Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе
Дисциплина: Телекоммуникационные технологии
Тема: Преобразование Фурье

Выполнил студент группы 33501/3 ________________ П.М.Шувалов
(подпись)

Преподаватель ________________ Н.В.Богач
(подпись)

Санкт-Петербург
2017

1 Лабораторная работа №2. Ряд Фурье. Преобразование Фурье. Корреляция сигналов.

1.1 Цели работы

Получить представление о спектрах телекоммуникационных сигналов.

1.2 Постановка задачи

- Для сигналов из первой лабораторной работы выполнить расчет преобразования Фурье, получить их спектры.
- С помощью функций прямой и быстрой корреляции найти позицию синхропосылки [101] в сигнале [0001010111000010]. Получить пакет данных, если известно, что его длина составляет 8 бит без учета синхропосылки. Сравнить время работы двух методов.

1.3 Теоретические положения

В первой части работы нам нужно применить препобразование Фурье для получения спектров сигналов из первой лабораторной работы. Преобразование Фурье тесно связано с разложением в ряд Фурье, которое позволяет представить сигналы в виде бесконечной суммы гармонических сигналов. Формула разложения в ряд Фурье имеет вид:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \phi_k) \tag{1}$$

С использованием формулы Эйлера для комплексной экспоненты можно получить представление ряда Фурье в комплексной форме:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{-j\omega_1 t} \tag{2}$$

$$C_k = \frac{1}{2} A_k e^{j\phi_k} \tag{3}$$

$$A_k = 2|C_k|, \phi_k = arg(C_k) \tag{4}$$

Если совершить предельный переход от суммы гармоник с целочисленными индексами к непрерывному значению частоты, то мы получим формулу расчета комплекснозначной спектральной функцией, для которой частота больше не является дискретной:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \tag{5}$$

Получив спектральную функцию, можно найти амплитудный и фазовый спектры сигнала, посчитав модуль и угол соответственно. Именно эта функция и использована для нахождения спектров.

Во второй части работы используется понятие корреляции для обнаружения признака начала сообщения в сигнале. Формула вычисления взаимной корреляционной функции имеет вид:

$$B_s(\tau) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s_1(t)s_2(t-\tau)dt \qquad (6)$$

Функция взаимной корреляции показывает степень схожести двух сигналов. Кроме непосредственного вычисления корреляции как интеграла возможно использование алгоритма быстрой корреляции. Он основан на следующем свойстве: функции взаимной корреляции двух сигналов во временной области соответствует их скалярное произведение в частотной области и наоборот. Опираясь на это, можно вместо интегрирования найти спектры сигналов, вычислить их скалярное произведение, а затем полученный новый спектр перевести обратно во временную область. В результате должна получиться функция взаимной корреляции.

1.4 Генерация спектров сигналов

Выводить АЧХ и ФЧХ будем следующим образом:

```
for i=1:1000:length(times)
    h = figure(rem(i,999));
    subplot(3,1,1);
    t = times(i:i+999);
    sig = signals(i:i+999);
    plot(t, sig);
    Fs=8e3;
    FN=2^nextpow2(length(t));
    freqs1=(0:FN-1)/FN*Fs;
    spc=fft(sig, FN);
    subplot(3,1,2);
    plot(freqs1, abs(spc));
    subplot(3,1,3);
    plot(freqs1, atan(imag(spc)./real(spc)));
    grid on
```

Результаты обработки представлены ниже:

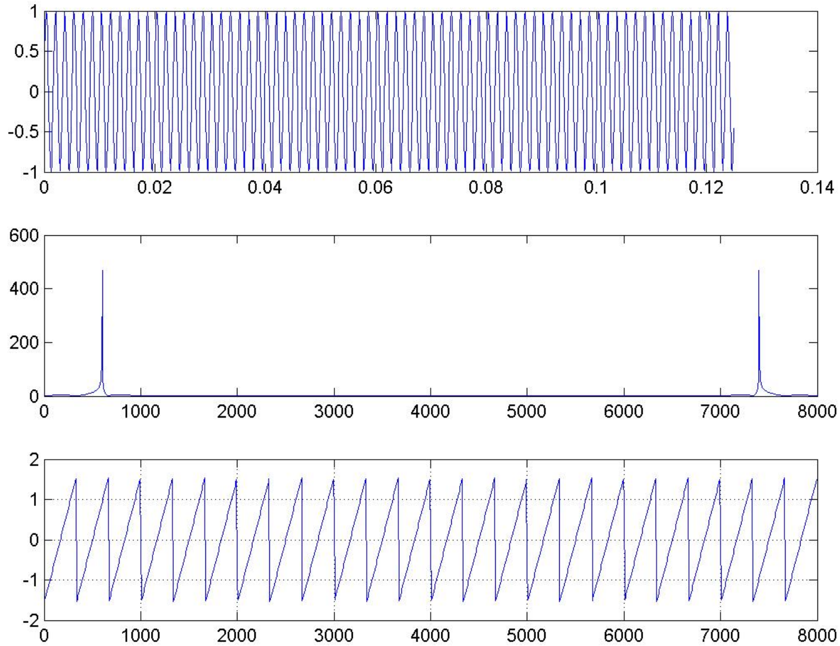

Рис. 1: Синусоинальный сигнал

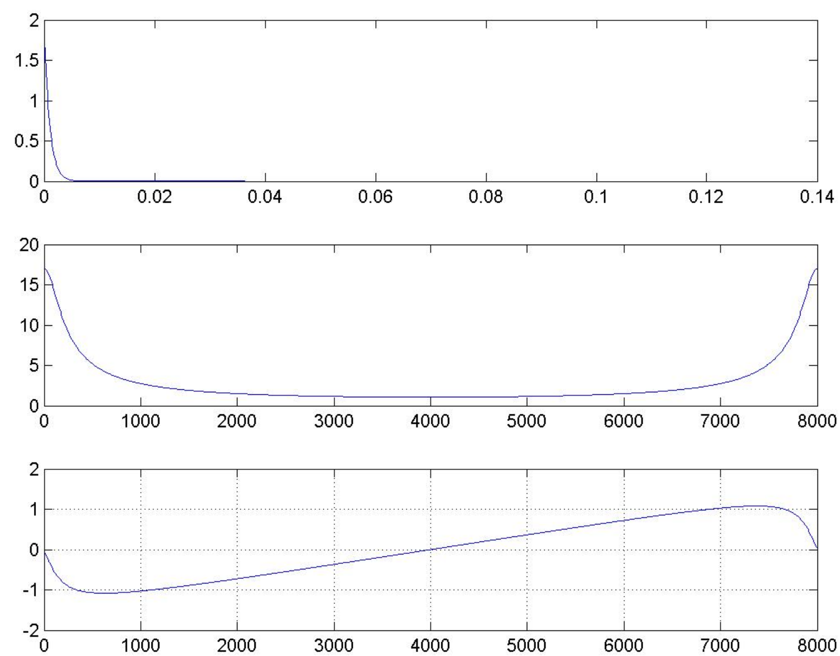

Рис. 2: Экспоненциальный сигнал

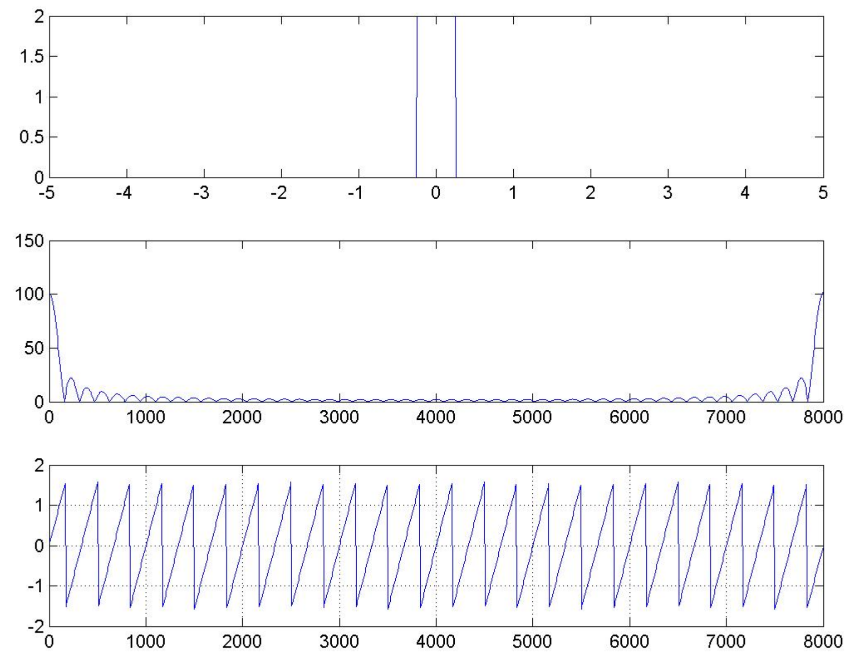

Рис. 3: Прямоугольный импульс

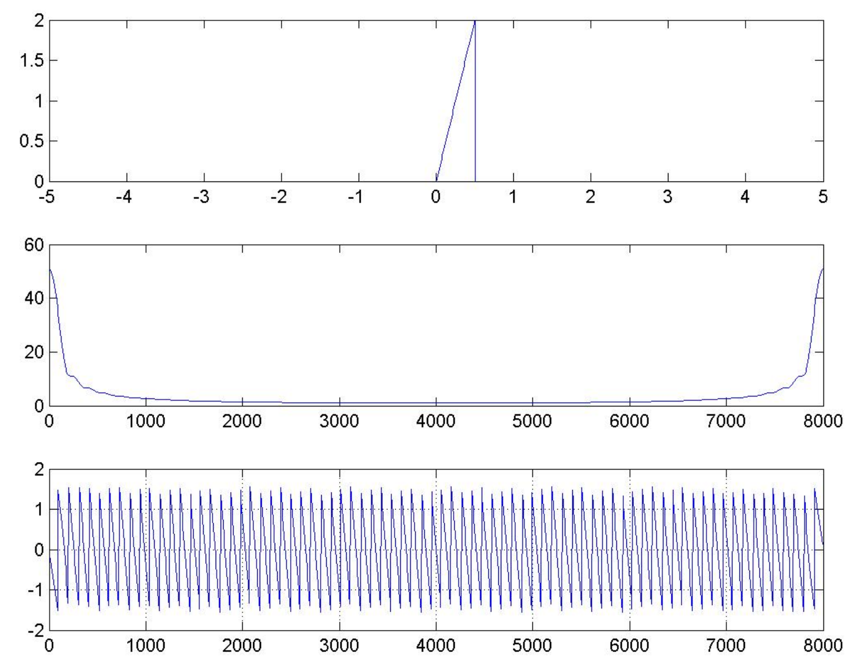

Рис. 4: Треугольный импульс

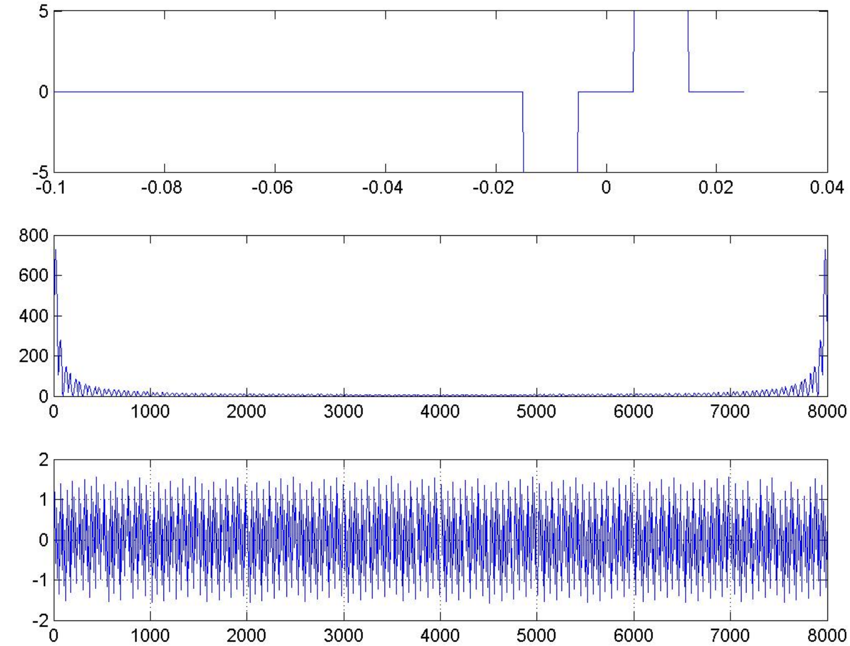

Рис. 5: Прямоугольные симметричные импульсы

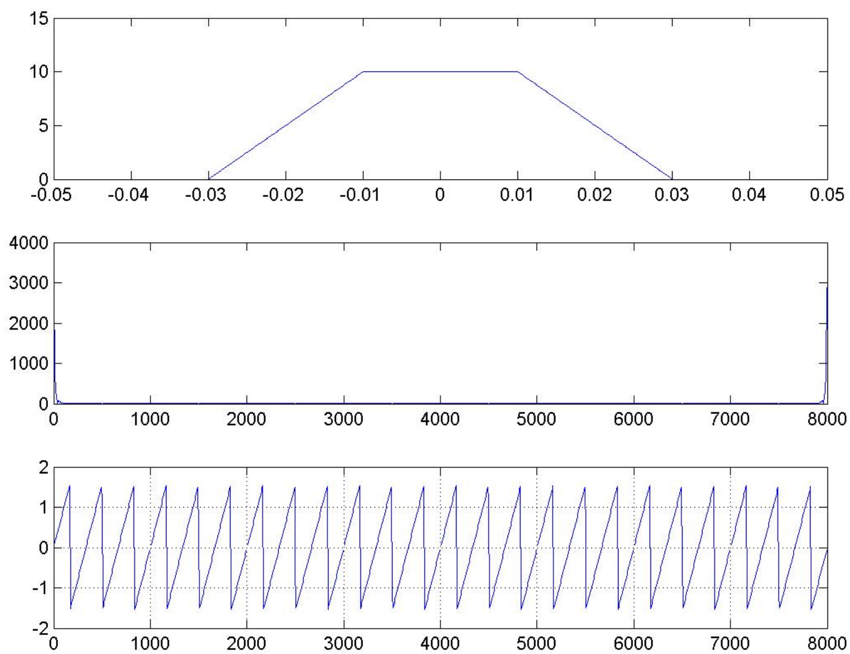

Рис. 6: Сигнал сгенирированный tripuls

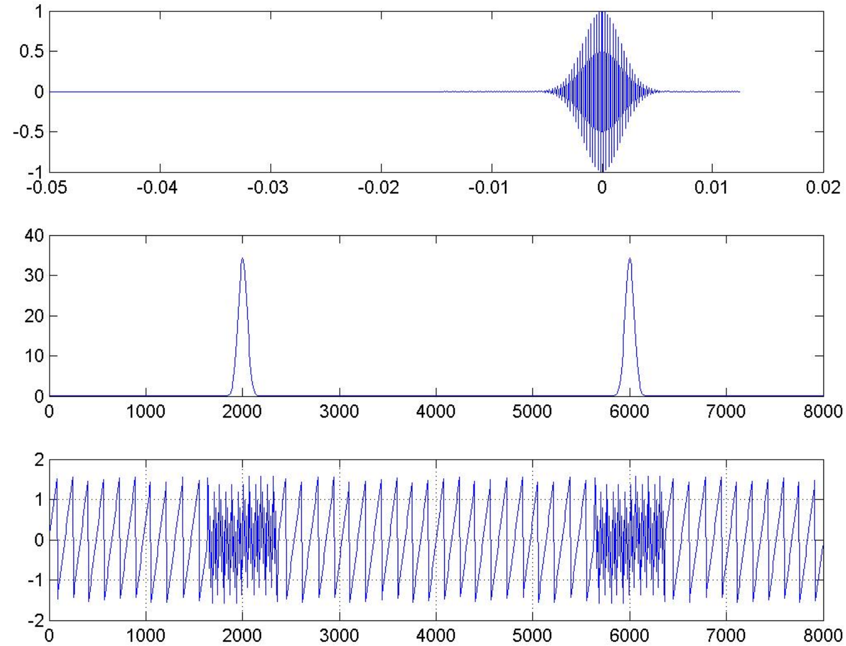

Рис. 7: Гауссовый сигнал

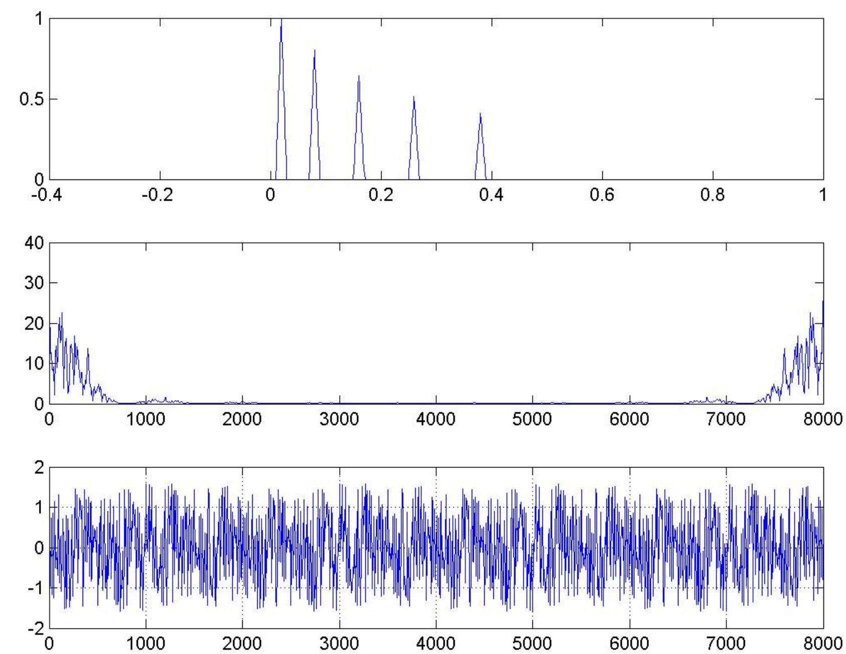

Рис. 8: Последовательность треугольных импульсов

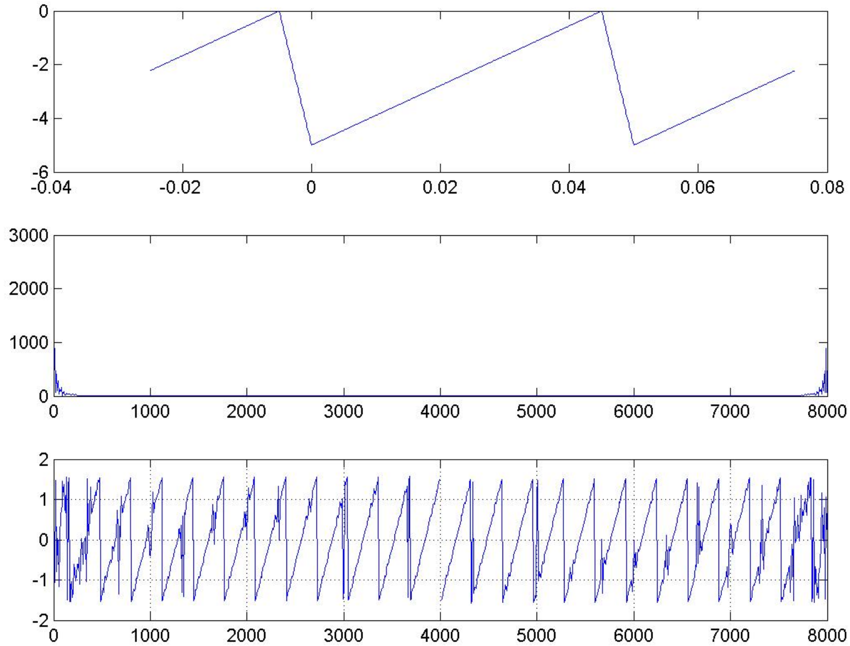

Рис. 9: Sawtooth сигнал

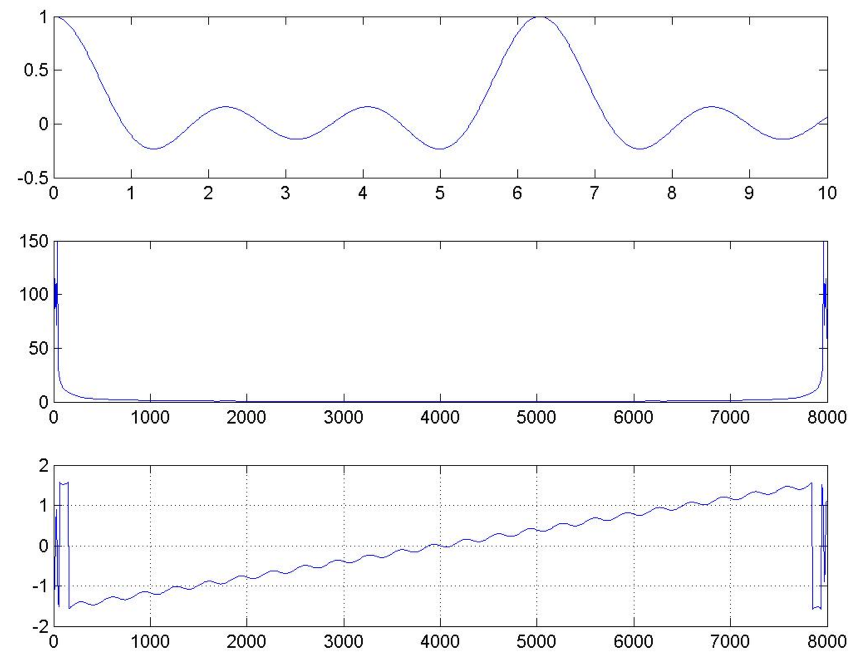

Рис. 10: Дирихле нечетного порядка

1.5 Определение позиции синхропосылки в сигнале

Пользуясь алгоритмами корреляции сигналов, вычислим пакет данных длиной 8 бит в сигнале [0001010111000010] по заданной синхропосылке [101].

1.5.1 Прямой метод

Воспользуемся функцией корреляции сигналов:

```
x1 = xcorr(r, m)
```

Выявление сообщения сразу после синхропосылки:

```
for i=1:length(r)
  if (x(i)>1.5)
    r(i+3 : i+10)
    break;
  end
end
```

Время выполнения: $t = 0.280904sec$.

1.5.2 Алгоритм быстрой корреляции

Применим теорема о свёртке сигналов:

```
  fseq=fft(seq, 16);
  fsync=fft(sync, 16);
  csync=conj(fsync);
  fast_corr=ifft(fseq.*csync);
```

Время выполнения: $t = 0.000089sec$. Полученные данные в обоих случаях совпадают

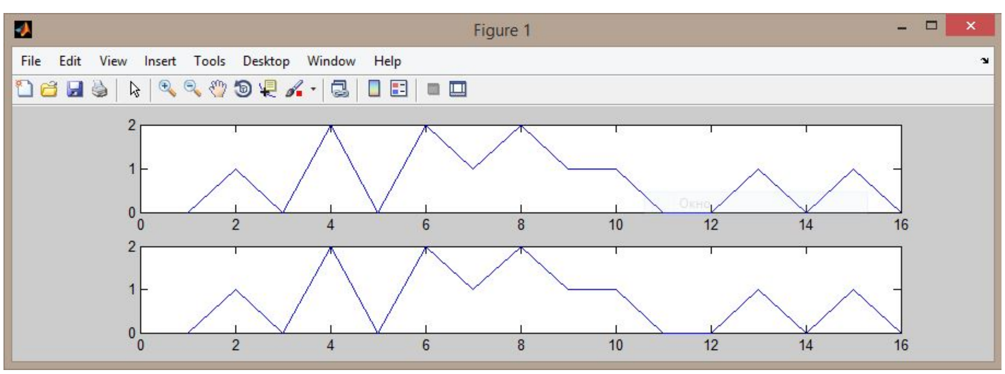

Рис. 11: Результаты работы алгоритмов

[01110000]. Алгоритм быстрой корреляции был выполнен намного быстрее, чем алгоритм прямой корреляции.

2 Выводы

При выполнении работы использовали преобразование Фурье. Преобразование Фурье широко используется для фильтрации, как фильтр нижних и верхних частот. При обработке изображений применяется двумерное преобразование Фурье.