

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $r = p/(1 - \cos \varphi)$, $\varphi = \pi/4$, $\varphi = \pi/2$.
2. Найти периметр одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью OX и линиями $y = \ln(\cos x)$, $y = \ln(\sin x)$.
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = 4az$, $x^2 + y^2 = 2cx$, $z = 0$.
4. Найти площадь части поверхности $z^2 = 8x$, вырезанной поверхностями $y^2 = 2x$, $x = 2, 5$.
5. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y^2 = 2px$, $x = p/2$, если плотность $\rho = xy^2$.
6. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$, $z = 3$, $2x + y = 3$.

Вариант № 2

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = \lg x$, $y = 0$, $x = 0, 1$, $x = 10$.
2. Найти площадь части поверхности $y^2 = 2px$, заключённой между плоскостью XOY и поверхностью $z = \sqrt{2px - 4x^2}$.
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = 4z^2$, $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$.
4. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 6z$, расположенной внутри цилиндра $(x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2)$.
5. Найти массу круглой пластины $x^2 + y^2 \leq 4x$, если плотность
 $\rho = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)} / 16$.
6. Найти момент инерции однородного отрезка **AB** длиной 9 ед. относительно оси, лежащей с ним в одной плоскости, если конец **A** отстоит от оси на 2 ед., а конец **B** на 4 ед.

Вариант № 3

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $x^2/4 + y^2 = 1, \quad x = y, \quad y = 0.$
2. Найти длину кривой $r = 2a \sin^2 (\varphi/2).$
3. Найти площадь части поверхности конуса $y^2 + z^2 = x^2$, вырезанной цилиндрической поверхностью $x^2 = ay.$
4. Найти массу плоской области, ограниченной линиями $x = 1, \quad x = 3, \quad y = x^2, \quad y = x + x^2$, если плотность $\rho = (x + y)^2.$
5. Найти момент инерции относительно оси абсцисс одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t)$, если плотность в каждой точке кривой пропорциональна ординате этой точки.
6. Найти координаты центра масс части поверхности
 $x^2 + z^2 - y^2 = 1, \quad z \geq 0,$
вырезанной поверхностями $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2, \quad y = \pm x/\sqrt{3},$
если плотность $\rho = 1 / \sqrt{1 + 2y^2}.$

Вариант № 4

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^2, \quad xy = 8, \quad x = 6.$
2. Найти длину петли линии $9ay^2 = x(x - 3a)^2.$
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
 $z = xy, \quad x + y = 1, \quad z = 0.$
4. Найти полярный момент инерции фигуры, ограниченной линией $r = a(1 + \cos \varphi)$, если плотность $\rho = r/\sin(\varphi/2).$
5. Найти массу дуги гиперболы $xy = 1$ между точками $A(1; 1)$ и $B(2; 0,5)$, если плотность $\rho = x^6 y.$
6. Найти координаты центра масс части поверхности
 $z = (x^2 - y^2)/2$, вырезанной полуплоскостью $y = 0, \quad x \geq 0$ и цилиндрической поверхностью, у которой образующая параллельна оси OZ , а направляющей является первый виток спирали $r = 2\varphi$ (лежит в плоскости XOY). Плотность $\rho = 1 / \sqrt{1 + x^2 + y^2}.$

Вариант № 5

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.
2. Найти периметр фигуры, ограниченной линиями
 $y^3 = x^2, y = \sqrt{2 - x^2}$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $z = y^2, x + 3y = 9, z = 0, x = 0, y = 0$.
4. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, вырезанной поверхностями $x = 0, y = 0, z = 0, x + y = a$.
5. Найти момент инерции относительно оси абсцисс плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2\sqrt{x}, x + y = 3, y = 0$, если плотность $\rho = x + y$.
6. Найти массу контура треугольника OAB с вершинами в точках $O(0;0), A(1;0), B(0;1)$, если плотность $\rho = x^2 + y$.

Вариант № 6

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $x^2 = 4y, y = 8/(x^2 + 4)$.
2. Найти длину дуги кривой $r = \sin^3(\varphi/3)$, если полярный угол изменяется от 0 до $\pi/2$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $x^2/4 + y^2 = 1, z = 12 - 3x - 4y, z = 0$.
4. Найти площадь части поверхности цилиндров $x^2 + y^2 = \pm ax$, расположенной внутри сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.
5. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями
 $x = 2, y = x, xy = 1$, если плотность $\rho = (x/y)^2$.
6. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного плоскостями $x = 0, y = 0, z = 0, x = 1, y = 1, x + y + z = 3$.

Вариант № 7

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = a \cos 5\varphi$.
2. Найти длину дуги линии $x = e^{-t} \cos t$, $y = e^{-t} \sin t$, $z = e^{-t}$ от точки $A(1;0;1)$ до точки $O(0;0;0)$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4x$, $z = x$, $z = 2x$.
4. Найти координаты центра масс дуги кривой $x = 8 \sin t + 6 \cos t$, $y = 6 \sin t - 8 \cos t$, $0 \leq t \leq \pi/2$, если плотность ρ пропорциональна абсциссе точки.
5. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 1$, если плотность $\rho = x + y + z$.
6. Найти полярный момент инерции части поверхности $z^2 = x^2 + y^2$, $z \geq 0$, вырезанной полуплоскостью $y = 0$, $x \geq 0$ и цилиндрической поверхностью, у которой образующая параллельна оси OZ , а направляющей является первый виток спирали $r = 3\varphi$ (в плоскости $ХОУ$). Плотность $\rho = 1/(x^2 + y^2)$.

Вариант № 8

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2^x$, $y = 2x - x^2$, $x = 0$, $x = 2$.
2. Найти длину дуги кривой $\varphi = \sqrt{r}$, если полярный радиус изменяется от 0 до 5.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 5x$, $y = x$, $y = 0$, $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$, $z = 0$.
4. Найти площадь части поверхности $x^2/4 + z^2/2 = 1$, заключенной внутри поверхности $x^2/4 + y^2 = 1$.
5. Найти массу плоской фигуры, ограниченной эллипсом $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, если плотность $\rho = |xy|$.
6. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y = 1$, $x^2 + y^2 = z$ и координатными плоскостями.

Вариант № 9

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = 3 + 2\cos \varphi$.
2. Найти длину дуги трактрисы $x = a(\cos t + t \sin \frac{t}{2})$, $y = a \sin t$, если параметр t изменяется от $\pi/2$ до $5\pi/6$.
3. Найти площадь части поверхности $y = \sqrt{x^2 + z^2}$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 1$.
4. Найти координаты центра масс однородной цепной линии $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$, $|x| \leq a$.
5. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$, если плотность $\rho = x^2 + y^2$.
6. Найти момент инерции относительно оси ординат части поверхности $y^2 - x^2 - z^2 = 1$, вырезанной поверхностью $x^2 + z^2 = 8$, если плотность $\rho = 1/\sqrt{1 + 2(x^2 + z^2)}$.

Вариант № 10

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $y^2 = x^2(a^2 - x^2)$.
2. Найти длину контура, образованного линиями $y^2 = (x+1)^3$, $x = 4$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $y^2 = 4x$, $x = 1$, $z = 0$.
4. Найти координаты центра масс фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2x^2$, $x = 1$, $x = 2$, если плотность $\rho = y/x$.
5. Найти массу дуги кривой $x = at$, $y = at^2/2$, $z = at^3/3$ между точками $O(0;0;0)$ и $A(a;a/2;a/3)$, если плотность $\rho = \sqrt{2y/a}$.
6. Найти момент инерции однородной конической оболочки $0 \leq z \leq \sqrt{5}$, $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = \frac{z^2}{5}$ относительно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z - \sqrt{5}}{0}$.

Вариант № 11

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 8$, $y = x^2/2$.

2. Найти длину дуги кривой, заданной уравнением

$$y = \int_{-\pi/2}^x \sqrt{\cos t} dt, \text{ если абсцисса точки изменяется от } 0 \text{ до } \pi/2.$$

Указание: применить теорему Барроу.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 + z^2 = 4ax$, $y^2 = ax$, $x = 3a$ (внутри цилиндра).
4. Найти координаты центра масс фигуры, ограниченной линиями $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $x = 0$, $y = 0$, если плотность $\rho = x$.
5. Найти массу части эллипса $x = acost$, $y = bsint$, лежащей в первой четверти, если плотность $\rho = xy$.
6. Найти момент инерции шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ относительно его диаметра, если плотность $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Вариант № 12

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = a^2$, $x + y = 5a/2$.
2. Найти длину линии $(y - \arcsin x)^2 = 1 - x^2$.
3. Найти площадь части поверхности $x^2/a + y^2/b = 2z$, расположенной внутри цилиндра $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.
4. Найти момент инерции относительно оси ординат фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $x = y^2$, если плотность $\rho = 1 + y$.
5. Найти массу контура, образованного линиями $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 3$, если плотность $\rho = x^2$.
6. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = a^2$, $z = \frac{h}{a} \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 0$.

Вариант № 13

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = 1/x^{3/2}, y = 0, x = 1$.
2. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = R^2$, заключенной между плоскостью XOY и поверхностью $z = R + x^2/R$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = z, y = 5x, x = 1, z = 0, y = 0$.
4. Найти площадь части поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, расположенной внутри цилиндра $(x^2 + y^2)^2 = 2xy$.
5. Найти массу дуги кривой $x = \ln(1 + t^2), y = 2 \arctg t - t + 3$, если абсцисса точки изменяется от 0 до $\ln 2$, а плотность $\rho = ye^{-x}$.
6. Найти момент инерции относительно оси OZ однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y + z = 2, x^2 + y^2 = 2, z = 0$.

Вариант № 14

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = a^3/(a^2 + x^2), y = 0$.
2. Найти площадь части поверхности $y = 0, 5x - 2, x \geq 0$, ограниченной поверхностями $z = 0, z = 16 - x^2 - y^2$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $z = x^2 + y^2, z = x^2 - 2y^2, y = x, y = 2x, x = 1$.
4. Найти площадь части поверхности $az = xy$, расположенной внутри цилиндра $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2xy$.
5. Найти момент инерции однородного контура треугольника PQR с вершинами (в полярной системе координат) $P(a; 0), Q(a; 2\pi/3), R(a; 4\pi/3)$ относительно полюса.
6. Найти координаты центра масс части поверхности
 $x^2 + z^2 = y^2, y \geq 0, z \geq 0$, вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 9$, если плотность $\rho = \sqrt{y^2 - x^2}$.

Вариант № 15

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $3x + 2y - 6 = 0$, $3x^2 - 2y = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину кривой $r = a \sin \varphi$.
3. Найти площадь части поверхности конуса $y^2 + z^2 = x^2$, расположенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$.
4. Найти массу треугольника ABC , где $A(2;3)$, $B(7;2)$, $C(4;5)$, если плотность $\rho = x$.
5. Найти момент инерции относительно начала координат однородной дуги эвольвенты окружности $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$.
6. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = a^2$, $y^2 + z^2 = a^2$ ($z \geq 0$).

Вариант № 16

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \arcsin x$, $x - 1 = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину дуги пространственной кривой $z^2 = 2ax$, $9y^2 = 16xz$ от точки $O(0;0;0)$ до точки $A(2a; 8a/3; 2a)$.
3. Найти площадь части поверхности $z = (x^2 - y^2)/2$, вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 3$.
4. Найти декартовы координаты центра масс фигуры, ограниченной линиями $r = a\varphi$, $\varphi = \pi$, если плотность $\rho = \varphi$.
5. Найти момент инерции относительно плоскости XOZ однородной пирамиды, ограниченной плоскостями $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
6. Найти массу полной поверхности конуса $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$, если плотность $\rho = x^2 + y^2$.

Вариант № 17

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = (\operatorname{tg} x)/2$ ($|x| < \pi/2$).
2. Найти длину кривой $r = p/(1 + \cos \varphi)$, если $|\varphi| \leq \pi/2$.
3. Найти площадь части поверхности $z^2 = 2xy$ при $z \geq 0$, $0 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq 10$.
4. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y^2 = x$, если плотность $\rho = x^2 + y$.
5. Найти момент инерции относительно оси OZ одного витка однородной винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = \frac{h}{2\pi} t$.
6. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 2z$, $x + y = z$.

Вариант № 18

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = a \sin 3\varphi$.
2. Найти длину линии $x = a \cos^5 t$, $y = a \sin^5 t$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 + z^2 = 4x$, $y^2 = 4 - 4x$.
4. Найти площадь части поверхности $z^2 = 2xy$ при $0 \leq z \leq 5$, $1 \leq y \leq 10$.
5. Найти координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линией $y^2 = x^2 - x^4$, $x \geq 0$.
6. Найти массу части поверхности $x^2 = 2z$, вырезанной поверхностями $y^2 = 8z$, $z = 1,5$, если плотность $\rho = z$.

Вариант № 19

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 1,25$, $y = 1/(2x)$ и лежащей в первой четверти.
2. Найти длину линии $x = \int_1^t \frac{\cos u}{u} du$, $y = \int_1^t \frac{\sin u}{u} du$ при $1 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 0$, $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$, $z = xy$, если $a \geq R$, $b \geq R$, $R > 0$.
4. Найти координаты центра масс фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{2x - x^2}$, $y = 0$, если плотность $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.
5. Найти момент инерции относительно плоскости XOZ однородного тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = h$.
6. Найти массу части поверхности $x^2/9 + z^2/4 = 1$, вырезанной поверхностью $x^2/9 + y^2 = 1$, если $\rho = |x|/\sqrt{81 - 5x^2}$.

Вариант № 20

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $ax = y^2$, $ay = x^2$.
2. Найти площадь цилиндрической поверхности $y = \sqrt{2px}$, $0 \leq x \leq 8p/9$, заключенной между плоскостями XOY и $z = y$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2/4 = z/3$, $x + z/3 = 2$.
4. Найти массу дуги параболы $y^2 = 2px$, $0 \leq x \leq p/2$, если плотность $\rho = |y|$.
5. Найти момент инерции относительно начала координат однородного тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 4$.
6. Найти координаты центра масс части поверхности $2x = y^2 + z^2$, вырезанной поверхностями $y = \pm x$, $x = 2$, если плотность $\rho = \sqrt{2x - y^2}$.

Вариант № 21

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2^x$, $y = 2$, $x = 0$.
2. Найти длину линии $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = x^2 + y^2$, $z = 2$, $z = 3$.
4. Найти площадь части поверхности $z^2 = 4y$, вырезанной поверхностями $x^2 = 8y$, $y = 6$.
5. Найти момент инерции относительно оси OX прямолинейного отрезка, соединяющего точки $A(1;1)$ и $B(2;3)$, если плотность $\rho = xy$.
6. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = 1$, $y = 0$, $y = 1$, если плотность $\rho = (x^2 + y^2 + z^2)^3$.

Вариант № 22

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 2ax$, $x^2 + y^2 = 2ay$.
2. Найти длину кривой $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = a \ln \cos t$, если ордината изменяется от 0 до $a/\sqrt{2}$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
4. Найти декартовы координаты центра масс однородной дуги логарифмической спирали $r = ae^\varphi$, если $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi$.
5. Найти массу тела $x^2 + y^2 + z^2 \leq x$, если $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
6. Найти момент инерции относительно оси OZ части поверхности $x^2 + y^2 = 6z$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 2y$, если плотность $\rho = 1/\sqrt{9 + x^2 + y^2}$.

Вариант № 23

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $r = 3 + \cos 4\varphi$, $r = 2 - \cos 4\varphi$ и не включающей полюс.
2. Найти длину дуги линии $y = (x^2 - 2)/2$ между точками пересечения линии с осью OX .
3. Найти объем тела, лежащего в I октанте и ограниченного поверхностями $z = xy$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$.
4. Найти площадь части поверхности $y^2 + z^2 = 4ax$, вырезанной цилиндром $y^2 = ax$ и плоскостью $x = 3a$.
5. Найти момент инерции относительно оси абсцисс фигуры, ограниченной линиями $\frac{|x|}{a} + \frac{y}{h} = 1$, $y = 0$, если $\rho = |xy|$.
6. Найти массу части окружности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x^2 + y^2 = R^2/4$, лежащей в 1-м октанте, если плотность $\rho = xyz$.

Вариант № 24

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $r = a \tan \varphi$, $\varphi = \pi/4$.
2. Найти длину дуги полукубической параболы $y^2 = \frac{4}{9}(x-1)^3$, заключенной внутри параболы $y^2 = 2x/9$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 2z$, $x + y + z = 1$.
4. Найти площадь части поверхности $z^2 = 2x$, вырезанной поверхностями $y^2 = x$, $x = 4$.
5. Найти массу фигуры, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 1,5x$, $y = 4 - (x-1)^2$ ($x > 0$), если плотность $\rho = x + y$.
6. Найти моменты инерции однородного контура прямоугольника со сторонами a и b ($a \neq b$) относительно осей симметрии прямоугольника.

Вариант № 25

1. Найти длину дуги линии $y = (x^2 - 2 \ln x)/4$, если абсцисса меняется от 1 до e .
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - y^2$, $y = x^2/2$, $x = 0$, $z = 0$.
3. Найти площадь части поверхности цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$, вырезанной плоскостями $x + z = 0$, $x - z = 0$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$).
4. Найти полярный момент инерции квадрата $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$, если плотность $\rho = y$.
5. Найти массу контура, образованного линиями $r = 2$, $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/4$, если плотность $\rho = e^r$.
6. Найти координаты центра масс части поверхности $y^2 = 2xz$, лежащей в области $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq z \leq 9$, $y \geq 0$, если $\rho = 1/(x + z)$.

Вариант № 26

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$.
2. Найти длину дуги гиперболической спирали $r\varphi = 1$, если φ изменяется от $3/4$ до $4/3$.
3. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 2az$, заключенной внутри цилиндра $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2xy$.
4. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 0,5x$, $y = 2x$, $xy = 2$ ($x \geq 0$), если плотность $\rho = x^2 + y$.
5. Найти момент инерции относительно оси ординат дуги эллипса $x = 4\sqrt{2} \cos t$, $y = 3\sqrt{2} \sin t$, $0 \leq t \leq \pi/4$, если $\rho = y/x$.
6. Найти координаты центра масс части поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, ограниченной плоскостями $x + y = \pm a$, $x - y = \pm a$ ($z \geq 0$), если плотность $\rho = |y|$.

Вариант № 27

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = a(1 + \cos \varphi)$.
2. Найти длину дуги линии $y = \ln(1 - x^2)$, если $x \in [0; 0,5]$.
3. Найти площадь части поверхности $x^2 - y^2 = z^2$, расположенной в первом октанте и ограниченной плоскостью $y + z = a$.
4. Найти момент инерции относительно оси абсцисс круга радиуса R с центром в точке $(0; R)$, если плотность $\rho = |x|$.
5. Найти расстояние до плоскости XOY центра масс конической винтовой линии $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$, если аппликата изменяется от 0 до 1, а плотность $\rho = z$.
6. Найти массу параболической оболочки $z = 0,5(x^2 + y^2)$ ($0 \leq z \leq 1$), если плотность $\rho = z$.

Вариант № 28

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $(x^2 + y^2)^2 = a^2 xy$.
2. Найти длину дуги кривой $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, если $t \in [0, n\pi]$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - x^2$, $2x + y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
4. Найти площадь части поверхности $x^2 + z^2 = 4y$, вырезанной поверхностями $x^2 = y$ и $y = 3$.
5. Найти координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линией $y^2 = ax^3 - x^4$.
6. Найти момент инерции относительно оси OY однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $x^2 + z^2 = y^2$ ($y > 0$).

Вариант № 29

1. Найти площадь фигуры, ограниченной первым и вторым витками спирали Архимеда $r = a\varphi$ и полярной осью.
2. Найти длину дуги кривой $x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t$,
 $y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t$, если t изменяется от 0 до π .
3. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, вырезанной поверхностью $4y^2 - z^2 = 1$ и плоскостями $z = \pm 1$.
4. Однородная дуга окружности радиуса R стягивает центральный угол 2α . Найти расстояние от центра масс дуги до центра окружности.
5. Найти момент инерции относительно начала координат однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$, $z = 1$ ($0 \leq z \leq 1$).
6. Найти массу части конической оболочки $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 2ax$, если $\rho = xy + yz + zx$.

Вариант № 30

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $(x^2 + y^2)^2 = a^2x^3$.
2. Найти периметр фигуры, лежащей в первой четверти и ограниченной кривой $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ и осями координат.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $2z = 4 - x^2 - y^2$, $z = 2 - x - y$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
4. Найти координаты центра масс первого полувитка однородной винтовой линии $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$.
5. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ($z \geq 0$, $R > r$), если плотность $\rho = x^2 + y^2$.
6. Найти полярный момент инерции однородной боковой поверхности цилиндра $x^2 + y^2 = R^2$, $0 \leq z \leq H$.