1.考虑 5 节点的 DC CC-OLS 模型

在 DC-OPF 模型里，我们把每个节点上的电压幅值都看做 1，两节点间的电压相角差很小，此时$sin(\theta_{ij}) = \theta_{ij}, cos(\theta_{ij}) = 0$，对于每个节点我只考虑有功功率平衡，每条线路我都考虑双向的电流功率约束。

符号	含义	单位/维度
i, j	节点索引（母线号）	—
$\mathcal{N}$	指标集，全部节点集合（此例中为{1,2,3,4,5}）	—
$\mathcal{G}$	指标集，发电机节点（此例中为{1,3,4}）	—
$\mathcal{D}$	指标集，负载节点（此例中为{4,5}）	—
$\mathcal{S}$	指标集，发电和需求不改变的节点（此例中为{1,2}）	—
$\mathcal{G}_a$	指标集，发电状态改变（增加）的节点（此例中为{3}）	—
$\mathcal{D}_a$	指标集，有功需求可能增加的节点（此例中为{4}）	—
$\mathcal{D}_s$	指标集，有功需求可能要求削减的节点（此例中为{5}）	—
$\mathcal{L}$	二元指标集，所有线路（双向）构成的集合	—
$\boldsymbol{\omega}$	有功需求随机增量	p.u.
p_S	有功需求削减量	p.u.
f_{ij}	ij线路上的潮流	p.u
$v^{\max/\min}$	节点电压幅值上/下界	p.u.
$\theta^{\max/\min}$	节点相角上/下界	rad
$p_G^{\max/\min}(\omega)$	发电有功上下界（随机或确定）	p.u
$s_{ij}^{\max}$	线路潮流绝对值的上界	p.u
ϵ_P	发电有功上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_I	线路潮流绝对值的上界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_V	电压幅值上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_δ	相角上下界机会约束允许违约概率上限	—

如果同一节点上既有发电机又有需求，假设此时两者（发电和需求）不同时进行改变。

$$\min_{p_G(\omega), p_S(\omega)} \sum_{\forall i \in \mathcal{D}_s} \mathbb{E}[c_i(p_{S,i}(\omega))]$$

s.t.

$$p_{G,i} - p_{D,i} + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \qquad \forall i \in \mathcal{S}, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i}(\omega) - p_{D,i} + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \qquad \forall i \in \mathcal{G}_a, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i} - [(p_{D,i}) + (\omega_k)] + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \qquad \forall i \in \mathcal{D}_a, k \in [0, |\mathcal{D}_a|], j \in \mathcal{N}$$

$$p_{G,i} - (p_{D,i} - p_{S,i}(\omega)) + p_{U,i} = \sum B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \qquad \forall i \in \mathcal{D}_s, \forall j \in \mathcal{N}$$

$$\boldsymbol{p} = (p_{D,i}), \qquad i \in \mathcal{D}_a$$

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_k), \qquad k \in [0, |\mathcal{D}_a|]$$

$$f_{ij}^{p}(\omega) = B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)), \qquad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}\big(p_{G,i}(\omega) - P_{G,i}^{\min}(\omega) \geq 0\big) \geq 1 - \epsilon_P, \qquad \forall i \in \mathcal{G}_a$$

$$\mathbb{P}(p_{G,i}^{\max}(\omega) - p_{G,i}(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_P, \qquad \forall i \in \mathcal{G}_a$$

$$\mathbb{P}(\left|f_{ij}^{\mu}(\omega)\right| \leq s_{ij}^{\max}) \geq 1 - \epsilon_I, \qquad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(v_i(\omega) - v_i^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_V, \qquad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\mathbb{P}(v_i^{\max} - v_i(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_V, \qquad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\mathbb{P}(\theta_i(\omega) - \theta_i^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta, \qquad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\mathbb{P}(\theta_i^{\max} - \theta_i(\omega) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta, \qquad \forall i \in \mathcal{N}$$

$$\theta_{\mathrm{ref}}(\omega) = 0$$

其中，决策变量为

$$\boldsymbol{u}(\omega) = (p_{G,i}(\omega), p_{S,j}(\omega)), \qquad i \in \mathcal{G}_a, j \in \mathcal{D}_s$$

状态变量为

$$\boldsymbol{x}(\omega) = (v_i(\omega), \theta_i(\omega)), \qquad i \in \mathcal{N}$$

2.思考与优化

为了简化模型，我不妨假设 $\boldsymbol{\omega}$ 是一个随机变量（增量正数或者减量负数或者 0），这时候 $\boldsymbol{p_S}$ 就取的 $\boldsymbol{\omega}$ 负值组成向量。

符号	含义	单位/维度
i, j	节点索引（母线号）	—
$\mathcal{N}$	指标集，全部节点集合（此例中为{1,2,3,4,5}）	—
$\mathcal{G}$	指标集，发电节点（此例中为{1,3,4}）	—
$\mathcal{D}$	指标集，需求节点（此例中为{4,5}）	—
$\mathcal{L}$	二元指标集，所有线路（双向）构成的集合	—
$\boldsymbol{p}_G$	向量，有功发电（煤炭等传统能源）	
$\boldsymbol{p}_U$	向量，有功发电（光伏等新能源）	
$\boldsymbol{p}_D$	向量，有功需求	
$\boldsymbol{\theta}$	向量，电压相角	
$\boldsymbol{v}$	向量，电压幅值	
$\boldsymbol{\omega}$	向量，有功需求随机波动	p.u.
$\boldsymbol{p}_S$	向量，有功需求削减量	p.u.
f_{ij}	ij线路上的潮流	p.u
$\boldsymbol{v}^{\mathbf{max/min}}$	向量，节点电压幅值上/下界	p.u.
$\boldsymbol{\theta}^{\mathbf{max/min}}$	向量，节点相角上/下界	rad
$\boldsymbol{p}_G^{\mathbf{max/min}}(\boldsymbol{\omega})$	向量，发电有功上下界（随机或确定）	p.u
$s_{ij}^{\max}$	线路潮流绝对值的上界	p.u
ϵ_P	发电有功上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_I	线路潮流绝对值的上界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_V	电压幅值上下界机会约束允许违约概率上限	—
ϵ_δ	相角上下界机会约束允许违约概率上限	—

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{p}_{\mathbf{G}} - (\boldsymbol{p}_{\mathbf{D}} + \boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{p}_{\mathbf{U}} \tag{1a}$$

$$\boldsymbol{p}_S(\boldsymbol{\omega}) = (\omega_i)^{\boldsymbol{T}}, \omega_i < 0 \tag{2a}$$

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\omega}) = (p_i)^{\boldsymbol{T}} = \left(\sum\nolimits_{j:ij\in\mathcal{L}} B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega))\right)^T \tag{3a}$$

$$f_{ij}^p(\omega) = B_{ij}(\theta_i(\omega) - \theta_j(\omega)),\ \forall ij \in \mathcal{L} \tag{4a}$$

$$\min_{\boldsymbol{p_G}(\cdot),\boldsymbol{p_S}(\cdot)} \sum \mathbb{E}[\mathbf{c}^T \boldsymbol{p_S}(\boldsymbol{\omega})]$$

s.t.

$$F(\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\omega}), \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega}), \boldsymbol{v}(\boldsymbol{\omega})) = 0$$

$$\mathbb{P}\left(\boldsymbol{p_G}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{P_G^{\min}}(\boldsymbol{\omega}) \geq 0\right) \geq 1 - \epsilon_P$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{p_G^{\max}}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{p_G}(\boldsymbol{\omega}) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_P$$

$$\mathbb{P}(\left|f_{ij}^{p}(\omega)\right| \leq s_{ij}^{\max}) \geq 1 - \epsilon_I, \qquad \forall ij \in \mathcal{L}$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{v}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{v}^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_V$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{v}^{\max} - \boldsymbol{v}(\boldsymbol{\omega}) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_V$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega}) - \boldsymbol{\theta}^{\min} \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta$$

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{\theta}^{\max} - \boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\omega}) \geq 0) \geq 1 - \epsilon_\delta$$