

77123) פיסיקה סטטיסטית | תרגיל נומרי 6

שם: חיה הלפרין, שלום קצ'קו | ת"ז: 208589853, 313446320

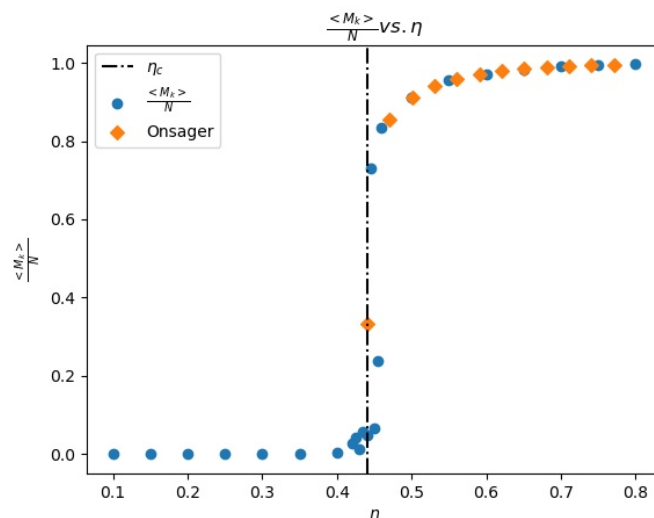
3 בינואר 2022

1 המקרה בו השדה המגנטי החיצוני שווה אפס: $B = 0$

1.1 מגנטיזציה כפונקציה של η

ניתן לראות שעבור $\eta < \eta_c$, כלומר בטמפרטורות גבוהות, כמחצית מהספינים פונים מעלה והשאר כלפי מטה, כך שהמגנטיזציה הכוללת שואפת לאפס. תוצאה זו הגיונית, כיוון שבטמפרטורות גבוהות, אנחנו מקבלים אנטרופיה מקסימלית. אם נחשוב על זה במונחי כפלויות, אז כפלויות מקסימלית מתקבלת כאשר ההסתברות של כל ספין להיות בכיוון מסוים (מעלה או מטה) זהה לכל כיוון (כלומר $p = \frac{1}{2}$), ולכן נקבל שבממוצע לכל חלקיק קיים חלקיק עם ספין הפוך, מה שאומר שנקבל מגנטיזציה נמוכה. לעומת זאת, כאשר $\eta > \eta_c$, כלומר טמפרטורה נמוכה מהטמפרטורה הקריטית, הרוב המוחלט של הספינים פונים באותו הכיוון, כך שנוצרת מגנטיזציה בכיוון אקראי מסוים. במקרה שלנו, הצגנו את הערך המוחלט של המגנטיזציה $|M|$, ולכן לא נראה את השפעת הכיוון על התוצאות. בגרף מוצגת גם התוצאה התיאורטית של אונסגר החל מ $\eta > \eta_c$.

איור 1: מגנטיזציה כפונקציה של η



באיור זה מוצגים שני גרפים של ממוצע המגנטיזציה הסגולית. בכתום מוצגת התוצאה התיאורטית של אונסגר, ובכחול, תוצאת הסימולציה הנומרית עבור $h = 0$ (כלומר בהעדר שדה מגנטי חיצוני). ניתן לראות שיש התאמה טובה בין הגרפים, וכי עבור $\eta_c = 0.4406868$ יש "קפיצה" משמעותית בשני הגרפים, המצביעה על מעבר פאזה של החומר - ממצב שאינו ממוגנט למצב בו החומר בעל מגנטיזציה משמעותית.

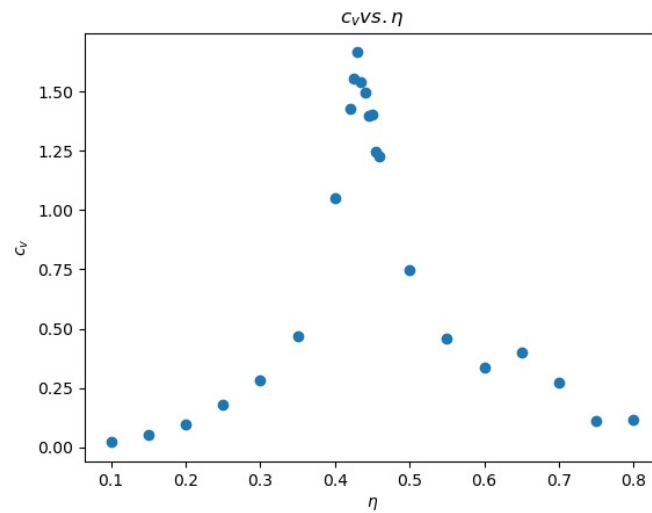
1.2 האנרגיה וקיבול החום כפונקציה של η

עבור טמפרטורות נמוכות מאוד (ערכי η גבוהים) אין פלקטואציות משמעותיות במערכת מכיוון שרוב הספינים יהיו בעלי כיוון זהה ולכן ההסתברות לשינוי גדול באנרגיה היא נמוכה ולכן נצפה שקיבול החום המתאר את השונות של האנרגיה יהיה נמוך. עבור טמפ' גבוהות (ערכי η נמוכים) מכיוון שקיבול החום נתון לפי:

$$C_v = \frac{1}{k_B T^2} \left(\langle U_{tot}^2 \rangle - \langle U_{tot} \rangle^2 \right)$$

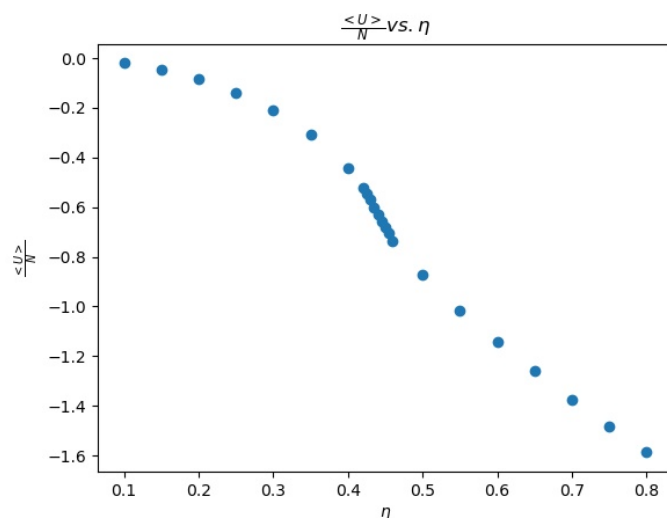
נצפה לראות דעיכה ל-0 לפי $\frac{1}{T^2}$.

איור 2: קיבול החום כפונקציה של η



בגרף זה מוצג קיבול החום כפונקציה של η . ניתן לראות שיש נקודת קיצון סביב η_c , עלייה חדה ולאחריה ירידה חדה, מכיוון שבנקודה זאת יש מעבר פאזה של המגנטיזציה. בערכי η גבוהים, כלומר, בטמפרטורות נמוכות, קיבלנו שהגרף יחסית רועש. רעש זה יכול לנבוע מאופן החישוב של קיבול החום בו יש חלוקה ב- T^2 , ומכיוון ש- T קטן מאוד, הפלקטואציות יחסית גדולות.

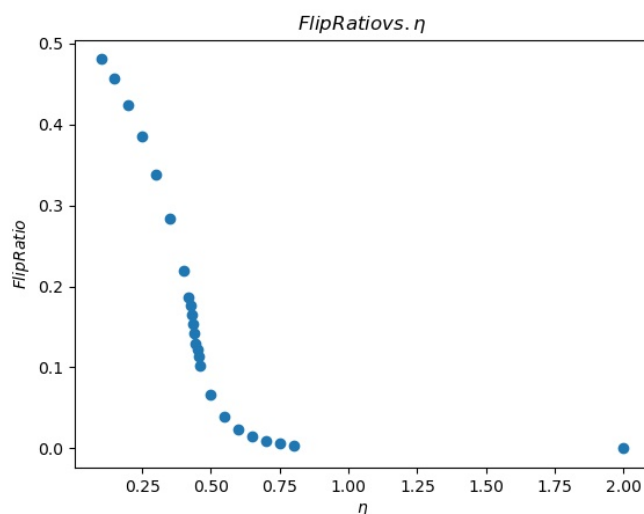
איור 3: האנרגיה הסגולית כפונקציה של η



ניתן לראות שהאנרגיה יורדת עם העלייה ב η , או באופן שקול לירידה בטמפרטורה. במקרה זה, $h = 0$, האנרגיה תלויה רק באינטרקציות בין הספינים לפי $U = -\frac{1}{2}J \sum_{i,j} s_i s_j$. עבור ערכי $\eta > \eta_c$, מספר הספינים המצביעים לאותו כיוון גדל, ולכן נקבל שבסכימה על כל זוגות הספינים השכנים, יהיו יותר איברים חיוביים ולכן סך הכל אחרי מכפלה ב- $-\frac{1}{2}J$ האנרגיה תקטן.

1.3 היחס בין מספר ההיפוכים לבין סך הניסיונות

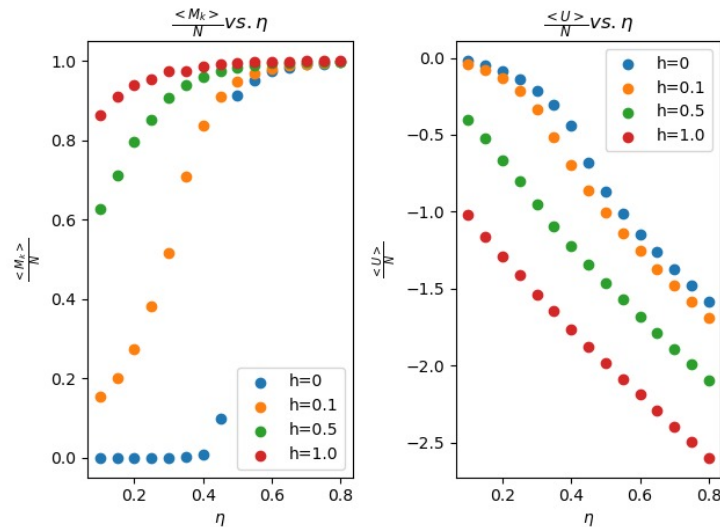
איור 4: היחס בין מספר ההיפוכים לבין סך הניסיונות כפונקציה של η



ניתן לראות ירידה חדה ביחס בין מספר ההיפוכים לבין מספר הניסיונות, וככל ש η גדל, מספר ההיפוכים שואף לאפס. זאת מכיוון שההסתברות להיפוך ספין נתונה על ידי $P_{flip} = \frac{1}{\exp(-2\beta\varepsilon_{i-now})+1}$ כאשר $\varepsilon_{i-now} = -Js_i \sum_{j=1}^4 s_j$ במקרה בו $h = 0$. כאשר η גדל, יותר ספינים מצביעים לאותו כיוון ולכן הערך של ε_{i-now} קטן (נהייה שלילי יותר), ועל כן, p_{flip} שואף לאפס.

2 השוואה של ערכי שדה מגנטי חיצוני משתנים

איור 5: מגנטיזציה סגולית ואנרגיה סגולית כפוקציה של η עבור ערכים שונים של שדה מגנטי חיצוני



בגרף הימני מוצגת האנרגיה הסגולית כתלות ב- η עבור ערכי h שונים, המייצגים ערכים שונים של השדה המגנטי החיצוני. ניתן לראות שבכולם יש מגמת ירידה עם העלייה ב- η (או לחלופין עם ירידת הטמפרטורה), כאשר עבור ערכי h נמוכים יש מעיין נקודת פיתול סביב η_c . ניתן לראות שלאנרגיה הסגולית אין סף מינימלי, וככל שהשדה המגנטי חזק יותר, כך נקבל ערכי אנרגיה נמוכים יותר. זאת מכיוון שבחישוב האנרגיה יש התחשבות בגודל השדה המגנטי, לפי הנוסחא

$$U = -\frac{1}{2}J \sum_{i,j} s_i s_j - \mu B \sum_i s_i$$

בגרף השמאלי מוצגת המגנטיזציה הסגולית כתלות ב- η , גם כן עבור ערכי h שונים. כאשר $h = 0$ יש "קפיצה" משמעותית בגרף - שהיא מייצגת מעבר פאזה של החומר ממצב עם מגנטיזציה שואפת לאפס למגנטיזציה השואפת למקסימלית. לעומת זאת במצב בו יש שדה מגנטי חיצוני, גם עבור $\eta < \eta_c$ אנו מקבלים מגנטיזציה יחסית משמעותית ולכן העלייה ב- η רק מחזקת את המגנטיזציה שהיתה קיימת גם לפני כן. בנוסף, ניתן לראות שלכל ערכי ה- h החומר מגיע לרוויה מגנטית באותו ערך (~ 1 במקרה שלנו). זאת תוצאה הגיונית כיוון שהרוויה המגנטית אינה תלויה בשדה המגנטי החיצוני - יש כמות סופית של חלקיקים שכל אחד מהם תורם למגנטיזציה, ולכן יש ערך מקסימלי.