Измерение модуля Юнга методом акустического резонанса

Шакиров Тимур Тагирович

Декабрь 2021

Цель работы: Исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне, измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов. Измерить модуль Юнга различных материалов.

В работе используются: генератор звуковых частот, частотометр, осцилограф, э/м излучатель и приемник колебаний, набор стержней.

Теория.

Для элемента среды верно:

$$\sigma = \varepsilon E \tag{1}$$

В тонком стержне выполняется равенство:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = u^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \tag{2}$$

Произвольная функция $\phi(x \pm ut)$ — решение уравнения выше. А общее решение этого уравнения представляется в виде $\phi_1(x+ut) + \phi_2(x-ut)$. В случае гармонического возбуждения с частотой f:

$$\xi(x,t) = A_1 sin(\omega t - kx + \varphi_1) + A_2 sin(\omega t + kx + \varphi_2) \tag{3}$$

$\omega = 2\pi f$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ — длина волны.
Если концы стержня не закреплены, то $A_1 = A_2$, $\varphi_1 = \varphi_2$.

Тогда $\xi(x,t) = 2Acos(kx)sin(\omega t + \varphi)$ — уравнение гармонической стоячей волны.
Из граничного условия($\sigma_L = 0$) получим, что $sin(kL) = 0$, откуда получим условие на λ: в длине стержня должно укладываться целое число полуволн. Допустимые значения частот $f_n = n\frac{u}{2L}$ называют собсвтенными частотами колебаний. Выразив u, получим $u = 2L\frac{f_n}{n}$.

Ход работы

- Настроили осцилограф, генератор, разместили стержень на подставку, установили источник и приемник сигнала.

- Оценили частоту первого резонанса в стержнях, зная, что $u_m \approx$

- В режиме X-Y осцилографа нашли первые 3 гармоники стержней из меди, стали, дюраля. Результаты измерений внесли в таблицу.

№	1	2	3
f_m, Гц	3251.7	6465.2	9755.0
f_s, Гц	4117.6	8235.4	12354.9
f_d, Гц	4261.4	8521.2	12785.1

  При повторении экспериментов значение резонансной частоты не менялось, так что считаем $\sigma_f^{\text{сл}} \ll \sigma_f^{\text{сист}} = 0.1$ Гц.
  $\sigma_f = 0.1$ Гц

- Определили плотность материалов. Для этого измерили геометрические размеры и массы образцов материалов. Результаты привели ниже:

№	1	2	3	$D_{\text{ср}}$
D_m	1.20	1.20	1.20	1.20
D_s	1.22	1.22	1.23	1.22
D_d	1.16	1.17	1.17	1.17

  $\sigma_D^{\text{сл}} \approx \sigma_D^{\text{сист}} = 0.01$ см.
  $\sigma_D = 0.01$ см
  $\sigma_\rho = \rho\sqrt{\varepsilon_m^2 + \varepsilon_l^2 + 4\varepsilon_D^2}$

- Построили графики $f(n)$ для разных материалов, наилучшие прямые этих графиков(смотреть в приложении). Из графиков вычислили

№	D, мм	l, мм	m, г	ρ, $\frac{кг}{м^3}$	σ_ρ, $\frac{кг}{м^3}$
Медь	12.0	39.7	39.42	8780	140
Сталь	12.2	41.3	37.11	7680	120
Дюраль	11.7	40.1	11.80	2730	50

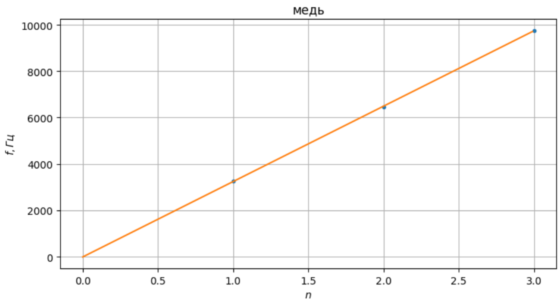
величину $\frac{u}{2L}$, из которой определили u, E.

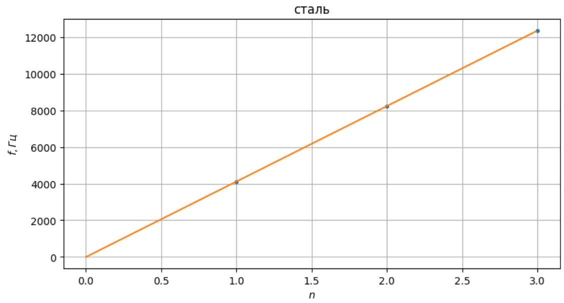
№	1	2	3
u, $\frac{м}{с}$	3900	4940	5110
σ_u, $\frac{м}{с}$	120	20	40
E, ГПа	133	187	71
σ_E, ГПа	4	1	1
$E_{табл}$, ГПа	110	190—210	74

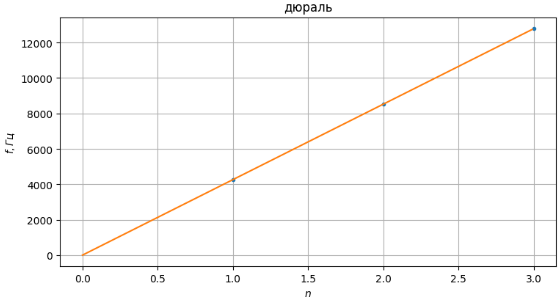
$\sigma_u = 2L\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{\bar{f_n^2}}{n^2} - \frac{f_n}{n}^2}$
$\sigma_E = E\varepsilon_E = E\varepsilon_u$

С помощью явления акустического резонанса мы с хорошей точностью сумели измерить модули Юнга различных веществ. Небольшое несоответствие полученных значений с табличными скорее всего связаны с несовершенством источника и приемника сигналов.

Приложение


медь
f, Гц
n
0
2000
4000
6000
8000
10000
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0


сталь
f, Гц
n
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0


дюраль
f, Гц
n
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0