Métodos Numéricos para Ingeniería
Regla compuesta de Simpson para una integral doble

Algoritmo de la regla compuesta de Simpson para una integral doble

Para aproximar la integral [1]

$$I = \int_a^b \int_{c(x)}^{d(x)} f(x,y)dydx$$

ENTRADA extremos a, b; enteros positivos pares m, n.

SALIDA aproximación J a I.

Paso 1 Haga $h = (b-a)/n$;
$J_1 = 0$; (Términos finales.)
$J_2 = 0$. (Términos pares.)
$J_3 = 0$. (Términos impares.)

Paso 2 Para $i = 0, 1, \ldots, n$ haga los pasos **3-8**.

- **Paso 3** Haga $x = a + ih$; (Método compuesto de Simpson para x.)
  $HX = (d(x) - c(x))/m$;
  $K_1 = f(x, c(x)) + f(x, d(x))$; (Términos finales)
  $K_2 = 0$. (Términos pares.)
  $K_3 = 0$. (Términos impares.)
- **Paso 4** Para $j = 1, \ldots, m-1$ haga los pasos **5** y **6**.
  - **Paso 5** Haga $y = c(x) + jHX$;
    $Q = f(x, y)$.
  - **Paso 6** Si j es par entonces haga $K_2 = K_2 + Q$
    sino haga $K_3 = K_3 + Q$.
- **Paso 7** Haga $L = (K_1 + 2 \cdot K_2 + 4 \cdot K_3)HX/3$.
  $$\left(L \approx \int_{c(x_i)}^{d(x_i)} f(x_i, y)dy \text{ mediante el método compuesto de Simpson} \right).$$
- **Paso 8** Si $i = 0$ o $i = n$ entonces haga $J_1 = J_1 + L$
  sino si i es par entonces haga $J_2 = J_2 + L$
  sino haga $J_3 = J_3 + L$.

Paso 9 Haga $J = h(J_1 + 2 \cdot J_2 + 4 \cdot J_3)/3$.

Paso 10 SALIDA (J);
PARE.

Problema:

Una lámina plana es una hoja delgada de masa uniformemente distribuida. Si σ es una función que describe la densidad de una lámina que tiene la forma de una región R en el plano xy, entonces el centro de masa de la lámina $(\bar{x}, \bar{y})$ está definido por [1]

$$\bar{x} = \frac{\displaystyle\iint_R x\sigma(x,y)dA}{\displaystyle\iint_R \sigma(x,y)dA}, \qquad \bar{y} = \frac{\displaystyle\iint_R y\sigma(x,y)dA}{\displaystyle\iint_R \sigma(x,y)dA}$$

donde

$$R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq e^x\right\}$$

con función de densidad

$$\sigma(x,y) = k$$

Actividades

1. Implemente en Python el algoritmo de la regla compuesta de Simpson para una integral doble.
2. Use el algoritmo de la regla compuesta de Simpson para una integral doble con $n = m = 14$ para encontrar el centro de masa de la lámina descrita.
3. Usando el error relativo porcentual, compare las aproximaciones obtenidas con el resultado exacto

$$\bar{x} = \frac{1}{e-1}, \qquad \bar{y} = \frac{e+1}{4}$$

Bibliografía

1. Richard L. Burden, Douglas J. Faires, Annette M. Burden. Análisis Numérico. 10a edición. Cengage Learning. 2017.