

Исследование прецессии уравновешенного гироскопа

Шакиров Тимур Тагирович

Ноябрь 2021

Цель работы: исследовать вынужденную прецессию гироскопа; установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующих на ось гироскопа; определить скорость вращения ротора гироскопа и сравнить ее со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии.

В работе используются: гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка, осциллограф.

Теория

Момент импульса тела в его осях x , y , z :

$$\bar{L} = \bar{i}I_x\omega_x + \bar{j}I_y\omega_y + \bar{k}I_z\omega_z. \quad (1)$$

Гироскоп—быстро вращающееся тело, для которого

$$I_z\omega_z \gg I_x\omega_x, \quad I_y\omega_y. \quad (2)$$

Гироскоп называют уравновешенным, если его центр масс неподвижен. Приращение момента импульса определяется интегралом

$$\Delta\bar{L} = \int \bar{M}dt \quad (3)$$

Для малого промежутка времени $|\Delta\bar{L}| \ll |\bar{L}|$ Рассмотрим, какие силы нужно приложить к гироскопу, чтобы изменить положение его оси вращения:

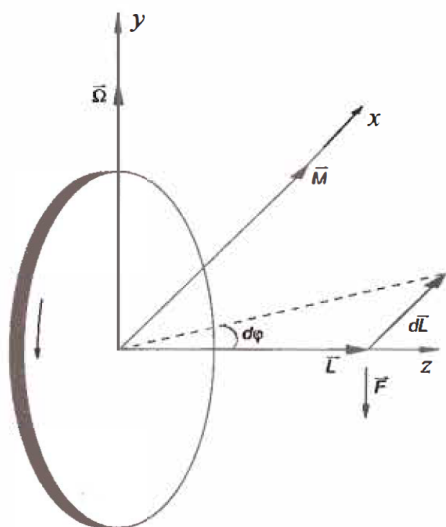


Рис. 1: Маховик

$$\begin{aligned}d\varphi &= \Omega dt & L_{\Omega} \ll L \\|d\bar{L}| &= Ld\varphi = L\Omega dt \\d\bar{L} &= \bar{\Omega} \times \bar{L}dt\end{aligned}$$

$$\bar{M} = \bar{\Omega} \times \bar{L} \quad (4)$$

Под действием \bar{M} ось гироскопа медленно вращается вокруг OY с Ω . Такое движение называется регулярной прецессией гироскопа. Для гироскопа, у которого ось вращения отклонена на угол α от вертикали:

$$\Omega = \frac{mgr}{I\omega} \quad (5)$$

Момент инерции I гироскопа можно найти с помощью крутильных колебаний.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}, \quad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{f}}, \quad \text{значит}$$

$$I = I_1 \frac{T_0^2}{T_1^2}, \quad (6)$$

где f —модуль кручения проволоки, I_1 —известный момент инерции цилиндра, а T_0 и T_1 —периоды колебаний гироскопа и цилиндра соответственно.

Скорость вращения ротора можно измерить и с помощью осциллографа. Ротор, вращаясь, наводит ЭДС в обмотке, но при включенном в сеть гироскопе наводит ЭДС не только он, но и раскручивающая ротор обмотка. Так что для корректного измерения частоты вращения ротора гироскоп нужно выключать из сети.

Ход работы

1. Установили ось гироскопа в горизонтальное положение.
2. Включили питание гироскопа и подождали стабилизации вращения ротора.
3. Убедились в устойчивости гироскопа. С помощью уравнения (4) определили сторону вращения ротора, приложив момент сил к гироскопу.

7. Измерили момент инерции ротора гироскопа относительно оси симметрии I_0 . Зная периоды крутильных колебаний T_0 и T_1 ротора и цилиндра с известным I_1 соответственно нашли I_0 по формуле (6).

	1	2	3	T_{cp}
T_0	3.13	3.15	3.19	3.16
T_1	4.08	4.00	4.03	4.03

$$I_1 = m_c \frac{D^2}{8} = 0.0012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I_0 = I_1 \frac{T_0^2}{T_1^2} = 0.0008 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

8. Оценка погрешностей произведена в п.12.

9. С помощью (5) рассчитаем ω .

$$\omega = \frac{M}{I_0 \Omega}$$

	1	2	3	4	5	6	7
$M, \text{H} \cdot \text{м}$	0.40	0.32	0.26	0.21	0.17	0.14	0.11
$\omega, \text{с}^{-1}$	2500	2630	2630	2510	2480	2630	2410

$$\omega_{cp} = 2540 \text{с}^{-1}$$

10. Определим момент сил трения в оси.

$$M_{fr} = \frac{2L\alpha}{t} = \frac{2\alpha I \omega}{t}$$

	1	2	3	4	5	6	7
$t, \text{с}$	151	154	143	144	145	180	166
$\Omega_{fr}, \text{с}^{-1}$	0.042	0.041	0.044	0.044	0.043	0.034	0.038
$M_{fr}, \text{H} \cdot \text{м}$	0.083	0.085	0.092	0.087	0.086	0.073	0.073

$$M_{fr} = 0.083 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

11. С помощью осциллографа и генератора измерим частоту вращения ротора. Изменяя частоту генератора добьемся появления неподвижного эллипса. При этом питание ротора должно быть выключено.

$$\nu = 390 \text{ Гц}, \omega = 2450 \text{с}^{-1}$$

12. Оценим погрешности полученных величин. $\varepsilon_D \approx 0.001$

$$\varepsilon_{m_c} \approx 0.0001$$

$$\varepsilon_{I_1} = \sqrt{4\varepsilon_D^2 + \varepsilon_{m_c}^2} = 0.001$$

$$\sigma_T^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (T_i - T_{\text{ср}})^2} = 0.02c$$

$$\sigma_T^{\text{сист}} = 0.02c$$

$$\sigma_T = 0.03c$$

$$\varepsilon_{I_0} = \sqrt{\varepsilon_{I_1}^2 + 8\varepsilon_T^2} = 0.03$$

$$\varepsilon_{\Omega} = \varepsilon_T = 0.01$$

$$\varepsilon_{\alpha} \approx \varepsilon_{2x} = 0.05$$

$$\sigma_{\omega}^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\omega_i - \omega_{\text{ср}})^2} = 80c^{-1}$$

$$\sigma_{\omega}^{\text{сист}} = \omega \varepsilon_{\omega}^{\text{сист}} \approx \omega \varepsilon_{I_0} = 70c^{-1}$$

$$\sigma_{\omega} = 90c^{-1}$$

$$\varepsilon_{M_{fr}} = \sqrt{\varepsilon_{\alpha}^2 + \varepsilon_I^2 + \varepsilon_{\omega}^2 + \varepsilon_t^2} \approx 0.06$$

$$\omega = (2540 \pm 90)c^{-1}$$

Значение угловой скорости вращения ротора гироскопа, полученное с помощью прецессии, совпадает со значением, полученным с помощью осциллографа в пределах погрешности.

Приложение

