Лабораторная работа №1

Синтез комбинационных схем
Минимизация логических функций

1 .Этапы синтеза комбинационных схем

Под комбинационной схемой (КС) понимают такую цифровую схему, функционирование которой может быть описано системой булевых функций. Такая схема имеет одно неизменное внутреннее состояние, а выходные сигналы схемы полностью определяются совокупностью входных сигналов в данный момент времени и не зависят от сигналов, поступающих в предыдущие моменты времени.

В цифровой вычислительной технике (ЦВТ) КС строятся из элементарных комбинационных схем, то есть таких, которые нельзя разбить на подсхемы. Такие элементарные КС называются логическими элементами.

Наиболее общими задачами в теории КС являются задачи анализа и синтеза схем. Задача анализа состоит в определении булевых функций (так называемых выходных функций схемы), реализуемых КС, по известной структуре схемы. Задача синтеза заключается в построении по заданным условиям из заданного набора логических элементов КС. Эти условия определяют количество входов и выходов схемы, а также закон соответствия наборов входных и выходных сигналов. Для этого проводятся определенные действия, связанные с использованием основных положений алгебры логики:

1 .Формирование логических условий функционирования рассматриваемой схемы путем составления таблицы истинности для соответствующих логических функций. Таблица истинности составляется непосредственно по заданным условиям работы.

2.Получение по таблицам истинности аналитических представлений логических функций (ЛФ), описывающих рассматриваемую схему в виде совершенных дизъюнктивных (иногда конъюнктивных) нормальных форм.

3.Минимизация ЛФ для получения наиболее простой КС. Минимизированные функции приводятся к виду, который отвечает наиболее простой их реализации с помощью логических элементов заданного набора.

4.Построение КС по минимизированным логическим функциям. При проведении практических работ по синтезу КС ЦВТ могут выполняться не все действия из указанных четырех. Если, например, ЛФ, описывающие рассматриваемую схему, уже заданы, то пропускаются первые два пункта. Если же ЛФ не поддаются минимизации, то действия по третьему пункту сводятся к преобразованию функций с целью получения их форм, удобных для реализации посредством логических элементов заданного набора.

2 Этап минимизации логических функций

ЛФ не только отражают условия работы некоторых КС ЦВТ, но и возможный их состав, если каждой элементарной логической операции ставится в соответствие реальный физический элемент. Поэтому ЛФ используются в качестве тех аналитических форм, по которым строятся принципиальные схемы, и являются математическими моделями данных схем. В связи с этим возникает задача отыскания такого представления заданной функции, которое является оптимальным в смысле минимума используемого оборудования. Количество оборудования, используемого в схеме, принято называть ее ценой. Процесс нахождения представления булевой функции с минимальной ценой называется минимизацией.

Основная цель минимизации ЛФ – получение их минимальных нормальных форм, как правило, дизъюнктивных и иногда конъюнктивных. В общем случае минимальная форма определяется так:

дизъюнктивная (или конъюнктивная) нормальная форма ЛФ называется минимальной, если она содержит наименьшее число знаков двоичных переменных и их отрицаний, а также знаков логических операций, по сравнению со всеми другими эквивалентными дизъюнктивными (или соответственно конъюнктивными) нормальными формами.

2.1. Метод непосредственного преобразования

Минимизация ЛФ малого числа переменных (п<6) может осуществляться по методу непосредственных преобразований. Сущность метода заключается в том, что минимизация исходной ЛФ производится путем применения к отдельным членам (или группам членов) формулы, выражающей данную ЛФ, основных законов алгебры логики и их следствий. Целью проводимых эквивалентных преобразований является получение минимальной формы функции (формулы), то есть такой, которая не содержит лишних членов. Лишними, или несущественными, двоичными переменными и членами ЛФ называются такие, значения которых не влияют на значение преобразуемой формулы. Например, в приведенной ниже формуле X1 — лишний член (¬ - отрицание):

Y= X1&X2&X3 V ¬X1&X2&X3 = X2&X3 (X1 V ¬X1) = X2&X3&1 =X2X3

Рассмотренный пример показывает, что при минимизации целесообразно выявлять соседние конъюнкции, которые «склеиваются», образуя эквивалентную конъюнкцию пониженного ранга .

Лишние члены в некоторой ЛФ выявляются путем испытания всех ее членов на зависимость от них значения всей ЛФ. При выражении исходной ЛФ в виде дизъюнктивной нормальной формы испытуемый член является лишним тогда, когда при тех значениях составляющих его переменных, на которых член принимает значение единицы, оставшееся выражение в ЛФ также равно единице. Например, в формуле

Y = X1&¬X2 V X2&X3 V X1&X3,

не упрощаемой более путем применения основных законов алгебры логики, если не считать возможных действий по выносу за скобки, член X1&X3 = 1, если XI = 1 и X3 = 1; тогда остальные два члена формулы принимают вид 1&X2 V X2&1, что эквивалентно единице; таким образом, истинность исходной формулы не зависит от члена X1&X3:

Y = X1&¬X2 V X2&X3 V X1&X3 = X1&¬X2 V X2&X3

При выявлении и удалении лишних членов должно строго выполняться следующее правило: испытывать очередной член исходной ЛФ можно только тогда, когда из нее удален член, оказавшийся лишним. Игнорирование этого правила приводит к неправильным результатам.

Удобным методом минимизации ЛФ является графический метод, предложенный Вейчем и Карнау (диаграммы Вейча, карты Карно), который позволяет зрительно распознавать склеивающиеся конфигурации.

2.2. Метод минимизирующих карт Карно (диаграмм Вейча)

Использование карт Карно позволяет легко выделять конъюнкции, для которых выполняются правила типа: X1 V X1&X2 = X1; X1 V ¬X1&X2 = X2;

X1&X2 V X1&¬X2 = X1

Эти правила лежат в основе упрощения булевых выражений. Карты Карно, предназначенные для минимизации ЛФ двух, трёх и четырёх аргументов показаны соответственно на рис. 1,2,3.

(Заполнение карты Карно соответствует рассматриваемым ниже примерам).

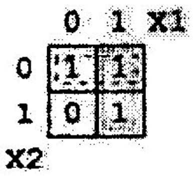


Рис.1

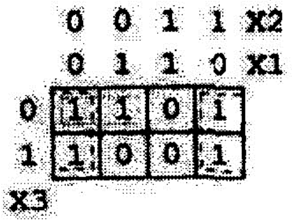


Рис.2

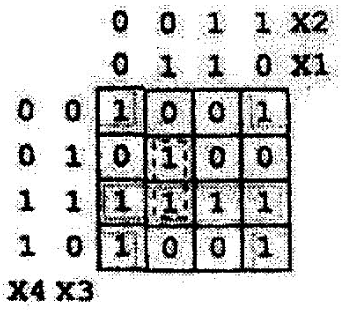


Рис.3

Каждая из 4 клеток на рис. 1 соответствует одному из четырех возможным наборов значений двум аргументов XI и X2: 00, 01, 10, 11, то есть каждая клетка соответствует элементарной конъюнкции (интервалу) второго ранга (L=2). Аналогичная карта для функции трех аргументов имеет восемь, а для функции четырех аргументов - 16 клеток. Карты построены так, что соседние клетки соответствуют наборам аргументов, различающимся лишь значением одного компонента. Клетки на противоположных гранях карты также являются соседними.

Для представления ЛФ Y на карте Карно необходимо записать единицы и нули в клетки, соответствующие наборам значений аргументов, на которых функция Y принимает значения 1 и 0, соответственно. Если функция является полностью определенной, то свободных клеток не остается. Клетки, в которых записаны единицы, образуют интервал L—го ранга. Две любые соседние единицы в карте образуют интервал (L-1)-го ранга. Указанному интервалу соответствует элементарная конъюнкция (L-1)-го ранга, причем в ней отсутствует та переменная, которая имеет различные значения для двух рассматриваемых единиц в клетках карты. Например, карта Карно на рис. 1 задает ЛФ

У = X1&¬X2 V ¬X1&¬X2 V X1&X2 .

Двум верхним единицам соответствует элементарная конъюнкция ¬X2 , поскольку для левой единицы X1 = 0,а для правой - XI = 1. Двум правым единицам, также образующим интервал первого ранга, соответствует элементарная конъюнкция X1. Таким образом, функция Y, заданная картой Карно на рис. 1, после минимизации примет вид

Y = XI V ¬X2 .

Четыре соседние единицы (смотри рис.2,3) образуют интервал (L—2)-го ранга. В соответствующей элементарной конъюнкции исключаются те переменные, которые для выделенного интервала не сохраняют постоянных значений. По аналогии строятся интервалы (L-3)—го ранга, объединяющие восемь единиц карты Карно, интервалы (L—4)—го ранга, объединяющие ее 16 единиц, и т. д.

Для того чтобы минимизировать некоторую ЛФ Y, необходимо покрыть все единицы, записанные в клетках карты Карно, минимальным числом интервалов минимального ранга (максимальных интервалов). Упрощенная форма функции представляется в виде дизъюнкции элементарных конъюнкций, соответствующих полученным максимальным интервалам.

На рнс.2 приведен пример минимизации ЛФ трех переменных

Y = ¬X1&¬X2&¬X3 V X1&¬X2&¬X3 V ¬X1&X2&¬X3 V ¬X1&¬X2&X3 V ¬X1&X2&X3

Карта Карно на рис.3 задает ЛФ четырех переменных:

Y = ¬X1&¬X2&¬X3&¬X4 V ¬X1&X2&¬X3&¬X4 V X1&¬X2&X3&¬X4 V ¬X1&¬X2&X3&X4 V X1&¬X2&X3&X4 V X1&X2&X3&X4 V ¬X1&X2&X3&X4 V ¬X1&¬X2&¬X3&X4 V ¬X1&X2&¬X3&X4 ,

После минимизации

Y = ¬X1&X3 V X3&X4 V X1&¬X2&X3 .

В результате минимизации получим.

Единичные значения ЛФ для выделенных максимальных интервалов на рисунках обведены.

Карты Карно позволяют минимизировать не только полностью определенные, но и частичные ЛФ. В этом случае в некоторых их клетках будут записаны прочерки (звездочки). В процессе упрощения ЛФ любую клетку, содержащую прочерк, можно считать либо единичной, либо нулевой, причем прочерк заменяется 1 лишь тогда, когда это позволяют получить покрытие множества единиц меньшим числом интервалов или сократить их ранг.

Минимизацию ЛФ можно проводить и по нулям, при этом результат будет являться инверсное значение функции Y. По аналогии можно строить карты Карно на 5 и более переменных. Однако с возрастанием числа переменных карты становятся сложными и не наглядными. В силу этого на практике карты Карно применяются для минимизации ЛФ с числом аргументов не более 6.

Кроме рассмотренных, существует большое число методов минимизации ЛФ, среди которых наибольшее распространение получили метод Квайна - Мак-Класки, метод Рота и ряд других, весьма эффективных при использовании ЭВМ.

2.3. Минимизация многовыходных комбинационных схем

Этап минимизации ЛФ имеет особенности при синтезе КС с несколькими выходами. Такие схемы называются (n,k)-полюсниками, считая n количеством входов, а k — количеством выходов. Для получения наиболее простой схемы (n,k)— полюсника при минимизации и преобразовании описывающих его функций необходимо стремиться к тому, чтобы в выражениях функций по одним выходам максимально использовались выражения функций (их частей) по другим выходам.

При синтезе (n,k)-полюсника можно минимизировать каждую из функций отдельно, после чего совместно рассматривать к полученных ЛФ с целью максимального выделения общих частей функций для упрощения КС (n,k)-полюсника. Известно, однако, что совместная минимизация ЛФ приводит к лучшим результатам. Существует много алгоритмов решения этой задачи, большинство из них реализовано на ЭВМ.

Собственно построение КС заключается в последовательной замене элементарных логических операций реализуемой функции соответствующими логическими элементами, формирование КС всегда начинается с реализации тех логических операций, которые могут выполняться независимо друг от друга.

3. Порядок выполнения работы

1 .Получить задание (номер варианта работы) у преподавателя.

2.Произвести синтез и построить функциональную схему устройства, используя элементы И, И—НЕ, НЕ. (Синтез описан в приведенном ниже примере).

3. Нарисовать функциональную схему.

3.0формить отчет и сдать его преподавателю.

4. Для выполнения лабораторной работы можно воспользоваться программой в электронной библиотеке.

Минимизация логических функций. Карты Карно. Лукоянычев В.Г. (ПМ)

2014 Учебное пособие, 1.22 МБ

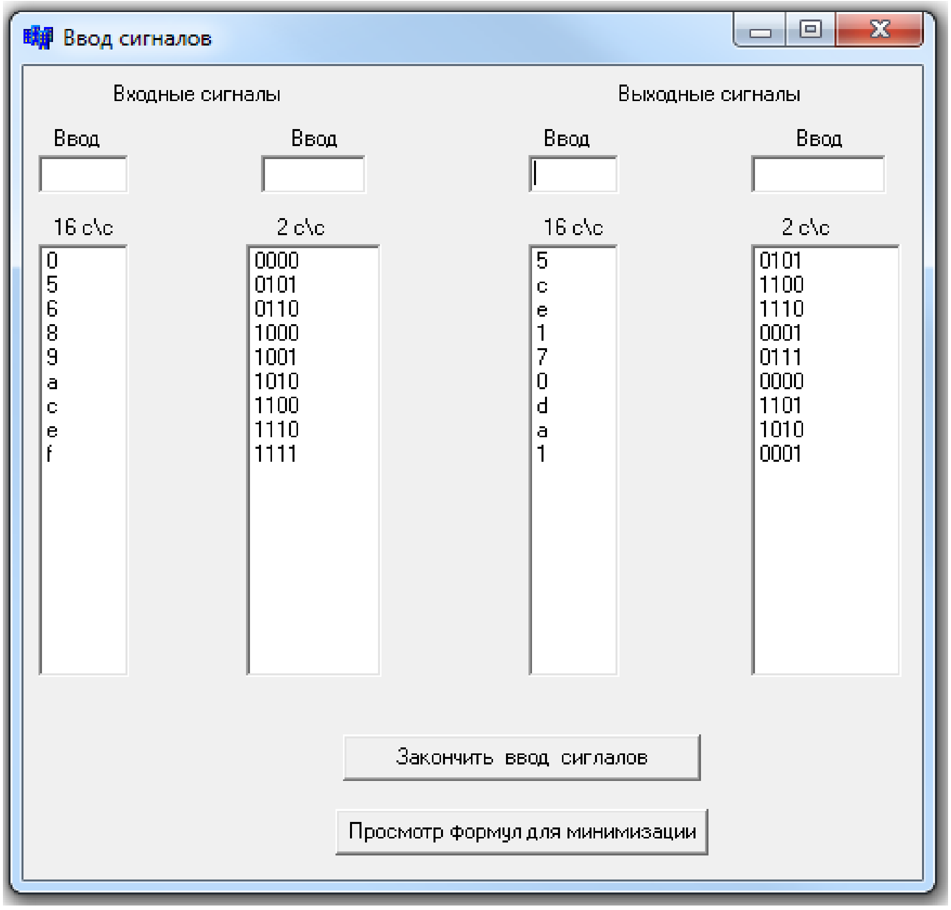
Прямая ссылка: http://elib.altstu.ru/eum/download/pm/minWin.zip

ВНИМАНИЕ: Программа сохраняет результаты в html-формате, но расширение не ставит.

4. **Пример оформления отчета**

Титульный лист стандартный
Лабораторная работа N 1
Минимизация логических функций.

Вариант N00
Исходные данные



Остальные наборы не используются, т.е. значения выходов при этих комбинациях могут быть произвольными.

1. Составление переключательных функций.

Обозначим разряды входного кода X4, X3, X2, X1, выходного - Y4, Y3, Y2, Y1. **Составляем логические функции для всех выходов.**

Логические функции для всех выходов

Y1 =^x1*^x2*^x3*^x4 + ^x1*^x2*^x3*x4 + x1*^x2*^x3*x4 + ^x1*^x2*x3*x4 + x1*x2*x3*x4

Y2 =^x1*x2*x3*^x4 + x1*^x2*^x3*x4 + ^x1*x2*x3*x4

Y3 =^x1*^x2*^x3*^x4 + x1*^x2*x3*^x4 + ^x1*x2*x3*^x4 + x1*^x2*^x3*x4 + ^x1*^x2*x3*x4

Y4 =x1*^x2*x3*^x4 + ^x1*x2*x3*^x4 + ^x1*^x2*x3*x4 + ^x1*x2*x3*x4

Здесь и далее знаки "звездочка" и "плюс" означают, соответственно , логическое умножение и сложение.

2. Минимизация логических функций.

Используем метод диаграмм Вейча (карт Карно).
(Можно использовать и другие методы).

2.1Минимизация по единицам

Окно для минимизации №1

00	01	11	10	
1	*	*	*	00
*	0	*	0	01
1	*	1	0	11
1	1	*	0	10

Результат: Y1=^x1*^x2 + x1*x4

Окно для минимизации №2

00	01	11	10	
0	*	*	*	00
*	0	*	1	01
0	*	0	1	11
0	1	*	0	10

Результат: Y2=^x1*x2*x3 + x1*^x3

Окно для минимизации №3

00	01	11	10	
1	*	*	*	00
*	1	*	1	01
1	*	0	0	11
0	1	*	0	10

Результат: Y3=^x4 + x1*^x2 + ^x2*x3

Окно для минимизации №4

00	01	11	10	
0	*	*	*	00
*	1	*	1	01
1	*	0	1	11
0	0	*	0	10

Результат: Y4=^x1*x3 + x3*^x4

2.2 Минимизация по нулям

Окно для минимизации №1

00	01	11	10	
1	*	*	*	00
*	0	*	0	01
1	*	1	0	11
1	1	*	0	10

Результат: ^Y1=^x1*x2 + x3*^x4

Окно для минимизации №2

00	01	11	10	
0	*	*	*	00
*	0	*	1	01
0	*	0	1	11
0	1	*	0	10

Результат: ^Y2=^x1*^x3 + ^x1*^x2 + x1*x3

Окно для минимизации №3

00	01	11	10	
1	*	*	*	00
*	1	*	1	01
1	*	0	0	11
0	1	*	0	10

Результат: ^Y3=x2*x4 + ^x1*^x3*x4

Окно для минимизации №4

00	01	11	10	
0	*	*	*	00
*	1	*	1	01
1	*	0	1	11
0	0	*	0	10

Результат: ^Y4=^x1*^x3 + x1*x4

2.3 Минимизированные формулы:

При вычислении сложности не учитывается отрицание(инверсия)

Y1=^x1*^x2 + x1*x4 (Сложность 7)
Y2=^x1*x2*x3 + x1*^x3 (Сложность 9)
Y3=^x4 + x1*^x2 + ^x2*x3 (Сложность 9)
Y4=^x1*x3 + x3*^x4 (Сложность 7)
^Y1=^x1*x2 + x3*^x4 (Сложность 7)
^Y2=^x1*^x3 + ^x1*^x2 + x1*x3 (Сложность 11)
^Y3=x2*x4 + ^x1*^x3*x4 (Сложность 9)
^Y4=^x1*^x3 + x1*x4 (Сложность 7)

Y1=^x1*^x2 + x1*x4 (Сложность 7)

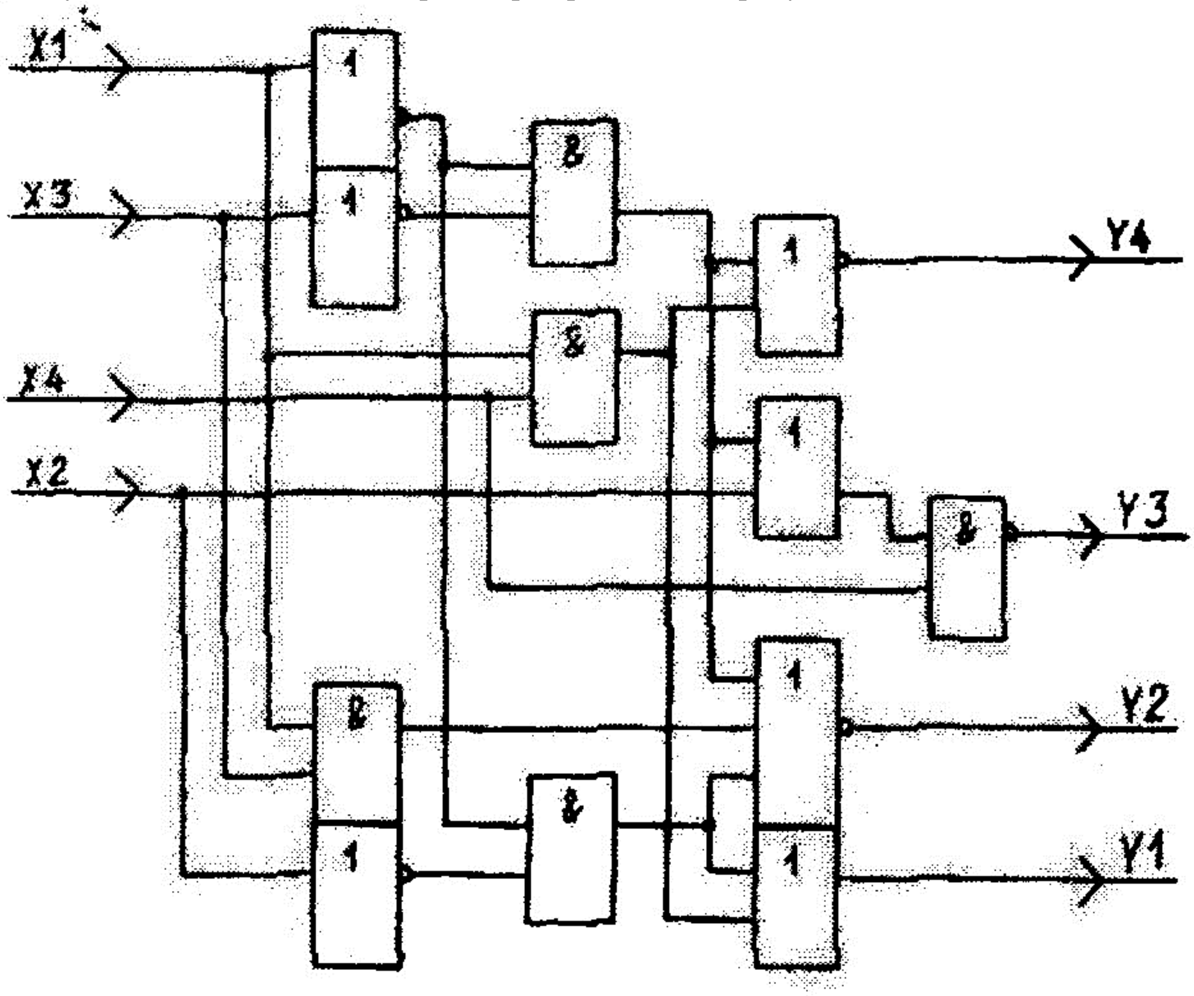
^Y2=^x1*^x3 + ^x1*^x2 + x1*x3 (Сложность7)

^Y3=x2*x4 + ^x1*^x3*x4 = x4*(x2+ ^x1*^x3)(Сложность 5)

^Y4=^x1*^x3 + x1*x4 (Сложность 3)

2.4 Суммарная сложность = 22

2.5 Функциональная схема перекодера приведена на рисунке.



5. Варианты заданий

Строка варианта задания совпадает с номеров в списке группы.

Приложение 2.

Таблица заданий выходных функций (16 с.с.)

ВАРИАНТ	КОД ВХОДНЫХ ФУНКЦИЙ (16 с.с.)															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	0	*	1	*	3	A	E	*	B	*	*	D	9	*	*	D
2	B	2	*	*	E	F	*	0	C	*	7	*	8	*	9	*
3	*	*	9	1	*	A	0	*	6	D	D	*	0	*	8	*
4	0	*	*	4	*	B	7	F	*	D	*	5	3	*	*	C
5	D	*	3	0	*	C	*	7	*	*	C	0	F	D	*	*
6	*	F	E	*	0	*	8	B	*	D	*	3	*	E	*	F
7	*	7	D	B	*	6	*	3	*	C	0	*	B	*	D	*
8	F	E	*		1	*	6	5	*	9	*	C	*	D	*	5
9	*	0	*	*	3	E	*	B	*	6	*	7	9	*	A	8
10	*	3	6	7	*	*	A	*	D	*	0	*	C	*	F	5
11	*	0	F	*	-9	*	C	*	4	3	*	B	C	*	7	*
12	*	B	0	D	D	*	*	F	5	*	C	*	F	*	*	9
13	*	*	*	0	E	A	B	*	F	*	E	*	F	A	*	7
14	3	*	9	0	*	*	C	B	*	C	*	D	*	6	*	9
15	*	*	C	*	C	E	7	*	0	8	*	A	*	B	1	*
16	9	F	C	*	*	0	6	*	3	*	A	*	B	*	D	*
17	*	*	*	*	5	C	0	B	*	8	7	F	*	6	D	*
18	7	*	*	3	C	C	*	*	D	8	*	E	5	*	A	*
19	B	7	*	F	*	0	E	*	B	D	*	*	A	2	*	*
20	*	*	0	*	*	8	D	E	*	0	C	A	6	*	5	*
21	F	9	0	C	*	*	0	C	*	*	C	A	*	*	3	*
22	F	3	6	7	*	*	*	*	*	*	*	9	5	F	A	C
23	0	*	*	*	E	F	0	7	9	*	*	6	2	*	B	*
24	*	*	E	F	*	0	B	A	*	*	9	C	*	6	9	*
25	*	*	*	*	9	C	D	7	0	*	5	B	8	D	*	*
26	0	B	*	0	C	*	*	F	*	*	3	*	9	*	B	9
27	*	*	*	F	7	0	2	0	C	*	*	9	3	0	*	*
28	A	F	*	B	0	*	C	7	*	*	*	E	0	C	*	*
29	E	*	*	0	7	*	*	6	B	F	*	*	6	1	E	*
30	D	*	*	*	*	0	*	9	*	3	D	C	7	8	*	E