

Лекция 3

План лекции 3

2 Модели СПУ как инструмент управления IT-проектом.

(продолжение темы 2)

2.6 Сетевое планирование в условиях неопределенности

2.7 Коэффициент напряженности работы. Анализ и оптимизация сетевого графика

2.8 Оптимизация сетевого графика методом «время – стоимость»

2.9 Автоматизация СПУ

Литература по теме 2 (п. 2.6 – 2.9)

Замечания. 1. В лекцию вошли не все примеры, поясняющие теорию, которые приведены в учебнике. Рекомендуется изучить полный текст параграфов 2.6 – 2.9. См. файл в ИЛИАС с текстом: Основы экономики программной инженерии и управление проектами [Электронный ресурс]: Учебник. **Ч.2** / Составитель: А.В. Астахова – Барнаул / Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, 2020. (На правах рукописи.)).

2. Для лучшего усвоения теоретического материала рекомендуется выполнить самостоятельно упражнения, приведенные в учебнике: часть 2 – в конце темы 2, которые позволяют закрепить теорию и получить необходимые практические навыки по теме.

2.6. Сетевое планирование в условиях неопределенности

При определении временных параметров сетевого графика до сих пор предполагалось, что время выполнения каждой работы точно известно. Такое предположение в действительности выполняется редко: напомним, система СПУ обычно применяется для планирования сложных разработок, не имевших в прошлом никаких аналогов. Чаще всего продолжительность работы по сетевому графику заранее не известна и может принимать лишь одно из ряда возможных значений. Другими словами, продолжительность работы $t(i, j)$ является *случайной величиной*, характеризующейся своим законом распределения, а значит, своими числовыми характеристиками — *средним значением*, или *математическим ожиданием*, $\bar{t}(i, j)$ и *дисперсией* $\sigma^2(i, j)$.

Практически во всех системах СПУ априори принимается, что распределение продолжительности работ обладает тремя свойствами: а) непрерывностью; б) унимодальностью, т.е. наличием единственного максимума у кривой распределения; в) двумя точками пересечения кривой распределения с осью Ox , имеющими неотрицательные абсциссы.

Кроме того, установлено, что распределение продолжительности работ обладает *положительной асимметрией*, т.е. максимум кривой смещен влево относительно медианы (линии, делящей площадь под кривой на две равные части). Распределение, как правило, более круто поднимается при удалении от минимального значения t и полого опускается при приближении к максимальному значению t (рис. 10).

Простейшим распределением с подобными свойствами является известное в математической статистике β -распределение. Анализ большого количества статистических данных (хронометражи времени реализации отдельных работ, нормативные данные и т.д.) показывает, что β -распределение можно использовать в качестве априорного для всех работ.

Для определения числовых характеристик $\bar{t}(i, j)$ и $\sigma^2(i, j)$ этого распределения для работы (i, j) на основании опроса ответственных исполнителей проекта и экспертов определяют три временные оценки (см. рис. 10):

а) *оптимистическую оценку* $t_o(i, j)$, т.е. продолжительность работы (i, j) при самых благоприятных условиях;

б) *пессимистическую оценку* $t_d(i, j)$, т.е. продолжительность работы (i, j) при самых неблагоприятных условиях;

в) *наиболее вероятную оценку* $t_{\text{нв}}(i, j)$, т.е. продолжительность работы (i, j) при нормальных условиях.

Предположение о β -распределении продолжительности работы (i, j) позволяет получить следующие оценки ее числовых характеристик:

$$\bar{t}(i, j) = \frac{t_o(i, j) + 4t_{\text{нв}}(i, j) + t_{\text{п}}(i, j)}{6}, \quad (21)$$

$$\sigma^2(i, j) = \left[\frac{t_{\text{п}}(i, j) - t_o(i, j)}{6} \right]^2. \quad (22)$$

Следует отметить, что обычно специалистам сложно оценить наиболее вероятное время выполнения работы $t_{\text{нв}}(i, j)$. Поэтому в реальных проектах используется упрощенная (и менее точная) оценка средней продолжительности работы (i, j) на основании лишь двух задаваемых временных оценок $t_o(i, j)$ и $t_{\text{п}}(i, j)$:

$$\bar{t}(i, j) = \frac{2t_o(i, j) + 3t_{\text{п}}(i, j)}{5}. \quad (23)$$

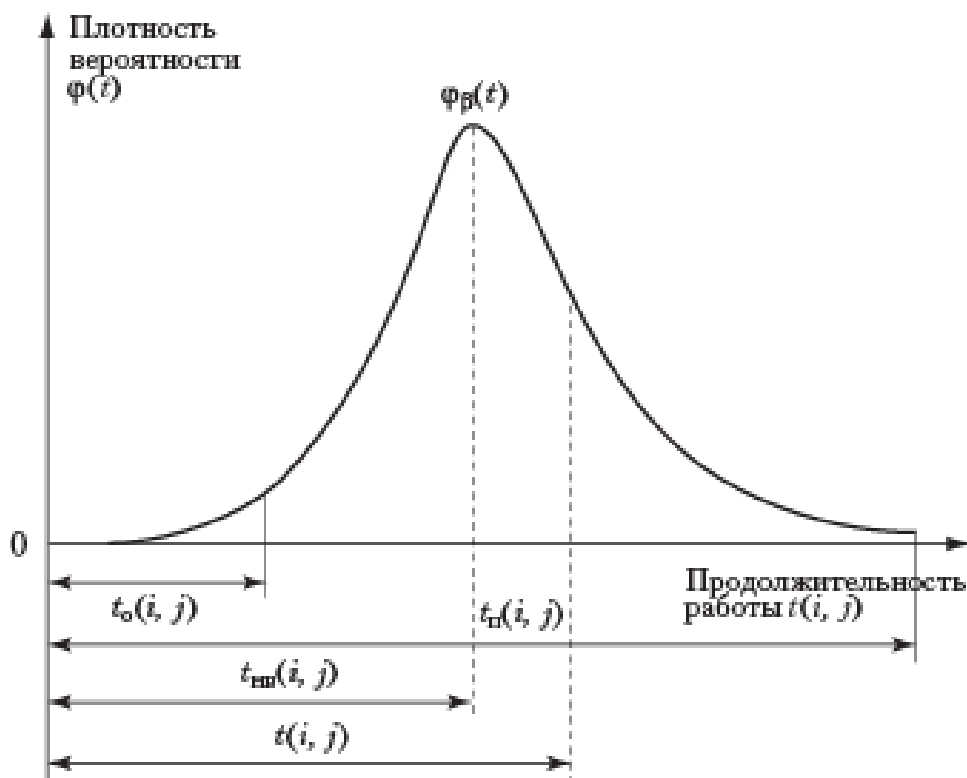


Рис. 10

Зная $\bar{t}(i, j)$ и $\sigma^2(i, j)$, можно определять временные параметры сетевого графика и оценивать их надежность.

Так, при достаточно большом количестве работ, принадлежащих пути L , и выполнении некоторых весьма общих условий можно применить центральную предельную теорему Ляпунова, на основании которой можно утверждать, что общая продолжительность пути L имеет нормальный закон распределения со средним значением $\bar{t}(L)$, равным сумме средних значений продолжительности составляющих его работ $\bar{t}(i, j)$, и дисперсией $\sigma^2(L)$, равной сумме соответствующих дисперсий $\sigma^2(i, j)$:

$$\bar{t}(L) = \sum_{i,j} \bar{t}(i, j); \quad (24)$$

$$\sigma^2(L) = \sum_{i,j} \sigma^2(i, j). \quad (25)$$

Предположим, что сетевой график на рис. 6 представляет сеть не с детерминированными (фиксированными), а со случайными продолжительностями работ и цифры над работами-стрелками указывают средние значения $\bar{t}(i, j)$ продолжительности соответствующих операций, найденные по формуле (21) или (23), и известны все дисперсии $\sigma^2(i, j)$, вычисленные по формуле (22).

Следует отметить, что и в этом случае временные параметры сетевого графика — длина критического пути, ранние и поздние сроки свершения событий, резервы времени событий и работ и т.д. — будут такие же, как и найденные в параграфе 5. Но при этом необходимо учесть, что эти параметры, представленные в табл. 2 и 3, теперь будут являться *средними* значениями соответствующих случайных величин: средней длиной критического пути $\bar{t}_{кр}$, средним значением раннего срока наступления события $\bar{t}_p(i)$ средним значением полного резерва времени работы $\bar{R}_n(i, j)$ и т.п.

Так, $\bar{t}_{кр} = 61$ будет означать, что длина критического пути лишь в *среднем* составляет 61 сутки, а в каждом конкретном проекте возможны заметные отклонения длины критического пути от ее среднего значения (причем, чем больше суммарная дисперсия продолжительности работ критического пути, тем более вероятны значительные по абсолютной величине отклонения).

Поэтому предварительный анализ сетей со случайными продолжительностями работ, как правило, не ограничивается расчетами временных параметров сети. Весьма важным моментом анализа становится оценка вероятности того, что срок выполнения проекта $\bar{t}_{\text{кр}}$ не превзойдет заданного директивного срока T .

Полагая $\bar{t}_{\text{кр}}$ случайной величиной, имеющей нормальный закон распределения, получим

$$P(t_{\text{кр}} \leq T) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{T - \bar{t}_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{кр}}} \right), \quad (26)$$

(на рис. 11 это площадь заштрихованной фигуры), где $\Phi(z)$ — значение интеграла вероятностей Лапласа, где $z = (T - \bar{t}_{\text{кр}}) / \sigma_{\text{кр}}$; $\sigma_{\text{кр}}$ — среднее квадратическое отклонение длины критического пути:

$$\sigma_{\text{кр}} = \sqrt{\sigma_{\text{кр}}^2}, \quad (27)$$

а $\bar{t}_{\text{кр}}$, $\sigma_{\text{кр}}^2$ определяются по формулам (24) и (25).

Если $P(t_{\text{кр}} \leq T)$ мала (например, меньше 0,3), то опасность срыва заданного срока выполнения комплекса велика, необходимо принятие дополнительных мер (перераспределение ресурсов по сети, пересмотр состава работ и событий и т.п. — об этом речь пойдет дальше). Если $P(t_{\text{кр}} \leq T)$

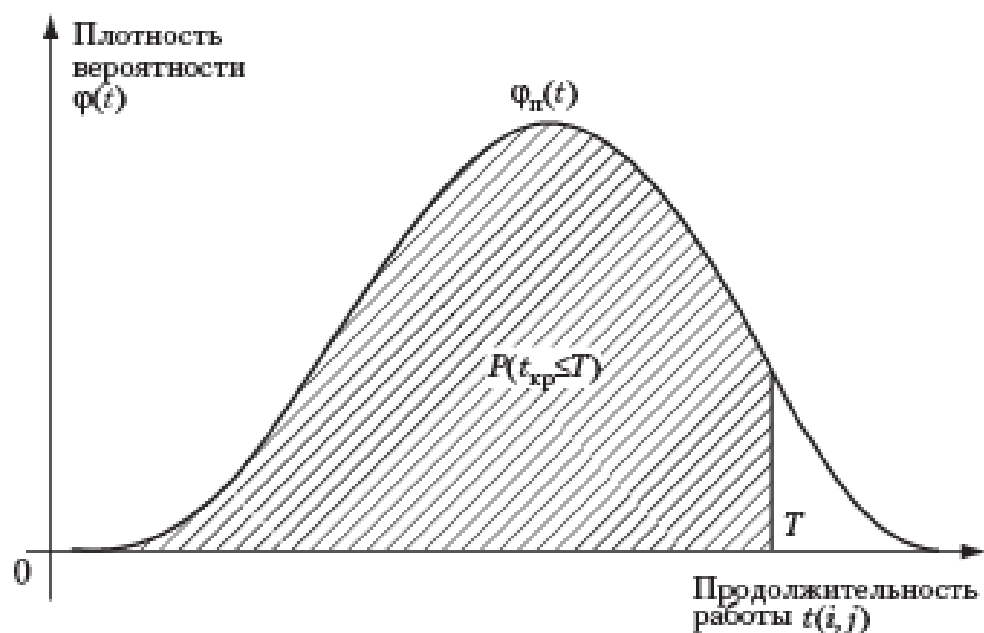


Рис. 11

значительна (например, более 0,8), то, очевидно, с достаточной степенью надежности можно прогнозировать выполнение проекта в установленный срок.

В некоторых случаях представляет интерес и решение обратной задачи: определение максимального срока выполнения проекта T , который возможен с заданной надежностью (вероятностью) β . В этом случае

$$T = \bar{t}_{\text{кр}} + z_{\beta} \sigma_{\text{кр}}, \quad (28)$$

где z_{β} — нормированное отклонение случайной величины, определяемое с помощью функции Лапласа $\Phi(z_{\beta}) = \beta$.

► 3. Пусть, например, для сети (см. рис. 6) дисперсии продолжительности работ критического пути равны: $\sigma^2(0, 3) = 2,5$; $\sigma^2(3, 5) = 2,1$; $\sigma^2(5, 6) = 3,2$; $\sigma^2(6, 9) = 4,0$; $\sigma^2(9, 10) = 1,5$; $\sigma^2(10, 11) = 3,5$. Оценить вероятность выполнения проекта в срок $T = 63$ суткам.

Решение: Найдем $\sigma_{\text{кр}}$, используя формулы (25) и (27):

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{кр}} &= \sqrt{\sigma^2(0, 3) + \sigma^2(3, 5) + \sigma^2(5, 6) + \sigma^2(6, 9) + \sigma^2(9, 10) + \sigma^2(10, 11)} = \\ &= \sqrt{2,5 + 2,1 + 3,2 + 4,0 + 1,5 + 3,5} = \sqrt{16,8} = 4,1. \end{aligned}$$

Теперь искомая вероятность¹

$$\begin{aligned} P(t_{\text{кр}} \leq 63) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{63 - 61}{4,1}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{2}{4,1}\right) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi(0,49) = 0,5 + 0,5 \cdot 0,376 = 0,688 \approx 0,69, \end{aligned}$$

т.е. можно с известным риском предполагать выполнение проекта в срок.

Рассмотрим и пример решения обратной задачи: оценить максимально возможный срок T выполнения проекта с надежностью $\beta = 0,95$.

По формуле (14.28)¹ $T = 61 + z_{0,95} \cdot 4,1 = 61 + 1,96 \cdot 4,1 = 69$, т.е. с надежностью 0,95 срок выполнения проекта не превысит 69 суток. ►

Следует отметить, что для данной сети мы можем найти лишь весьма приближенные оценки $P(t_{\text{кр}} \leq T)$ и T , ибо

¹ Значения $\Phi(0,49)$ и $z_{0,95} = 1,96$ определяем по таблице значений функции Лапласа.

на основании теоремы Ляпунова вывод о нормальном законе распределения случайной величины $t_{кр}$ правомерен лишь для достаточно большого числа критических работ, а в рассматриваемой сети их всего 6.

Однако приведенный метод расчета имеет принципиальные недостатки оценки параметров даже сложных сетей с большим количеством работ. Дело в том, что на практике нередки случаи, когда дисперсии $\sigma^2(L)$ длин некритических (но близких к критическим) путей существенно больше, чем $\sigma_{кр}^2$. Поэтому при изменении ряда условий в данном конкретном комплексе работ возможен переход к новым критическим путям, которые в расчете не учитываются.

Различия между событиями с детерминированными и случайными продолжительностями работ не следует путать с различием детерминированных и стохастических сетей. Последнее различие связано со структурой самой сети.

Рассмотренные до сих пор сети являлись *детерминированными*, хотя работы в них могли характеризоваться не только детерминированными, но и случайными продолжительностями. Вместе с тем встречаются проекты, когда на некоторых этапах тот или иной комплекс последующих работ зависит от неизвестного заранее результата. Какой из этих комплексов работ будет фактически выполняться, заранее не известно, а может быть предсказано лишь с некоторой вероятностью. Например, может быть предусмотрено несколько вариантов продолжения исследования в зависимости от полученных опытных данных или несколько вариантов **программирования в зависимости от выбранных языков программирования, системы управления базой данных, или ОС.** Такие сети называются *стохастическими*.

В свою очередь стохастические сети так же, как и детерминированные, могут характеризоваться детерминированными либо случайными продолжительностями работ.

2.7. Коэффициент напряженности работы. Анализ и оптимизация сетевого графика

После нахождения критического пути и резервов времени работ и оценки вероятности выполнения проекта в заданный срок должен быть проведен всесторонний анализ сетевого графика и приняты меры по его оптимизации. Этот весьма

важный этап в разработке сетевых графиков раскрывает основную идею СПУ. Он заключается в приведении сетевого графика в соответствие с заданными сроками и возможностями организации, разрабатывающей проект.

Вначале рассмотрим анализ и оптимизацию *календарных сетей*, в которых заданы только оценки продолжительности работ.

Анализ сетевого графика начинается с анализа топологии сети, включающего контроль построения сетевого графика, установление целесообразности выбора работ, степени их расчленения.

Затем проводятся классификация и группировка работ по величинам резервов. Следует отметить, что величина полного резерва времени далеко не всегда может достаточно точно характеризовать, насколько напряженным является выполнение той или иной работы некритического пути. Все зависит от того, на какую последовательность работ распространяется вычисленный резерв, какова продолжительность этой последовательности.

Определить степень трудности выполнения в срок каждой группы работ некритического пути можно с помощью коэффициента напряженности работ.

Коэффициентом напряженности K_n работы (i, j) называется отношение продолжительности несовпадающих (заклученных между одними и теми же событиями) отрезков пути, одним из которых является путь максимальной продолжительности, проходящий через данную работу, а другим — критический путь:

$$K_n(i, j) = \frac{t(L_{\max}) - t'_{\text{кр}}}{t_{\text{кр}} - t'_{\text{кр}}}, \quad (29)$$

где $t(L_{\max})$ — продолжительность максимального пути, проходящего через работу (i, j) ;

$t_{\text{кр}}$ — продолжительность (длина) критического пути;

$t'_{\text{кр}}$ — продолжительность отрезка рассматриваемого пути, совпадающего с критическим путем.

Формулу (29) можно легко привести к виду

$$K_n(i, j) = 1 - \frac{R_n(i, j)}{t_{\text{кр}} - t'_{\text{кр}}}, \quad (30)$$

где $R_n(i, j)$ — полный резерв времени работы (i, j) .

(см. пример расчета в учебнике)

Коэффициент напряженности $K_n(i, j)$ может изменяться в пределах от нуля (для работ, у которых отрезки максимального из путей, не совпадающие с критическим путем, состоят из фиктивных работ нулевой продолжительности) до единицы (для работ критического пути).

Оптимизация сетевого графика представляет процесс улучшения организации выполнения комплекса работ с учетом срока его выполнения. Оптимизация проводится с целью сокращения длины критического пути, выравнивания коэффициентов напряженности работ, рационального использования ресурсов. (Это одна из задач оптимизации).

В первую очередь принимаются меры по сокращению продолжительности работ, находящихся на критическом пути. Это достигается:

- перераспределением всех видов ресурсов, как временных (использование резервов времени некритических путей), так и трудовых, материальных, энергетических (например, перевод части исполнителей, оборудования с некритических путей на работы критического пути); при этом перераспределение ресурсов должно идти, как правило, из зон, менее напряженных, в зоны, объединяющие наиболее напряженные работы;
- сокращением трудоемкости критических работ за счет передачи части работ на другие пути, имеющие резервы времени;
- параллельным выполнением работ критического пути;
- пересмотром топологии сети, изменением состава работ и структуры сети.

В процессе сокращения продолжительности работ критический путь может измениться, и в дальнейшем процесс оптимизации будет направлен на сокращение продолжительности работ нового критического пути, и так будет

продолжаться до получения удовлетворительного результата. В идеале длина любого из полных путей может стать равной длине критического пути или по крайней мере пути критической зоны. Тогда все работы будут вестись с равным напряжением, а срок завершения проекта существенно сократится.

Весьма эффективным является использование *метода статистического моделирования*, основанного на многократных последовательных изменениях продолжительности работ (в заданных пределах) и «проигрывании» на компьютере различных вариантов сетевого графика с расчетами всех его временных параметров и коэффициентов напряженности работ. Процесс «проигрывания» продолжается, до тех пор пока не будет получен приемлемый вариант плана или пока не будет установлено, что все имеющиеся возможности улучшения плана исчерпаны и поставленные перед разработчиком проекта условия невыполнимы.

До сих пор мы говорили лишь о соблюдении директивных сроков выполнения комплекса работ и не затрагивали непосредственно вопросов стоимости разработки проектов. Однако на практике при попытках эффективного улучшения составленного плана неизбежно введение дополнительно к оценкам сроков фактора стоимости работ.

2.8. Оптимизация сетевого графика методом «время — стоимость»

Оптимизация сетевого графика в зависимости от полноты решаемых задач может быть условно разделена на частную и комплексную. Видами *частной оптимизации* сетевого графика являются: минимизация времени выполнения комплекса работ при заданной его стоимости; минимизация стоимости комплекса работ при заданном времени выполнения проекта.

Комплексная оптимизация представляет собой нахождение оптимального соотношения величин стоимости и сроков выполнения проекта в зависимости от конкретных целей, стоящих при его реализации.

При использовании метода «время — стоимость» предполагают, что уменьшение продолжительности работы пропорционально возрастанию ее стоимости. Каждая работа

(i, j) характеризуется продолжительностью $t(i, j)$, которая может находиться в пределах

$$a(i, j) \leq t(i, j) \leq b(i, j), \quad (31)$$

где $a(i, j)$ — минимально возможная (экстренная) продолжительность работы (i, j) , которую можно осуществить только в условиях разработки;

$b(i, j)$ — нормальная продолжительность выполнения работы (i, j) .

При этом стоимость $c(i, j)$ работы (i, j) заключена в пределах от $c_{\min}(i, j)$ (при нормальной продолжительности работы) до $c_{\max}(i, j)$ (при экстренной продолжительности работы).

Используя аппроксимацию по прямой (рис. 12), можно легко найти изменение стоимости работы $\Delta c(i, j)$ при сокращении ее продолжительности на величину $b(i, j) - t(i, j)$:

$$\Delta c(i, j) = [b(i, j) - t(i, j)] h(i, j). \quad (32)$$

Величина $h(i, j)$, равная тангенсу угла α наклона аппроксимирующей прямой (см. рис. 12), показывает *затраты на ускорение работы (i, j)* (по сравнению с нормальной продолжительностью) за единицу времени:

$$h(i, j) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{c_{\max}(i, j) - c_{\min}(i, j)}{b(i, j) - a(i, j)}. \quad (33)$$

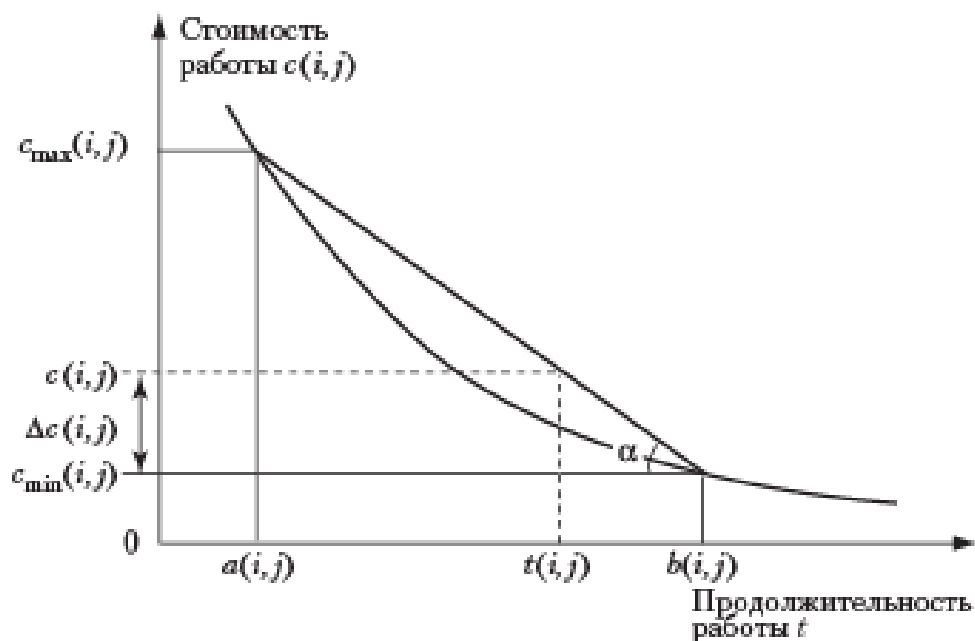


Рис. 12

Самый очевидный вариант частной оптимизации сетевого графика с учетом стоимости предполагает использование резервов времени работ. Продолжительность каждой работы, имеющей резерв времени, увеличивают до тех пор, пока не будет исчерпан этот резерв или пока не будет достигнуто верхнее значение продолжительности $b(i, j)$. При этом стоимость выполнения проекта, равная до оптимизации

$$C = \sum_{i,j} c(i, j), \quad (34)$$

уменьшится на величину

$$C = \sum_{i,j} \Delta c(i, j) = \sum_{i,j} [b(i, j) - t(i, j)] h(i, j). \quad (35)$$

Для проведения частной оптимизации сетевого графика кроме продолжительности работ $t(i, j)$ необходимо знать их граничные значения $a(i, j)$ и $b(i, j)$, а также показатели затрат на ускорение работ $h(i, j)$, вычисляемые по формуле (33). Продолжительность каждой работы $t(i, j)$ целесообразно увеличить на величину такого резерва, чтобы не изменить ранние (ожидаемые) сроки наступления всех событий сети, т.е. на величину свободного резерва времени $R_c(i, j)$.

См. в учебнике примеры расчетов, содержащих аргументы принятия решений по оптимизации сетевых графиков.

2.9 Автоматизация СПУ

К настоящему времени разработано достаточное количество компьютерных программ, в том числе, на российском рынке программных продуктов, позволяющих автоматизировать основные работы, связанные с построением сетевых планов-графиков различных проектов, расчетом ресурсного обеспечения планов, оптимизацией сетевых графиков, возможностями анализа их выполнения и корректировки.

Одной из таких программ является программа MS Project [3]. Это программа управления проектами, разработанная и продаваемая корпорацией Microsoft, – с целью оказания помощи менеджеру проекта в разработке планов-графиков реализации проекта, распределении ресурсов проекта по задачам (по работам), планировании затрат на персонал и общих издержек производства, в отслеживании прогресса и анализе объемов работ. Microsoft Project формирует и визуализирует план-график для цепочки работ проекта с выделением критического пути в виде диаграммы Ганта и в формате сетевого графика. Аналитическая часть программы представлена подробным перечнем показателей эффективности (например, модифицированная норма доходности и длительность), которые могут быть использованы при определенных схемах реализации проекта.

Недостатком программы можно считать отсутствие возможности создавать варианты проекта на любой стадии его разработки и проводить сравнительный анализ по всему набору показателей, моделируемых в программе.

Под маркой Microsoft Project в настоящее время доступны несколько программных продуктов и решений:

- Microsoft Project Standard — однопользовательская версия для небольших проектов;
- Microsoft Project Professional — корпоративная версия продукта, поддерживающая совместное управление проектами и ресурсами, а также управление портфелями проектов с помощью Microsoft Project Server;
- Microsoft Project Web Application — Web-интерфейс для простого редактирования проектов, отчетности о выполнении задач, а также просмотра портфелей проектов и отчетов;
- Microsoft Project Portfolio Server — продукт для отбора проектов для запуска на основе сбалансированных показателей, вошел в состав Microsoft Project Server с версии MS Project 2010;
- начиная с 2013 года, Microsoft предлагает к поставке облачную версию Microsoft Project Online.

Технология работы с программой относительно проста (см., например, видео-демонстрацию в [5], [4]).

На рис. 18 приведена одна из экранных форм: фрагмент плана-графика командной разработки учебного проекта, разработанного студентами ПМ с использованием MS Project.

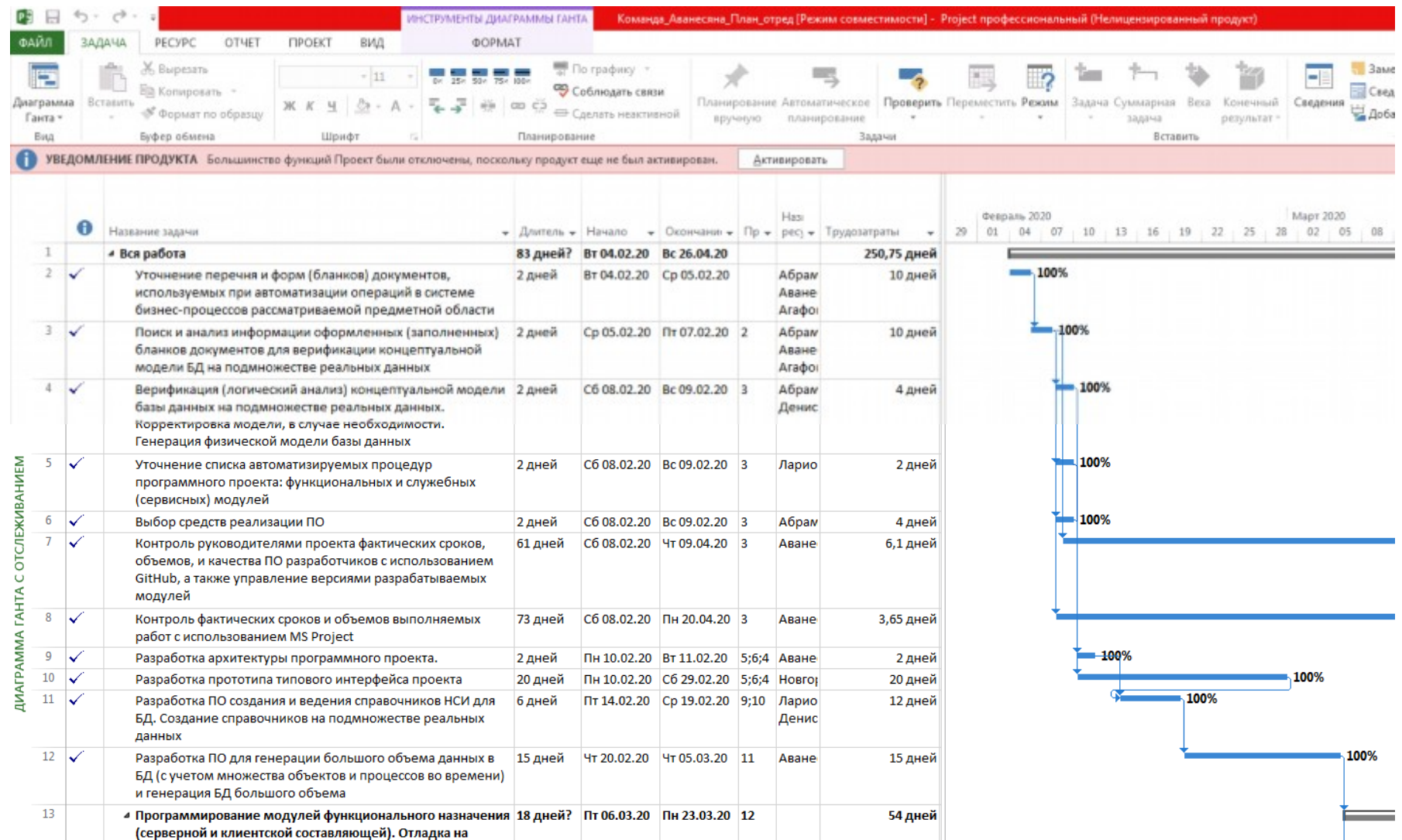


Рис. 18 –Фрагмент плана-графика командной разработки учебного проекта, разработанного с использованием MS Project – профессиональный

Литература

1. **Исследование операций в экономике** : учеб. пособие / под ред. проф. Н. Ш. Кремера. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт ; ИД Юрайт, 2011. — 430 с. — Серия : Основы наук.

2 Сетевое планирование / <http://upr-proektom.ru/setevoe-planirovanie> (обращение 28.08.2020 г.)

3 Microsoft Project/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Project (обращение 04.09.2020 г.)

4 Как работать с Microsoft Project / https://go.mail.ru/search_video?fr=osmi&frc=900201&gp=900201&q=%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B5%20%D0%B2%D0%BE%D0%B7%D0%BC%D0%BE%D0%B6%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8%20Project%202013&frm=ws_t (обращение 04.09.2020 г.)

5 Решения для управления проектами / <https://www.microsoft.com/ru-ru/microsoft-365/project/project-management-software> (обращение 04.09.2020 г.)