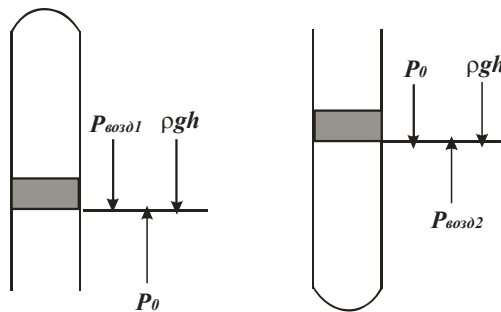


МКТ. Число степеней свободы.

1. В цилиндре под поршнем находится газ. Чтобы поршень оставался в неизменном положении при увеличении абсолютной температуры газа в 2 раза, на него следует положить груз массой 10 кг. Площадь поршня 10 см². Найдите первоначальное давление газа.

$$\begin{array}{l|l}
 T_2 = 2T_1 & V = \text{const} \\
 m = 10 \text{ кг} & P_1 V = \nu R T_1 \\
 S = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 & P_2 V = \nu R T_2 \\
 P_1 = ? & \left. \begin{array}{l} P_2 = P_1 + \frac{mg}{S} \\ P_1 T_2 = P_2 T_1 + \frac{mg}{S} T_1 \end{array} \right\} \frac{P_1}{P_1 + \frac{mg}{S}} = \frac{T_1}{T_2} \\
 & P_1 = \frac{mg T_1}{S(T_2 - T_1)} = \frac{10 \cdot 10 \cdot T_1}{10^{-3} \cdot T_1} = \\
 & = 10^5 \text{ Па}
 \end{array}$$

2. Узкая цилиндрическая трубка, запаянная с одного конца, содержит воздух, отделенный от атмосферы столбиком ртути. Когда трубка обращена закрытым концом кверху, высота воздушного столба - 40 см, а когда книзу - 35 см. Высота столбика ртути 5 см, плотность ртути 13,6 • 10³ кг/м³. Определить атмосферное давление.



$$p_0 = p_{\text{возд}1} + \rho gh, \quad p_{\text{возд}2} = p_0 + \rho gh \quad (\text{первое и второе положение трубки}).$$

$$p_{\text{возд}1} V_1 = p_{\text{возд}2} V_2 \quad (\text{процесс изотермический}).$$

$$p_{\text{возд}1} S l_1 = p_{\text{возд}2} S l_2 \Rightarrow p_{\text{возд}1} = p_{\text{возд}2} \frac{l_2}{l_1}.$$

$$\begin{cases} p_0 = p_{\text{возд}2} \frac{l_2}{l_1} + \rho gh \\ p_{\text{возд}2} = p_0 + \rho gh \end{cases} \Rightarrow p_0 = \frac{l_2}{l_1} (p_0 + \rho gh) + \rho gh.$$

$$p_0 = \frac{l_2}{l_1} p_0 + \frac{l_2}{l_1} \rho gh + \rho gh, \quad p_0 \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) = \rho gh \left(\frac{l_2}{l_1} + 1 \right), \quad p_0 = \rho gh \frac{\frac{l_2}{l_1} + 1}{1 - \frac{l_2}{l_1}}.$$

$$p_0 = 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \frac{\frac{35}{40} + 1}{1 - \frac{35}{40}} = 102000 \text{ Па}.$$

3. Определить плотность смеси, содержащей 4г водорода и 32г кислорода при температуре 7°C и общем давлении 10^5 Па.

$$p = p_1 + p_2, \quad pV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ разделим на } V. \quad p = \frac{\rho}{\mu} RT.$$

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}, \text{ где } \mu = \frac{m}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}.$$

$$\rho = \frac{p(m_1 + m_2)}{RT \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right)} = \frac{10^5 \cdot 36 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 280 \left(\frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} + \frac{32 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \right)} = 0,5 \text{ кг/м}^3.$$

4. Молярная теплоемкость молекулы идеального газа при постоянном давлении равна $C_p = 7R/2$, где R – универсальная газовая постоянная. Число вращательных степеней свободы молекулы равно...
5. Газ расширяется адиабатически, причем объем его увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа?

Показатель адиабаты (см. задачу 5.175) $\gamma = \frac{i+2}{i}$. Из уравнения Пуассона $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$. По условию $\frac{T_1}{T_2} = 1,32$ и $\frac{V_2}{V_1} = 2$, тогда $2^{\gamma-1} = \ln 1,32$ или $\left(\frac{i+2}{i} - 1 \right) \cdot \ln 2 = \ln 1,32$. Отсюда $\frac{i+2-i}{i} = \frac{2}{i} = \frac{\ln 1,32}{\ln 2} = 0,4$. Тогда $i = \frac{2}{0,4} = 5$.

$$PV^\gamma = \text{const}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{const}$$



Кислород массой $m = 1$ кг находится при температуре $T = 320$ К. Определите: 1) внутреннюю энергию молекул кислорода; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекул кислорода. Газ считайте идеальным.

Дано	Решение
$m = 1$ кг $T = 320$ К $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT, \quad i = 5, \quad \langle E_{\text{вр}} \rangle = \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle \cdot N,$ $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = i_{\text{вр}} \frac{kT}{2}, \quad N = \frac{mN_A}{M},$ $\langle E_{\text{вр}} \rangle = i_{\text{вр}} \frac{kT}{2} \cdot \frac{mN_A}{M}, \quad i_{\text{вр}} = 2.$
1) U — ?	
2) $\langle E_{\text{вр}} \rangle$ — ?	

Ответ

1) $U = 208$ кДж; 2) $\langle E_{\text{вр}} \rangle = 83,1$ кДж.

6.

2.52

Определите показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой $m_1 = 8$ г и водород массой $m_2 = 2$ г.

Дано	Решение
$m_1 = 8 \text{ г} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ $M_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $m_2 = 2 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ $M_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	$\gamma = \frac{c_p}{c_v},$ $c_p = \frac{c_{p1}m_1 + c_{p2}m_2}{m_1 + m_2},$ $c_v = \frac{c_{v1}m_1 + c_{v2}m_2}{m_1 + m_2}, \quad (\text{см. задачу 2.51})$
$\gamma = ?$	

$$c_{v1} = \frac{i_1}{2} \frac{R}{M_1}, \quad c_{v2} = \frac{i_2}{2} \frac{R}{M_2}, \quad \boxed{i_1 = 3} \quad \boxed{i_2 = 5}$$

$$c_{p1} = \frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_1}, \quad c_{p2} = \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_2},$$

$$\gamma = \frac{\left(\frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_1} m_1 + \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_2} m_2 \right)}{\left(\frac{i_1}{2} \frac{R}{M_1} m_1 + \frac{i_2}{2} \frac{R}{M_2} m_2 \right)} =$$

$$= \frac{(i_1 + 2) \frac{m_1}{M_1} + (i_2 + 2) \frac{m_2}{M_2}}{i_1 \frac{m_1}{M_1} + i_2 \frac{m_2}{M_2}}.$$

7.

Ответ

$$\gamma = 1,55.$$