

یک روش جدید تصمیم گیری با استفاده از اعتبار محدود DEA فازی و شاخص RC

دانشجو: شایان رادی
استاد: دکتر محسن رستمی مال خلیفه

یک روش جدید تصمیم گیری با استفاده از اعتبار محدود DEA فازی و شاخص RC

Rahmad Wisnu Wardana, Ilyas Masudin, Dian Palupi Restuputri & Adhi Nugraha

برای استناد به این مقاله:

Rahmad Wisnu Wardana, Ilyas Masudin, Dian Palupi Restuputri & Adhi Nugraha | (۲۰۲۱) A novel decision-making method using fuzzy DEA credibility constrained and RC index, Cogent Engineering, ۸:۱, ۱۹۱۷۳۲۸, DOI: ۱۰.۱۰۸۰/۲۳۳۱۱۹۱۶.۲۰۲۱.۱۹۱۷۳۲۸

برای لینک دادن به این مقاله:

<https://doi.org/10.1080/23311916.2021.1917328>

© ۲۰۲۱ The Author(s). This open access article is distributed under a Creative Commons Attribution (CC-BY) ۴.۰ license.

این مقاله در تاریخ ۲۵ آپریل ۲۰۲۱ به صورت آنلاین منتشر شده.

برای ارسال مقاله های خود به سایت زیر مراجعه کنید:

<https://www.tandfonline.com/action/authorSubmission?journalCode=oaen۲۰&show=instructions>

تا اکنون ۹۳۳ نفر مقاله را دیده اند.

برای مشاهده مقاله های مرتبط به سایت زیر مراجعه کنید:

<https://www.tandfonline.com/doi/mlt/10.1080/23311916.2021.1917328>

:Received

۷ April ۲۰۲۰

:Accepted

۱ April ۲۰۲۱

*Corresponding author: Ilyas Masudin, Industrial Engineering, University of Muhammadiyah Malang, Jl. Raya Tlogomas ۲۴۶, Malang ۶۵۱۴۴, Indonesia

:E-mail

masudin@umm.ac.id

ویرایشگر مرورگر:

Zude Zhou, Beihang University School of Automation Science and Electrical Engineering, CHINA

مابقی اطلاعات در انتهای مقاله آمده است.

تولید و ساخت | مقاله پژوهشی یک روش جدید تصمیم گیری با استفاده از اعتبار محدود DEA فازی و شاخص RC

چکیده:

تصمیم گیری بر اساس نظر متخصص ها با مدل های تحلیل پوششی داده ها (DEA) به اعداد واضح نیاز دارد. با این حال، فرض متخصص ممکن است همیشه دقیق نباشد. این مقاله اعتبار محدود شده و شاخص نزدیکی نسبی (RC) DEA فازی را برای مقابله با داده های عدم قطعیت معرفی می کند. رویکرد پیشنهادی با استفاده از معیار اعتبار، مدل های سنتی DEA را به رویدادهای فازی تبدیل می کند. علاوه بر این، شاخص RC برای افزایش قدرت تمایز DEA سنتی استفاده شد. دو مثال عددی با سطح اعتبار متفاوت برای نشان دادن اعتبار محدود DEA فازی و شاخص RC ارائه شده است. یافته ها نشان می دهد که سطح اعتبار بر شاخص RC در هر دو مثال عددی تأثیر می گذارد. افزایش سطح ارزش اعتبار باعث کاهش ارزش شاخص RC می شود.

موضوع:

تحقیق در عملیات؛ مدیریت عملیات؛ تحقیق در عملیات

کلمات کلیدی:

تصمیم گیری؛ DEA فازی؛ اعتبار محدود شده؛ نزدیکی نسبی

درباره نویسندگان:

Rahmad Wisnu Wardana، مدرس گروه مهندسی صنایع دانشگاه محمديه مالانگ اندونزی است. علايق پژوهشی او تصميم گیری چند معياره و مدیریت عملیات است (ایمیل: rahmadwisnu@umm.ac.id). تلفن: ۳۱۸ ۴۶۴ ۳۴۱-۶۲+، داخلی ۱۶۶.

Ilyas Masudin، استاد لجستیک و زنجیره تامین در بخش مهندسی صنایع، دانشگاه محمديه مالانگ، اندونزی است. علايق تحقیقاتی او شامل بهینه سازی لجستیک و مدیریت زنجیره تامین است (ایمیل: masudin@umm.ac.id). تلفن: ۳۱۸ ۴۶۴ ۳۴۱-۶۲+، داخلی ۱۶۶.

Dian Palupi Restuputri، مدرس گروه مهندسی صنایع در دانشگاه محمديه ملنگ است. زمینه های تحقیقاتی او ارگونومی و مهندسی فاکتورهای انسانی است. (ایمیل: restuputri@umm.ac.id). تلفن: ۳۱۸ ۴۶۴ ۳۴۱-۶۲+، داخلی ۱۶۶.

Adhi Nugraha، مدرس گروه مهندسی صنایع، دانشگاه محمديه مالانگ، اندونزی است. علايق تحقیقاتی وی مدیریت صنعتی و مدیریت عملیات است (ایمیل: adhinugra-ha@umm.ac.id). تلفن: ۳۱۸ ۴۶۴ ۳۴۱-۶۲+، داخلی ۱۶۶.

بیانیه منافع عمومی:

تصمیم گیری بر اساس نظر متخصص با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده ها (DEA) به اعداد واضح نیاز دارد. ابهام منبع اصلی عدم قطعیت است زیرا ممکن است فرض کارشناسان همیشه دقیق نباشد. مبهم به داده های ورودی و خروجی فازی از کارشناسان اشاره دارد. برای حل این مشکل، ادغام اعتبار DEA فازی محدود و شاخص نزدیکی نسبی (RC) معرفی شده است. این رویکرد با استفاده از معیار اعتبار، مدل های سنتی DEA را به رویدادهای فازی تبدیل می کند. شاخص RC برای افزایش قدرت تمایز DEA سنتی استفاده شد. سطح اعتبار رویکرد پیشنهادی، انعطاف پذیری را برای تصمیم گیرندگان فراهم می کند تا سطح اعتبار قابل قبول خود را در تصمیم گیری تعیین کنند. علاوه بر این، امتیاز کارایی هر DMU با افزایش سطح اعتبار کاهش می یابد. داده های خروجی حفظ شده که با ادغام شاخص RC و سطح اعتبار اعمال می شوند، دلیل بهبود قدرت تمایز هستند.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده ها (DEA) توسط Charnes et al معرفی شد. (۱۹۷۸) برای اندازه گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیری (DMU). بازده نسبی هر DMU با استفاده از حداکثر نسبت خروجی های وزنی به ورودی های وزنی به دست می آید. امروزه، DEA هنوز بسیار سریع رشد می کند، حدود ۲۰۰۰ مقاله دیگر مرتبط با DEA طی سال های ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۴ منتشر شده است (Liu et al., ۲۰۱۶). فعالیت های مرتبط با DEA به سرعت رشد می کنند، زیرا برخی از مزایا، مانند DEA، نیازی به مجموعه ای از وزن ها یا ورودی ها یا خروجی ها ندارد (Mirhedayatian et al., ۲۰۱۳). DEA نیازی به تبدیل داده ها به یک واحد ندارد (Shabani et al., ۲۰۱۲)، و DEA می تواند متغیرهای کمی و کیفی را مدیریت کند (Calik et al., ۲۰۱۸). موسوی نسب و ستوده انوری، (۲۰۱۷). با این حال، موضوع اصلی DEA مربوط به قدرت تبعیض است که هنوز پایین است. DEA هنوز هم ممکن است امتیاز کارایی یکسانی را در چندین DMU داشته باشد، و این باعث می شود که رتبه بندی دقیق DMU ها غیرممکن باشد.

برای افزایش قدرت تمایز DEA، Wang and Jean (۲۰۰۶) دو DMU مجازی معروف به DMU ایده آل (IDMU) و DMU ضد ایده آل (ADMU) را در DEA پیشنهاد کردند. علاوه بر این، دو DMU مجازی با شاخص نزدیکی نسبی (RC) ترکیب می شوند و رتبه بندی DMU ها را می توان به دست آورد. در رویکرد آنها، تمام داده ها اعم از ورودی یا خروجی یک عدد واضح فرض می شوند. با این حال، این فرض ممکن است همیشه دقیق نباشد یا به عنوان عدم دقت قضاوت متخصص شناخته شود. از این رو، تقویت مدل آنها برای مفید ساختن آن در داده های عدم قطعیت ضروری است.

اخیراً، برخی از محققان نظریه مجموعه های فازی را توسعه داده و در بسیاری از موقعیت های مشکل کاربرد دارند. به عنوان مثال، مطالعه ای با استفاده از DEA شبکه فازی نوع ۲ برای ارزیابی عملکرد کالاهای مصرفی سریع (FMCG) (Olfat و Pishdar، ۲۰۱۷)، یک DEA-Vikor فازی که برای انتخاب تامین کننده استفاده می شود (Karami et al، ۲۰۲۰؛ Mohaghar et al، ۲۰۱۳) و یک شبکه پویا فازی نوع ۲ بازه ای DEA مورد استفاده برای عملکرد پایداری فرودگاه ها (Olfat et al، ۲۰۱۶). علاوه بر این، بسیاری از روش ها می توانند مدل های DEA فازی را بسازند. Lertworasirikul et al (۲۰۰۳) گروهی از مدل های DEA فازی، یعنی رویکرد مبتنی بر تحمل، رویکرد مبتنی بر α ، رویکرد رتبه بندی فازی و رویکرد امکان را ارائه می دهد، در حالی که Olfat و Pishdar (۲۰۱۷) یک فازی نوع ۲ را برای DEA شبکه پویا با در نظر گرفتن مرزهای دوگانه مدل سازی کردند. بر اساس این رویکردها، رویکرد مناسب برای حل داده های عدم قطعیت، رویکرد امکان است (Hatami-Marbini et al، ۱۳۹۲).

هدف اصلی این مقاله ایجاد یک رویکرد جدید، یعنی اعتبار محدود DEA فازی و شاخص RC است. در رویکرد پیشنهادی، مدل ها به عنوان متغیر فازی مدل سازی می شوند. از این رو، محدودیت ها به عنوان رویدادهای فازی در نظر گرفته می شوند. در انجام این کار، معیار اعتبار نیز برای رسیدگی به داده های عدم قطعیت استفاده خواهد شد، تعیین متغیر ورودی یا خروجی عملی تر است. در نهایت، مثال عددی نیز برای نشان دادن اثربخشی رویکرد پیشنهادی ارائه خواهد شد.

مقاله بصورت زیر مرتب شده است. در بخش ۲، مفهوم اساسی مدل شاخص DEA و RC را یادآوری می کنیم. پس از آن، توسعه رویکرد پیشنهادی در بخش ۳ ارائه شده است. در بخش ۴، تمرکز بر روی مثال عددی است که به دو بخش (ساده و پیچیده) تقسیم شده است. بخش ۵ مقاله را به پایان می رساند.

۲ مفهوم پایه

۲.۱ مدل تحلیل پوششی داده ها (DEA)

مسئله اصلی DEA معمولی نمی تواند با داده هایی که درگیر عدم قطعیت هستند، کنار بیاید. در گروه، تصمیم گیری دارای دو داده اصلی عدم قطعیت مانند، گنگی و ابهام است (Fasanghari et al، ۱۳۹۴). ابهام به تفسیرهای متعدد از کارشناس اشاره دارد و ابهام ناشی از عدم دقت نظر کارشناسی است. به منظور حل این مشکلات، از مدل محدود اعتبار DEA برای حل ابهام و از تکنیک شاخص RC برای حل ابهام استفاده شده است. مدل CCR (Charnes-Cooper-Rhodes) رایج ترین مدل DEA است (Charnes et al، ۱۹۷۸). علاوه بر این، فرض کنید J امین DMU وجود دارد، و هر یک از DMU ها دارای m ورودی x_{ij} ($i = 1, \dots, n$) و s خروجی Y_{rj} ($r = 1, \dots, m$) است. برای حل مدل CCR می توان از برنامه نویسی کسری (FP) به صورت زیر استفاده کرد:

(۱)

$$E_j = \frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}}$$

E_j بازده J امین DMU با ورودی (x_{ij}) و خروجی (Y_{rj}) است. v_i برای وزن ورودی و u_r وزن خروجی است. فرضاً DMU دارای امتیاز کارایی برابر با ۱ ($E_j = 1$) است، به این معنی است که DMU کارآمد است. در غیر این صورت، ناکارآمد است.

۲.۲ مدل شاخص DEA و RC

DEA روشی مناسب، مدلسازی ساده، راه حل ناپارامتریک و رویکردی موثر برای تصمیم گیری چند معیاره است. علاوه بر این، DEA نیازی به تصمیم گیرنده برای تنظیم وزن ورودی ها و خروجی ها ندارد. با این حال، در موارد متعدد، یافتن مقادیر مشابه DMU هنوز رایج است به طوری که تصمیم گیری برای بهترین معیارها دشوار است (Kim et al، ۲۰۱۹). در DEA معمولی، امتیاز کارایی DMU ها ممکن است چندین امتیاز یکسان داشته باشد و این باعث می شود که تصمیم گیری در مورد رتبه بندی دقیق DMU ها غیر ممکن شود. به عبارت دیگر، قدرت تبعیض DEA رضایت بخش نیست. برای بهبود قدرت تمایز DEA، Wang and Jean (۲۰۰۶) شاخص DEA و RC یکپارچه را پیشنهاد کردند. در مقاله خود، آنها دو DMU مجازی، یعنی

DMU ایده آل (IDMU) و DMU ضد ایده آل (ADMU) را مقایسه می کنند و آنها را بر اساس RC رتبه بندی می کند. در این مدل پیشنهادی ابتدا باید امتیاز کارایی IDMU (θ_{IDMU}) و مدل به صورت زیر محاسبه شود:

(۲)

$$\theta_{IDMU} = \max \frac{\sum_{r=1}^m u_r y_r^{max}}{\sum_{i=1}^n v_i x_i^{min}}$$

مشروط به:

$$\frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}} \leq 1, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0 \forall i, r$$

x_j^{min} و y_r^{max} ورودی و خروجی IDMU هستند که به ترتیب با y_{rj} و x_{ij} تعیین می شوند. علاوه بر این، فرض کنید θ_{IDMU}^* امتیاز کارایی بهینه IDMU باشد، و مرحله بعدی تعیین امتیاز هر DMU در مقایسه با امتیاز کارایی θ_{IDMU}^* است، و مدل به صورت زیر است:

(۳)

$$\theta_{IDMU} = \frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}}$$

مشروط به:

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{max} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{IDMU}^* x_j^{min}) = 0$$

$$\frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}} \leq 1, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0 \forall i, r$$

θ_j نشان دهنده امتیاز کارایی ز امین DMU در مقایسه با امتیاز کارایی* . در مرحله بعد، امتیاز کارایی ADMU (φ_{ADMU}) را با مدل زیر تعیین کنید:

(۴)

$$\theta_{ADMU} = \frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}^{min}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}^{max}}$$

مشروط به:

$$\frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}} \geq 1, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0 \quad \forall i, r$$

x_i^{max} و y_r^{min} ورودی و خروجی IDMU هستند که به ترتیب با $y_r^{min} = \min_y \{y_{rj}\}$ و $x_i^{max} = \max_x \{x_{ij}\}$ تعیین می شوند. علاوه بر این، فرض کنید φ_{ADMU}^* امتیاز کارایی بهینه IDMU باشد، و مرحله بعدی تعیین امتیاز هر DMU در مقایسه با امتیاز کارایی φ_{ADMU}^* است و مدل به شرح زیر است:

(۵)

$$\varphi_j = \min \frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}}$$

مشروط به:

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{min} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{ADMU}^* x_j^{max}) = 0$$

$$\frac{\sum_{r=1}^m u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^n v_i x_{ij}} \geq 1, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0 \quad \forall i, r$$

φ_j نشان دهنده امتیاز کارایی DMU j امین DMU در مقایسه با امتیاز کارایی φ_{ADMU}^* است. پس از تعیین امتیاز $\varphi_{ADMU}^*, \theta_j, \varphi_{IDMU}^*$ و φ_{RC} DMU ها به $IDMU$ به صورت زیر است:

(۶)

$$RC_j = \frac{\varphi_j^* - \varphi_{ADMU}^*}{(\varphi_j^* - \varphi_{ADMU}^*) + (\varphi_{IDMU}^* - \varphi_j^*)}$$

۳ راهکار پیشنهادی

مدل (۵-۲) مدل سنتی DEA یکپارچه با مدل شاخص RC است. علاوه بر این، تمام ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل سنتی اعداد واضح هستند. با این حال، در شرایط واقعی، این فرض همیشه درست نیست. مبهم بودن به عنوان منبع اصلی عدم قطعیت، به داده‌های ورودی و خروجی فازی از متخصصان اشاره دارد. برای مقابله با این مشکل، مدل محدود شده اعتبار DEA فازی و مدل شاخص RC به عنوان یک مدل برنامه‌ریزی خطی توسعه داده شده‌اند تا در مسائل واقعی مفید باشند. علاوه بر این، $Meng$ و Liu (۲۰۰۷) مفهوم برنامه‌ریزی محدودیت‌های شانس فازی ($FCCP$) را در DEA برای مقابله با داده‌های عدم قطعیت اتخاذ کردند. متعاقباً، مفهوم اساسی تئوری اعتبار مورد استفاده در مدل (۵-۲) را در نظر می‌گیریم و به مدل جدیدی تبدیل می‌شویم که اعتبار DEA فازی محدود شده و شاخص RC است.

تعریف ۱ اجازه دهید ξ یک متغیر فازی با تابع توزیع $\mu: R \rightarrow \{0, 1\}$ است. یک متغیر فازی نرمال گفته می‌شود اگر یک عدد واقعی r وجود داشته باشد به طوری که $\mu(r) = 1$ باشد.

تعریف ۲ فرض کنید Pos و Nec دو معیار فازی خاص تعریف شده در (R, U) باشند، که در آن U مجموعه توان R است. علاوه بر این، Pos و Nec یک جفت معیار فازی دوگانه هستند و مدل $Pos\{A\} = 1 - Nec\{AC\}$ است با AC مکمل A است.

تعریف ۳ مدل سنجش اعتبار به شرح زیر است:

(۷)

$$Cr(A) = \frac{1}{2} (Pos\{A\} + Nec\{A\}) \quad \forall A \in U$$

ξ را به عنوان عدد فازی مثلثی (k^1, k^2, k^3) در نظر بگیرید که شناخته شده است، بنابراین تابع عضویت به صورت زیر است:

(۸)

$$\mu(r) = \begin{cases} \frac{r - k^2}{k^2 - k^3} & k^1 \leq x \leq k^2 \\ \frac{r - k^3}{k^2 - k^3} & k^2 \leq x \leq k^3 \\ 0 & O.W. \end{cases}$$

بر اساس تعریف، یک مدل برنامه‌نویسی محدودیت‌های شانس فازی کلی را می‌توان به صورت زیر فرموله کرد (Liu و Xiang Li، ۲۰۰۶):

(۹)

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n C_j x_j$$

مشروط به:

$$Cr \left\{ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \bar{b}_i \right\} \geq \lambda_i, i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

بر اساس مدل (۹)، اولین محدودیت $(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \bar{b}_i)$ باید بزرگتر یا مساوی λ_i باشد اسکالر سطح اعتبار است و معمولاً سطح اعتبار باید بیشتر از ۰.۵ باشد (Meng و Liu، ۲۰۰۷؛ Y. Zhang et al، ۲۰۱۲). علاوه بر این، برنامه نویسی محدودیت‌های شانس فازی باید به مدل قطعی تبدیل شود تا مدل بهینه‌سازی را ساده کند. قضیه ۱ برای تبدیل FCCP به موارد مشابه خود استفاده می‌شود.

قضیه ۱ فرض کنید \bar{k}_i یک عدد فازی مثلثی مستقل $(k_j^1; k_j^2; k_j^3)$ باشد و مستقل باشد. و عدد فازی مثلثی مستقل (s_o^1, s_o^2, s_o^3) باشد. علاوه بر این، برای هر سطح اعتبار معین $\alpha \in [0.5, 1]$.

(۱۰)

$$Cr \left\{ \sum_j^n u_j \bar{k}_j / \sum_o^n h_o \bar{s}_o \leq c \right\} \geq \alpha$$

اگر و فقط اگر

$$\frac{(2\alpha-1)\Sigma_j^n u_i k_i^3 + 2(1-\alpha)\Sigma_i^n u_j k_i^2}{(2\alpha-1)\Sigma_o^n h_o s_o^1 + 2(1-\alpha)\Sigma_o^n h_o s_o^2} \leq c \quad (11)$$

$$Cr \left\{ \sum_j^n u_j \bar{k}_j / \sum_o^n h_o \bar{s}_o \geq c \right\} \geq \alpha$$

اگر و فقط اگر

$$\frac{(2\alpha-1)\Sigma_j^n u_i k_i^1 + 2(1-\alpha)\Sigma_j^n u_i k_i^2}{(2\alpha-1)\Sigma_o^n h_o s_o^3 + 2(1-\alpha)\Sigma_o^n h_o s_o^2} \leq c$$

با توجه به مفهوم $FCCP$ ، مدل های (۲)، (۳)، (۴)، و (۵) را می توان به صورت زیر به مدل محدود اعتبار تبدیل کرد:

$$(12)$$

$$\max \theta_{IDMU}$$

مشروط به:

$$Cr \left\{ \frac{\sum_{r=1}^m u_r \bar{y}_r^{max}}{\sum_{i=1}^n h_i \bar{x}_i^{min}} \geq \theta_{IDMU} \right\} \geq \alpha$$

$$\left\{ \frac{\sum_{r=1}^m u_r \bar{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^n h_i \bar{x}_{ij}} \leq 1 \right\} \geq \beta_j, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

$$(13)$$

$$\max \theta_j$$

مشروط به:

$$\left\{ \frac{\sum_{r=1}^m u_r \bar{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^n h_i \bar{x}_{ij}} \geq \theta_j \right\} \geq \alpha$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{min} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{ADMU}^* x_i^{max}) = 0$$

$$\left\{ \frac{\sum_{r=1}^m u_r \bar{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^n h_i \bar{x}_{ij}} \leq 1 \right\} \geq \beta_j, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

(۱۴)

$$\min \varphi_{ADMU}$$

مشروط به:

$$\left\{ \frac{\sum_{r=1}^m u_r \bar{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^n h_i \bar{x}_{ij}} \geq 1 \right\} \geq \beta_j, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

(۱۵)

$$\min \varphi_J$$

مشروط به:

$$\left\{ \frac{\sum_{r=1}^m u_r \bar{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^n h_i \bar{x}_{ij}} \leq \varphi_J \right\} \geq \alpha$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{\min} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{ADMU}^* x_i^{\max}) = 0$$

$$\left\{ \frac{\sum_{r=1}^m u_r \bar{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^n h_i \bar{x}_{ij}} \geq 1 \right\} \geq \beta_j, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

با توجه به قضایای ۱، مدل (۱۴)، (۱۵)، (۱۶)، و (۱۷) به صورت زیر به مدل‌های ترد معادل تبدیل می‌شوند:

(۱۶)

$$\max \theta_{IDMU}$$

مشروط به:

$$\frac{(2\alpha - 1)\sum_r^m u_r y_r^{1\max} + 2(1 - \alpha)\sum_r^m u_r y_r^{2\max}}{(2\alpha - 1)\sum_i^n v_i x_i^{3\min} + 2(1 - \alpha)\sum_i^n v_i x_i^{2\min}} \geq \theta_{IDMU}$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

(۱۷)

$$\max \theta_j$$

مشروط به:

$$\frac{(2\alpha - 1)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^1 + 2(1 - \alpha)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^2}{(2\alpha - 1)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^3 + 2(1 - \alpha)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^2} \geq \theta_j$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{2^{max}} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{IDMU}^* x_i^{2^{min}}) = 0$$

$$\frac{(2\beta_j - 1)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^3 + 2(1 - \beta_j)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^2}{(2\beta_j - 1)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^1 + 2(1 - \beta_j)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^2} \leq 1, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

(۱۸)

$$\min \varphi_{ADMU}$$

مشروط به:

$$\frac{(2\alpha - 1)\Sigma_r^m u_r y_r^{3^{min}} + 2(1 - \alpha)\Sigma_r^m u_r x_r^{2^{min}}}{(2\alpha - 1)\Sigma_i^n v_i x_i^{1^{max}} + 2(1 - \alpha)\Sigma_i^n v_i x_i^{2^{max}}} \leq \varphi_{ADMU}$$

$$\frac{(2\beta_j - 1)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^1 + 2(1 - \beta_j)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^2}{(2\beta_j - 1)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^3 + 2(1 - \beta_j)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^2} \geq 1, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

(۱۹)

$$\min \varphi_j$$

مشروط به:

$$\frac{(2\alpha - 1)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^3 + 2(1 - \alpha)\Sigma_r^m u_r x_{rj}^2}{(2\alpha - 1)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^1 + 2(1 - \alpha)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^2} \leq \varphi_j$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{2^{min}} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{ADMU}^* x_i^{2^{max}}) = 0$$

$$\frac{(2\beta_j - 1)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^1 + 2(1 - \beta_j)\Sigma_r^m u_r y_{rj}^2}{(2\beta_j - 1)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^3 + 2(1 - \beta_j)\Sigma_i^n v_i x_{ij}^2} \geq 1, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

مدل (۱۶)، (۱۷)، (۱۸)، و (۱۹) معادل مدل زیر است:

(۲۰)

$$\theta_{IDMU} = \max(2\alpha - 1) \sum_r^m u_r y_r^{1max} + 2(1 - \alpha) \sum_r^m u_r y_r^{2max}$$

مشروط به:

$$(2\alpha - 1) \sum_i^m v_i x_i^{3min} + 2(1 - \alpha) \sum_i^n u_i y_i^{2min} = 1$$

$$(2\beta_j - 1) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^3 - \sum_i^n v_i x_{ij}^1 \right) + 2(1 - \beta_j) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^2 - \sum_i^n v_i x_{ij}^2 \right) \leq 0, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

جدول ۲ نتایج به دست آمده با مراجعه به معادلات ۱۶ تا ۲۰ است که نشان می دهد با افزایش سطح اعتبار، امتیاز کارایی هر DMU کاهش می یابد. نتایج همچنین نشان داد که قدرت تمایز به طور قابل توجهی در این مرحله بهبود یافته است زیرا تمام DMU ها به طور کامل در هر سطح اعتبار رتبه بندی می شوند. دلیل واقعی برای بهبود قدرت تمایز این است که در این مدل پیشنهادی، داده های خروجی با اعمال هر دو شاخص RC و پارامترهای سطح اعتبار حفظ می شوند. بنابراین، نتایج بسیار متمایز بدون از دست دادن اطلاعات تولید می شوند.

(۲۱)

$$\theta_j = \max(2\alpha - 1) \sum_r^m u_r y_{rj}^1 + 2(1 - \alpha) \sum_r^m u_r y_{rj}^2$$

مشروط به:

$$(2\alpha - 1) \sum_i^m v_i x_{ij}^3 + 2(1 - \alpha) \sum_i^n v_i x_i^2 = 1$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{2max} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{IDMU}^* x_i^{2min}) = 0$$

$$(2\beta_j - 1) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^3 - \sum_i^n v_i x_{ij}^1 \right) + 2(1 - \beta_j) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^2 - \sum_i^n v_i x_{ij}^2 \right) \leq 0, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

(۲۲)

$$\theta_{ADMU} = \min(2\alpha - 1) \sum_r^m u_r y_r^{3min} + 2(1 - \alpha) \sum_r^m u_r y_r^{2min}$$

مشروط به:

$$(2\alpha - 1) \sum_i^n v_i x_i^{1max} + 2(1 - \alpha) \sum_i^n v_i x_i^{2max} = 1$$

$$(2\beta_j - 1) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^1 - \sum_i^n v_i x_{ij}^3 \right) + 2(1 - \beta_j) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^2 - \sum_i^n v_i x_{ij}^2 \right) \geq 0, \forall j$$

(۲۳)

$$\theta_j = \min(2\alpha - 1) \sum_r^m u_r y_{rj}^3 + 2(1 - \alpha) \sum_r^m u_r y_{rj}^2$$

مشروط به:

$$(2\alpha - 1) \sum_i^n v_i x_i^1 + 2(1 - \alpha) \sum_i^n v_i x_i^2 = 1$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_r^{2max} - \sum_{i=1}^n v_i (\theta_{ADMU}^* x_i^{2max}) = 0$$

$$(2\beta_j - 1) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^1 - \sum_i^n v_i x_{ij}^3 \right) + 2(1 - \beta_j) \left(\sum_r^m u_r y_{rj}^2 - \sum_i^n v_i x_{ij}^2 \right) \geq 0, \forall j$$

$$v_i, u_r \geq 0. \quad \forall i, r$$

با توجه به مدل فوق، یک روش جدید تصمیم گیری با استفاده از اعتبار DEA فازی محدود و شاخص RC را می توان به صورت زیر خلاصه کرد.

مرحله ۱: امتیاز کارایی $IDMU$ را از طریق حل مدل (۱۶) یا (۲۰) تعیین کنید.

مرحله ۲: امتیاز کارایی DMU ها را در مقایسه با امتیاز $IDMU$ از طریق حل مدل (۱۷) یا (۲۱) تعیین کنید.

مرحله ۳: امتیاز کارایی $ADMU$ را از طریق حل مدل (۱۸) یا (۲۲) تعیین کنید.

مرحله ۴: امتیاز کارایی DMU ها را در مقایسه با امتیاز $ADMU$ از طریق حل مدل (۱۹) یا (۲۳) تعیین کنید.

مرحله ۵: DMU ها را با RC از طریق مدل حل (۶) رتبه بندی کنید.

۴ مثال عددی و توضیحات

در این بخش با استفاده از دو مثال عددی به ارائه تصویر مدل پیشنهادی می پردازیم. مثال اول یک مسئله ساده و مثال دوم یک مسئله پیچیده است. علاوه بر این، مجموعه داده ها از اعداد تصادفی گرفته شده است. مرحله ۱ تا مرحله ۴ توسط نرم افزار $GAMS$ ($general algebraic modeling system$) محاسبه شده و مرحله ۵ را $MS-Excel$ حل کرده است. در محاسبه، سطح اعتبار باید با همان سطح ($\beta_j = \alpha$) برآورده شود.

مثال ۱

این وضعیت دارای پنج DMU است که هر DMU از دو ورودی فازی (\bar{x}_{ij}) و دو خروجی فازی (\bar{y}_{rj}) تشکیل شده است. علاوه بر این، مجموعه داده ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

نتیجه رویکرد پیشنهادی با سطوح اعتبار متفاوت (۰.۶، ۰.۷، ۰.۸، ۰.۹، و ۱) در جدول ۲ ارائه شده است. با مجموعه $\beta_j = \alpha = 0.6$ ، ترتیب رتبه بندی زیر به دست آمد: $DMU1 > DMU4 > DMU5 > DMU2 > DMU3$ ، که در آن ">" نشان از "بزرگتر" است. علاوه بر این، رتبه بندی هر DMU با افزایش سطح اعتبار به ۰.۷، ۰.۸، ۰.۹ و ۱ یکسان است. لازم به ذکر است که اگر امتیاز θ_{IDMU} با افزایش سطح اعتبار کاهش یابد، در حالی که امتیاز ϕ_{ADMU} با افزایش سطح اعتبار همانطور که در جدول ۳ نشان داده شده است افزایش می یابد.

مثال ۲

این وضعیت دارای سی و سه DMU است که هر DMU از پنج ورودی فازی (\bar{x}_{ij}) و دو خروجی فازی (\bar{y}_{rj}) تشکیل شده است. علاوه بر این، مجموعه داده ها در جدول ۳ نشان داده شده است.

نتیجه رویکرد پیشنهادی با سطوح اعتبار متفاوت (۰.۶، ۰.۷، ۰.۸، ۰.۹ و ۱) در جدول ۴ ارائه شده است. در جدول ۴ به وضوح مشاهده می شود که رتبه بندی DMU تغییر می کند و ناشی از سطح اعتبار است. با این حال، رتبه بندی مختلف DMU چندان قابل توجه نیست و با این رویکرد می توان تشخیص داد که کدام DMU بهترین یا بدترین است. علاوه بر این، مانند مثال ساده، امتیاز θ_{IDMU} با افزایش سطح اعتبار کاهش می یابد، در حالی که امتیاز ϕ_{ADMU} با افزایش سطح اعتبار افزایش می یابد. شکل های ۱ و ۲ رابطه دقیق بین امتیاز RC و سطوح اعتبار را در تعداد مختلف DMU نشان می دهد.

جدول ۱. نمونه ای از داده های ساده مورد استفاده در روش توسعه یافته در این مقاله را نشان می دهد. مجموعه داده های مورد استفاده در این تحقیق شامل ۵ کاندید DMU با دو ورودی فازی و دو خروجی فازی به عنوان معیار انتخاب بود. ۱ داده های ۵ DMU با ۲ ورودی فازی و ۲ خروجی فازی به شرح زیر است:

DMU	\bar{x}_{1j}			\bar{x}_{2j}			\bar{y}_{1j}			\bar{y}_{2j}		
	x_{1j}^1	x_{1j}^2	x_{1j}^3	x_{2j}^1	x_{2j}^2	x_{2j}^3	y_{1j}^1	y_{1j}^2	y_{1j}^3	y_{2j}^1	y_{2j}^2	y_{2j}^3
1	2	3	4	2	3	4	9	10	11	9	10	11
2	2	3	4	4	5	6	7	8	9	7	8	9
3	4	5	6	2	3	4	5	6	7	7	8	9
4	2	3	4	2	3	4	9	10	11	7	8	9
5	4	5	6	4	5	6	5	6	7	5	6	7
IDMU	x_1^{1min}	x_1^{2min}	x_1^{3min}	x_2^{1min}	x_2^{2min}	x_2^{3min}	y_1^{1max}	y_1^{2max}	y_1^{3max}	y_2^{1max}	y_2^{2max}	y_2^{3max}
	2	3	4	2	3	4	9	10	11	9	10	11
ADMU	x_1^{1max}	x_1^{2max}	x_1^{3max}	x_2^{1max}	x_2^{2max}	x_2^{3max}	y_1^{1min}	y_1^{2min}	y_1^{3min}	y_2^{1min}	y_2^{2min}	y_2^{3min}
	4	5	6	4	5	6	5	6	7	5	6	7

نتایج شبیه‌سازی با مجموعه داده‌های اندازه کوچک نشان می‌دهد که هر DMU الگوی خطی یکسانی در امتیاز RC دارد که سطح اعتبار ۰.۱ افزایش یابد. این نتیجه با مطالعه $Zhang$ و Guo (۲۰۱۷) مطابقت دارد که دریافتند نتایج در سطوح مختلف اعتبار در راه‌حل‌های تصمیم‌گیری انعطاف‌پذیر متفاوت است. سایر مطالعات مرتبط نیز نشان می‌دهند که تصمیم‌گیری بهینه را می‌توان با استفاده از ترکیب سطوح مختلف اعتبار به دست آورد. ($Li et al$ ۲۰۱۵)

نتایج شبیه‌سازی با استفاده از ۳۳ DMU در سطوح مختلف اعتبار، منجر به تنوع امتیازات RC می‌شود (شکل ۲). افزایش ارزش سطح اعتبار از ۰.۶ به ۱ یک شاخص RC پایین‌تر را تولید می‌کند، در حالی که الگوی نمودارها برای هر مقدار از سطح اعتبار در مورد همان مقدار امتیاز RC در DMU ها مانند DMU ۱ و DMU ۲ که دارای امتیاز RC یکسان (۰.۷۶۵) در سطح اعتبار ۰.۶ هستند، تصمیم‌گیری با افزایش سطح اعتبار حاصل می‌شود. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، با افزایش سطح اعتبار به ۰.۷، امتیاز RC از DMU ۱ به ۰.۶۷۴ کاهش می‌یابد و DMU ۲ دارای ارزش ۰.۶۵۳ است. بنابراین، پس از تغییر سطح اعتبار، فرآیند تصمیم‌گیری آسان‌تر خواهد بود.

این یافته‌ها با نتایج مطالعات مربوطه قبلی مطابقت دارد که نشان دهنده سطح اعتبار عملکرد در فرآیند تصمیم‌گیری برای موارد مختلف کاربردها مانند صنعت تولید برای فرآیند انتخاب جوش ($Wardana et al$ ، ۲۰۲۰) و در صنعت کشاورزی برای آب است. تخصیص ($Zamani et al$ ، ۲۰۲۰؛ $C.Zhang$ و Gui ، ۲۰۱۷). همچنین $Fasanghari et al$ (۲۰۱۵) که مفهوم مدل تجزیه و تحلیل پاکت داده (DEA) را در معماری سازمانی (EA) با برنامه محدود اعتبار فازی گنجانده بود، دریافت که این مدل راه حل مفیدی برای مسائل تصمیم‌گیری عدم قطعیت در مقیاس بزرگ ارائه می‌دهد. در مدل این مقاله، شاخص RC پارامتری برای تغییر مقدار سطح اعتبار خواهد بود. از آنجایی که ارزش امتیازات RC برای همه DMU ها متفاوت است، برای تصمیم‌گیری نیازی به تغییر سطح اعتبار نیست.

Table 2. The RC score of 5 DMUs under a different credibility level

DMUs	$\alpha = \theta_j = 0.6$				$\alpha = \theta_j = 0.7$		$\alpha = \theta_j = 0.8$		$\alpha = \theta_j = 0.9$		$\alpha = \theta_j = 1$	
	θ_j	φ_j	RC	Rank	RC	Rank	RC	Rank	RC	Rank	RC	Rank
1	0.068	4.057	0.9835	1	0.9783	1	0.9789	1	0.9820	1	0.9860	1
2	0.227	1.861	0.8913	3	0.8999	3	0.9141	3	0.9298	3	0.9449	3
3	0.229	1.126	0.8310	4	0.8449	4	0.8672	4	0.8917	4	0.9156	4
4	0.07	3.037	0.9775	2	0.9709	2	0.9721	2	0.9765	2	0.9818	2
5	0.56	1.122	0.6671	5	0.7250	5	0.7800	5	0.8305	5	0.8740	5
θ_{DMU}	0.841				0.706		0.591		0.493		0.409	
	1.158				1.342		1.556		1.806		2.100	

Table 3. Data of 33 DMUs with five fuzzy inputs and two fuzzy outputs as follows

		DMU															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
\tilde{x}_{1j}	x_{1j}^1	5	0	5	6	5	8	9	6	3	2	6	3	5	9	0	7
	x_{1j}^2	6	1	6	7	6	9	10	7	4	3	7	4	6	10	1	8
	x_{1j}^3	7	2	7	8	7	10	11	8	5	4	8	5	7	11	2	9
\tilde{x}_{2j}	x_{2j}^1	0	9	8	8	5	3	9	8	3	1	4	7	4	7	3	3
	x_{2j}^2	1	10	9	9	6	4	10	9	4	2	5	8	5	8	4	4
	x_{2j}^3	2	11	10	10	7	5	11	10	5	3	6	9	6	9	5	5
\tilde{x}_{3j}	x_{3j}^1	8	7	7	0	9	8	7	1	7	9	0	0	1	7	7	5
	x_{3j}^2	9	8	8	1	10	9	8	2	8	10	1	1	2	8	8	6
	x_{3j}^3	10	9	9	2	11	10	9	3	9	11	2	2	3	9	9	7
\tilde{x}_{4j}	x_{4j}^1	0	1	2	2	2	3	0	5	3	9	9	3	8	6	9	1
	x_{4j}^2	1	2	3	3	3	4	1	6	4	10	10	4	9	7	10	2
	x_{4j}^3	2	3	4	4	4	5	2	7	5	11	11	5	10	8	11	3
\tilde{x}_{5j}	x_{5j}^1	1	5	3	9	6	3	6	5	4	3	4	8	8	9	3	4
	x_{5j}^2	2	6	4	10	7	4	7	6	5	4	5	9	9	10	4	5
	x_{5j}^3	3	7	5	11	8	5	8	7	6	5	6	10	10	11	5	6
\tilde{y}_{1j}	y_{1j}^1	22	45	20	48	44	28	47	21	21	44	42	20	30	43	23	37
	y_{1j}^2	23	46	21	49	45	29	48	22	22	45	43	21	31	44	24	38
	y_{1j}^3	24	47	22	50	46	30	49	23	23	46	44	22	32	45	25	39
\tilde{y}_{2j}	y_{2j}^1	23	40	31	22	40	34	31	36	49	24	26	32	30	41	39	19
	y_{2j}^2	24	41	32	23	41	35	32	37	50	25	27	33	31	42	40	20
	y_{2j}^3	25	42	33	24	42	36	33	38	51	26	28	34	32	43	41	21

(Continued)

Table 3. (Continued)

		DMU																				
		1		2	3	4	5		6	7	8		9	10	11		12	13	14	15	16	
		DMU																IDMU		ADMU		
		17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33				
\tilde{x}_{1j}	x_{1j}^1	4	2	6	1	8	8	1	2	7	3	9	4	6	3	4	1	7	x_1^{1min}	0	x_1^{1max}	9
	x_{1j}^2	5	3	7	2	9	9	2	3	8	4	10	5	7	4	5	2	8	x_1^{2min}	1	x_1^{2max}	10
	x_{1j}^3	6	4	8	3	10	10	3	4	9	5	11	6	8	5	6	3	9	x_1^{3min}	2	x_1^{3max}	11
\tilde{x}_{2j}	x_{2j}^1	6	8	7	9	3	2	3	9	9	4	6	6	2	7	5	0	2	x_2^{1min}	0	x_2^{1max}	9
	x_{2j}^2	7	9	8	10	4	3	4	10	10	5	7	7	3	8	6	1	3	x_2^{2min}	1	x_2^{2max}	10
	x_{2j}^3	8	10	9	11	5	4	5	11	11	6	8	8	4	9	7	2	4	x_2^{3min}	2	x_2^{3max}	11
\tilde{x}_{3j}	x_{3j}^1	6	6	9	5	6	9	7	6	6	3	3	8	7	9	6	2	4	x_3^{1min}	0	x_3^{1max}	9
	x_{3j}^2	7	7	10	6	7	10	8	7	7	4	4	9	8	10	7	3	5	x_3^{2min}	1	x_3^{2max}	10
	x_{3j}^3	8	8	11	7	8	11	9	8	8	5	5	10	9	11	8	4	6	x_3^{3min}	2	x_3^{3max}	11
\tilde{x}_{4j}	x_{4j}^1	8	0	4	7	2	2	1	3	4	6	1	5	9	4	3	6	8	x_4^{1min}	0	x_4^{1max}	9
	x_{4j}^2	9	1	5	8	3	3	2	4	5	7	2	6	10	5	4	7	9	x_4^{2min}	1	x_4^{2max}	10
	x_{4j}^3	10	2	6	9	4	4	3	5	6	8	3	7	11	6	5	8	10	x_4^{3min}	2	x_4^{3max}	11
\tilde{x}_{5j}	x_{5j}^1	9	0	0	0	2	5	5	3	5	6	9	9	4	2	8	1	3	x_5^{1min}	0	x_5^{1max}	9
	x_{5j}^2	10	1	1	1	3	6	6	4	6	7	10	10	5	3	9	2	4	x_5^{2min}	1	x_5^{2max}	10
	x_{5j}^3	11	2	2	2	4	7	7	5	7	8	11	11	6	4	10	3	5	x_5^{3min}	2	x_5^{3max}	11
\tilde{y}_{1j}	y_{1j}^1	23	45	40	43	48	40	48	22	32	20	39	41	37	23	37	48	45	y_1^{1min}	48	y_1^{1max}	20
	y_{1j}^2	24	46	41	44	49	41	49	23	33	21	40	42	38	24	38	49	46	y_1^{2min}	49	y_1^{2max}	21
	y_{1j}^3	25	47	42	45	50	42	50	24	34	22	41	43	39	25	39	50	47	y_1^{3min}	50	y_1^{3max}	22
\tilde{y}_{2j}	y_{2j}^1	27	44	48	38	47	20	34	33	21	40	22	49	21	19	41	35	45	y_2^{1min}	49	y_2^{1max}	19
	y_{2j}^2	28	45	49	39	48	21	35	34	22	41	23	50	22	20	42	36	46	y_2^{2min}	50	y_2^{2max}	20

Table 4. The RC score of 33 DMUs under a different credibility level

DMUs	$\alpha = \theta_j = 0.6$				$\alpha = \theta_j = 0.7$		$\alpha = \theta_j = 0.8$		$\alpha = \theta_j = 0.9$		$\alpha = \theta_j = 1$	
	θ_j	φ_j	RC	Rank	RC	Rank	RC	Rank	RC	Rank	RC	Rank
1	0.825	1.802	0.2665	20	0.3167	22	0.3658	23	0.4148	24	0.4635	24
2	0.872	3.224	0.4393	5	0.5076	5	0.5666	5	0.6192	5	0.6659	5
3	0.471	1.65	0.2248	32	0.2716	32	0.3194	32	0.3685	32	0.4184	32
4	0.899	1.837	0.2762	17	0.3326	17	0.3873	17	0.4398	17	0.4899	18
5	0.681	3.217	0.4253	6	0.4887	7	0.5460	7	0.5987	8	0.6467	8
6	0.578	2.264	0.3167	15	0.3736	16	0.4285	16	0.4816	16	0.5334	16
7	0.725	2.524	0.3570	13	0.4243	13	0.4856	13	0.5403	13	0.5904	13
8	0.868	1.732	0.2579	24	0.3095	24	0.3585	25	0.4075	25	0.4563	25
9	0.905	1.829	0.2753	18	0.3301	19	0.3806	19	0.4316	19	0.4830	20
10	0.445	1.988	0.2732	19	0.3305	18	0.3863	18	0.4398	18	0.4918	17
11	0.747	2.141	0.3108	16	0.3752	15	0.4331	15	0.4886	15	0.5386	15
12	0.865	1.654	0.2450	26	0.2951	26	0.3444	26	0.3934	26	0.4420	26
13	0.633	2.412	0.3381	14	0.4008	14	0.4589	14	0.5118	14	0.5621	14
14	0.486	3.273	0.4176	8	0.4774	10	0.5332	10	0.5856	10	0.6342	10
15	0.624	1.819	0.2582	23	0.3147	23	0.3704	22	0.4235	22	0.4738	22
16	0.753	1.737	0.2524	25	0.3090	25	0.3625	24	0.4155	23	0.4677	23
17	0.346	1.8	0.2417	28	0.2891	29	0.3372	29	0.3865	28	0.4361	28
18	0.902	3.584	0.4727	2	0.5400	2	0.5994	2	0.6514	2	0.6971	2
19	0.69	3.073	0.4125	10	0.4817	8	0.5445	8	0.5993	7	0.6476	7
20	0.681	3.068	0.4114	11	0.4789	9	0.5405	9	0.5956	9	0.6444	9
21	0.907	3.809	0.4908	1	0.5587	1	0.6167	1	0.6650	1	0.7081	1
22	0.603	1.674	0.2348	31	0.2894	28	0.3382	28	0.3852	29	0.4324	30
23	0.903	3.013	0.4214	7	0.4901	6	0.5522	6	0.6081	6	0.6579	6

24	0.578	1.739	0.2437	27	0.2926	27	0.3416	27	0.3907	27	0.4399	27
25	0.395	1.74	0.2352	30	0.2827	31	0.3304	31	0.3788	31	0.4280	31
26	0.704	1.839	0.2655	22	0.3195	21	0.3741	21	0.4290	20	0.4835	19
27	0.758	1.826	0.2665	21	0.3224	20	0.3764	20	0.4270	21	0.4761	21
28	0.652	3.141	0.4164	9	0.4770	11	0.5331	11	0.5853	11	0.6336	11
29	0.386	1.747	0.2358	29	0.2851	30	0.3341	30	0.3837	30	0.4333	29
30	0.296	1.581	0.2064	33	0.2504	33	0.2962	33	0.3434	33	0.3914	33
31	0.683	2.957	0.4007	12	0.4609	12	0.5176	12	0.5708	12	0.6206	12
32	0.903	3.287	0.4472	4	0.5180	4	0.5814	3	0.6375	3	0.6873	3
33	0.703	3.574	0.4577	3	0.5208	3	0.5780	4	0.6300	4	0.6770	4
θ_{IDMU}	4.298				3.475		2.862		2.387		2.01	
φ_{ADMU}	0.54				0.577		0.616		0.657		0.701	

۵ نتیجه گیری

برای مقابله با داده های عدم قطعیت، تئوری مجموعه های فازی برای ترکیب با شاخص DEA و RC یکپارچه پیشنهاد شد. علاوه بر این، این مقاله از برنامه ریزی محدودیت اعتبار برای حل رویداد فازی استفاده می کند و در نهایت روش مورد استفاده، اعتبار محدود DEA فازی و شاخص RC است. دو مورد ساده و پیچیده برای نشان دادن اجرا و تفسیر نتیجه با سطح اعتبار متفاوت ارائه شده است. سطح اعتبار رویکرد پیشنهادی، انعطاف پذیری را برای تصمیم گیرندگان فراهم می کند تا سطح اعتبار قابل قبول خود را در تصمیم گیری تعیین کنند. علاوه بر این، داده های خروجی حفظ شده که با ادغام شاخص RC و سطح اعتبار در این مقاله به کار می روند، دلیل بهبود توان تمایز هستند. برای مطالعه بیشتر، تعداد شبیه سازی تجربی برای آزمایش روش پیشنهادی برای نتایج قوی تر مفید خواهد بود. از نظر داده های ورودی و خروجی که شرایطی هستند که در این مطالعه ارائه می شوند، شبیه سازی تجربی بیشتر ممکن است بر نتایج شرایطی تمرکز کند که داده های ورودی یا خروجی ارائه نمی شوند.

Figure 1. Relationship between credibility level and RC score.

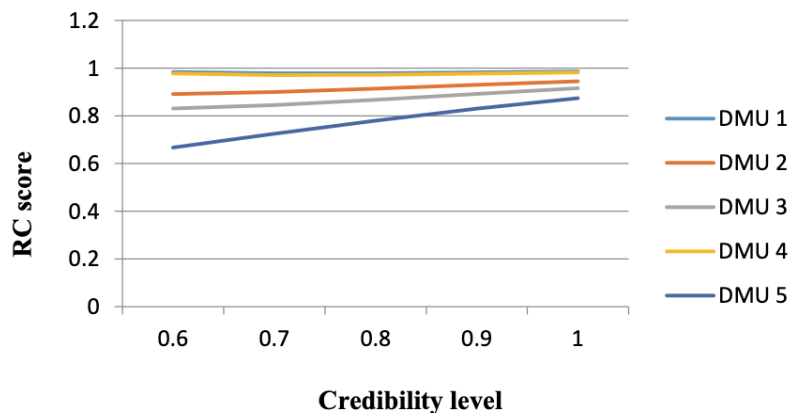
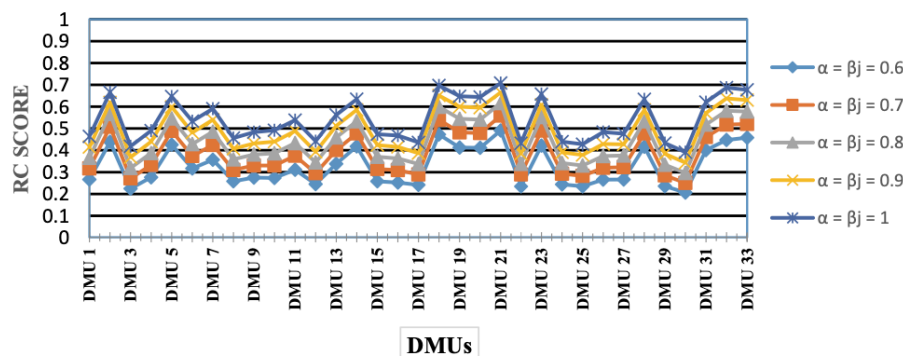


Figure 2. Pattern of the RC score in the different level of credibility.



Rahmad Wisnu Wardana¹ Ilyas Masudin² E-mail: masudin@umm.ac.id

Dian Palupi Restuputri³ E-mail: restuputri@umm.ac.id

Adhi Nugraha⁴ ^{1, 2, 3, 4} Industrial Engineering, University of Muhammadiyah Malang, Malang, Indonesia.

Cite this article as: A novel decision-making method using fuzzy DEA credibility constrained and RC index, Rahmad Wisnu Wardana, Ilyas Masudin, Dian Palupi Restuputri & Adhi Nugraha, *Cogent Engineering* (۲۰۲۱), ۸: ۱۹۱۷۳۳۸.

منابع

Calik, A., Pehlivan, N. Y., & Kahraman, C. (2018). An integrated fuzzy AHP/DEA approach for performance evaluation of territorial units in Turkey. *Technological and Economic Development of Economy*, 24(4), 1280–1302. <https://doi.org/10.3846/20294913.2016.1230563>

Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)

Fasanghari, M., Amalnick, M. S., Taghipour Anvari, R., & Razmi, J. (2015). A novel credibility-based group decision making method for enterprise architecture scenario analysis using data envelopment analysis. *Applied Soft Computing*, 32(July 2015), 347–368. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.03.052>

Hatami-Marbini, A., Tavana, M., Moradi, M., & Kangi, F. (2013). A fuzzy group Electre method for safety and health assessment in hazardous waste recycling facilities. *Safety Science*, 51(1), 414–426. <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2012.08.015>

Karami, S., Ghasemy Yaghin, R., & Mousazadegan, F. (2020). Supplier selection and evaluation in the garment supply chain: An integrated DEA-PCA- VIKOR approach. *The Journal of the Textile Institute*, 112(4), 1–18. <https://doi.org/10.1080/00405000.2020.1768771>

Kim, S., Warinsiriruk, E., & Joy-A-Ka, S. (2019, 11-13 Dec). Estimation of welding machine flexibility by using Data Envelopment Analysis (DEA) with Relative Closeness (RC). *Paper presented at the 2019 4th Technology Innovation Management and Engineering Science International Conference (TIMES-ICON)*. 1-5. Bangkok-Thailand. IEEE.

Lertworasirikul, S., Fang, S.-C., Joines, J. A., & Nuttle, H. L. (2003). Fuzzy data envelopment analysis (DEA): A possibility approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 139(2), 379–394. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(02\)00484-0](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(02)00484-0)

Li, X., & Liu, B. (2006). A sufficient and necessary condition for credibility measures. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 14(5), 527–535. <https://doi.org/10.1142/S0218488506004175>

Li, X., Lu, H., Li, J., Du, P., Xu, M., & He, L. (2015). A modified fuzzy credibility constrained programming approach for agricultural water resources management—A case study in Urumqi, China. *Agricultural Water Management*, 156(July), 79–89. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2015.03.005>

Liu, J. S., Lu, L. Y. Y., & Lu, W.-M. (2016). Research fronts in data envelopment analysis. *Omega*, 58(January), 33–45. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.04.004>

Meng, M., & Liu, Y. (2007). Fuzzy data envelopment analysis with credibility constraints. *Paper presented at the Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD 2007)*. 149-153. Hainan-China. IEEE.

Mirhedayatian, S. M., Vahdat, S. E., Jelodar, M. J., & Saen, R. F. (2013). Welding process selection for repairing nodular cast iron engine block by integrated fuzzy data envelopment analysis and TOPSIS approaches. *Materials & Design*, 43(January), 272–282. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2012.07.010>

- Mohaghar, A., Fathi, M. R., & Jafarzadeh, A. H. (2013). A supplier selection method using AR- DEA and Fuzzy VIKOR. *International Journal of Industrial Engineering*, 20(5–6), 387–400. <https://journals.sfu.ca/ijietap/index.php/ijie/article/view/683>
- Mousavi-Nasab, S. H., & Sotoudeh-Anvari, A. (2017). A comprehensive MCDM-based approach using TOPSIS, COPRAS and DEA as an auxiliary tool for material selection problems. *Materials & Design*, 121 (1), 237–253. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.02.041>
- Olfat, L., Amiri, M., Bamdad Soufi, J., & Pishdar, M. (2016). A dynamic network efficiency measurement of airports performance considering sustainable development concept: A fuzzy dynamic network-DEA approach. *Journal of Air Transport Management*, 57(October), 272–290. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2016.08.007>
- Olfat, L., & Pishdar, M. (2017). Interval type-2 fuzzy dynamic network data envelopment analysis with undesirable outputs considering double frontiers: An application to Iran airports' sustainability evaluation. *International Journal of Industrial Engineering*, 24(6), 635–662. <https://journals.sfu.ca/ijietap/index.php/ijie/article/view/3520>
- Shabani, A., Saen, R. F., & Torabipour, S. M. R. (2012). A new benchmarking approach in Cold Chain. *Applied Mathematical Modelling*, 36(1), 212–224. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.05.051>
- Wang, J.-T., & Jean, M.-D. (2006). Optimisation of cobalt-based hardfacing in carbon steel using the fuzzy analysis for the robust design. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 28 (9–10), 909–918. <https://doi.org/10.1007/s00170-004-2123-6>
- Wardana, R. W., Masudin, I., & Restuputri, D. P. (2020). A novel group decision-making method by P-robust fuzzy DEA credibility constraint for welding process selection. *Cogent Engineering*, 7(1), 1728057. <https://doi.org/10.1080/23311916.2020.1728057>
- Zamani, R., Ali, A. M. A., & Roozbahani, A. (2020). Evaluation of adaptation scenarios for climate change impacts on agricultural water allocation using Fuzzy MCDM methods. *Water Resources Management*, 34(3), 1093–1110. <https://doi.org/10.1007/s11269-020-02486-8>
- Zhang, C., & Guo, P. (2017). A generalized fuzzy credibility-constrained linear fractional programming approach for optimal irrigation water allocation under uncertainty. *Journal of Hydrology*, 553 (October), 735–749. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.08.008>
- Zhang, Y., Huang, G., Lin, Q., & Lu, H. (2012). Integer fuzzy credibility constrained programming for power system management. *Energy*, 38(1), 398–405. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2011.11.035>