hyväksymispäivä arvosana

arvostelija

Aine

Ola Länsman

Helsinki 15.3.2017

HELSINGIN YLIOPISTO
Tietojenkäsittelytieteen laitos

1 Johdanto

Pieni maailma -ilmiöksi kutsumme havaintoa lyhyiden ketjujen syntymisestä verkoissa ilman tietoa koko verkon kaarista. Verkkoja, joissa kyseinen ilmiö esiintyy, kutsutaan pieni maailma -verkoiksi ja näille verkoille on tehty useita malleja. Malliverkkojen luomisessa käytetään usein hyväksi parametreihin sidottua satunnaisuutta. Tälläisilla verkoilla on useita mielenkiintoisia ominaisuuksia, joita voidaan käyttää hyödyksi käytännön sovelluksissa. Suurin käytännön hyöty on lyhyiden polkujen etsiminen solmulta toiselle. Tätä varten on kehitetty useita algoritmejä, jotka pyrkivät optimoimaan polun pituuden ja polunetsintään kuluneen ajan.

Tutkielma selittää pieni maailma -ilmiön tieteellisesti alkaen tarkasta määrittelystä. Määrittelyn jälkeen näytämme, kuinka ilmiötä kuvaavia malleja voidaan luoda. Käytämme tähän käytännön esimerkkiä jota laajennamme yleisemmäksi muutamasta eri näkökulmasta katsoen. Luvussa 3 esittelemme polunetsintä-strategioita ja näihin perustuvia algoritmejä. Lyhyiden polkujen etsiminen solmujen välille on ilmiön tärkein sovelluskohde tietojenkäsittelytieteessä. Tästä pääsemme loogisesti käytännön sovelluksiin kuten vertaisverkossa resurssien etsimiseen ja automaattiseen luonnollisen kielen tiivistämiseen.

2 Pieni maailma

Sosiaalisissa verkoissa pieni maailma -ilmiöksi kutstuaan havaintoa lyhyiden tuttavuusketjujen muodostuminen kahden eri yksilön välillä suurella todennäköisyydellä. Traversin ja Milgramin suurta huomiota saaeessa käytännön kokeessa [TM69] Yhdysvalloissa valittiin n. 200 lähettäjää ja vastaanottajaa. Lähettäjien tehtävänä oli lähettää viesti vastaanottajalle, niin että viesti kulki ihmiseltä toiselle. Rajoitteena kokeessa viestin hallussapitäjä sai välittää viestin vain ihmiselle, jonka hän tunsi etunimellä. Kokeen tuloksena saatiin keskimäärin 6 pituisia tuttavuusketjuja, joka tunnetaan yleisesti "kuuden asteen erotuksena".

Verkkoa, jossa pieni maailma -ilmiö toteutuu, kutsumme *pieni maailma -verkoksi*. Tällaisia verkkoja ovat esimerkiksi erään madon hermoston muodostama verkko sekä verkko näyttelijöiden yhteistyön elokuvissa esiintymisestä[WS98]. Pieni maailma -verkoille ei ole olennaista kaarien suunta eikä esimerkiksi ruudukkomaisten verkkojen ulottuvuus. Niiden on kuitenkin oltava vahvasti yhtenäisiä, eli verkon jokaisen solmun on oltava saavutettavissa kaikista muista solmuista. Tietojenkäsittelytieteen verkkoteoriassa pieni maailma-verkoissa *suurella todennäköisyydellä minkä tahansa kahden solmun välille voidaan muodostaa lyhyt polku*. Polun lyhyys todetaan sen suhteesta verkon halkaisijaan. Verkon halkaisija on pisin lyhin polku kahden solmun välillä.

Pelkästään näillä ehdoilla pieni maailma -verkko ei ole välttämättä kovin mielenkiintoinen. Mikäli tekisimme verkon, jossa kaaret muodostuisivat satunnaisesti jollain todennäköisyydelä p, suurella todennäköisyydellä kahden solmun välille löytyisi

lyhyt polku parametrin p ollessa tarpeeksi suuri. Tällainen malli ei selitä, miten Traversin ja Milgramin tekemissä kokeissa viestin lähettäjät ovat kyenneet muodostamaan lyhyitä ketjuja käyttäen hyväksi ainoastaan viestin hallussapitäjän tietoja [Kle00]. Kutsummekin pieni maailma -verkkoa *navigoitavaksi*, mikäli *verkon yksittäiset solmut voivat lähettää viestin verkon kaaria pitkin muihin verkon solmuihin lyhyitä polkuja pitkin käyttämällä ainoastaan paikallista tietoa.* Paikallisella tiedolla tarkoitetaan, että viestiä hallussa pitävällä solmulla on tiedossa ainoastaan solmusta lähtevät kaaret.

Pieni maailma -verkkojen ominaisuuksia voidaan kuvailla Wattzin ja Strogatzin [WS98] määrittelemillä suureilla *keskimääräinen polun pituus* ja **??**. Keskimääräinen polun pituus verkossa kuvaa nimensä mukaisesti keskiarvo kaikkien solmujen välisistä lyhimmistä poluista. Ryhmittymiskerroin taas kuvaa kuinka hyvin lähekkäiset solmut ovat yhdistyneet toisiinsa.

Verkon solmujen välille täytyy voida laskea paino jollain painofunktiolla, jolloin verkko pysyy navigoitavana. Yleisenä logiikkana voimme tällöin pitää, että viestiä lähettävällä on solmulla on jonkinlainen käsitys mihin suuntaan viestiä tulee lähettää, jotta se saavuttaa kohteen. Ihmiset tuntevat hyvin luultavasti toisensa paremmin etunimellä, jos asuvat lähekkäin. Jos tehtävänäsi olisi lähettää viesti sinulle tuntemattomalle henkilölle Lapissa, mahdollisesti lähettäisit viestin pohjoisessa asuvalle tutullesi. Tällöin maantieteellinen etäisyys muodostaa painon kaarille sosiaalisten suhteiden verkossa.

Navigoitavat pieni maailma-verkot yleensä täyttävät myös seuraavat ehdot[BBS11]:

1. *ne ovat harvoja*: Solmujen välillä on triviaalisti lyhyitä polkuja, jos verkon solmuilla on liikaa kaaria. Tällaiset verkot eivät ole mielenkiintoisia.

2. *ne ovat ryhmittyneitä*: Intuitiivisesti ehto 2 tarkoittaa, että mikäli solmu u ja v ovat lähellä toisiaan niin niiden välillä on todennäköisesti kaari. Yleisimmissä (ahneissa) polunetsintä-algoritmeissa viesti lähetetään aina mahdollisimman lähelle kohdetta ehdosta 2 johtuen.

3. *niillä on pieni halkaisija.*

Ehdossa 2 mainittulla solmujen läheisyydellä tarkoitetaan niiden välisen painon olevan pieni. Samaan ehtoon liittyy myös verkon *transitiivisuus.* Matemaattisesti yhteys R on transitiivinen, jos aRb ja bRc aiheuttavat suoraan aRc. Verkoissa transitiivisuutta voidaan ajatella seuraavalla tavalla: jos solmusta u on kaari solmuun v, ja solmusta v on kaari solmuun w niin solmulla u on kaari solmuun w. Vain täydelliset verkot voivat olla kokonaan transitiivisia. Transitiivisuus on myös yksi ryhmittymisen suure: mitä suurempi transitiivisuus, sitä ryhmittyneempi verkko on[BBS11]. (Suureen laskemista varten tarvittava kaava lisätään myöhemmin.)

Algoritmejä, jotka käyttävät vain paikallista tietoa, kutsumme *hajautetuiksi algoritmeiksi.* Pieni maailma -verkkoja tarkastellessa tutkitaan monesti hajautettuja algoritmeja. Mikäli on mahdollista löytää hajautettu algoritmi, joka kykenee suorit-

tamaan toimintonsa todennäköisesti tietyssä ajassa, pieni maailma -verkko on mielenkiintoinen. Algoritmin tehokkuutta kuvataan $\mathcal{O}$-notaatiolla ajan ja algoritmin *hyppyjen* suhteen. Algoritmin hypyillä tarkoitetaan, kuinka monella solmulla viesti on käynyt ennen kohteen saavuttamista. Tätä voidaan kutsua myös asteeksi.

2.1 Kuinka muodostetaan pieni maailma

Pieni maailma -verkkoja voidaan muodostaa monella tavalla. Aloitamme muodostamalla mallin, jonka kehitti Jon Kleinberg [Kle00] Wattz and Strogatz -mallin pohjalta. Inspiraationa toimi Traversin ja Milgramin suorittama käytännön koe.

Mallinnamme ihmisiä solmuina. Tämä joukko solmuja muodostaa $n \times n$ ruudukon, missä

$$V = \{(i, j) : i \in \{1, 2, \ldots, n\}, j \in \{1, 2, \ldots, n\}\}.$$

Ruudukkoetäisyytenä toimii Manhattan-etäisyys, eli

$$d\left((i, j), (k, l)\right) = |k - i| + |l - j|.$$

Solmulla u on *paikallinen kontakti* solmun v kanssa, jos $d(u, v) \leq p$ jollain vakiolla $p \geq 1$. Solmulla u on myös vakiomäärä, $q \geq 0$, *etäkontakteja*. Etäkontaktit solmujen u ja v välille muodostetaan satunnaisesti todennäköisyysfunktiolla, joka riippuu vakiosta $r \geq 0$ ja etäisyydestä $d(u, v)$. Tarkemmin, etäkontakti muodostuu solmusta u solmuun v todennäköisyydellä $[d(u, u)]^{-r}$. Paikalliset kontaktit ja etäkontaktit muodostuvat suunnatuilla kaarilla. Solmun u etäkontaktilla v ei siis välttämättä ole kaarta takaisin solmuun u. Paikalliset kontaktit kuitenkin muodostavat suuntamattomia kaaria toistensa kanssa johtuen niiden etäisyyteen liittyvästä muodostamistavasta.

Tämä tapa muodostaa pieni maailma -verkko voidaan tulkita myös geometrisesti. Solmulla u on kaari jokaiseen tarpeeksi lähellä olevaan solmuun. Näiden yhteyksien lisäksi solmulla u on kaaria kauempana ruudukossa. Jos vakio $r = 0$, niin solmujen etäkontaktit ovat jakautuneet tasaisesti ruudukolle. Näin muodostettu verkko on pieni maailma, mutta se ei ole navigoitava. Vakion r kasvaessa solmun u etäkontaktit ovat jatkuvasti lähempänä solmua itseään.

Tässä mallissa ovat *etäkontaktit* mielenkiintoisimpia tarkastelun kohteita. Verkon *navigoitavuuteen* vaikuttaa, kuinka tasaisesti etäkontaktit ovat jakautuneet verkkoon. Jos $r = 0$, eli etäkontaktit olisivat jakautuneet tasaisesti verkkoon, niin ahne polunetsintä-algoritmi ei tuottaisi lyhyitä polkuja luotettavasti. Vaikka algoritmi löytäisi solmulta x kaaren solmuun y joka on lähellä kohdetta z, niin solmun y todennäköisyys omata etäkontakti kohteeseen z ei olisi kasvanut. Vakion r ollessa liian suuri olisi hyppyjen määrä myös liian suuri. Silloin viestit eivät pääsisi kulkemaan tarpeeksi pitkälle etäkontaktienkaan avulla.

Tarkemman tarkastelun jälkeen voimme huomata, että etäkontaktien ei tarvitse olla satunnaisesti tuotettuja luodaksemme navigoitava PM-verkko. Etäkontaktien satunnaisuutta vähentämällä verkosta muodostuu ryhmittyneempi, joka edesauttaa mm. vertaisverkkojen virheenkestävyyttä [CG06].

Rajoitamme etäkontaktien valitsemisen satunnaisuutta rajoittamalla solmun $u = (u_1, u_2)$ mahdollisiksi etäkontakteiksi vain solmut $v = (v_1, v_2)$, joille $u_1 = v_1$ tai $u_2 = v_2$. Tällöin solmun etäkontatkit sijaitsevat samalla suoralla solmun itsensä kanssa ja etäkontaktien valitsemisen satunnaisuus pienenee. Artikkelissa (inproceeding?) [CG06] on todistettu, että etäkontaktien muodostamista rajoittamisesta huolimatta verkon navigoitavuus säilyy. Edellisen ehdon lisäksi voitaisiin myös määritellä muita ehtoja, jotka koskevat vain osaa solmuista (*yhteisöt*), säilyttäen verkon pieni maailma -ominaisuudet.

3 Polunetsintä

Tässä luvussa esittelemme polunetsintä-algoritmejä, jotka soveltuvat pieni maailma -verkkoihin. Kutsumme tätä myös *reititykseksi*. Ensimmäisenä tutustumme yleisiin strategioihin, jonka jälkeen siirrymme varsinaisiin algoritmeihin. Esitämme algoritmeille aikavaativuuksien ylä- ja alarajoja ja esitämme myös ylärajoja algoritmien laatimien polkujen pituuksille.

Aiemmin esitetyssä käytännön kokeessa ihmiset muodostivat tuttavuusketjuja lähettäessään viestin kohteeseen. Voimme olettaa, että viestin lähettäjät pyrkivät lähettämään viestin tutulleen, jolla oli suurin todennäköisyys joko tuntea kohde tai kohteen tuttuja. Yksi hyvä strategia on viestin lähettäminen mahdollisimman lähelle kohdetta. Tämä on hyvä esimerkki *ahneesta strategiasta* jonka esittelemme seuraavaksi.

3.1 Ahne reititys

Ensimmäisenä tutkimme normaalia ahnetta algoritmia lyhyen polun etsintään. Ahneissa algoritmeissa viestiä kuljettava solmu lähettää viestin aina lähimpänä kohdetta olevalle naapurilleen. Esimerkiksi Kleinbergin [Kle00] esittämässä ahneessa algoritmissa viestiä kuljettava solmu tietää

1. kaikkien solmujen paikalliset kontaktit,
2. kohteen y sijainti ruudukossa
3. ja kaikkien viestiä kuljettaneiden solmujen etäkontaktit ja sijainnit.

Luvussa 2.1 esitetylle pieni maailma -verkolle voidaan muodostaa ahne algoritmi, jonka keskimääräinen *hyppyjen* (monellako solmulla viesti on käynyt) määrä on $\mathcal{O}(log^2 n)$. Käytämme tätä suuretta myöhemmin vertailua varten.

3.2 Epäsuora ahne reititys

Epäsuora ahne reititys toimii kuten ahne reititys. Poikkeuksena, viestiä kuljettavalla solmulla u on tiedossa myös solmun v etäkontaktit jos solmulle pätee $d(u, v) \leq q$

jollain etäisyysfunktiolla d ja vakiolla q. Tällöin viestiä kuljettavalla solmulla on mahdollisuus lähettää viesti jonkin itseään lähellä olevan solmun kautta.

3.3 Naapurien naapurit

Ahneella naapurien naapurit-algoritmi toimii samalla periaatte kuin epäsuora ahne reititys. Lähellä olevien solmujen sijaan viestiä kuljettavalla solmulla on tiedossa omien naapureidensa kontaktit.

3.4 NN-Ahne

Esitämme erään Naapurien Naapurit-ahneet algoritmin. Kiinnitämme huomiota muodostetun polun pituuteen, jonka merkitys on suurempi mm. vertaisverkkosovelluksissa. Erityisesti vertaamme sitä luvussa 3.1 mainittuun algoritmiin, jonka keskimääräinen hyppyjen määrä yhdessä PM-verkossa on $\mathcal{O}(\log^2 n)$.

Algoritmi viestin lähettämisestä solmuun u toiminta kulkee seuraavalla tavalla:

1. Oletetaan viestin olevan solmussa $u \neq t$. Olkoon solmut $w_1, w_2, \ldots, w_k$, solmun u naapureita.
2. Kullekin i olkoon solmut $z_{i_1}, z_{i_3}, \ldots, z_{i_k}$ solmun w_i naapureita.
3. Oletetaan solmun z_{i_j} olevan tästä joukosta lähimpänä kohdetta t.
4. Lähetetään viesti solmuun z_{i_j} solmun u_j kautta.

.

Pieni maailma -verkossa tälle algoritmille keskimääräinen hyppyjen määrä suurella todennäköisyydellä on $\mathcal{O}(\log^2 n/\log\log n)$ [MNW04].Tällöin NN-Ahne -algoritmi on hyvä vaihtoehto esimerkiksi vertaisverkoissa, joissa viestiä ei välttämättä haluta lähettää liian usean solmun läpi. NN-Ahneen -algoritmin heikkoutena on naapurien naapurien vieruslistojen ylläpito ja muistissa säilyttäminen.

4 Käytännön sovellukset

Tässä luvussa esittelemme, kuinka pieni maailma -ilmiötä voidaan käyttää hyväksi pieni maailma -verkoissa. Kuten aiemmin sanottu, pieni maailma -ilmiötä löytyy monista biologista, sosiaalisista ja teknologista verkoista. Sovelluksia tarkastellessamme käytämme hyväksi lukujen 2 ja 3 tuloksia ja käsitteitä.

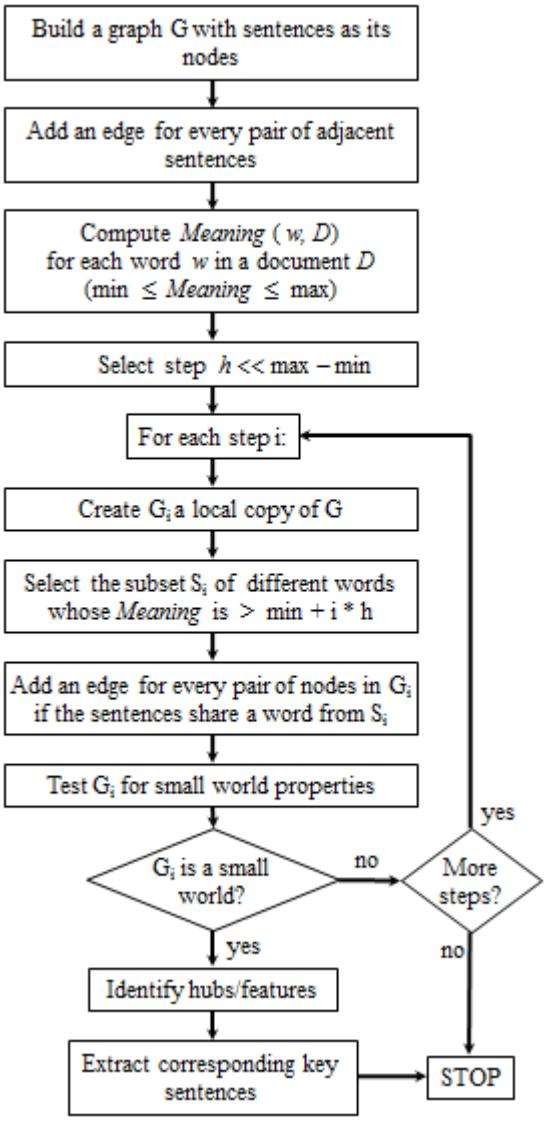
4.1 Yhteenvedot luonnollisen kielen teksteistä

Luonnollisten kielten tekstien asiasisällön esittäminen tiiviimmin on hyödyllistä nykymaailmassa elektronisesti käsillä olevan tiedon kasvaessa räjähdysmäisesti. Tekstin sisällän voi joko esittää lyhyemmin muodostamalla uuden tekstin tai valikoimalla tekstistä tärkeimmät virkkeet ja kappaleet. Seuraavaksi esittelemme automaattisen, virkkeiden ja kappaleita valikoivan algoritmin, joka käyttää hyväkseen pienten maailmojen topologiaa. Rakennamme tekstin virkkeistä pieni maailma -verkon ja poimimme virkkeistä ne, jotka edesauttavat verkkoa eniten olemaan pieni maailma. Yhteenvetotyökalu on esitetty artikkelissa [BBS11].

Määrittelemme verkon $G = (V, E)$, jossa pisteet V ovat virkkeitä ja kaaret E kuvaavat virkkeiden välisiä suhteita. Virkkeellä L on lähikontakti virkkeen L' kanssa, jos virkkeet L ja L' ovat peräkkäisiä. Etäkontaktien muodostamiseen tarvitsemme keinon määrittää virkkeiden yhteyden toisiinsa. Tätä varten rakennamme tekstin tärkeimmistä sanoista joukon $MeaningfulSet(e)$. Etäkontakti kahden virkkeen välille muodostuu vain, jos kummassakin virkkeessä esiintyy jokin joukon $MeaningfulSet(e)$ sanoista.

Joukon MeaningfulSet(e) sanojen määrä suhteessa joukkoon kaikista tekstissä esiintyvistä sanoista vaikuttaa verkon G kaarien määrän ja täten myös tiivistelmän pituuteen ja olennaisuuteen. Jos joukko $MeaningfulSet(e)$ on liian suuri, verkko G ei näytä enää pieneltä maailmalta vaan sattumanvaraisesti muodostetulta verkolta. Kuitenkin joukon $MeaningfulSet(e)$ ollessa liian pieni verkko G näyttää molempiin suuntiin linkitetyltä listalta josta löytyy muutama poikkeus. Tiivistysmenetelmän toimintaperiaatteen kannalta tällöin on suuresti merkitystä, miten tämä joukko valitaan. Tätä menetelmää emme esitä tässä tutkielmassa.

Kuva 1 (Automaattinen tekstin tiivistäminen)



//

Lähteet

BBS11 Balinsky, H., Balinsky, A. ja Simske, S. J., Automatic text summarization and small-world networks. *Proceedings of the 11th ACM Symposium on Document Engineering*, DocEng '11, New York, NY, USA, 2011, ACM, sivut 175–184, URL `http://doi.acm.org/10.1145/2034691.2034731`.

CG06 Cordasco, G. ja Gargano, L., How much independent should individual contacts be to form a small–world? *Proceedings of the 17th International Conference on Algorithms and Computation*, ISAAC'06, Berlin, Heidelberg, 2006, Springer-Verlag, sivut 328–338, URL `http://dx.doi.org.libproxy.helsinki.fi/10.1007/11940128_34`.

DHLS06 Duchon, P., Hanusse, N., Lebhar, E. ja Schabanel, N., Could any graph be turned into a small-world? *Theoretical Computer Science*, 355,1(2006), sivut 96 – 103. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304397505009187.

Kle00 Kleinberg, J., The small-world phenomenon: An algorithmic perspective. *Proceedings of the Thirty-second Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, STOC '00, New York, NY, USA, 2000, ACM, sivut 163–170, URL http://doi.acm.org.libproxy.helsinki.fi/10.1145/335305.335325.

MNW04 Manku, G. S., Naor, M. ja Wieder, U., Know thy neighbor's neighbor: The power of lookahead in randomized p2p networks. *Proceedings of the Thirty-sixth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, STOC '04, New York, NY, USA, 2004, ACM, sivut 54–63, URL http://doi.acm.org.libproxy.helsinki.fi/10.1145/1007352.1007368.

TM69 Travers, J. ja Milgram, S., An experimental study of the small world problem. *Sociometry*, 32,4(1969), sivut 425–443. URL http://www.jstor.org/stable/2786545.

WS98 Watts, D. J. ja Strogatz, S. H., Collective dynamics of 'small-world'networks. *nature*, 393,6684(1998), sivut 440–442.