Trabalho T4 - Integração Numérica e Sistemas Lineares
MTM224 - Métodos Numéricos Computacionais
prof. Tiago Martinuzzi Buriol

1. Use um programa em Python para integrar numericamente a função

$$\int_0^3 x^2 e^x dx$$

usando a regra dos trapézios, a regra de 1/3 de Simpson e a regra de 3/8 de Simpson com 12 subintervalos. Compare dos resultados obtidos com a solução exata.

2. A massa total de uma haste de densidade variável é dada por

$$m = \int_0^L \rho(x) A_c(x) dx$$

em que m é a massa, $\rho(x)$ é a densidade, $A_c(x)$ é a área da seção transversal, x é distância ao longo da haste e L é o comprimento total da haste. Os seguintes dados foram medidos para uma haste de $12m$. Determine a massa em quilogramas usando integração numéria com as regras de 1/3.

x, m	|0	|2	|4	|6	|8	|10	|12
$\rho, g/cm^3$	|4,00	|3,95	|3,80	|3,60	|3,41	|3,30	|3.20
A_c, cm^3	|100	|103	|110	|120	|133	|150	|171

3. Em química, as quantidades molares dos componentes de uma reação podem ser determinadas

$$x_1 K_2Cr_2O_7 + x_2 Na_2C_2O_4 + x_3 H_2SO_4 \longrightarrow$$

$$x_4 K_2SO_4 + x_5 Cr_2(SO_4)_3 + x_6 Na_2SO_4 + x_7 H_2O + x_8 CO_2$$

Como a quantidade de oxigênio nos reagentes deve ser igual á quantidade de oxigênio nos

$$7x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 4x_4 + 12x_5 + 4x_6 + x_7 + 2x_8$$

Assim temos uma equação linear para x_1, x_2,..., x_8. Como a reação envolve sete

(a) Obtenha as demais equacções do sistema linear correspondente a reação.

(b) Resolva o sistema e encontre as quantidades molares dos componentes da reação.

4. Use um programa em Python para resolver o sistema abaixo, utilizando decomposição LU, mostrando as matrizes L e U.

$$\begin{cases} 6.1x_1 + 0.32x_2 + 1.3x_3 + 2.1x_4 + 0.11x_5 = 19.52 \\ 0.82x_1 + 8.81x_2 + 1.01x_3 + 3x_4 + 3.12x_5 = 15.83 \\ 0.5x_1 + 1.78x_2 + 15.2x_3 + 4.2x_4 + 8.1x_5 = -22.14 \\ 4.2x_1 + 5.3x_2 + 1.8x_3 + 20.9x_4 + 7.51x_5 = 27.28 \\ 0.2x_1 + 9.1x_2 + 4.68x_3 + 4.3x_4 + 20.1x_5 = -21.78 \end{cases}$$

Em seguida, use os programas apresentados em aula para resolver esse mesmo sistema por eliminação de Gauss e por algum método iterativo. Compare os resultados e comente.

5. O *método das diferenças finitas* transforma a equação diferencial ordinária

$$\begin{cases} y'' + x^2 y' - 4xy = 0, & x \in [0,1] \\ y(0) = 0, \;\; y(1) = 5 \end{cases}$$

em um sistema de equações lineares da forma

$$(2 - k^2h^3)y_{k-1} - 4(1 + 2kh^3)y_k + (2 + k^2h^3)y_{k+1} = 0$$

com $k = 1, 2, ..., (n-1)$, $h = 1/n$, $y_0 = 0$ e $y_n = 5$.

Sabendo disso, faça $n = 5$ e monte o sistema linear associado. Então, resolva numericamente o usando algum método iterativo e compare a solução numérica com a solução analítica exata $y(x) = x^4 + 4x$.