

1.考虑 5 节点的 DC_CC_OLS 模型

在 DC-OPF 模型里，我们把每个节点上的电压幅值都看做 1，两节点间的电压相角差很小，此时 $\sin(\theta_{ij}) = \theta_{ij}$, $\cos(\theta_{ij}) = 0$ ，对于每个节点我只考虑有功功率平衡，每条线路我都考虑双向的电流功率约束。

符号	含义	单位/维度
i, j	节点索引（母线号）	—
\mathcal{N}	指标集，全部节点集合（此例中为 $\{1,2,3,4,5\}$ ）	—
\mathcal{G}	指标集，发电机节点（此例中为 $\{1,3,4\}$ ）	—
\mathcal{D}	指标集，负载节点（此例中为 $\{4,5\}$ ）	—
\mathcal{S}	指标集，发电和需求不改变的节点（此例中为 $\{1,2\}$ ）	—
\mathcal{G}_a	指标集，发电状态改变（增加）的节点（此例中为 $\{3\}$ ）	—
\mathcal{D}_a	指标集，有功需求可能增加的节点（此例中为 $\{4\}$ ）	—
\mathcal{D}_s	指标集，有功需求可能要求削减的节点（此例中为 $\{5\}$ ）	—
\mathcal{L}	二元指标集，所有线路（双向）构成的集合	—
ω	有功需求随机增量	p.u.
p_s	有功需求削减量	p.u.
f_{ij}	ij 线路上的潮流	p.u.
$v^{\max/\min}$	节点电压幅值上/下界	p.u.
$\theta^{\max/\min}$	节点相角上/下界	rad
$p_G^{\max/\min}(\omega)$	发电有功上下界（随机或确定）	p.u.
s_{ij}^{\max}	线路潮流绝对值的上界	p.u.
ϵ_p	发电有功上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_l	线路潮流绝对值的上界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_v	电压幅值上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_δ	相角上下界机会约束允许违约概率上限	—

如果同一节点上既有发电机又有需求，假设此时两者（发电和需求）不同时进行改变。

$$\min_{p_G(\omega), p_S(\omega)} \sum_{\forall i \in \mathcal{D}_s} \mathbb{E}[c_i(p_{S,i}(\omega))]$$

s.t.

$$p_{G,i} - p_{D,i} + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i}(\omega) - p_{D,i} + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{G}_a, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i} - [(p_{D,i}) + (\omega_k)] + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{D}_a, k \in [0, |\mathcal{D}_a|], j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i} - (p_{D,i} - p_{S,i}(\omega)) + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall i \in \mathcal{D}_s, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$\mathbf{p} = (p_{D,i}), \quad i \in \mathcal{D}_a$$

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_k), \quad k \in [0, |\mathcal{D}_a|]$$

$$f_{ij}^p(\omega) = B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \quad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(p_{G,i}(\omega) - p_{G,i}^{\min}(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_p, \quad \forall i \in \mathcal{G}_a$$

$$\mathbb{P}(p_{G,i}^{\max}(\omega) - p_{G,i}(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_p, \quad \forall i \in \mathcal{G}_a$$

$$\mathbb{P}(|f_{ij}^{\mu}(\omega)| \leq s_{ij}^{\max}) \geq 1 - \epsilon_l, \quad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(\theta_i(\omega) - \theta_i^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_{\delta}, \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\mathbb{P}(\theta_i^{\max} - \theta_i(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_{\delta}, \quad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\theta_{\text{ref}}(\omega) = 0$$

其中，决策变量为

$$\mathbf{u}(\omega) = (p_{G,i}(\omega), p_{S,j}(\omega)), \quad i \in \mathcal{G}_a, j \in \mathcal{D}_s$$

状态变量为

$$\mathbf{x}(\omega) = (v_i(\omega), \theta_i(\omega)), \quad i \in \mathcal{N}$$

2.思考与优化

为了简化模型，我不妨假设 $\boldsymbol{\omega}$ 是一个随机变量（增量正数或者减量负数或

符号	含义	单位/维度
i, j	节点索引（母线号）	—
\mathcal{N}	指标集，全部节点集合（此例中为 $\{1,2,3,4,5\}$ ）	—
\mathcal{G}	指标集，发电节点（此例中为 $\{1,3,4\}$ ）	—
\mathcal{D}	指标集，需求节点（此例中为 $\{4,5\}$ ）	—
\mathcal{L}	二元指标集，所有线路（双向）构成的集合	—
\mathbf{p}_G	向量，有功发电（煤炭等传统能源）	
\mathbf{p}_U	向量，有功发电（光伏等新能源）	
\mathbf{p}_D	向量，有功需求	
$\boldsymbol{\theta}$	向量，电压相角	
\mathbf{v}	向量，电压幅值	
$\boldsymbol{\omega}$	向量，有功需求随机波动	p.u.
\mathbf{p}_S	向量，有功需求削减量	p.u.
f_{ij}	ij 线路上的潮流	p.u.
$\mathbf{v}^{\max/\min}$	向量，节点电压幅值上/下界	p.u.
$\boldsymbol{\theta}^{\max/\min}$	向量，节点相角上/下界	rad
$\mathbf{p}_G^{\max/\min}(\boldsymbol{\omega})$	向量，发电有功上下界（随机或确定）	p.u.
S_{ij}^{\max}	线路潮流绝对值的上界	p.u.
ϵ_P	发电有功上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_I	线路潮流绝对值的上界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_V	电压幅值上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_δ	相角上下界机会约束允许违约概率上限	—

者 0)，这时候 \mathbf{p}_S 就取的 $\boldsymbol{\omega}$ 负值组成向量。

$$\mathbf{p}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{p}_G - (\mathbf{p}_D + \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{p}_U \quad (1a)$$

$$\mathbf{p}_S(\boldsymbol{\omega}) = (\omega_i)^T, \omega_i < 0 \quad (2a)$$

$$\mathbf{p}(\boldsymbol{\omega}) = (p_i)^T = (\sum_{j:ij \in \mathcal{L}} B_{ij}(\theta_i(\boldsymbol{\omega}) - \theta_j(\boldsymbol{\omega})))^T \quad (3a)$$

$$f_{ij}^p(\boldsymbol{\omega}) = B_{ij}(\theta_i(\boldsymbol{\omega}) - \theta_j(\boldsymbol{\omega})), \forall ij \in \mathcal{L} \quad (4a)$$

$$\min_{\boldsymbol{p}_G(\cdot), \boldsymbol{p}_S(\cdot)} \sum \mathbb{E}[\mathbf{c}^T \boldsymbol{p}_S(\boldsymbol{\omega})]$$

s.t.

$$F(\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\omega}), \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega}), \boldsymbol{v}(\boldsymbol{\omega})) = 0$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{p}_G(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{p}_G^{\min}(\boldsymbol{\omega}) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_P$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{p}_G^{\max}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{p}_G(\boldsymbol{\omega}) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_P$$

$$\mathbb{P}(|f_{ij}^p(\omega)| \leq s_{ij}^{\max}) \geq 1 - \epsilon_I, \quad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{v}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{v}^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_V$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{v}^{\max} - \boldsymbol{v}(\boldsymbol{\omega}) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_V$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{\theta}^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\theta}^{\max} - \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega}) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta$$