

## 1. 考虑 5 节点的 DC\_CC\_OLS 模型

在 DC-OPF 模型里，我们把每个节点上的电压幅值都看做 1，两节点间的电压相角差很小，此时  $\sin(\theta_{ij}) = \theta_{ij}$ ,  $\cos(\theta_{ij}) = 0$ ，对于每个节点我只考虑有功功率平衡，每条线路我都考虑双向的电流功率约束。

符号	含义	单位/维度
$i, j$	节点索引（母线号）	—
$\mathcal{N}$	指标集，全部节点集合（此例中为 $\{1,2,3,4,5\}$ ）	—
$\mathcal{G}$	指标集，发电机节点（此例中为 $\{1,3,4\}$ ）	—
$\mathcal{D}$	指标集，负载节点（此例中为 $\{4,5\}$ ）	—
$\mathcal{S}$	指标集，发电和需求不改变的节点（此例中为 $\{1,2\}$ ）	—
$\mathcal{G}_a$	指标集，发电状态改变（增加）的节点（此例中为 $\{3\}$ ）	—
$\mathcal{D}_a$	指标集，有功需求可能增加的节点（此例中为 $\{4\}$ ）	—
$\mathcal{D}_s$	指标集，有功需求可能要求削减的节点（此例中为 $\{5\}$ ）	—
$\mathcal{L}$	二元指标集，所有线路（双向）构成的集合	—
$\omega$	有功需求随机增量	p.u.
$p_s$	有功需求削减量	p.u.
$f_{ij}$	$ij$ 线路上的潮流	p.u
$v^{\max/\min}$	节点电压幅值上/下界	p.u.
$\theta^{\max/\min}$	节点相角上/下界	rad
$p_G^{\max/\min}(\omega)$	发电有功上下界（随机或确定）	p.u
$s_{ij}^{\max}$	线路潮流绝对值的上界	p.u
$\epsilon_p$	发电有功上下界机会约束允许违约概率上限	—
$\epsilon_I$	线路潮流绝对值的上界机会约束允许违约概率上限	—
$\epsilon_V$	电压幅值上下界机会约束允许违约概率上限	—
$\epsilon_\delta$	相角上下界机会约束允许违约概率上限	—

如果同一节点上既有发电机又有需求，假设此时两者（发电和需求）不同时进行改变。

$$\min_{p_G(\omega), p_S(\omega)} \sum_{\forall i \in \mathcal{D}_s} \mathbb{E}[c_i(p_{S,i}(\omega))]$$

s.t.

$$p_{G,i} - p_{D,i} + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i}(\omega) - p_{D,i} + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{G}_a, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i} - [(p_{D,i}) + (\omega_k)] + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{D}_a, k \in [0, |\mathcal{D}_a|], j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i} - (p_{D,i} - p_{S,i}(\omega)) + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{D}_s, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$\boldsymbol{p} = (p_{D,i}), \quad i \in \mathcal{D}_a$$

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_k), \quad k \in [0, |\mathcal{D}_a|]$$

$$f_{ij}^p(\omega) = B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(p_{G,i}(\omega) - P_{G,i}^{\min}(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_p, \quad \forall i \in \mathcal{G}_a$$

$$\mathbb{P}(p_{G,i}^{\max}(\omega) - p_{G,i}(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_p, \quad \forall i \in \mathcal{G}_a$$

$$\mathbb{P}(|f_{ij}^\mu(\omega)| \leq s_{ij}^{\max}) \geq 1 - \epsilon_l, \quad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(\theta_i(\omega) - \theta_i^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta, \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\mathbb{P}(\theta_i^{\max} - \theta_i(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta, \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\theta_{\text{ref}}(\omega) = 0$$

其中，决策变量为

$$\boldsymbol{u}(\omega) = (p_{G,i}(\omega), p_{S,j}(\omega)), \quad i \in \mathcal{G}_a, j \in \mathcal{D}_s$$

状态变量为

$$\boldsymbol{x}(\omega) = (v_i(\omega), \theta_i(\omega)), \quad i \in \mathcal{N}$$

## 2.思考与优化

为了简化模型，我不妨假设  $\boldsymbol{\omega}$  是一个随机变量（增量正数或者减量负数或

符号	含义	单位/维度
$i, j$	节点索引 (母线号)	—
$\mathcal{N}$	指标集, 全部节点集合 (此例中为 $\{1,2,3,4,5\}$ )	—
$\mathcal{G}$	指标集, 发电节点 (此例中为 $\{1,3,4\}$ )	—
$\mathcal{D}$	指标集, 需求节点 (此例中为 $\{4,5\}$ )	—
$\mathcal{L}$	二元指标集, 所有线路 (双向) 构成的集合	—
$\mathbf{p}_G$	向量, 有功发电 (煤炭等传统能源)	
$\mathbf{p}_U$	向量, 有功发电 (光伏等新能源)	
$\mathbf{p}_D$	向量, 有功需求	
$\theta$	向量, 电压相角	
$v$	向量, 电压幅值	
$\omega$	向量, 有功需求随机波动	p.u.
$\mathbf{p}_S$	向量, 有功需求削减量	p.u.
$f_{ij}$	$ij$ 线路上的潮流	p.u
$v^{\max/\min}$	向量, 节点电压幅值上/下界	p.u.
$\theta^{\max/\min}$	向量, 节点相角上/下界	rad
$\mathbf{p}_G^{\max/\min}(\omega)$	向量, 发电有功上下界 (随机或确定)	p.u
$s_{ij}^{\max}$	线路潮流绝对值的上界	p.u
$\epsilon_p$	发电有功上下界机会约束允许违约概率上限	—
$\epsilon_I$	线路潮流绝对值的上界机会约束允许违约概率上限	—
$\epsilon_V$	电压幅值上下界机会约束允许违约概率上限	—
$\epsilon_\delta$	相角上下界机会约束允许违约概率上限	—

者 0), 这时候  $\mathbf{p}_S$  就取的  $\omega$  负值组成向量。

$$\mathbf{p}(\omega) = \mathbf{p}_G - (\mathbf{p}_D + \omega) + \mathbf{p}_U \quad (1a)$$

$$\mathbf{p}_S(\omega) = (\omega_i)^T, \omega_i < 0 \quad (2a)$$

$$\mathbf{p}(\omega) = (\mathbf{p}_i)^T = (\sum_{j:ij \in \mathcal{L}} B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)))^T \quad (3a)$$

$$f_{ij}^p(\omega) = B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \forall ij \in \mathcal{L} \quad (4a)$$

$$\min_{\boldsymbol{p}_{\mathcal{G}}(\cdot), \boldsymbol{p}_{\mathcal{S}}(\cdot)} \sum \mathbb{E}[\boldsymbol{\mathfrak{c}}^T \boldsymbol{p}_{\mathcal{S}}(\boldsymbol{\omega})]$$

$$\text{s.t.}$$

$$F(\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\omega}),\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega}),\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\omega}))=0$$

$$\mathbb{P}\big(\boldsymbol{p}_{\mathcal{G}}(\boldsymbol{\omega})-\boldsymbol{P}_{\mathcal{G}}^{\min}(\boldsymbol{\omega})\geq 0\big)\geq 1-\epsilon_P$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{p}_{\mathcal{G}}^{\max}(\boldsymbol{\omega})-\boldsymbol{p}_{\mathcal{G}}(\boldsymbol{\omega})\geq 0)\geq 1-\epsilon_P$$

$$\mathbb{P}\big(\big|f_{ij}^p(\boldsymbol{\omega})\big|\leq s_{ij}^{\max}\big)\geq 1-\epsilon_l,\qquad \forall ij\in\mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\omega})-\boldsymbol{\nu}^{\min}\geq 0)\geq 1-\epsilon_V$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\nu}^{\max}-\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\omega})\geq 0)\geq 1-\epsilon_V$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega})-\boldsymbol{\theta}^{\min}\geq 0)\geq 1-\epsilon_\delta$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\theta}^{\max}-\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega})\geq 0)\geq 1-\epsilon_\delta$$