

Métodos Numéricos para Ingeniería

Método de Steffensen

Algoritmo del método de Steffensen

Para encontrar una solución para $p = g(p)$ dada una aproximación p_0 [1]:

ENTRADA	aproximación inicial p_0 , tolerancia TOL , número máximo de iteraciones N_0 .
SALIDA	solución aproximada p o un mensaje de falla.
Paso 1	Determine $i = 1$.
Paso 2	Mientras $i \leq N_0$ haga los pasos 3-6 . Paso 3 Determine $p_1 = g(p_0)$; (Calcule $p_1^{(i-1)}$). $p_2 = g(p_1)$; (Calcule $p_2^{(i-1)}$). $p = p_0 - (p_1 - p_0)^2 / (p_2 - 2p_1 + p_0)$. (Calcule $p_0^{(i)}$). Paso 4 Si $ p - p_0 < TOL$ entonces SALIDA (p); (El procedimiento fue exitoso.) PARE. Paso 5 Determine $i = i + 1$. Paso 6 Determine $p_0 = p$. (Actualice p_0).
Paso 7	SALIDA ('El método falló después de N_0 iteraciones, $N_0 =$ ', N_0); (El procedimiento no fue exitoso.) PARE.

Problema

El balance de masa de un contaminante en un lago bien mezclado se expresa así [2]:

$$V \frac{dc}{dt} = W - Qc - kV\sqrt{c}$$

Dados los valores de los parámetros $V = 1 \times 10^6 [m^3]$, $Q = 1 \times 10^5 [m^3/\text{año}]$, $W = 1 \times 10^6 [g/\text{año}]$ y $k = 0.25 [m^{0.5}/\text{año}]$, se puede determinar la concentración de estado estable, $\frac{dc}{dt} = 0$, a partir de la ecuación no lineal:

$$W - Qc - kV\sqrt{c} = 0 \quad (0.1)$$

Actividades

- (1) Escriba la ecuación (0.1) en la forma $c = g(c)$.
- (2) Implemente en Python el algoritmo del método de Steffensen.
- (3) Encuentre el punto fijo de la función g del ítem (1):
 - (a) Gráficamente.
 - (b) Empleando el algoritmo del método de Steffensen, considerando una tolerancia de 10^{-10} y un máximo de 100 iteraciones.

Bibliografía

1. Richard L. Burden, Douglas J. Faires, Annette M. Burden. Análisis Numérico. 10a edición. Cengage Learning. 2017.
2. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale. Métodos Numéricos para Ingenieros. 5a edición. McGraw-Hill, México. 2007.