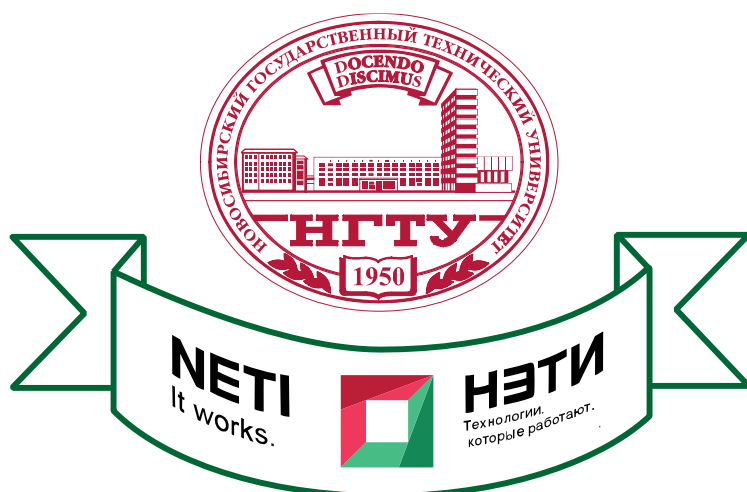
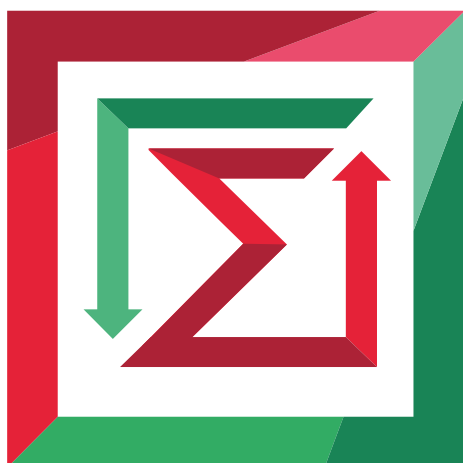


Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»



Кафедра теоретической и прикладной информатики
Расчётно-графическое задание
по дисциплине «Методы принятия оптимальных решений»



Факультет:	ПМИ
Группа:	ПМИ-12
Вариант:	24
Студент:	Швадченко Артём
Преподаватель:	Лемешко Борис Юрьевич

Новосибирск
2024

Вариант 24:

Вариант 24

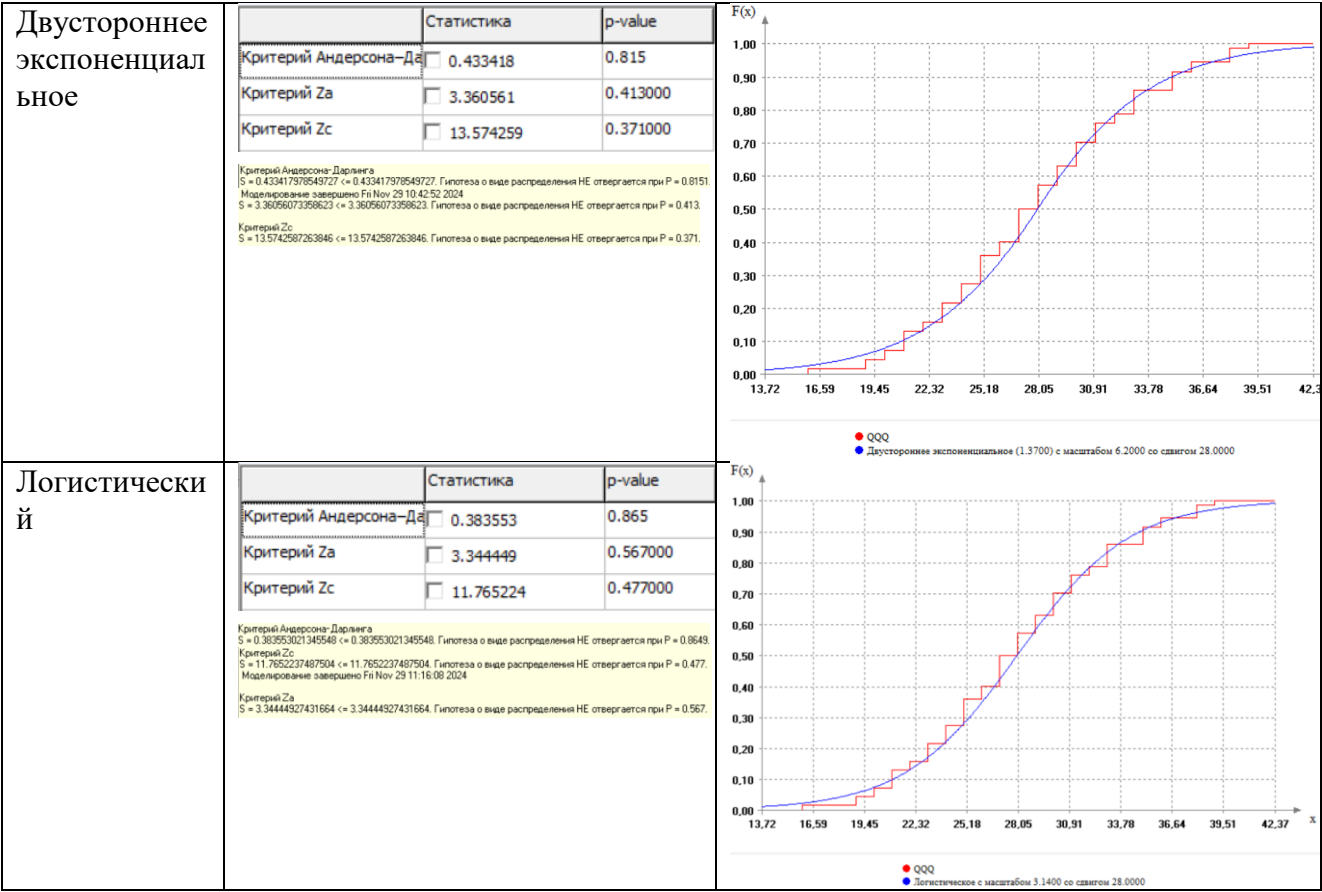
1	Данные QQQ	Критерии Андерсона-Дарлинга, Z_A и Z_C Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ($\mu = 28, \sigma = 5.4$); Лапласа ($\theta_0 = 27, \theta_1 = 4.6$); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 28, \theta_1 = 6.2, \theta_2 = 1.37$; логистическим при $\theta_0 = 28, \theta_1 = 3.14$.	
2	Нормальное распределение при $\mu = 0$ и $\sigma = 0.5$.	
3	Инсоляция в декабре	
5	Мощность солнечной панели в декабре	

Третий алгоритм Гомори.

Задание 1.1.:

Используя заданные вариантом непараметрические критерии согласия, набор данных классического эксперимента проверить простые гипотезы о принадлежности выборок потенциально подходящим законам распределения (в соответствии с вариантом задания). Для применяемых критериев в сформированной таблице зафиксировать значения статистик критериев и достигнутые уровни значимости p-value.

Закон	Результаты проверки	График												
Нормальный	<table><thead><tr><th></th><th>Статистика</th><th>p-value</th></tr></thead><tbody><tr><td>Критерий Андерсона-Дарлинга</td><td>0.305806</td><td>0.934</td></tr><tr><td>Критерий Z_A</td><td>3.315885</td><td>0.872000</td></tr><tr><td>Критерий Z_C</td><td>7.994918</td><td>0.742000</td></tr></tbody></table> <p>Критерий Андерсона-Дарлинга $S = 0.205806738416694$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.9337$ Критерий Z_A Моделирование завершено Fri Nov 29 10:38:56 2024 $S = 3.31588510469148$ <= 3.31588510469148. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.872$. Критерий Z_C $S = 7.99491767971383$ <= 7.99491767971383. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.742$.</p>		Статистика	p-value	Критерий Андерсона-Дарлинга	0.305806	0.934	Критерий Z_A	3.315885	0.872000	Критерий Z_C	7.994918	0.742000	
	Статистика	p-value												
Критерий Андерсона-Дарлинга	0.305806	0.934												
Критерий Z_A	3.315885	0.872000												
Критерий Z_C	7.994918	0.742000												
Лапласа	<table><thead><tr><th></th><th>Статистика</th><th>p-value</th></tr></thead><tbody><tr><td>Критерий Андерсона-Дарлинга</td><td>1.147675</td><td>0.288</td></tr><tr><td>Критерий Z_A</td><td>3.454228</td><td>0.059000</td></tr><tr><td>Критерий Z_C</td><td>23.194309</td><td>0.091000</td></tr></tbody></table> <p>Критерий Андерсона-Дарлинга $S = 1.14767460381594$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.2883$. Критерий Z_A $S = 3.45422811206002$ <= 3.45422811206002. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.059$. Критерий Z_C $S = 23.1943091238863$ <= 23.1943091238863. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.091$.</p>		Статистика	p-value	Критерий Андерсона-Дарлинга	1.147675	0.288	Критерий Z_A	3.454228	0.059000	Критерий Z_C	23.194309	0.091000	
	Статистика	p-value												
Критерий Андерсона-Дарлинга	1.147675	0.288												
Критерий Z_A	3.454228	0.059000												
Критерий Z_C	23.194309	0.091000												



Критерий Распр.	Критерий Андерсона- Дарлинга	Критерий Za	Критерий Zc
Нормальное	S = 0.305 P= 0.933 Не отвергается	S = 3.315 P= 0.872 Не отвергается	S = 7.994 P= 0.742 Не отвергается
Лапласа	S = 1.147 P= 0.2883 Не отвергается	S = 3.454 P= 0.059 Не отвергается	S = 23.194 P= 0.091 Не отвергается
Двустороннее экспоненциальное	S = 0.4334 P= 0.8151 Не отвергается	S = 3.360 P= 0.413 Не отвергается	S = 13.574 P= 0.371 Не отвергается
Логистическое	S = 0.3835 P= 0.8649 Не отвергается	S = 3.344 P= 0.567 Не отвергается	S = 11.765 P= 0.477 Не отвергается

Задание 1.2.:

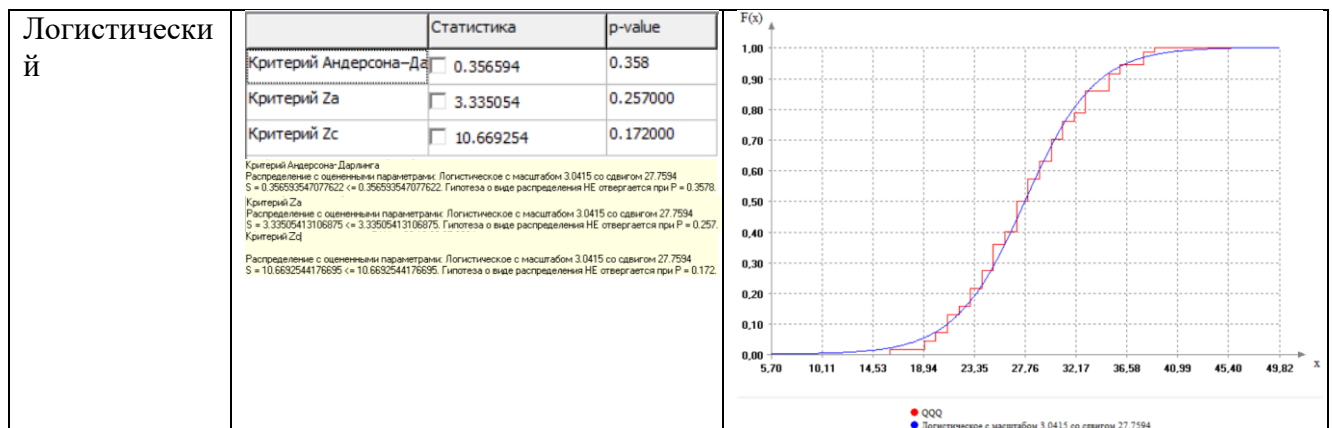
Применяя те же критерии проверить сложные гипотезы о согласии с теми же законами при использовании оценок максимального правдоподобия.

Зафиксировать в той же таблице значения статистик критериев и достигнутые уровни

значимости $p\text{-value}$. Сравнить последние с достигнутыми уровнями значимости при проверке

простых гипотез. Дать объяснение результатам.

Закон	Результаты проверки	График												
Нормальный (5.21; 27.87)	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Статистика</th><th>p-value</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Критерий Андерсона-Дарлинг</td><td>0.299963</td><td>0.607</td></tr> <tr> <td>Критерий За</td><td>3.308959</td><td>0.618000</td></tr> <tr> <td>Критерий Зс</td><td>6.743185</td><td>0.434000</td></tr> </tbody> </table> <p>Критерий Андерсона-Дарлинг Распределение с оцененными параметрами: Нормальное с масштабом 5.2096 со сдвигом 27.8714 $S = 0.29996285534823 \leq 0.29996285534823$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.6069$</p> <p>Критерий За Распределение с оцененными параметрами: Нормальное с масштабом 5.2096 со сдвигом 27.8714 $S = 3.3089590279094 \leq 3.3089590279094$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.618$</p> <p>Критерий Зс Распределение с оцененными параметрами: Нормальное с масштабом 5.2096 со сдвигом 27.8714 $S = 6.74318495128179 \leq 6.74318495128179$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.434$</p>		Статистика	p-value	Критерий Андерсона-Дарлинг	0.299963	0.607	Критерий За	3.308959	0.618000	Критерий Зс	6.743185	0.434000	<p>● QQ ● Нормальное с масштабом 5.2096 со сдвигом 27.8714</p>
	Статистика	p-value												
Критерий Андерсона-Дарлинг	0.299963	0.607												
Критерий За	3.308959	0.618000												
Критерий Зс	6.743185	0.434000												
Лапласа(4.24 3; 27.8712)	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Статистика</th><th>p-value</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Критерий Андерсона-Дарлинг</td><td>0.689268</td><td>0.153</td></tr> <tr> <td>Критерий За</td><td>3.386745</td><td>0.064000</td></tr> <tr> <td>Критерий Зс</td><td>16.445747</td><td>0.074000</td></tr> </tbody> </table> <p>Критерий Андерсона-Дарлинг Распределение с оцененными параметрами: Лапласа с масштабом 4.2429 со сдвигом 27.8712 $S = 0.689268223287793 \leq 0.689268223287793$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.1529$</p> <p>Критерий За Распределение с оцененными параметрами: Лапласа с масштабом 4.2429 со сдвигом 27.8712 $S = 16.4457473915094 \leq 16.4457473915094$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.074$</p> <p>Критерий Зс Распределение с оцененными параметрами: Лапласа с масштабом 4.2429 со сдвигом 27.8712 $S = 3.38674531090147 \leq 3.38674531090147$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.064$</p>		Статистика	p-value	Критерий Андерсона-Дарлинг	0.689268	0.153	Критерий За	3.386745	0.064000	Критерий Зс	16.445747	0.074000	<p>● QQ ● Лапласа с масштабом 4.2429 со сдвигом 27.8712</p>
	Статистика	p-value												
Критерий Андерсона-Дарлинг	0.689268	0.153												
Критерий За	3.386745	0.064000												
Критерий Зс	16.445747	0.074000												
Двустороннее экспоненциаль ное(3.076; 8.612; 28.0472)	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Статистика</th><th>p-value</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Критерий Андерсона-Дарлинг</td><td>0.335874</td><td>0.324</td></tr> <tr> <td>Критерий За</td><td>3.302445</td><td>0.658000</td></tr> <tr> <td>Критерий Зс</td><td>4.313482</td><td>0.577000</td></tr> </tbody> </table> <p>Критерий Андерсона-Дарлинг Распределение с оцененными параметрами: Двустороннее экспоненциальное (3.0758) с масштабом 8.6125 со сдвигом 28.0472 $S = 0.335874230538958 \leq 0.335874230538958$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.3235$</p> <p>Критерий За Распределение с оцененными параметрами: Двустороннее экспоненциальное (3.0758) с масштабом 8.6125 со сдвигом 28.0472 $S = 3.30244523248719 \leq 3.30244523248719$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.658$</p> <p>Критерий Зс Распределение с оцененными параметрами: Двустороннее экспоненциальное (3.0758) с масштабом 8.6125 со сдвигом 28.0472 $S = 4.31348199067349 \leq 4.31348199067349$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.577$</p>		Статистика	p-value	Критерий Андерсона-Дарлинг	0.335874	0.324	Критерий За	3.302445	0.658000	Критерий Зс	4.313482	0.577000	<p>● QQ ● Двустороннее экспоненциальное (3.0758) с масштабом 8.6125 со сдвигом 28.0472</p>
	Статистика	p-value												
Критерий Андерсона-Дарлинг	0.335874	0.324												
Критерий За	3.302445	0.658000												
Критерий Зс	4.313482	0.577000												



Критерий Распр.	Критерий Андерсона-Дарлинга	Критерий Za	Критерий Zc
Нормальное	S = 0.2999 P= 0.6069 Не отвергается	S = 3.308 P= 0.618 Не отвергается	S = 6.743 P= 0.434 Не отвергается
Лапласа	S = 0.689 P= 0.1529 Не отвергается	S = 3.386 P= 0.064 Не отвергается	S = 16.4457 P= 0.074 Не отвергается
Двустороннее экспоненциальное	S = 0.335 P= 0.4912 Не отвергается	S = 3.302 P= 0.658 Не отвергается	S = 4.313 P= 0.577 Не отвергается
Логистическое	S = 0.3565 P= 0.3578 Не отвергается	S = 3.335 P= 0.257 Не отвергается	S = 10.669 P= 0.172 Не отвергается

По итогам проверки сложной гипотезы, полученные параметры отличаются от данных в варианте. Разницу хорошо видно и по графикам. При проверке сложной гипотезы, гипотеза о виде распределения не отвергается.

Задание 1.3.:

Используя различные модели законов распределения, из встроенных в ISW, проверить, найдутся ли среди них законы (хотя бы один), относительно которых не будет отвергаться сложная проверяемая гипотеза о «согласии» с данным законом при заданном уровне значимости $\alpha=0,5$?

Сделать вывод о наиболее подходящей модели, для описания данной выборки.

Логарифмически(ln) Нормальное

☒ t[0] = 0.191245 формы

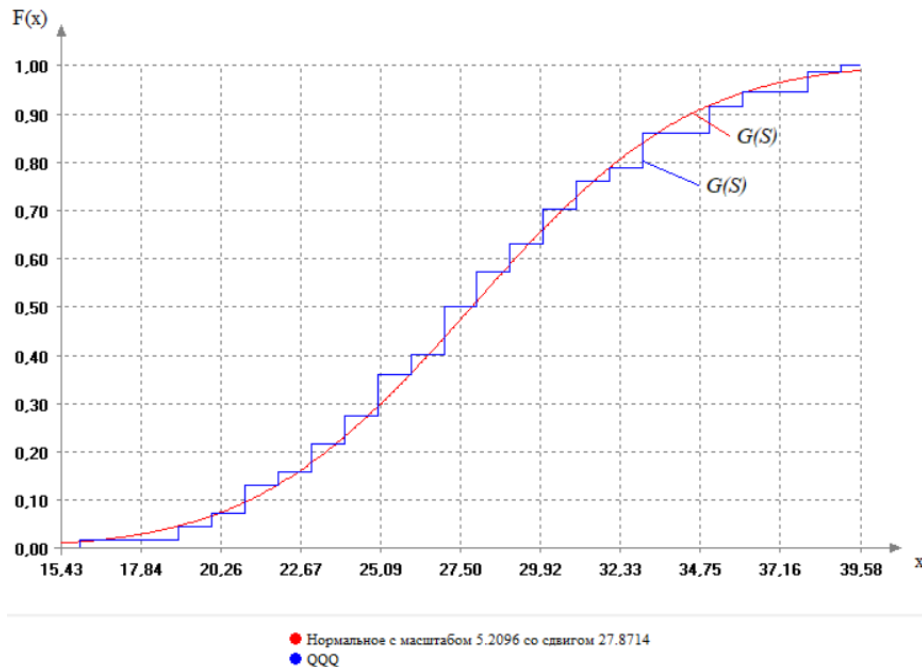
☒ t[1] = 3.30969 формы

	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга	0.272677	0.957
Критерий Za	3.330554	0.729000
Критерий Zc	7.436725	0.787000

Критерий Андерсона-Дарлинга
 $S = 0.272676925755931 \leq 0.272676925755931$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.9572$.

Критерий За
 $S = 3.33055370874063 \leq 3.33055370874063$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.729$.
Критерий Зс

$S = 7.43672487027563 \leq 7.43672487027563$. Гипотеза о виде распределения НЕ отвергается при $P = 0.787$.



Задание 2.:

В соответствии с вариантом смоделировать выборку по заданному закону при $n = 500$. Используя критерий χ^2 -Пирсона проверить простую гипотезу о принадлежности выборки моделируемому закону, например, при числе интервалов $k=7$ и $k=10$ и использовании различных *вариантов группирования*, фиксируя в сформированной таблице значения статистик и достигаемые уровни значимости.

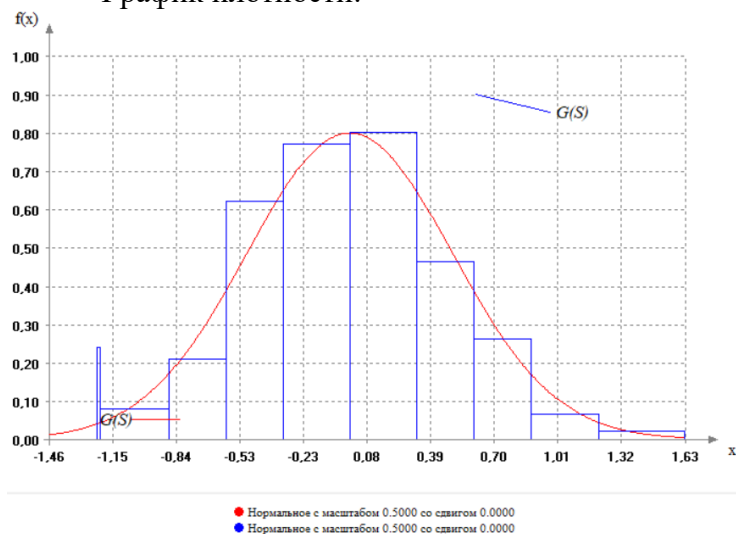
Рассмотреть следующие варианты группирования: равномерное; равновероятное; асимптотически оптимальное.

Проанализировать результаты. Пояснить, что собой представляет асимптотически оптимальное группирование (АОГ). Вставить в отчет рисунок с плотностью и гистограммой для случая использования АОГ.

Выборка	
Количество наблюдений	500
Начальное значение ГСЧ	100
Имя файла	N(0.0000,0.5000).dat
Заголовок	Нормальное с масштабом 0.5000 со сдвигом 0.0000
Распределение	Нормальное с масштабом 0.5000 со сдвигом 0.0000

Проверяем простую гипотезу с использованием различных вариантов группирования:

График плотности:



Асимптотически оптимальное группирование:

10 интервалов:

Уровень значимости (вероятность ошибки первого рода) $\alpha = 0.1$
 Достижимый уровень значимости (вероятность согласия) $P = 1 - G(S|H_0) = 0.4140358780748895$
 $P > \alpha$: гипотеза о согласии НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ

Результаты проверки согласия: $k=10, r=0$
 * Хи-квадрат Пирсона $S=9.255451694997964$ $P=0.4140358780748895$

7 интервалов:

Уровень значимости (вероятность ошибки первого рода) $\alpha = 0.1$
 Достижимый уровень значимости (вероятность согласия) $P = 1 - G(S|H_0) = 0.2824665202436457$
 $P > \alpha$: гипотеза о согласии НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ

Результаты проверки согласия: $k=7, r=0$
 * Хи-квадрат Пирсона $S=7.435201582591482$ $P=0.2824665202436457$

Вывод:

При асимптотически оптимальном группировании гипотеза о виде распределения не отвергается.

Асимптотически оптимальное группирование (АОГ) обеспечивает максимальную мощность критериев согласия. Асимптотически нормальное группирование наблюдений обеспечивает при близких альтернативах максимальную мощность критериев согласия Хи-квадрат Пирсона и отношения правдоподобия.

Равномерное группирование:

10 интервалов:

Уровень значимости (вероятность ошибки первого рода) $\alpha = 0.1$
Достижимый уровень значимости (вероятность согласия) $P = 1 - G(S|H_0) = 0.1884308707030129$
 $P > \alpha$: гипотеза о согласии НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ

Результаты проверки согласия: $k=10, r=0$
* Хи-квадрат Пирсона $S=12.46332768166913$ $P=0.1884308707030129$

7 интервалов:

Уровень значимости (вероятность ошибки первого рода) $\alpha = 0.1$
Достижимый уровень значимости (вероятность согласия) $P = 1 - G(S|H_0) = 0.1838267539356658$
 $P > \alpha$: гипотеза о согласии НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ

Результаты проверки согласия: $k=7, r=0$
* Хи-квадрат Пирсона $S=8.82220583150777$ $P=0.1838267539356658$

Вывод:

При равномерном группировании гипотеза о виде распределения не отвергается.

Равновероятное группирование:

10 интервалов:

Уровень значимости (вероятность ошибки первого рода) $\alpha = 0.1$
Достижимый уровень значимости (вероятность согласия) $P = 1 - G(S|H_0) = 0.3041258162740363$
 $P > \alpha$: гипотеза о согласии НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ

Результаты проверки согласия: $k=10, r=0$
* Хи-квадрат Пирсона $S=10.60000000197201$ $P=0.3041258162740363$

7 интервалов:

Уровень значимости (вероятность ошибки первого рода) $\alpha = 0.1$
Достижимый уровень значимости (вероятность согласия) $P = 1 - G(S|H_0) = 0.3041258162740363$
 $P > \alpha$: гипотеза о согласии НЕ ОТВЕРГАЕТСЯ

Результаты проверки согласия: $k=10, r=0$
* Хи-квадрат Пирсона $S=10.60000000197201$ $P=0.3041258162740363$

Вывод:

При равновероятном группировании гипотеза о виде распределения не отвергается.

Таким образом, применяя критерии согласия Хи-квадрат, можно по-разному разбивать область определения случайной величины на интервалы (равной длины, равных вероятностей или асимптотически оптимальные).

Задание 3:

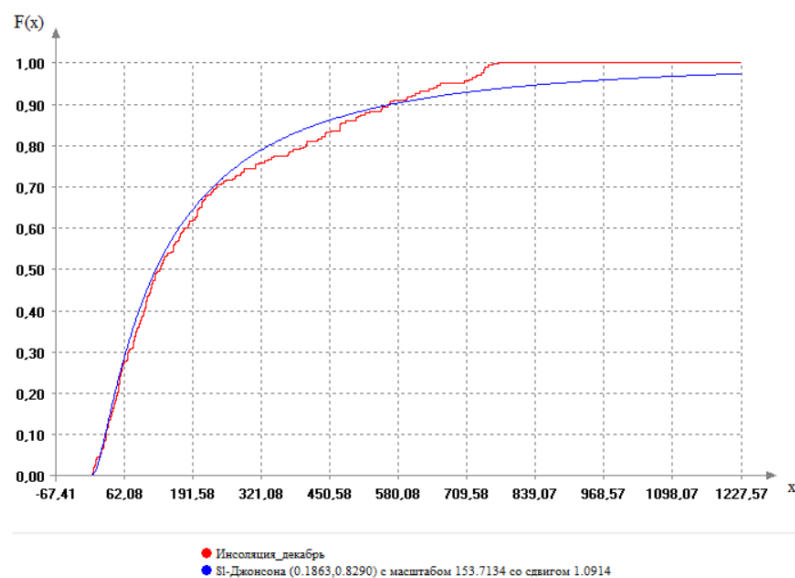
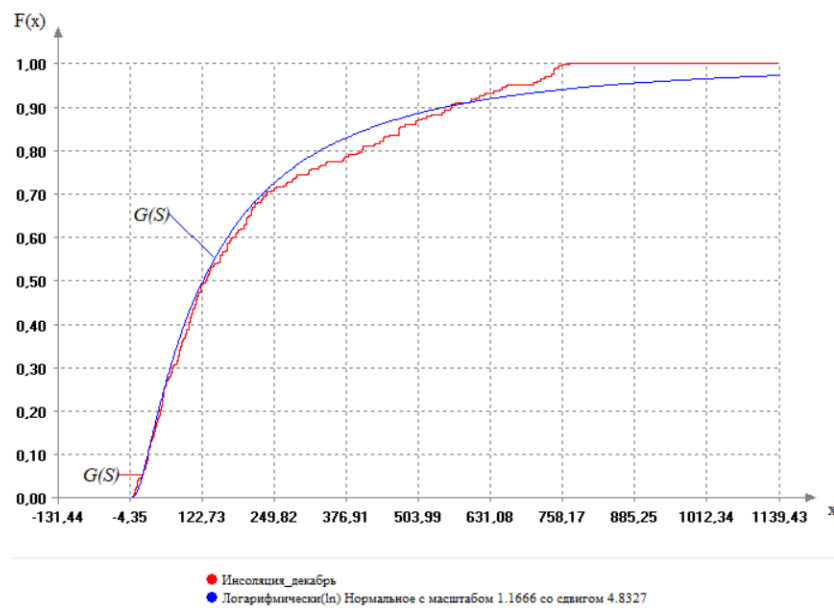
3.1. Для выборки результатов измерения скорости ветра (или инсоляции, солнечной радиации в Вт/м^2) в конкретном месяце (в соответствии с вариантом задания)

идентифицировать модель закона (подобрать), который в наибольшей степени согласуется с этой выборкой. Следует рассматривать только некоторые из законов, перечень которых загружается с файлом «стандартные.dst».

Для данного задания используем выборку: 12-Инсоляция_декабрь.dat

Анализируя графики и проверяя гипотезы, ищем подходящее распределение.

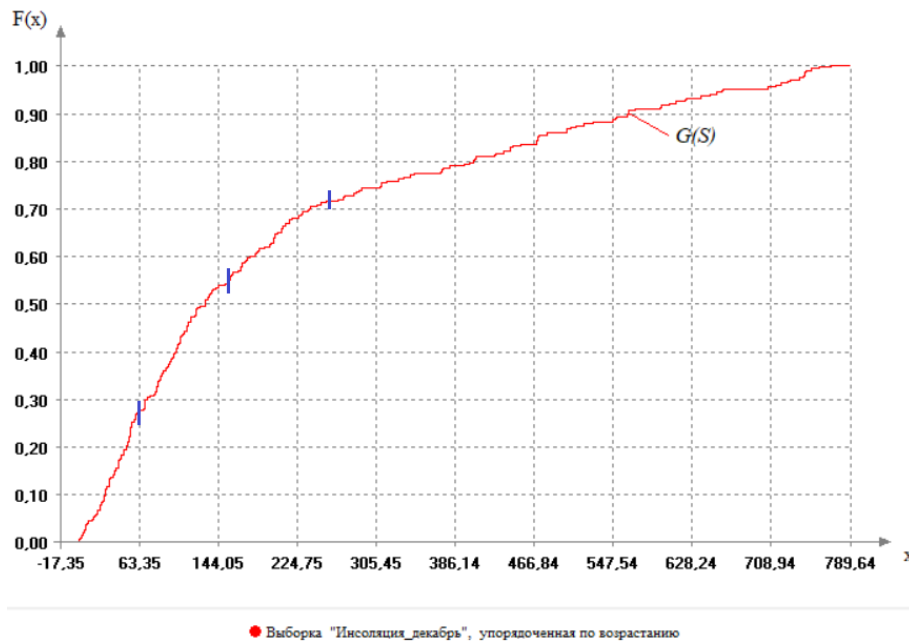
В ходе исследований было выделено 2 вероятно подходящих закона: Логарифмически нормальное и SI-Джонсона.



3.2.Постарайтесь построить модель в виде смеси законов.

Для работы необходимо отсортировать выборку по возрастанию, а затем по виду эмпирического распределения разбить ее на части (подвыборки), которые необходимо описать отдельными моделями.

Получим следующие участки:

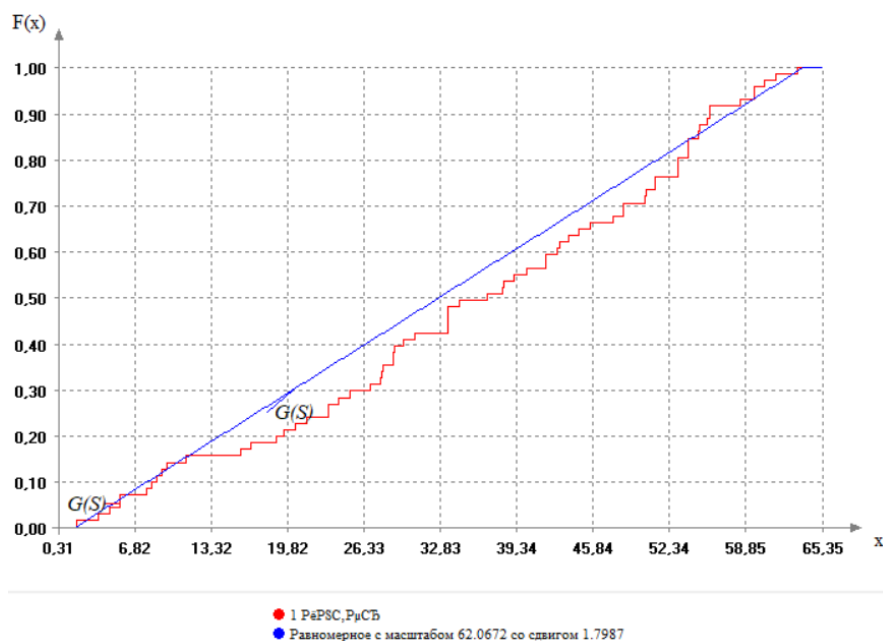


Для каждого интервала будем выбирать отдельную модель.

1 интервал:

1-й интервал был лучше описан Равномерным распределением.

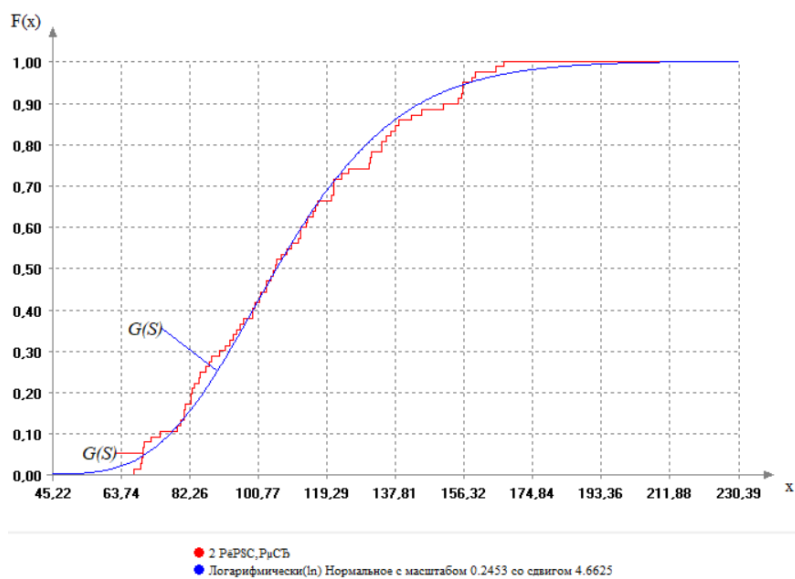
$\text{Shift}(\text{Scale}(\text{D0}(), 62.067186599999992320?), 1.798652013300000130?)$



2 интервал:

2-й интервал лучше описывает Логарифмически нормальное распределение.

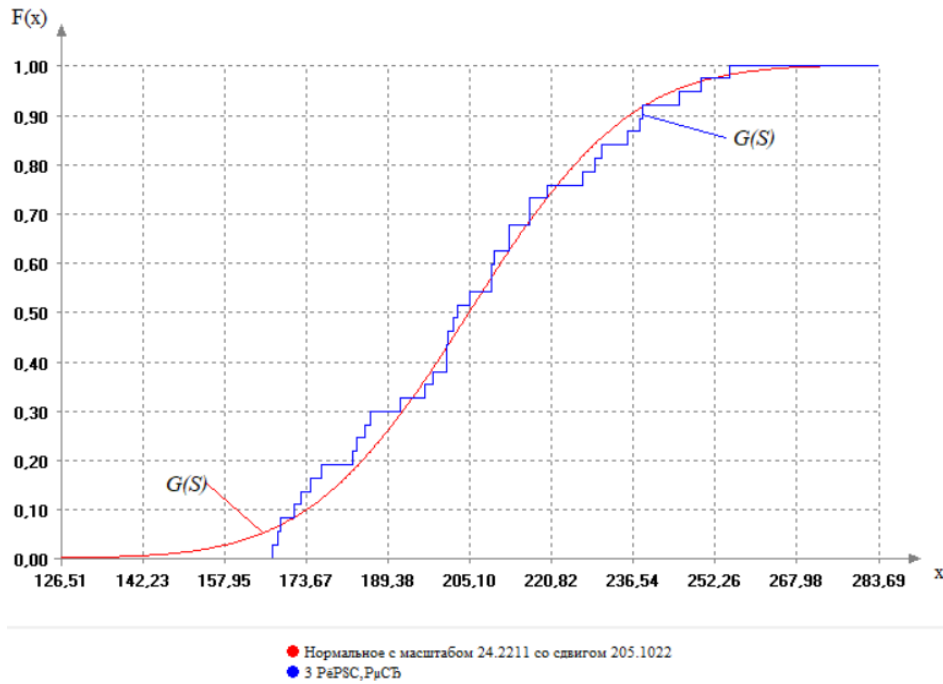
$\text{Ln}(\text{Shift}(\text{Scale}(\text{D9}(), 0.245265256199686005?), 4.662537829816017166?))$



3 интервал:

3-й интервал лучше описывает Нормальное распределение.

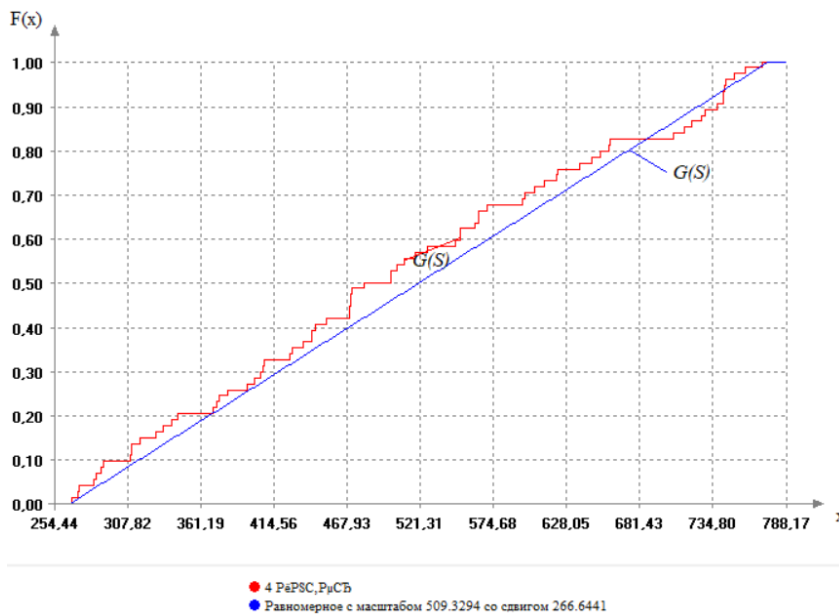
$\text{Shift}(\text{Scale}(\text{D9}(), 24.221121764220850280?), 205.102168202447131800?)$



4 интервал:

4-й интервал лучше описывает Равномерное распределение.

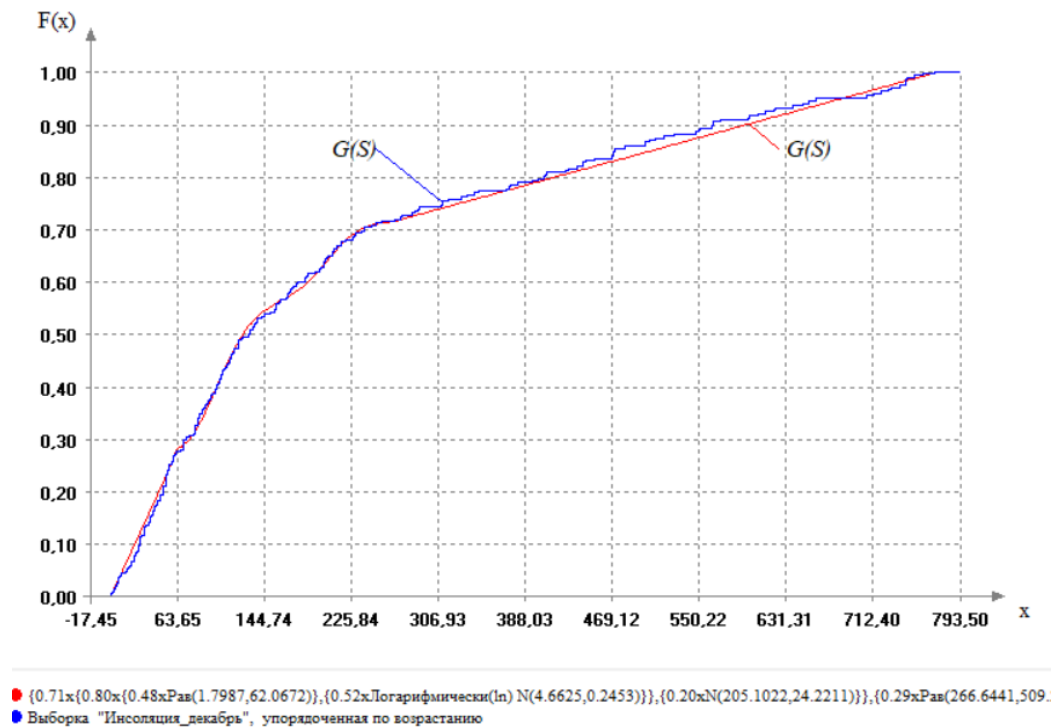
Shift(Scale(D0(),509.32942559999979100?),266.644053532800001000?)



Смесь:

Mixt(Mixt(Mixt(Shift(Scale(D0(),62.067186599999992320?),1.798652013300000130?),Ln(Shift(Scale(D9(),0.245265256199686005?),4.662537829816017166?)),0.4797),Shift(Scale(D9(),24.221121764220850280?),205.102168202447131800?),0.8),Shift(Scale(D0(),509.32942559999979100?),266.644053532800001000?),0.7142)

График, соответствующий полученной смеси:



Проверка простой гипотезы относительно полной выборки:

	Статистика	p-value
Критерий Колмогорова	<input type="checkbox"/> 0.489046	0.971
Критерий Купера	<input type="checkbox"/> 0.886219	0.934
Критерий Кранера–Мизе	<input type="checkbox"/> 0.032292	0.968

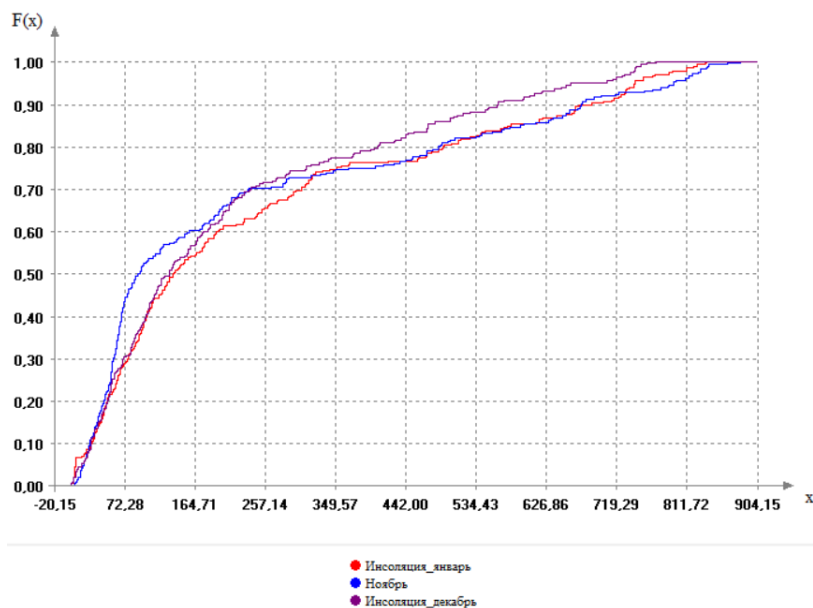
Вывод:

Результаты проверки простой гипотезы относительно полной выборки свидетельствуют об адекватности построенной модели в виде смеси законов.

Задание 4:

4.1. Проверьте гипотезу об однородности законов, выборки рассмотренной в п.3, с выборками соседних месяцев с использованием 2-х выборочных критериев однородности Смирнова, Лемана–Розенблатта, Андерсона–Дарлингга–Петита и Хи-квадрат.

Отразите результаты в отчёте, включая значения статистик критериев и достигнутого уровня значимости P_{value} .



<input type="checkbox"/> Инсоляция_январь	263
<input checked="" type="checkbox"/> Ноябрь	270
<input checked="" type="checkbox"/> Инсоляция_декабрь	259

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий однородности Хи-квадрат	ОТКЛОНЯЕТСЯ	23.0907	0
Критерий Андерсона-Дарлингга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.3676	0.016
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0.576306	0.024
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	1.81596	0.003

<input checked="" type="checkbox"/> Инсоляция_январь	263
<input type="checkbox"/> Ноябрь	270
<input checked="" type="checkbox"/> Инсоляция_декабрь	259

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий однородности Хи-квадрат	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.38648	0.764
Критерий Андерсона-Дарлингга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1.39012	0.209
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0.158389	0.38
Критерий Смирнова	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0.860476	0.43

На графике видно, что значения января ближе к значениям декабря, чем значения ноября, что подтверждает проведенная проверка.

4.2. Проверьте гипотезу об однородности результатов измерений в 3-х соседних месяцах, включая Ваш вариант, с использованием k-выборочных критериев: Хи-квадрат, Андерсона–Дарлингга и 3-х критериев Жанга. Последние 3 критерия

потребуется интерактивного моделирования распределений статистик для формирования выводов о результатах проверки.

Отразите результаты в отчёте, включая значения статистик критериев и соответствующие значения достигнутого уровня значимости P_{value} .

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий однородности Хи-квадрат	ОТКЛОНЯЕТСЯ	33.6134	0.002
К-выборочный критерий Андерсона-Дарлинга	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.23327	0.019
Критерий Жанга Z _a (K выборок)	ОТКЛОНЯЕТСЯ	3,22464	0
Критерий Жанга Z _c (K выборок)	ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.2096	0
Критерий Жанга Z _k (K выборок)	ОТКЛОНЯЕТСЯ	40,4393	0

4.3. Используя 2-хвыборочные критерии однородности Смирнова, Лемана–Розенблатта и Андерсона–Дарлинга–Петита найдите месяц, выборка с результатами измерений для которого наиболее близка к результатам измерений «Вашего» месяца.

Отразите результаты в отчёте.

Декабрь-Январь:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1.39012	0.209
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0.158389	0.38
Критерий Смирнова	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0.860476	0.43

Декабрь-Февраль:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	31.07	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	5.85386	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.30407	0

Декабрь-Март:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	34.7788	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	6.68339	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.73869	0

Декабрь-Апрель:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	45.5008	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	9.02868	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	4.26491	0

Декабрь-Май:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	32.1388	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	6.29589	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	4.00776	0

Декабрь-Июнь:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	43.1327	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	8.64668	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	4.67277	0

Декабрь-Июль:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	42.7043	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	8.46934	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	4.28823	0

Декабрь-Август:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	72.9369	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	15.072	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	5.6876	0

Декабрь-Сентябрь:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	73.8592	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	14.7928	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	5.4098	0

Декабрь-Октябрь:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	26.0412	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	4.89818	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.46221	0

Декабрь-Ноябрь:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.3676	0.016
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0.576306	0.024
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	1.81596	0.003

Вывод:

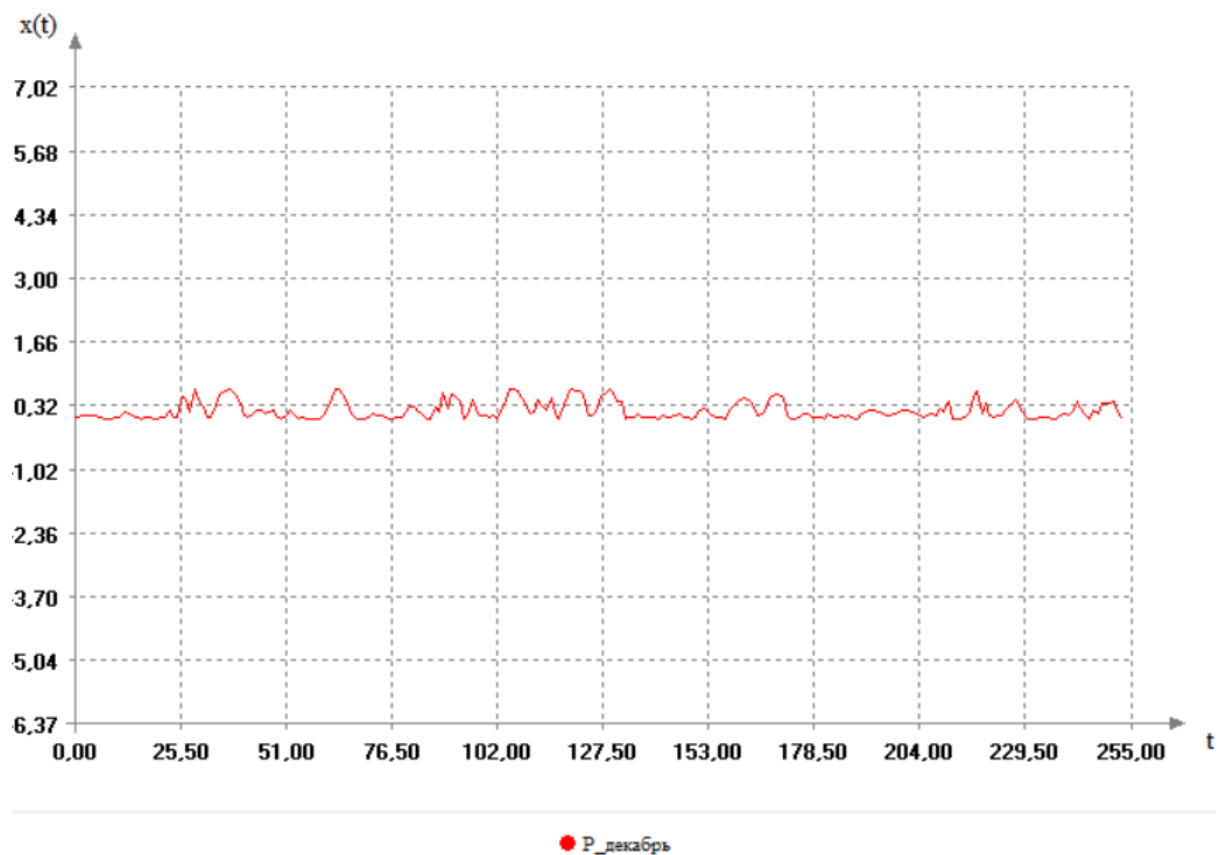
Значения января ближе к значениям декабря чем у остальных месяцев.

Задание 5:

Для варианта выборки с измерениями мощности ветроэнергетической установки (ВЭУ) или с мощностью солнечной панели, используя критерии однородности законов, однородности средних и однородности дисперсий (через раздел в ISW «Проверка на тренд критериями однородности»), проверьте гипотезу об отсутствии тренда в Вашем ряду измерений. Для этого, разбивая выборку на последовательные части, можно использовать соответствующие критерии. Проверьте подозрительные части выборки на однородность законов (критериями однородности Смирнова, Лемана–Розенблатта и Андерсона–Дарлинга–Петита), на однородность средних (критерием сравнения 2-х выборок при неизвестных и неравных дисперсиях, Н-критерием Краскела-Уаллиса) и на однородность дисперсий (критерием Бартлетта, считая, что предположения о нормальности выполняются, и нормированным критерием Муда).

Отразите результаты в отчёте.

График (временной ряд):



Разобьем выборку на 10 выборок и проверим тренд критериями однородности.

Однородность законов:

1 и 2:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	10,6141	0
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	2,1339	0
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	2,4441	0

2 и 3:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	4,68229	0,005
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,922856	0,005
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,75206	0,005

3 и 4:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,26546	0,266
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,230639	0,243
Критерий Смирнова	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,895253	0,351

4 и 5:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3,41304	0,016
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,624062	0,02
Критерий Смирнова	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,20832	0,071

5 и 6:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	ОТКЛОНЯЕТСЯ	5,26685	0,002
Критерий Лемана-Розенблатта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,11154	0,001
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,88388	0,001

6 и 7:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	2,3918	0,06
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,495314	0,043
Критерий Смирнова	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,19733	0,086

7 и 8:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3,89572	0,01
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,695706	0,014
Критерий Смирнова	ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,78501	0,001

8 и 9:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,8721	0,108
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,259749	0,192
Критерий Смирнова	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,23578	0,059

9 и 10:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Андерсона-Дарлинга-Петита	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,734332	0,544
Критерий Лемана-Розенблатта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,111212	0,54
Критерий Смирнова	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,735975	0,584

Однородность средних:

1 и 2:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	ОТКЛОНЯЕТСЯ	-5,33693	0
Н-критерий Краскела-Уаллиса	ОТКЛОНЯЕТСЯ	20,1103	0

2 и 3:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	2,4568	0,026
Н-критерий Краскела-Уаллиса	ОТКЛОНЯЕТСЯ	8,41988	0,004

3 и 4:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-0,781408	0,47
Н-критерий Краскела-Уаллиса	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,6903	0,218

4 и 5:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	ОТКЛОНЯЕТСЯ	-2,67903	0,008
Н-критерий Краскела-Уаллиса	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	6,28012	0,012

5 и 6:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	ОТКЛОНЯЕТСЯ	2,90168	0,002
Н-критерий Краскела-Уаллиса	ОТКЛОНЯЕТСЯ	9,43278	0,002

6 и 7:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-1,08762	0,312
Н-критерий Краскела-Уаллиса	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3,07065	0,091

7 и 8:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	ОТКЛОНЯЕТСЯ	3,3629	0
Н-критерий Краскела-Уаллиса	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	5,28426	0,023

8 и 9:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-2,26221	0,026
Н-критерий Краскела-Уаллиса	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,36473	0,252

9 и 10:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
При неизв. и неравн. дисперсиях	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,961871	0,336
H-критерий Краскела-Уаллиса	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,751243	0,402

Однородность дисперсий:

1 и 2:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	42,9515	0
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,890463	0,386

2 и 3:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,109692	0,740496
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-1,12865	0,259045

3 и 4:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,250752	0,609
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-0,772085	0,442

4 и 5:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,25704	0,27
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-0,439862	0,656

5 и 6:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,180817	0,665
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,748695	0,468

6 и 7:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,698822	0,404
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,26708	0,236

7 и 8:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	23,6235	0
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-2,34871	0,03

8 и 9:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	ОТКЛОНЯЕТСЯ	21,6897	0
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	-2,14823	0,018

9 и 10:

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1,25309	0,273
Критерий Муда (Нормир.)	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,122913	0,902

Задание 6:

В этих же целях для выборки, рассмотренной в п.5, проверьте гипотезу об отсутствии тренда, используя 3-4 критерия из включенных в раздел в ISW «Проверка на отсутствие тренда» (Дюффа-Роя, Фостера-Стюарта, инверсий, Вальда-Вольфовица).

Отразите результаты в отчёте.

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Дюффа-Роя	ОТКЛОНЯЕТСЯ	11,5206	0
Критерий Фостера-Стюарта для проверки тренда в дисперсии	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0,99852	0,38
Критерий инверсий	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	15665	0,452
Критерий Вальда-Вольфовица	ОТКЛОНЯЕТСЯ	11,5458	0

Задание 7:

Сгенерируйте задачу дискретного линейного программирования небольшой размерности (с числом переменных $n \leq 3$ и числом линейных ограничений $m \leq 4$), имеющую в отсутствие требования целочисленности оптимальное нецелочисленное решение. Приведите подробное решение полностью целочисленной задачи указанным в варианте алгоритмом Гомори.

Необходимо решить задачу третьим алгоритмом Гомори.

Решить задачу:

$$x_0 = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 7 \\ 4x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_i \geq 0 \\ x_i - \text{целые} \end{cases}$$

0	1	-x1	-x2
x0	0	-2	-2
x1	0	-1	0
x2	0	0	-1
x3	7	1	4
x4	12	4	1

M=3

0	1	-x1	-x2
x0	0	-2	-2
x1	0	-1	0
x2	0	0	-1
x3	7	1	4
x4	12	4	1
x5	3	1	1

0	1	-x1	-x2
x0	6	2	0
x1	3	1	1
x2	0	0	-1
x3	4	-1	3
x4	0	-4	-3
x5	0	-1	0
x6	0	-1	-1

0	1	-x1	-x2
x0	6	2	0
x1	3	0	1
x2	0	1	-1
x3	4	-4	3
x4	0	-1	-3
x5	0	-1	0

Задание 8:

Сгенерируйте произвольную матричную игру (с числом стратегий 1-го игрока $m \geq 4$ и числом стратегий 2-го игрока $n \geq 5$).

- Запишите игру в виде задач линейного программирования с позиций 1-го и 2-го игроков.
- Проверьте, имеет ли Ваша игра решение в чистых стратегиях?
- При возможности, сократите игру, удалив доминируемые строки и столбцы.

Допустим, матричная игра будет выглядеть следующим образом:

Игроки	B1	B2	B3	B4	B5
A1	5	2	5	1	2
A2	1	2	3	4	5
A3	5	4	3	2	1
A4	2	4	3	5	4

В данной матрице нет элемента, который одновременно был бы минимальным в своей строке и максимальным в своем столбце, поэтому игра не имеет решения в чистых стратегиях.

В этой игре нет доминируемых строк или столбцов, поэтому сократить её нельзя.

Запишем игру в виде задач линейного программирования.

Для первого игрока:

$$\begin{aligned}
 &v \rightarrow \min \\
 &\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 + v \leq 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 + v \leq 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 + v \leq 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 + v \leq 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 + v \leq 0 \end{cases} \\
 &x_i \geq 0; \sum_{i=1}^4 x_i = 1
 \end{aligned}$$

Решение задачи дает оптимальную смешанную стратегию для первого игрока: $(2/5; 0; 0; 3/5)$

Для второго игрока:

$$\begin{aligned}
 &v \rightarrow \max \\
 &\begin{cases} 5y_1 + 2y_2 + 5y_3 + y_4 + 2y_5 + v \geq 0 \\ y_1 + 2y_2 + 3y_3 + 4y_4 + 5y_5 + v \geq 0 \\ 5y_1 + 4y_2 + 3y_3 + 2y_4 + y_5 + v \geq 0 \\ 2y_1 + 4y_2 + 3y_3 + 5y_4 + 4y_5 + v \geq 0 \end{cases} \\
 &y_i \geq 0; \sum_{j=1}^5 y_j = 1
 \end{aligned}$$

Решение задачи дает оптимальную смешанную стратегию для второго игрока: $(2/5; 1/15; 0; 0; 8/15)$

В результате значение игры: $v = 16/5$