариант №25.	$f(x, y, z) = \begin{cases} yz, & x > 3, z \le 2, \\ \frac{y}{\sqrt{x}}, & x \le 3, \\ x + y + z, & x > 3, z > 2 \end{cases}$
Вариант №26.	$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{2-y}, & x > 3, \\ x+2y, & x \le 3. \end{cases}$
Вариант №27.	$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & y < 3, \\ x - y, & y \ge 3. \end{cases}$
Вариант №28.	$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{2-y}, & x > 3, \\ x+2y, & x \le 3. \end{cases}$ $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & y < 3, \\ x-y, & y \ge 3. \end{cases}$ $f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{y}}, & y \le 4, \\ x+y+z, & y > 4. \end{cases}$

Лабораторная работа № 5

Тема: Рекурсивные алгоритмы.

Цели и задачи работы: изучение рекурсивного программирования.

Методика выполнения работы:

- Изучить технологию использования стека при рекурсивном программировании.
- Написать рекурсивную программу решения поставленной задачи.
- Протестировать программу.

Требования к отчету:

Отчет по лабораторной должен содержать титульный лист, задание, алгоритм решения, текст программы, тесты.

Защита лабораторной включает теоретические вопросы.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант №1.	Дано число т. Требуется в последовательности цифр
	1 2 3 4 9
	расставить знаки «+» и «-» так, чтобы значением
	получившегося выражения было число m .
	Например, <i>m</i> =122. Знаки расставляются как 12+34-5-6+78+9.
Вариант №2.	В аудитории находятся M компьютеров, на жестком диске
	каждого из которых имеется некоторое известное количество
	свободной памяти. Можно ли инсталлировать на них заданное
	число N программных систем, если каждая система требует
	для размещения не менее $S[j]$ ($j=1,,N$) памяти.
Вариант №3.	Имеются N двузначных чисел. Можно ли их соединить
	знаками сложения и умножения, чтобы получить заданное
	число S?
Вариант №4.	На веревке висят прямоугольные скатерти так, что они
	занимают всю веревку. Один предмет был украден. Можно ли
	перевесить оставшиеся предметы так, чтобы веревка снова
	стала занятой полностью? Длина веревки, количество
	предметов и размеры каждого предмета известны.
Вариант №5.	Имеется N контейнеров высоты H . Задано множество
	предметов, каждый из которых имеет свою высоту. Можно ли
	разместить предметы в этих контейнерах так, чтобы груз не
	выступал над контейнером?
Вариант №6.	Для заданного набора слов требуется построить линейный
	кроссворд. Если окончание одного слова совпадает с началом
	следующего более чем в одной букве (например, ЛОГИКА-
	КАСКАД), то такие слова можно объединить в цепочку.
	Нужно получить любую такую цепочку.
Вариант №7.	Для заданного набора слов требуется построить линейный
	кроссворд минимальной длины. Если окончание одного слова
	совпадает с началом следующего более чем в одной букве
	(например, ЛОГИКА-КАСКАД), то такие слова можно
	объединить в цепочку, представляющую собой линейный
	кроссворд.
Вариант №8.	Построить цепочку из имеющегося набора костей домино.
Вариант №9.	Создайте процедуру, печатающую все возможные
	представления натурального числа N в виде суммы других
	натуральных чисел.
Вариант №10.	Задан набор слов. Построить из них любую цепочку таким
	образом, чтобы символ в начале следующего совпадал с
	одним из символов в середине предыдущего (не первым и не
	последним).

Вариант №11.	Задан массив целых чисел. Построить из них любую
	последовательность таким образом, чтобы последняя цифра
	предыдущего числа совпадала с первой цифрой следующего.
Вариант №12.	Задача раскраски карты. Страны на карте заданы матрицей
_	смежности. Если страны i,j имеют на карте общую границу, то
	элемент матрицы $A[i,j]$ равен 1, иначе 0. Смежные страны не
	должны иметь одинакового цвета. «Раскрасить» карту
	минимальным количеством цветов.
Вариант №13.	Задача проведения границы на карте («создание военных
•	блоков»). Страны на карте заданы матрицей смежности. Если
	страны i,j имеют на карте общую границу, то элемент матрицы
	A[i,j] равен 1, иначе 0. Необходимо разбить страны на две
	группы так, чтобы количество пар смежных стран из
	противоположных групп было минимальным.
Вариант №14.	В последовательности символов могут встречаться только
	цифры и знаки "+", при этом последовательность
	представляет собой формулу сложения однозначных чисел.
	Написать рекурсивную функцию, определяющую значение
	формулы.
Вариант №15.	Написать рекурсивную программу для формирования
	разметки линейки. При нанесении делений на линейку на ней
	должна быть метка в точке 1/2 длины шкалы, метка немного
	покороче через каждые 1/4 длины, еще более короткая через
	1/8 длины и так далее. Количество разбиений – степень
	двойки - задается.
Вариант №16.	Имеется N домов и K красок. Проверить, можно ли покрасить
•	дома имеющимся набором красок, чтобы цвет повторялся не
	раньше, чем через 2 дома.
Вариант №17.	В группе из <i>N</i> студентов каждый студент назвал трех человек,
•	с которыми хотел бы делать лабораторную в паре. Составить
	пары из группы, если это возможно. Сформировать пары
	таким образом, чтобы в каждой паре студенты были
	объединены в соответствии с их пожеланиями, или выдать
	сообщение об отсутствии решения.
Вариант №18.	Требуется найти минимальный путь обхода всего множества
•	городов, не посещая один и тот же город дважды (задача
	коммивояжера).
Вариант №19.	Имеется M типов материалов и K типов клеев, каждый из
	которых пригоден для склеивания нескольких типов
	материалов. Требуется попарно склеить $P(P \le M)$ известных
	типов материалов. Найти минимальное число клеев, которые
	потребуются для этого.

D NC 20	TT . 1
Вариант №20.	Написать рекурсивную функцию, проверяющую
	правильность расстановки скобок в строке. При правильной
	расстановке выполняются условия:
	(а) количество открывающих и закрывающих скобок равно.
	(б) внутри любой пары открывающая – соответствующая
	закрывающая скобка, скобки расставлены правильно.
	Примеры неправильной расстановки: $((, ())(, ())(())$ и т.п.
Вариант №21.	В строке могут присутствовать скобки как круглые, так и
•	квадратные скобки. Каждой открывающей скобке
	соответствует закрывающая того же типа (круглой – круглая,
	квадратной- квадратная). Написать рекурсивную функцию,
	проверяющую правильность расстановки скобок в этом
	случае.
	Пример неправильной расстановки: ([)].
Вариант №22.	Число правильных скобочных структур длины 6 равно 5: ()()(),
Daphani 31222.	(())(), ()(()), ((())), (()()). Требуется написать рекурсивную
	программу генерации всех правильных скобочных структур
	длины $2n$.
	Указание: правильная скобочная структура минимальной
	длины «()». Структуры большей длины получаются из
	структур меньшей длины, двумя способами:
	(а) если меньшую структуру взять в скобки,
	(б) если две меньших структуры записать последовательно.
Вариант №23.	Создать процедуру, печатающую все возможные
	перестановки для целых чисел от 1 до <i>N</i> .
Вариант №24.	Создать процедуру, печатающую все подмножества
	множества $\{1, 2,, N\}$.
Вариант №25.	Разместить на шахматной доске размера $n \times n$ максимальное
	количество коней так, чтобы они не находились друг у друга
	«под боем».
Вариант №26.	Для выполнения лабораторной работы группу из 3N студентов
_	надо разбить на подгруппы по три человека в каждой. Чтобы
	сформировать работоспособные коллективы, преподаватель
	попросил каждого студента назвать фамилии трех студентов,
	с которыми он хотел бы работать. Сформировать подгруппы
	таким образом, чтобы в каждой подгруппе студенты были
	объединены в соответствии с их пожеланиями, или выдать
Danuara Ma27	сообщение об отсутствии решения.
Вариант №27.	Имеется клетчатая квадратная скатерть $N \times N$ клеток.
	Разрезать ее на M квадратных салфеток так, чтобы не
	нарушить целостность клеток.

Вариант №28.	Дано множество слов одинаковой длины, первые два слова из
	них выделены. Построить цепь минимальной длины от
	первого выделенного слова ко второму так, чтобы все слова
	этой цепи были только из заданного множества. Соседние
	слова построенной цепи должны отличаться только одной
	буквой. Длина каждого слова не превышает 10 символов.
	Например, если дано множество
	вол, сыр, воз, сор, вор, тор, рот, сон,
	то можно построить цепь
	вол - вор - сор — сыр.

Расчетное задание

Тема: Оценка сложности алгоритмов.

Цели и задачи работы: изучение методов разработки эффективных алгоритмов, методики оценки порядка сложности алгоритма.

Методика выполнения работы:

- Оценить порядок временной сложности разработанного рекурсивного алгоритма (Лабораторная работа №5).
- Провести оценку оптимальности рекурсивного решения.
- Разработать и реализовать оптимальный алгоритм, если такой существует.

Требования к отчету:

Отчет по расчетному заданию должен содержать титульный лист, задание, текст программы оптимального алгоритма, тесты, расчет временной сложности.

Лабораторная работа № 6

Тема: Преобразования формул логики высказываний и предикатов.

Цели и задачи работы: изучение формул логики высказываний и логики предикатов, способов равносильных преобразований, выводов формул в исчислениях высказываний и предикатов, способа приведение формулы исчисления предикатов к сколемовской нормальной форме.

Теоретические сведения приведены в конспекте лекций.

Методика выполнения работы:

- Изучить способы равносильного преобразования формул в логиках высказываний и предикатов, изучить способы вывода формул в исчислениях высказываний и предикатов, приведение формулы исчисления предикатов к сколемовской нормальной форме.
- Выполнить индивидуальные задания.

Требования к отчету:

Отчет по лабораторной должен содержать титульный лист, задания, последовательность преобразований или логический вывод с пояснениями.

Защита лабораторной включает теоретические вопросы.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

ЗАДАНИЕ 1.

Пусть A обозначает высказывание «Я увлекаюсь плаванием», B обозначает высказывание «Я изучаю английский язык», C обозначает высказывание «Я люблю читать книги». Дайте словесную формулировку следующих высказываний.

Вариант №1.	$\left(\left(\neg A \right) \land B \right) \to C$
Вариант №2.	$(A \vee (\neg B)) \to C$
Вариант №3.	$(A \land B) \to (\neg C)$
Вариант №4.	$((\neg A) \lor B) \to C$
Вариант №5.	$A \sim ((\neg B) \wedge C)$
Вариант №6.	$A \sim (B \vee (\neg C))$
Вариант №7.	$(\neg A) \sim (B \wedge C)$
Вариант №8.	$A \sim ((\neg B) \vee C)$
Вариант №9.	$(A \vee B) \to (\neg C)$
Вариант №10.	$((\neg A) \land (\neg B)) \rightarrow (\neg C)$
Вариант №11.	$((\neg A) \lor (\neg B)) \to (\neg C)$
Вариант №12.	$(\neg A) \land (B \to C)$
Вариант №13.	$A \vee ((\neg B) \to C)$
Вариант №14.	$A \wedge (B \to (\neg C))$
Вариант №15.	$(\neg A) \lor (B \to C)$
Вариант №16.	$\left(\left(\neg A \right) \land \left(\neg B \right) \right) \rightarrow C$
Вариант №17.	$((\neg A) \lor (\neg B)) \to C$
Вариант №18.	$((\neg A) \land B) \to (\neg C)$

	·
Вариант №19.	$\left(\left(\neg A \right) \vee B \right) \rightarrow \left(\neg C \right)$
Вариант №20.	$(\neg A) \land ((\neg B) \to C)$
Вариант №21.	$(\neg A) \vee ((\neg B) \to C)$
Вариант №22.	$(\neg A) \land (B \to (\neg C))$
Вариант №23.	$(\neg A) \lor ((\neg B) \to C)$
Вариант №24.	$A \sim ((\neg B) \wedge (\neg C))$
Вариант №25.	$A \sim ((\neg B) \vee (\neg C))$
Вариант №26.	$(\neg A) \sim (B \wedge (\neg C))$
Вариант №27.	$(\neg A) \sim ((\neg B) \vee C)$
Вариант №28.	$(\neg A) \sim ((\neg B) \wedge (\neg C))$

ЗАДАНИЕ 2.

Проверить, является ли формула тождественно истинной.

Вариант №1.	$\left(\left(\neg A \right) \land B \right) \to A$
Вариант №2.	$(A \vee (\neg B)) \to A$
Вариант №3.	$(A \land B) \to (\neg B)$
Вариант №4.	$((-A) \vee B) \to B$
Вариант №5.	$A \sim ((\neg B) \wedge A)$
Вариант №6.	$A \sim (B \vee (\neg A))$
Вариант №7.	$(-A) \sim (B \wedge B)$
Вариант №8.	$A \sim ((\neg B) \vee B)$
Вариант №9.	$(A \vee B) \to (\neg A)$
Вариант №10.	$((\neg A) \land (\neg B)) \to (\neg A)$

Вариант №11.	$((\neg A) \vee (\neg B)) \rightarrow (\neg B)$
Вариант №12.	$(\neg A) \land (B \to B)$
Вариант №13.	$A \vee ((\neg B) \to A)$
Вариант №14.	$A \wedge (B \to (\neg A))$
Вариант №15.	$(\neg A) \lor (B \to B)$
Вариант №16.	$((\neg A) \land (\neg B)) \to B$
Вариант №17.	$((\neg A) \vee (\neg B)) \to A$
Вариант №18.	$((\neg A) \land B) \to (\neg A)$
Вариант №19.	$((\neg A) \lor B) \to (\neg B)$
Вариант №20.	$(\neg A) \land ((\neg B) \to B)$
Вариант №21.	$(\neg A) \vee ((\neg B) \to A)$
Вариант №22.	$(\neg A) \land (B \to (\neg A))$
Вариант №23.	$(\neg A) \vee ((\neg B) \to B)$
Вариант №24.	$A \sim ((\neg B) \wedge (\neg B))$
Вариант №25.	$A \sim ((\neg B) \vee (\neg A))$
Вариант №26.	$(\neg A) \sim (B \wedge (\neg A))$
Вариант №27.	$(\neg A) \sim ((\neg B) \vee B)$
Вариант №28.	$(\neg A) \sim ((\neg B) \wedge (\neg B))$

ЗАДАНИЕ 3.

Доказать, что формула является тождественно истинной без построения таблицы истинности.

Вариант №1.	$(\neg A \to B) \lor (\neg (A \land B))$

Вариант №2.	$(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \lor B) \to C))$
Вариант №3.	$((A \land B) \sim A) \sim (A \to B)$
Вариант №4.	$((A \to (\neg B)) \land ((\neg B) \to C)) \to (A \to C)$
Вариант №5.	$(A \to B) \to ((A \lor C) \to (B \lor C))$
Вариант №6.	$(\neg A) \to (A \to B)$
Вариант №7.	$((\neg A) \to (\neg B)) \sim (B \to A)$
Вариант №8.	$((\neg A) \to B) \to (((\neg A) \land C) \to (B \land C))$
Вариант №9.	$(A \to B) \lor (\neg((\neg A) \land B))$
Вариант №10.	$((A \to B) \land (B \to C)) \to (A \to C)$
Вариант №11.	$(A \to (\neg B)) \to ((A \land C) \to ((\neg B) \land C))$
Вариант №12.	$(\neg A) \to (A \to (\neg B))$
Вариант №13.	$(A \to (\neg B)) \to ((A \lor C) \to ((\neg B) \lor C))$
Вариант №14.	$((A \to (\neg B)) \to A) \to A$
Вариант №15.	$((A \land (\neg B)) \sim A) \sim (A \rightarrow (\neg B))$
Вариант №16.	$(A \to C) \to (((\neg B) \to C) \to ((A \lor (\neg B)) \to C))$
Вариант №17.	$(A \to B) \sim ((\neg B) \to (\neg A))$
Вариант №18.	$(A \to B) \to ((A \land (\neg C)) \to (B \land (\neg C)))$
Вариант №19.	$(A \to (\neg C)) \to ((B \to (\neg C)) \to ((A \lor B) \to (\neg C)))$
Вариант №20.	$(A \to B) \to ((A \land C) \to (B \land C))$
Вариант №21.	$A \to ((\neg A) \to B)$
Вариант №22.	$((A \to B) \land (B \to (\neg C))) \to (A \to (\neg C))$

Вариант №23.	$((A \land B) \sim B) \sim (B \to A)$
Вариант №24.	$(\neg A \to (\neg B)) \lor (\neg (A \land (\neg B)))$
Вариант №25.	$((A \to B) \to A) \to A$
Вариант №26.	$(A \to B) \to ((A \lor (\neg C)) \to (B \lor (\neg C)))$
Вариант №27.	$((\neg A) \to C) \to ((B \to C) \to (((\neg A) \lor B) \to C))$
Вариант №28.	$A \to ((\neg A) \to (\neg B))$

ЗАДАНИЕ 4.

Доказать, что формула β является логическим следствием формулы β .

Вариант №1.	$\alpha = \neg (A \lor (\neg B)), \beta = \neg (A \land (\neg B))$
Вариант №2.	$\alpha = A \rightarrow B, \beta = (A \land (\neg C)) \rightarrow (B \land (\neg C))$
Вариант №3.	$\alpha = A \to (\neg C), \beta = (B \to (\neg C)) \to ((A \lor B) \to (\neg C))$
Вариант №4.	$\alpha = A, \beta = B \rightarrow A$
Вариант №5.	$\alpha = A \rightarrow B, \beta = (A \lor C) \rightarrow (B \lor C)$
Вариант №6.	$\alpha = \neg A, \beta = A \to B$
Вариант №7.	$\alpha = A \rightarrow ((\neg B) \rightarrow C), \beta = (A \rightarrow (\neg B)) \rightarrow (A \rightarrow C)$
Вариант №8.	$\alpha = (A \to B) \land (B \to C), \beta = A \to C$
Вариант №9.	$\alpha = A \to C, \beta = (B \to C) \to ((A \lor B) \to C)$
Вариант №10.	$\alpha = A \rightarrow (B \rightarrow (\neg C)), \beta = (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (\neg C))$
Вариант №11.	$\alpha = (A \to B) \land (B \to (\neg C)), \beta = A \to (\neg C)$
Вариант №12.	$\alpha = A \rightarrow (\neg)B, \beta = (A \lor C) \rightarrow ((\neg B) \lor C)$
Вариант №13.	$\alpha = A \rightarrow B, \beta = (A \land C) \rightarrow (B \land C)$
Вариант №14.	$\alpha = A \rightarrow (B \rightarrow C), \beta = (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$

Вариант №15.	$\alpha = \neg A, \beta = A \rightarrow (\neg B)$
Вариант №16.	$\alpha = (A \to (\neg B)) \land ((\neg B) \to C), \beta = A \to C$
Вариант №17.	$\alpha = A \to ((\neg B) \to (\neg C)), \beta = (A \to (\neg B)) \to (A \to (\neg C))$
Вариант №18.	$\alpha = A \rightarrow C, \beta = ((\neg B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \lor (\neg B)) \rightarrow C)$
Вариант №19.	$\alpha = A \rightarrow B, \beta = (\neg B) \rightarrow (\neg A)$
Вариант №20.	$\alpha = \neg(A \lor B), \beta = \neg(A \land B)$
Вариант №21.	$\alpha = (\neg A) \to (B \to C), \beta = ((\neg A) \to B) \to ((\neg A) \to C)$
Вариант №22.	$\alpha = A \rightarrow (\neg B), \beta = (A \land C) \rightarrow ((\neg B) \land C)$
Вариант №23.	$\alpha = A, \beta = \neg A \to B$
Вариант №24.	$\alpha = A \rightarrow B, \beta = (A \lor (\neg C)) \rightarrow (B \lor (\neg C))$
Вариант №25.	$\alpha = A, \beta = (\neg B) \rightarrow A$
Вариант №26.	$\alpha = A \to C, \beta = (C \to B) \to ((A \lor C) \to B)$
Вариант №27.	$\alpha = (\neg A) \rightarrow (\neg B), \beta = B \rightarrow A$
Вариант №28.	$\alpha = ((\neg A) \to B) \land (B \to C), \beta = (\neg A) \to C$

ЗАДАНИЕ 5.

Построить вывод формулы.

Вариант №1.	$(A \to (\neg B)) \to ((A \to ((\neg B) \to C)) \to (A \to C))$
Вариант №2.	$(A \to \neg(\neg B)) \to (A \to B)$
Вариант №3.	$(A \to B) \to ((B \to (\neg C)) \to (A \to (\neg C)))$
Вариант №4.	$A \to \Big(B \to \Big(\neg \Big(A \to (\neg B)\Big)\Big)\Big)$
Вариант №5.	$(A \to B) \to ((B \to C) \to ((C \to B) \to (A \to B)))$
Вариант №6.	$\neg A \rightarrow (A \rightarrow (\neg B))$

Вариант №7.	$(\neg(\neg A) \rightarrow (\neg B)) \rightarrow (A \rightarrow (\neg B))$
Вариант №8.	$(A \to B) \to (((\neg B) \to A) \to B)$
Вариант №9.	$(A \to B) \to ((A \to (B \to C)) \to (A \to C))$
Вариант №10.	$(A \to B) \to ((\neg B) \to (\neg A))$
Вариант №11.	$((\neg A) \to B) \to (((\neg B) \to (\neg A)) \to B)$
Вариант №12.	$(A \to B) \to ((B \to C) \to ((C \to D) \to (A \to D)))$
Вариант №13.	$((\neg A) \to \neg(\neg B)) \to ((\neg A) \to B)$
Вариант №14.	$((A \to B) \to A) \to A$
Вариант №15.	$(A \to (\neg B)) \to (((\neg B) \to C) \to (A \to C))$
Вариант №16.	$A \to \neg(\neg A)$
Вариант №17.	$(\neg A) \rightarrow ((\neg B) \rightarrow (\neg((\neg A) \rightarrow B)))$
Вариант №18.	$\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
Вариант №19.	$((A \to (\neg B)) \to A) \to A$
Вариант №20.	$(A \to B) \to ((B \to C) \to (A \to C))$
Вариант №21.	$(A \to (\neg B)) \to ((B \to A) \to (\neg B))$
Вариант №22.	$(\neg(\neg A) \to B) \to (A \to B)$
Вариант №23.	$(A \to B) \to ((A \to (B \to (\neg C))) \to (A \to (\neg C)))$
Вариант №24.	$A \to ((\neg B) \to (\neg (A \to B)))$
Вариант №25.	$(A \to B) \to ((B \to C) \to ((C \to (\neg A)) \to (A \to (\neg A))))$
Вариант №26.	$\neg(\neg A) \to A$
Вариант №27.	$A \to ((\neg A) \to B)$
Вариант №28.	$((\neg A) \to B) \to (((\neg A) \to (B \to C)) \to ((\neg A) \to C))$

ЗАДАНИЕ 6. Записать отрицание формулы в сколемовской нормальной форме.

Вариант №1.	$(\forall x)(P(x) \to (\forall y)(\neg Q(y)))$
Вариант №2.	$(\forall x)(\exists y)(P(x)\vee Q(y)\rightarrow (\forall z)R(z))$
Вариант №3.	$(\exists x)(P(x))\vee(\exists y)(\neg Q(y))$
Вариант №4.	$(\exists x)(\exists y)(P(x) \land Q(y)) \rightarrow (\forall z)R(z)$
Вариант №5.	$(\exists x) ((P(x) \land Q(x)) \rightarrow (\exists y) (\neg R(y)))$
Вариант №6.	$ (\forall x) ((P(x) \land Q(x) \land R(x)) \rightarrow (\forall y) (\neg S(y))) $
Вариант №7.	$(\forall x)(\exists y)(P(x) \land Q(y)) \rightarrow (\forall z)R(z)$
Вариант №8.	$(\forall x)(\neg P(x)) \rightarrow (\exists y)(\neg Q(y))$
Вариант №9.	$(\forall x) ((P(x) \land Q(x) \land R(x)) \rightarrow (\forall y)(Q(y)))$
Вариант №10.	$(\exists x)(\neg P(x)) \lor (\exists y)(Q(y))$
Вариант №11.	$(\forall x) (P(x) \to (\forall y) (Q(y)))$
Вариант №12.	$(\exists x) ((P(x) \land (\neg Q(x))) \rightarrow (\exists y) R(y))$
Вариант №13.	$(\forall x)(\exists y)(P(x) \to Q(y)) \lor (\forall z)(\neg R(z))$
Вариант №14.	$(\forall x)(P(x)) \rightarrow (\exists y)(\neg Q(y))$
Вариант №15.	$(\forall x)(\forall y)(P(x) \land Q(y)) \rightarrow (\exists z)R(z)$
Вариант №16.	$(\exists x)(\neg P(x)) \land (\exists y)(Q(y))$
Вариант №17.	$(\forall x) ((P(x) \land Q(x)) \rightarrow (\forall y)(R(y)))$
Вариант №18.	$(\forall x)(\exists y)(P(x) \land Q(y)) \rightarrow (\forall z)(\neg R(z))$
Вариант №19.	$(\exists x)(P(x)) \wedge (\forall y)(\neg Q(y))$

Вариант №20.	$(\exists x) (((\neg P(x)) \land Q(x)) \rightarrow (\exists y) (\neg R(y)))$
Вариант №21.	$(\forall x)(\neg P(x)) \rightarrow (\exists y)(Q(y))$
Вариант №22.	$(\forall x)(\exists y)(P(x) \to Q(y)) \lor (\forall z)R(z)$
Вариант №23.	$(\exists x)(P(x)) \land (\exists y)(\neg Q(y))$
Вариант №24.	$(\forall x) ((P(x) \land Q(x) \land R(x)) \rightarrow (\forall y)(Q(y)))$
Вариант №25.	$(\forall x)(P(x)) \rightarrow (\exists y)(Q(y))$
Вариант №26.	$(\forall x)(\exists y)(P(x)\vee Q(y))\rightarrow (\forall z)(\neg R(z))$
Вариант №27.	$(\exists x) ((P(x) \land (\neg Q(x))) \rightarrow (\exists y) (\neg R(y)))$
Вариант №28.	$(\forall x) ((\neg P(x)) \rightarrow (\forall y) (Q(y)))$

ЛИТЕРАТУРА

- **1.** Крючкова, Е.Н. Основы математической логики и теории алгоритмов: учебное пособие /Е. Н. Крючкова.- Барнаул : АлтГТУ , 2013 216 с. URL: http://new.elib.altstu.ru/eum/download/pm/Kruchkova_ml.pdf
- **2.** Чаплыгина, А.А. Учебно-методическое пособие по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов /А. А. Чаплыгина. Барнаул : АлтГТУ , 2017 28 с. URL: http://elib.altstu.ru/eum/download/pm/Chapl_MatLogicTeorAlg_ump.pdf