Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

**Факультет систем управления и робототехники Реферат-конспект по теме: “Математическая модель робота-дрона”**

Выполнил студент гр. **R3135**

Носов А. С.

Преподаватель: Перегудин А. А.,

ассистент фак. СУиР

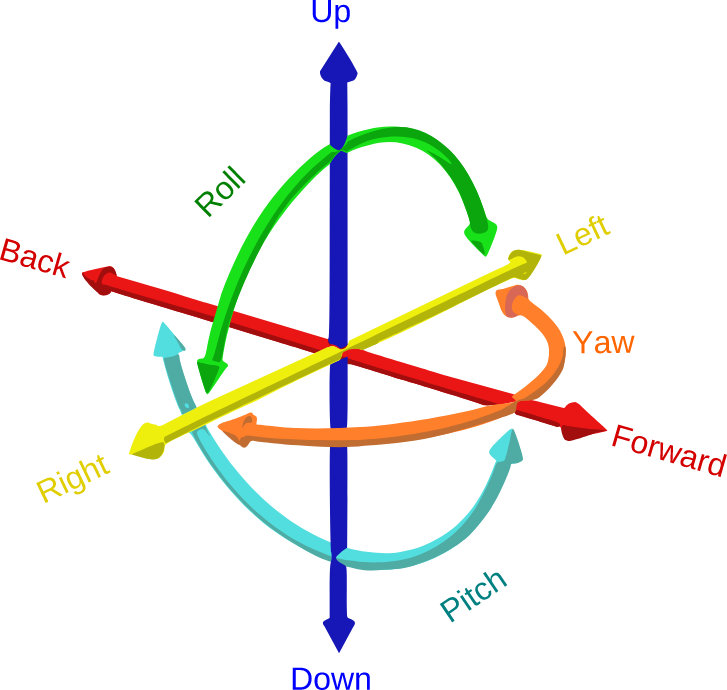
Санкт-Петербург 2021

Содержание

1. [Введение](#Введение)
2. [Вывод математической модели](#ВыводМат)
3. [Математическая модель Simulink](#Симул)
4. [Графики моделирования](#Графики)
5. [Источники](#Источ)
6. Введение

Дрон или квадракоптер – это летающее беспилотное устройство. Он имеет шесть степеней свободы(Fig. 1). Для поступательного движения необходимо получить наклон устройства, получить этот наклон можно, меняя тягу на двигателях робота, однако при изменении тяги на некоторых двигателях, это приводит к нестабильности системы, Для обеспечения стабильного полета используются высокоточные датчики с быстрым и надежным алгоритмом управления. При посторении этой математической модели будем рассматривать квадракоптер с жесткой рамой и четырьмя двигателями(Fig. 2).

Поворот по рысканию(рыскание — поворот относительно вертикальной оси) осуществляется с помощью разницы реактивных моментов, производимых двигателями, а изменение углов ориентации квадракоптера в пространстве происходит за счет разницы в подъемных силах.



Diagram

Description automatically generated

Figure 2. стартовая и связанные системы координат

Figure 1.Шесть степеней свободы дрона

1. Вывод математической модели
   1. Системы координат

Мы будем рассматривать движение квадракоптера относительно стартовой системы координат , а угловые скорости двигателей, подъемные силы и реактивные моменты будем рассматривать относительно системы OXYZ связанной с устройством. Соотношение между стартовой и связанной системами координат можно записать в виде матрицы направляющих косинусов:

Переход из стартовой системы координат в связанную с квадракоптером выглядит таким образом: , следовательно : , так как R – ортоганальная, то где

A picture containing text, bicycle

Description automatically generated

Figure 3. направления координатных в связанной системе

* 1. Математическая модель динамики квадрокоптера

Движение квадракоптера – это движение центра масс и вращательное движение относительно центра масс. В первую очередь Рассмотрим поступательное движение, которое зависит от силы тяги.

Здесь P - сила тяги, – сила тяги каждого двигателя, k – коэффициент силы тяги, – плотность воздуха (1,225 ), – коэффициент подъемной силы(от 0.2 до 1.3), S – площадь окружности, которую описывает крутящийся винт радиусом r. Соответственно проекция силы тяги в стартовой системе координат

Учитывать силу сопротивления воздуха в модели не будем, так как её адекватное моделирование весьма сложно. Однако в модели будем учитывать силу тяжести mg.

Исходя из полученного уравнения получим систему для выражения координат квадрокоптера.

Крутящий момент состоит из трех моментов вращения в направлении соответствующих углов.

Здесь,

Так как наш квадрокоптер обладает жесткой рамой, то его можно описать с помощью уравнений Эйлера(в компанентоной форме ).

Из этой системы уравнений можем выразить угловые скорости.

Diagram

Description automatically generatedУглы тангажа(Угол тангажа — угол между продольной осью летательного аппарата или судна и горизонтом) можно рассчитать через угловые скорости

Здесь – не являются взаимно перпендикулярными, но они являются компонентами

Можно записать суммы их ортогональных проекций на оси x, y, z

;

В отличие от представленной картинки, у нас в системе тройка векторов правая, следовательно знаки поменяются на противоположные.

Figure 4. направления углов тангажа

;

Или по-другому:

* 1. Модели моторов

Модели моторов были взяты из Лекции №2 “Входы, выходы, состояния

и более полная модель ДПТ”.

* 1. Итоговая система уравнений:

1. Моделирование в Simulink

Модель полностью посторена по выше выведенной системе уравнений. Все параметры модели указаны в коде.

* 1. Код для модели:

|  |
| --- |
| 1. clc 2. clear 3. close all 4. %%%%%%%% Квадракоптер %%%% 5. m=1; %масса квадрокоптера 6. %%%%%%%%% размеры рамы квадрокоптера %%%%%%%% 7. a=0.07\*3; 8. b=0.07\*3; 9. l=0.2\*3; 10. c=0.02\*2; 11. %%%%%%%%%%%%%%% Параметры двигателя %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 12. R=8.31; 13. J=0.0023; 14. L=0.0047; 15. %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 16. airDensity=1.225; %плотность воздуха 17. ks=0.7; %коэффициент подъемной силы 18. r=0.07; %радиус лопастей 19. Sblade=pi\*r^2; %площадь окружности, описываемой лопостью 20. Ke=0.49; % 21. Km=Ke; 22. maxU=8; %Максимальное напряжение подаваемое на моторы 23. %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Рассчет некоторых постоянных 24. S=l\*c\*4+a\*b; %площадь поверхности дрона 25. kf=ks\*r^2\*airDensity\*Sblade/2; %коэффициент силы тяги 26. Ip=(1.8\*r)^2\*0.015/12; %момент инерции лопасти 27. Im=0.0135^2\*0.045/2; %момент инерции мотора 28. Ix=(m-0.045\*4)\*a^2/12+2\*0.045\*l^2; %момент инерции относительно x 29. Iy=(m-0.045\*4)\*a^2/12+4\*0.045\*l^2; %момент инерции относительно y 30. Iz=(m-0.045\*4)\*a^2/4+2\*0.045\*l^2; %момент инерции относительно z 31. g=9.8; %ускорение свободного падения 32. U1=90; %напряжение на моторы в %(на каждый из моторов) 33. U2=90; 34. U3=90; 35. U4=90; 36. Simulation = sim('DroneModel\_2.slx'); 37. plot3(Simulation.x.Data, Simulation.y.Data, Simulation.z.Data, 'r'); 38. hold on 39. grid minor |

* 1. Фото модели

Diagram, engineering drawing

Description automatically generated

Figure 5. Модель Simulink

Скачать модель можно [здесь(MatlabDrive)](https://drive.matlab.com/sharing/aea66555-0f33-4925-b84a-913de8925dd5/) или [здесь(GoogleDrive)](https://drive.google.com/drive/folders/1g0I18FxDKSBP7aGf8L7odWrahxv49FzH?usp=sharing)

1. Графики моделирования

Chart, scatter chart

Description automatically generatedБольше графиков на дисках.

Figure 6. График при поданных максимальных напряжениях на двигатели

Chart, scatter chart

Description automatically generatedChart

Description automatically generated

Figure 8. График при поданных напряжениях на двигатели: U1=100 U2=80 U3=80 U4=100

Figure 7. График при поданных напряжениях на двигатели: U1=100 U2=100 U3=100 U4=80

1. Источники

[1] Teppo Luukkonen, “Modelling and control of quadcopter” School of Science Mat-2.4108 Independent research project in applied mathematics Espoo, August 22, 2011 <https://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11_public.pdf>

[2] Г.В. Лысухо, А.Л. Масленников, “КВАДРОКОПТЕР: ДИНАМИКА И УПРАВЛЕНИЕ”. МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация. DOI: 10.18698/2541-8009-2020-04-604.

<http://hoster.bmstu.ru/~amas/publs/2020.%20Лысухо%20__%20Квадрокоптер.%20Динамика%20и%20управление.pdf>

[3] Thomas S. Alderete, “SIMULATOR AERO MODEL IMPLEMENTATION”

<https://aviationsystems.arc.nasa.gov/publications/hitl/rtsim/Toms.pdf>

[4] Zoran Benić, Petar Piljek, Denis Kotarski, “MATHEMATICAL MODELLING OF UNMANNED AERIAL VEHICLES WITH FOUR ROTORS” DOI: 10.7906/indecs.14.1.9, 20 January 2016

<https://www.researchgate.net/publication/292176923_Mathematical_Modelling_of_Unmanned_Aerial_Vehicles_with_Four_Rotors>

[5] Алексей Алексеевич Перегудин, “Лекции №2. Входы, выходы, состояния

и более полная модель ДПТ”.

[6] Трефилов П. М., Тевяшов Г. К., ”МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БПЛА МУЛЬТИРОТОРНОГО ТИПА В СРЕДЕ MATLAB ” ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва.

<https://ubs2021.ipu.ru/sites/default/files/pub_files_pdf/07-08%2028%20-%20ТрефиловТевяшов.pdf>

[7] Wikipedia

<https://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page>