Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования

«Алтайский государственный технический университет им. И. И.
Ползунова»

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра Прикладная математика

Отчет защищен с оценкой______________

Преподаватель________________ А. В. Сорокин
(подпись) (и.о.фамилия)

“____”___________ 2022 г.
дата

# Отчет
по дисциплине
# ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Упражнение №6
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
СИМПЛЕКС-МЕТОДОМ СРЕДСТВАМИ MICROSOFT EXCEL И
LIBREOFFICE CALC
название работы

ЛР 09.03.04.05.007 О
обозначение документа

Студент группы гр. ПИ-91 _________________________ И. И. Шинтяпин
*(подпись)*

Преподаватель доцент, к.т.н. А. В. Сорокин
должность, ученое звание и.о., фамилия

БАРНАУЛ 2022

# Оглавление



## Постановка задачи

Задача линейного программирования (ЗЛП) является одной из важных экономико-математических задач оптимизации. Описывается ЗЛП математически с помощью оптимизируемой целевой функции

$$F=c1x1+c2x2+\ldots+cnxn,$$

где c1, c2, … ,cn – набор весовых коэффициентов, обычно являющихся числами в денежном эквиваленте, x1,x2,…,xn – набор ресурсов, используемый для создания каких-то изделий. Функцию F необходимо или минимизировать, или максимизировать посредством изменения величин x1, x2, …, xn. Записывается это так:

$$F=c1x1+c2x2+\ldots+cnxn \rightarrow min,$$

или

$$F=c1x1+c2x2+\ldots+cnxn \rightarrow max$$

Кроме целевой функции в ЗЛП имеется система ограничений вида

$$a11x1+a12x2+\ldots+a1nxn \le b1,$$
$$a21x1+a22x2+\ldots+a2nxn \le b2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$am1x1+am2x2+\ldots+amnxn \le bm,$$

или

$$a11x1+a12x2+\ldots+a1nxn \ge b1,$$
$$a21x1+a22x2+\ldots+a2nxn \ge b2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$am1x1+am2x2+\ldots+amnxn \ge bm,$$

где b1, b2, …, bm – набор величин, как правило положительных, являющихся объемом имеющихся ресурсов, имеющихся в наличии.

Нестрогие неравенства могут быть и строгими.
Предполагается, что значения величин $x1$, $x2$, …, $xn$ неотрицательны $x1 \geq 0$, $x2 \geq 0$, …, $xn \geq 0$.

Для решения ЗЛП используется известный симплекс метод, основанный на поиске решения на границе области, описываемой системой неравенств. Алгоритм, пробегая по граням и вершинам многогранника, ищет ту точку множества, которая дает оптимальное решение. Наглядным способом решения ЗЛП является графический метод. Его реализация позволяет наглядно понять суть метода поиска ЗЛП.
Рассмотрим ЗЛП вида
$F=c1x1+c2x2+\ldots+cnxn \rightarrow max$
$a11x1+a12x2+\ldots+a1nxn \leq b1,$

$a21x1+a22x2+\ldots+a2nxn \leq b2,$
………………………….
$am1x1+am2x2+\ldots+amnxn \leq bm,$

Использование графического метода возможно не всегда, а лишь в частных случаях:
$F=c1x1+c2x2 \rightarrow max$
$a11x1+a12x2 \leq b1,$
$a21x1+a22x2 \leq b2,$
…………………
$am1x1+am2x2 \leq bm,$
$x1 \geq 0, x2 \geq 0.$

Рассмотрим частный случай этой задачи с заданными ci,aij и bj, i=1,2; j=1,2,3.
$F=x1+1.5x2 \rightarrow max$
$4x1+2x2 \leq 12,$
$3x1+3.5x2 \leq 10.5,$
$2x1+6x2 \leq 12,$
$x1 \geq 0, x2 \geq 0.$

**Необходимо**

1. Используя материал темы 2 и упражнения 3, изучить постановку задачи линейного программирования (ЗЛП).
2. Освоить методику решения ЗЛП с использованием программ Microsoft Excel (LibreOffice Calc) (см. разделы 3 и 4 данного учебного материала с.8 и с.22).
3. Используя построенную математическую модель ЗЛП, из упражения 3, реализовать поиск ее решения посредством программ Microsoft Excel «Поиск решений» (LibreOffice Calc «Решатель»). Настройки Microsoft Excel и LibreOffice Calc для решения оптимизационных задач приведены в соответственно в разделах 3 и 4 данного учебного материала.
4. Проанализировать результаты решения и сделать необходимые выводы.
5. Написать отчет о проделанной работе в текстовом редакторе Microsoft Word (LibreOffice Writer). Отчет должен содержать титульный лист по форме, содержание, Постановку задачи, решение задачи с использованием средств Microsoft Excel (LibreOffice Calc). В отчете можно использовать скриншоты, должны присутствовать графики. В отчете должно быть заключение, где рассказывается о решенной задаче, и способах преодоления трудностей, возникших при решении данной задачи. Должен быть список литературы, за основу которого можно взять список из данного учебного материала.

## Задание из 3 упражнения:

**Задание 28.** На кондитерской фабрике изготовляют три вида творожков, для которых используют творог, масло и сгущенка. Творог покупается по цене 200 р. за 1 кг, масло по цене 600 р. за 1 кг., сгущенка – 200 р за 1 кг.

Продукт 1 должен содержать не менее 50% творога и не более 25% масла, продукт 2 - не менее 25% творога и не более 50% сгущенки, продукт 3 может содержать любое количество творога, масла и сгущенки. Продажная цена продукта 1 - 900 р. за кг, продукта 2 – 600 р., продукта 3 – 750 р. за кг. Запасы сырья ограничены: творог - 100 кг, масло - 100 кг, сгущеки -65 кг.

3. Какое количество продукта 2 следует производить, чтобы фабрика получала максимальную прибыль (кг)?
4. Какова максимальная прибыль (тыс.р.)?

**Математическая модель:**
**Целевая функция:**
Пусть:

X1 - кол-во первого продукта (кг)
X2 - кол-во второго продукта (кг)
X3 - кол-во третьего продукта (кг)

Тогда целевая функция дохода будет выглядеть следующим образом:

F = 900x1+600x2+750x3

Чтобы получить максимальную прибыль, необходимо максимизировать данную целевую функцию:

F = 900x1+600x2+750x3 →MAX

продукт 1 содержит: 50% творога, 25% масла и 25% сгущенки
продукт 2 содержит: 25% творога, 25% масла и 50% сгущенки
продукт 3 содержит: 40% творога, 20% масла и 40% сгущенки

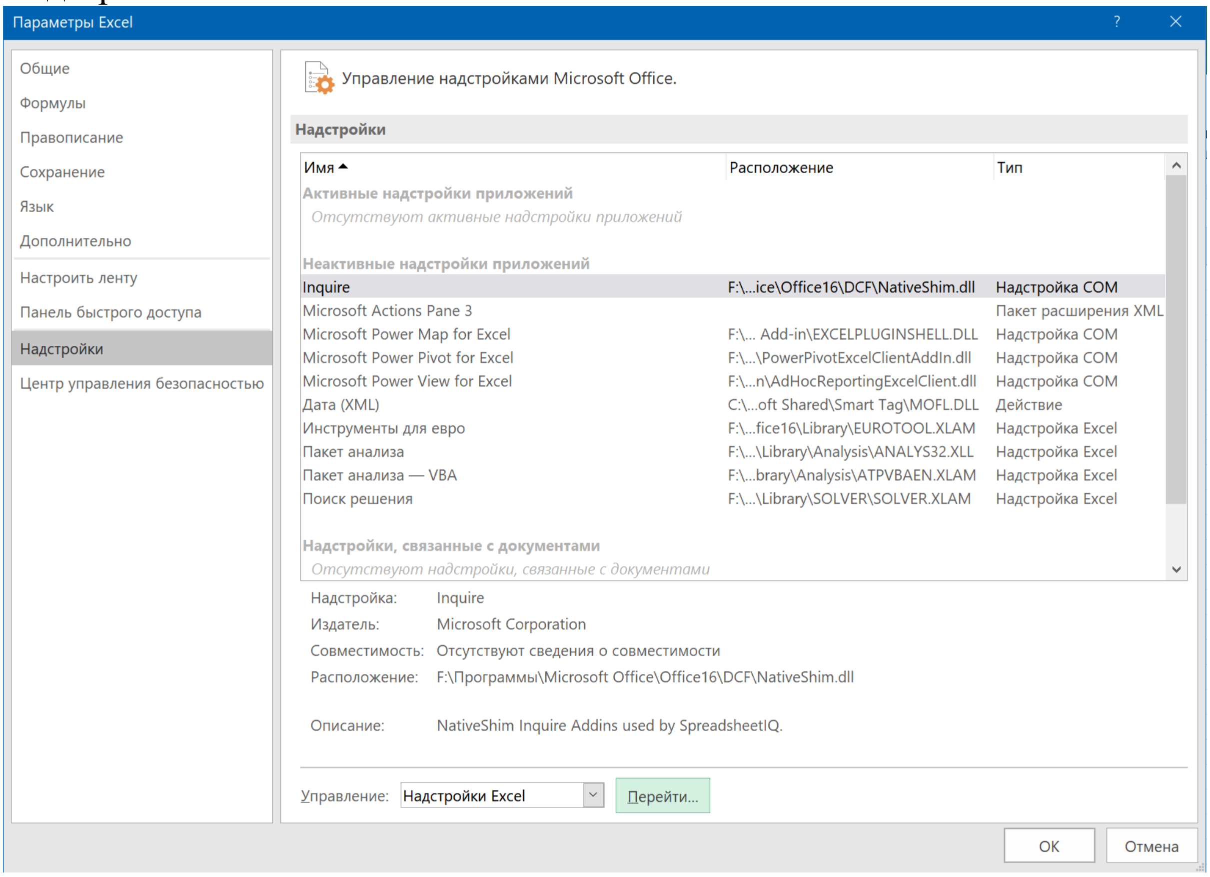
Тогда получим **ограничения**:

$$\begin{cases} 0{,}5\mathrm{x}1 + 0{,}25\mathrm{x}2 + 0{,}4\mathrm{x}3 \le 100 \\ 0.25x1 + 0.25x2 + 0.2x3 \le 100 \\ 0.25x1 + 0.5x2 + 0.4x3 \le 65 \\ x1, x2, x3 \ge 0 \end{cases}$$

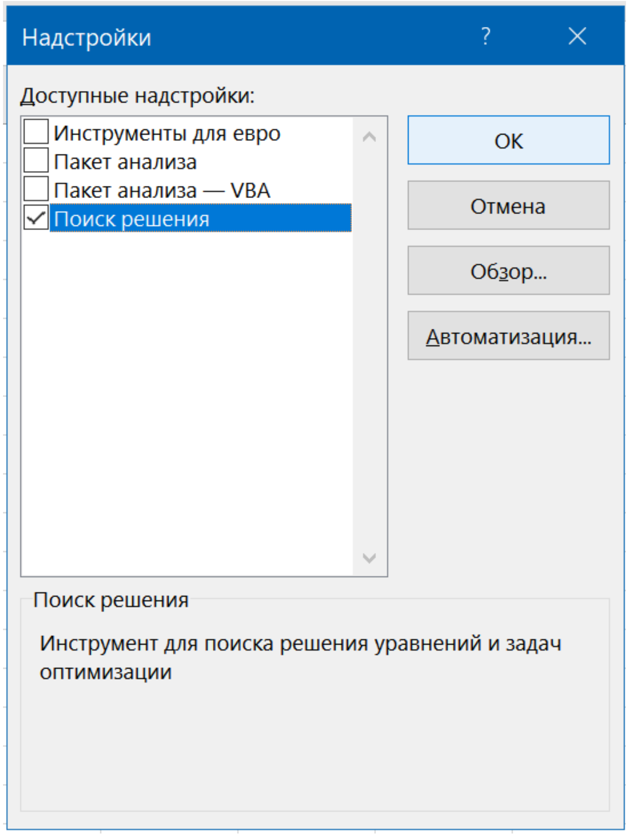
# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИМПЛЕКС-МЕТОДОМ СРЕДСТВАМИ MICROSOFT EXCEL

## 1. Установка надстройки Microsoft Excel «Поиск решения»

Открываем «файл»→ «Параметры»→ «Надстройки» → «Управление: Надстройки Excel»:



В появившемся окне выбираем требуемую надстройку Excel «Поиск решения» и нажимаем «Ок»




## 2. Алгоритм получения решения задачи линейного программирования в Microsoft Excel

Заносим в ячейки B2:D4 значения параметров левых частей ограничений a11,a12, a13, a21, a22, a23, a31, a32, a33:

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача линейного программирования** | Коэффициенты aij в левой части ограничений | | |
| 2 | a11 a12 a13= | 0,5 | 0,25 | 0,4 |
| 3 | a21 a22 a23= | 0,25 | 0,25 | 0,2 |
| 4 | a31 a32 a33= | 0,25 | 0,5 | 0,4 |
| 5 | | | | |

Далее заносим в ячейки F2:F4 значения правых частей ограничений b1, b2, b3

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача линейного программирования** | Коэффициенты aij в левой части ограничений | | | | Ограничения - столбец свободных членов bi |
| 2 | a11 a12 a13= | 0,5 | 0,25 | 0,4 | b1= | 100 |
| 3 | a21 a22 a23= | 0,25 | 0,25 | 0,2 | b2= | 100 |
| 4 | a31 a32 a33= | 0,25 | 0,5 | 0,4 | b3= | 65 |

Заносим в ячейки B5:D5 значения коэффициентов целевой функции c1, c2 и c3:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача линейного программирования** | Коэффициенты aij в левой части ограничений | | | | Ограничения - столбец свободных членов bi |
| 2 | a11 a12 a13= | 0,5 | 0,25 | 0,4 | b1= | 100 |
| 3 | a21 a22 a23= | 0,25 | 0,25 | 0,2 | b2= | 100 |
| 4 | a31 a32 a33= | 0,25 | 0,5 | 0,4 | b3= | 65 |
| 5 | коэф. при целевой функции: c1 c2 c3 | 900 | 600 | 750 | | |

Устанавливаем в ячейки B6, C6 и D6 значения переменных целевой функции x1, x2 и x3:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача линейного программирования** | Коэффициенты aij в левой части ограничений | | | | Ограничения - столбец свободных членов bi |
| 2 | a11 a12 a13= | 0,5 | 0,25 | 0,4 | b1= | 100 |
| 3 | a21 a22 a23= | 0,25 | 0,25 | 0,2 | b2= | 100 |
| 4 | a31 a32 a33= | 0,25 | 0,5 | 0,4 | b3= | 65 |
| 5 | коэф. при целевой функции: c1 c2 c3 | 900 | 600 | 750 | | |
| 6 | переменные: x1 x2 x3 | 0 | 0 | 0 | | |

Вставляем в ячейку B7 выражение для целевой функции F=c1*x1+c2*x2 +c3x3→ =СУММПРОИЗВ(B5:D5;B6:D6):

B7 fx =СУММПРОИЗВ(B5:D5;B6:D6)

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача линейного программирования** | Коэффициенты aij в левой части ограничений | | | | Ограничения - столбец свободных членов bi |
| 2 | a11 a12 a13= | 0,5 | 0,25 | 0,4 | b1= | 100 |
| 3 | a21 a22 a23= | 0,25 | 0,25 | 0,2 | b2= | 100 |
| 4 | a31 a32 a33= | 0,25 | 0,5 | 0,4 | b3= | 65 |
| 5 | коэф. при целевой функции: c1 c2 c3 | 900 | 600 | 750 | | |
| 6 | переменные: x1 x2 x3 | 0 | 0 | 0 | | |
| 7 | Целевая функция: F=c1*x1+c2*x2+c3*x3= | 0 | | | | |

Далее вставляем в ячейки H2:H4 выражения для левых частей ограничений-неравенств

=СУММПРОИЗВ(B2:D2;B6:D6) →H2

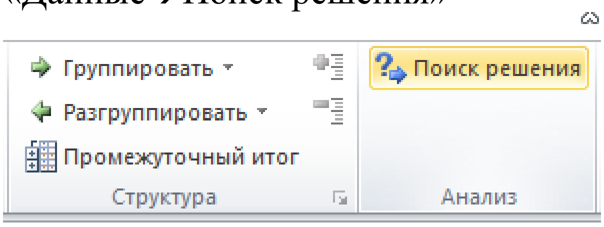
=СУММПРОИЗВ(B3:D3;B6:D6) →H3

=СУММПРОИЗВ(B4:D4;B6:D6) →H4

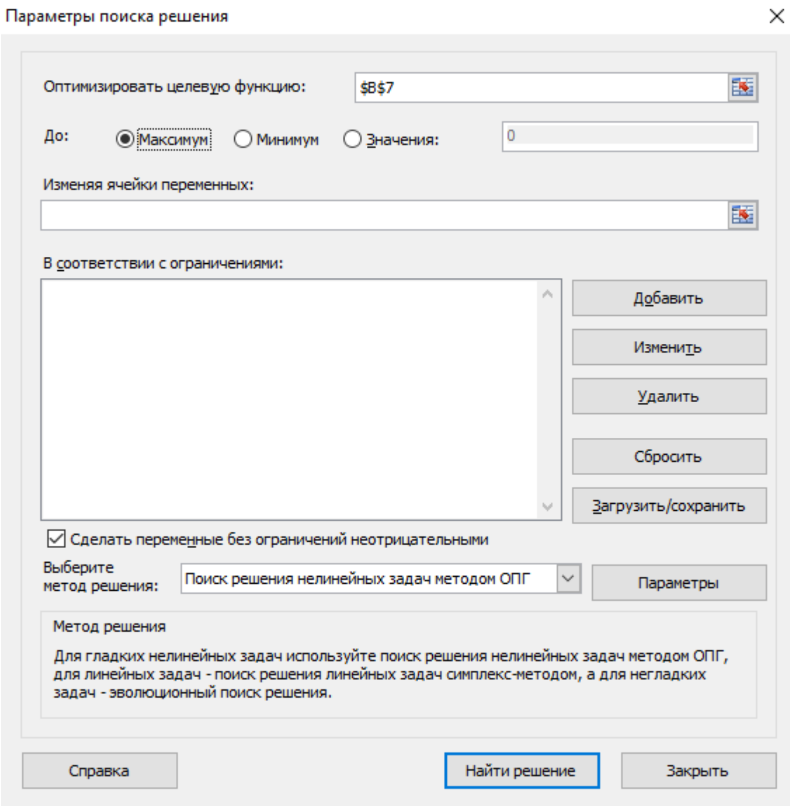
H4 =СУММПРОИЗВ(B4:D4;B6:D6)

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Задача линейного программирования** | Коэффициенты aij в левой части ограничений | | | | Ограничения - столбец свободных членов bi | | Выражения ограничения (левые части) |
| 2 | a11 a12 a13= | 0,5 | 0,25 | 0,4 | b1= | 100 | a11*x1+a12*x2+a13*x3= | 0 |
| 3 | a21 a22 a23= | 0,25 | 0,25 | 0,2 | b2= | 100 | a11*x1+a12*x2+a13*x3= | 0 |
| 4 | a31 a32 a33= | 0,25 | 0,5 | 0,4 | b3= | 65 | a11*x1+a12*x2+a13*x3= | 0 |
| 5 | коэф. при целевой функции: c1 c2 c3 | 900 | 600 | 750 | | | | |
| 6 | переменные: x1 x2 x3 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 7 | Целевая функция: F=c1*x1+c2*x2+c3*x3= | 0 | | | | | | |

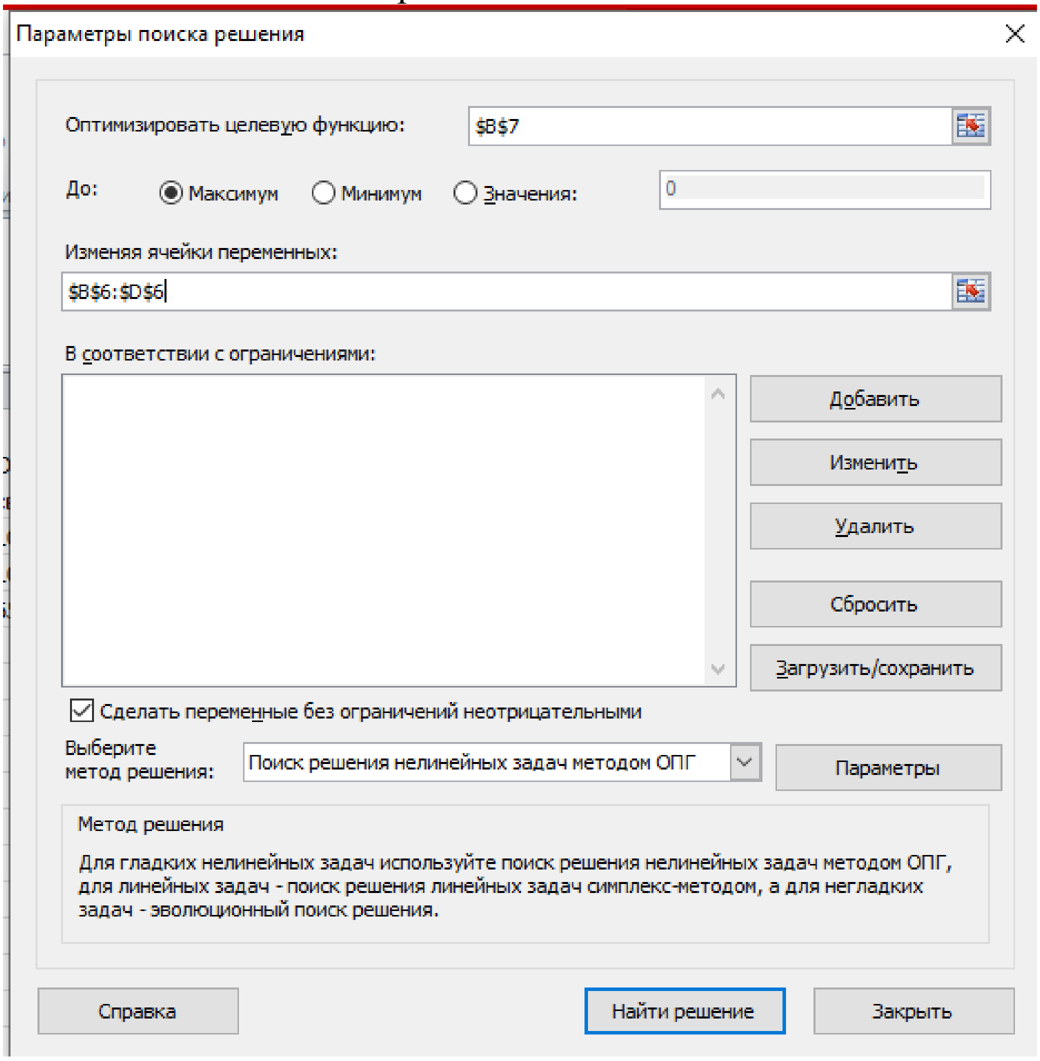
Вызов окна «Поиск решения». Для этого выбираем команды меню «Данные→Поиск решения»



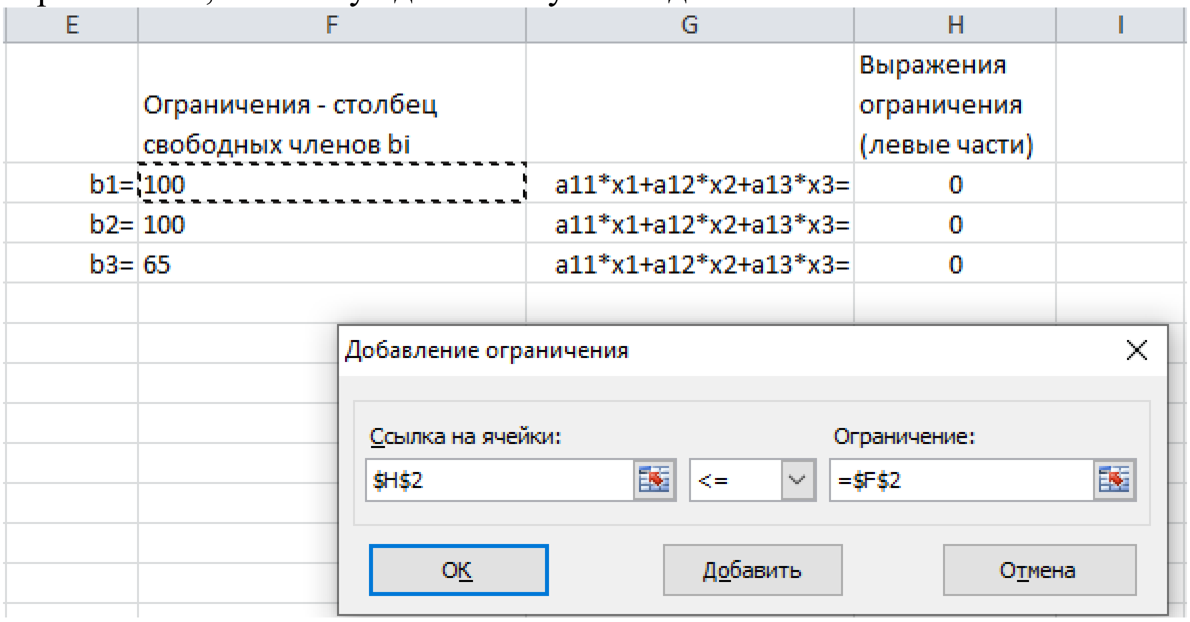
В окне «Параметры поиска решения» в поле «Оптимизировать целевую функцию:» указываем адрес ячейки с целевой функцией, затем оптимизировать целевую функцию «до» «Максимум»:



Далее задаем в окне «Параметры поиска решения» в поле «Изменяя ячейки переменных:» изменяемые ячейки $B$6:$D$6, в которых хранятся значения изменяемых переменных:

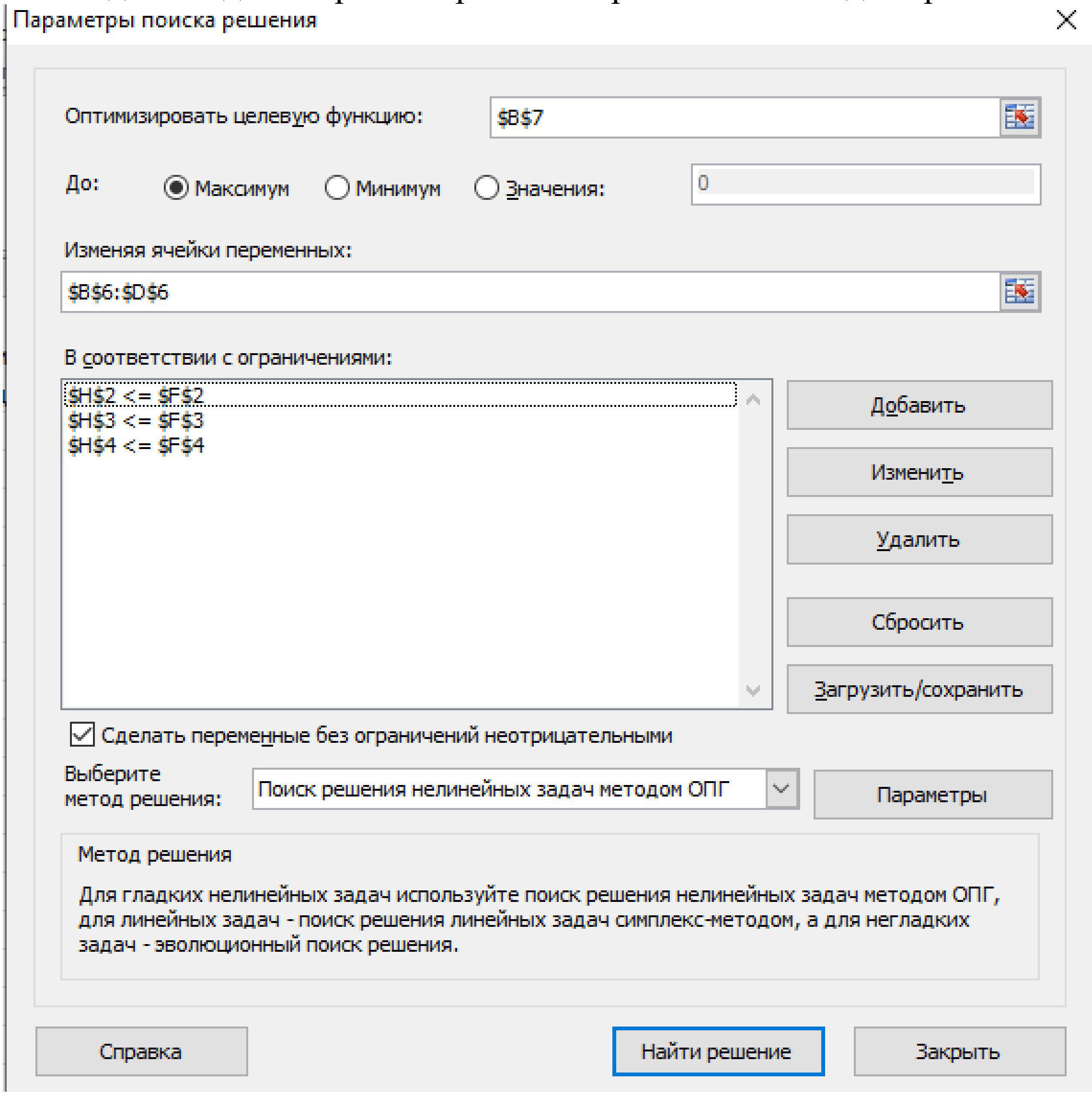


Задаем в окне «Параметры поиска решения» в поле «В соответствии с ограничениями:» выражения для ограничений. Для этого нажимаем кнопку «Добавить» и появившемся окне набираем выражение ограничения, используя данные в уже созданных ячейках:

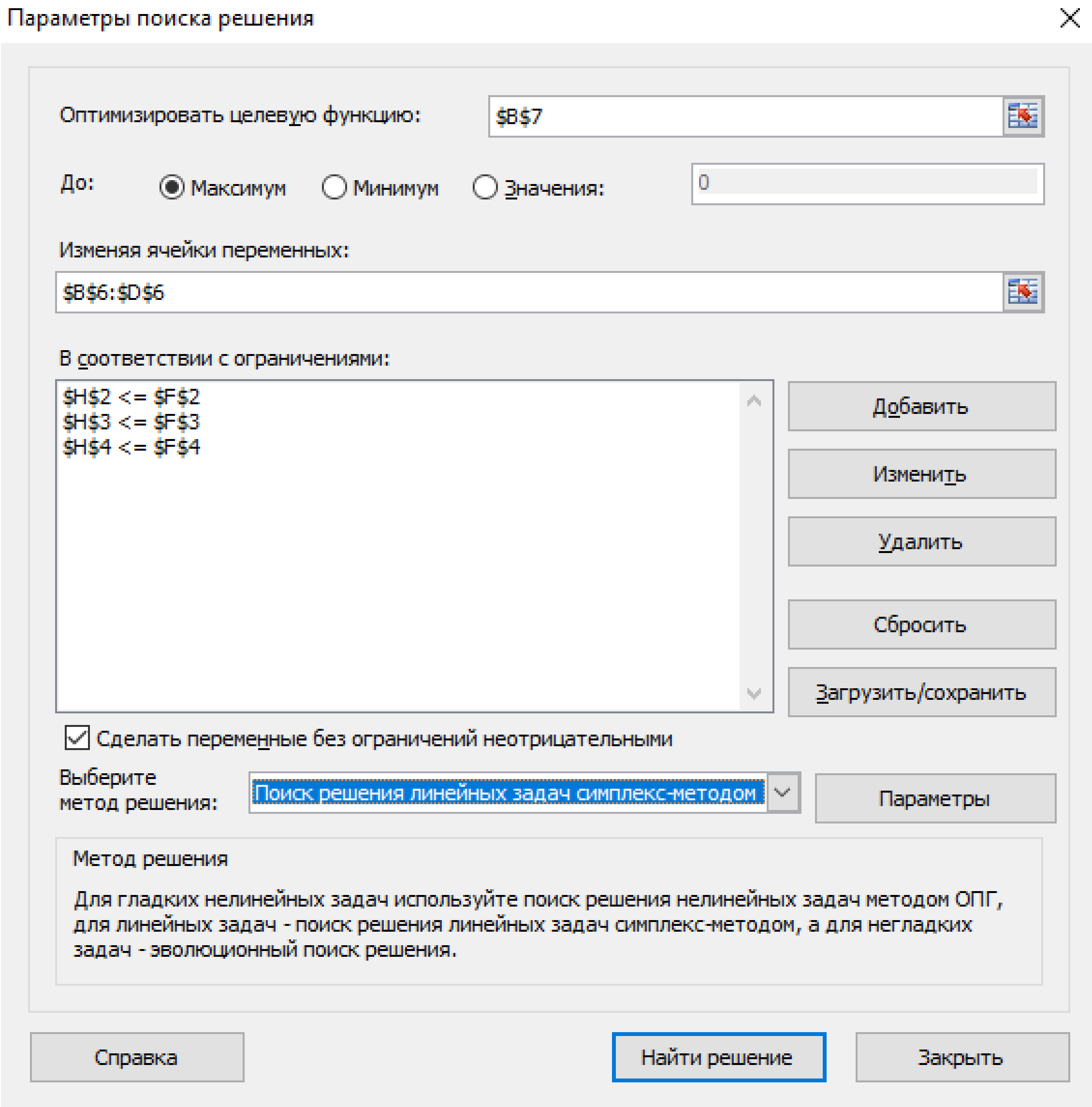



Затем нажимаем Ok

Также делаем для второго и третьего ограничений в виде неравенств:

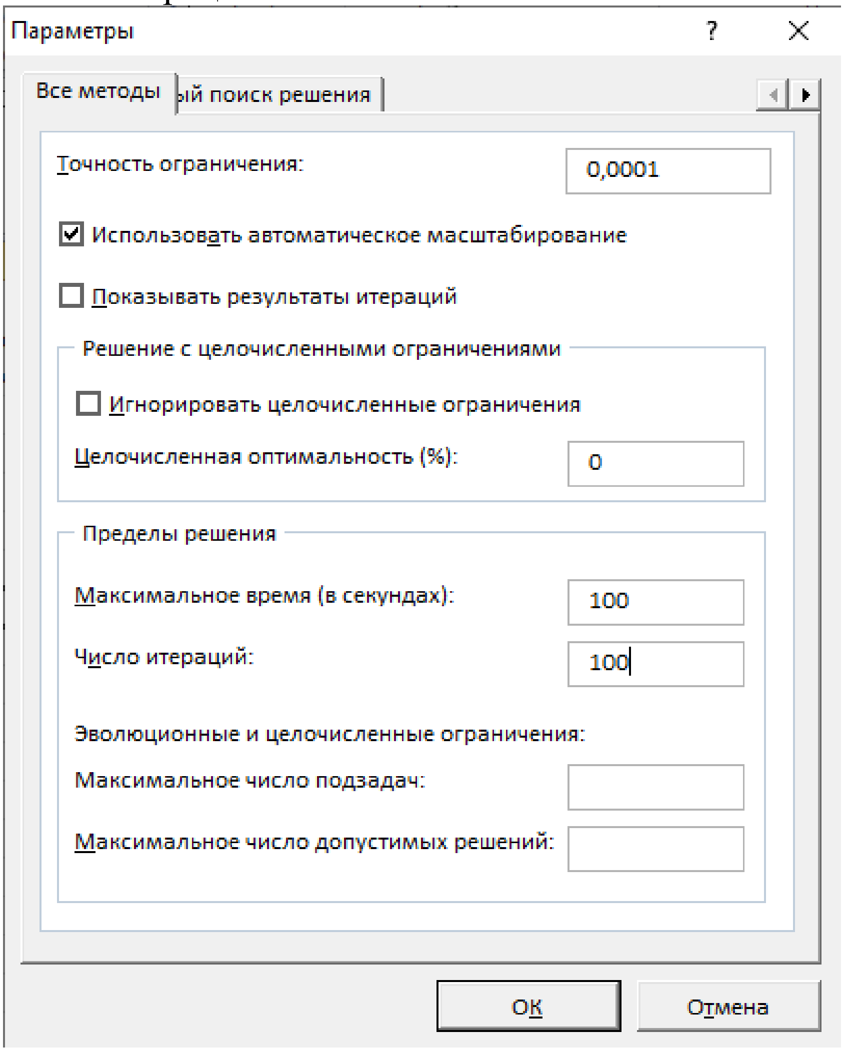


Включаем «галочку» в окне «Параметры поиска решения» в строке «Сделать переменные без ограничений неотрицательными». Данное условие задает ограничения на переменные значения x1>=0,x2>=0 и x3>=0. Затем в окне «Параметры поиска решения» в поле «Выберите метод решения» выбираем строку со значением «Поиск решения лин. задач симплекс-методом»:

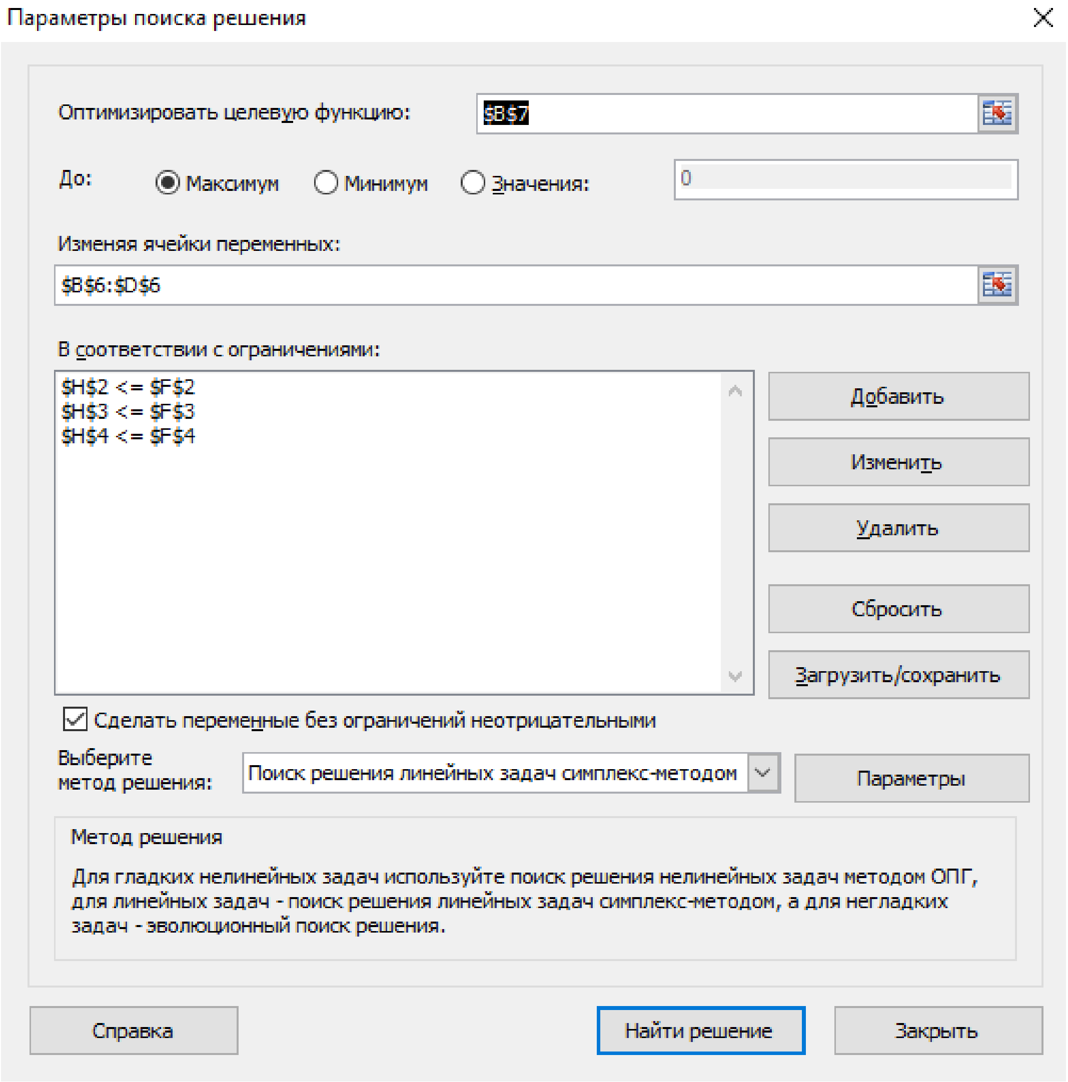


В окне «Параметры поиска решения» нажимаем кнопку «Параметры», появляется окно «Параметры», в котором устанавливаем:

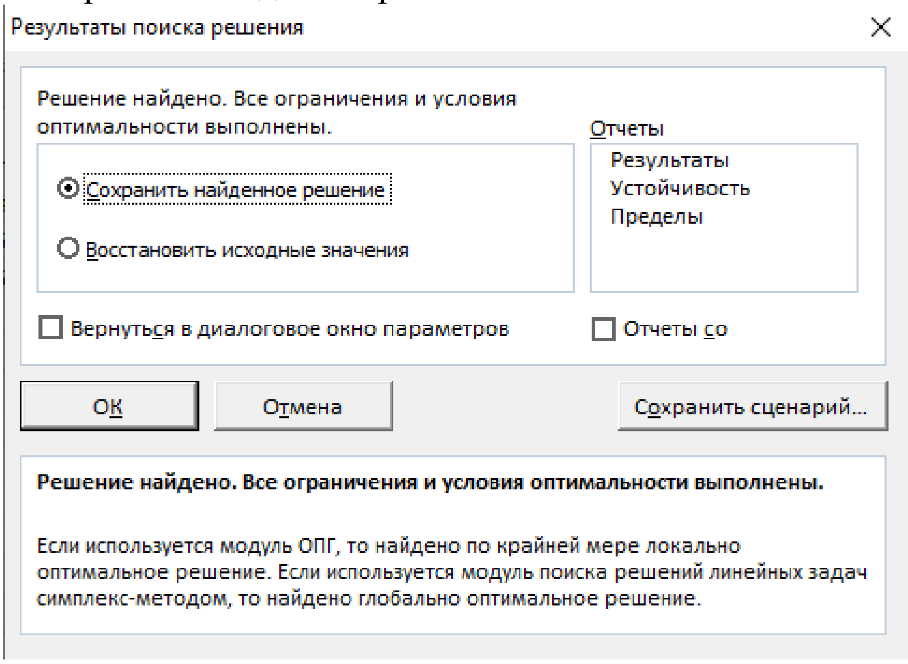
Точность ограничения: 0,0001,
Галочку использовать автоматическое масштабирование,
Целочисленная оптимальность (%): 0
Максимальное время в секундах: 100
Число итераций: 100



Затем в окне «Параметры поиска решения» нажимаем кнопку «Найти решение»:



В окне «Результаты поиска решения» выбираем строку со значением «Сохранить найденное решение»




Затем нажимаем копку «ОК» и видим решение:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6 | переменные: x1 x2 x3 | 180 | 40 | 0 |
| 7 | Целевая функция: F=c1*x1+c2*x2+c3*x3= | 186000 | | |

X1 = 180кг
X2 = 40кг
X3 = 0кг

Доход (максимум целевой функции) равен
F(X) = 186000Р

Подсчитаем затраты:
Творог: 0.5x1+0.25x2+0.4x3=0.5*180+40*0.25=100кг
Масло: 0.25x1+0.25x2+0.2x3=0.25*180+0.25*40=55кг
Сгущенка: 0.25x1+0.5x2+0.4x3=0.25*180+0.5*40=65кг

Общие затраты: 200*100+600*55+200*65=66000Р

Прибыль = F(X3)-затраты=186000-66000=**120000Р**

# Заключение

Если сравнить полученный результат с результатом решения этой же задачи обычным симплекс методом в прошлом упражнении, то видно, что результаты отличаются лишь на сотые доли:

Чистая прибыль при ручном решении задачи обычным симплекс методом = 119925Р

Чистая прибыль при решении задачи симплекс методом средствами MS Excel: 120000Р

Очевидно, что такая незначительная разница получилась за счет погрешности округлений при решении данной задачи обычным симплекс методом. Это говорит о правильности расчетов при решении предыдущего упражнения.

Стоит заметить, что средства программы MS Excel позволяют достаточно гибко, точно и быстро решать различные задачи линейного программирования как симплекс методом, так и другими способами. Это позволяет экономить колоссальное количество времени, по сравнению с ручным решением данных задач обычным симплекс методом.

В процессе выполнения данной работы возникли трудности с выбором ячеек ограничений при добавлении ограничений.

# Список используемых источников


1. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие, 2-е изд. перераб. и доп., М.: Финансы и статистика, 2006. – 432 с.: ил.
2. Васильев А.Н. Числовые расчеты в Excel: Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2014, 608 с.
3. Гладких Б.А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч.1. Введение в исследование операций. Линейное программирование: Учебное пособие. – Томск: Из-во НТЛ, 2009, 200 с.
4. Горлач Б.А. Исследование операций: Учебное пособие. – СПб: Из-во «Лань», 2013, 448 с.
5. Есипов Б.А. Методы исследование операций: Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2013, 304 с.
6. Мадера А.Г. Математические модели в управлении: Компьютерное моделирование в Microsoft Excel: Лабораторные работы. - М.:РГГУ, 2007. – 121 с.
7. Новиков, А.И. Экономико-математические методы и модели : учебник /А.И. Новиков. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. -532 с. : ил. - (Учебные издания для бакалавров). - Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-394-02615-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/ index.php?page=book&id=454090 (05.12.2020).
8. Ржевский С.В. Исследование операций: Учебное пособие. – СПб: Изд-во «Лань», 2013, 480 с.