ارزیابی کارایی تحت عدم قطعیت: یک DEA تصادفی رویکرد

دانشجو: شایان رادی

استاد: دکتر محسن رستمی مال خلیفه

کد دانشجو: ۹۷۰۰۸٦٦۳۲

ارزیابی کارایی تحت عدم قطعیت: یک DEA تصادفی رویکرد

P. Beraldi · M. E. Bruni

دریافت شده در ۴ سپتامبر ۲۰۱۹ و در ۱۶ جولای ۲۰۲۰ مورد قبول قرار گرفته است.

چکیده

در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های مرسوم (DEA) ، اندازه‌گیری کارایی با استفاده از داده های قطعی که معمولاً به مشاهدات گذشته اشاره می کنند، انجام می شود. با این حال، در بسیاری از زمینه های موثر، تصمیم گیرندگان برای پیش بینی عملکرد آینده برای برنامه‌ریزی و کنترل اهداف فراخوانده می شوند. در این مواقع، نادیده گرفتن ماهیت تصادفی داده ها ممکن است منجر به نتایج گمراه کننده شود. این مقاله یک رویکرد DEA تصادفی را بر اساس پارادایم محدود شانس پیشنهاد می کند و ریسک اندازه گیری ریسک بر حسب میانگین γ دنباله را محاسبه می کند. یک فرمول مجدد معادل قطعی با فرض توزیع های گسسته ارایه شده است. آزمایش های محاسباتی بر روی یک مطالعه موردی تجربی مرتبط با ارزیابی ریسک اعتباری انجام می شود. نتایج، اعتبار رویکرد پیشنهادی را به عنوان تکنیک ارزیابی پیشگیرانه نشان می دهند.

کلمه های کلیدی

تحلیل پوششی داده ها . محدودیت های احتمالی . ارزیابی کارآیی استوار · معیارهای دنباله

JEL Classification C۶

۱ مقدمه

اندازه گیری بهره وری یک موضوع حیاتی برای هر نوع کسب و کار یا سازمان است. این اجازه می دهد تا عملکرد یک شرکت را در فعالیت های ایجاد ارزش در مقایسه با سایر رقبا کمیت کنید. از زمان معرفی آن توسط Charne et al . (۱۹۷۸)، تجزیه و تحلیل پوششی داده ها (DEA) به عنوان یک رویکرد موثر برای اندازه گیری کارایی نسبی مجموعه همگن واحدهای تولیدی (که به عنوان واحدهای تصمیم گیری DMU نامیده می شوند) در تبدیل منابع متعدد، "ورودی ها" به نتایج چندگانه ، "خروجی ها" شناخته شده است. DMU ها با توجه به سطح کارایی رتبه بندی می شوند، طبق تعریف، مقداری بین ۰ و ۱، شناسایی بهترین عملکردها (با امتیاز ۱) و در نهایت راهبردهای بهبود احتمالی افراد کم کار را پیشنهاد می کند.

مدل‌های مرسوم DEA برای اندازه‌گیری عملکرد گذشته، با استفاده از مشاهدات تاریخی ورودی‌های مصرف‌شده و خروجی‌های تولید شده، طراحی شده‌اند. ارزیابی انجام شده بر روی داده های قطعی، که فرض می شود از قبل شناخته شده است، ممکن است منجر به نتایج گمراه کننده شود، به ویژه زمانی که عملکرد آینده باید برای اهداف برنامه ریزی و کنترل پیش بینی شود. در واقع، مشاهدات جدید می تواند بسیار متفاوت از مشاهدات قدیمی باشد، به خصوص زمانی که DMU ها در محیط های پر نوسان و رقابتی کار می کنند. در تمام این شرایط، نادیده گرفتن عدم قطعیت داده‌ها می‌تواند منجر به تخمین‌های مغرضانه به دلیل ماهیت نقطه‌ای شدید تکنیک DEA شود که اندازه‌گیری کارایی را نسبت به تغییرات داده‌ها معقول می‌کند.

همانطور که توسط Olsen و Petersen (۲۰۱۶) طبقه بندی شده است، دو جریان اصلی در ادبیات DEA وجود دارد که به موضوع اندازه گیری کارایی با داده های تصادفی می پردازد. در حالی که قبلی انحرافات از مرز تولید را به صورت تصادفی در نظر می گیرد (برای مثال به کار نماینده Rajiv و Banker ۱۹۹۳ مراجعه کنید)، بعدی داده های تصادفی را با توزیع های خاص در نظر می گیرد. در این مورد دوم، مدل DEA مربوطه به یک مسئله برنامه ریزی تصادفی تبدیل می شود (DEA-SDEA تصادفی). رویکرد پیشنهادی در این مقاله به جریان دوم تعلق دارد.

بیشتر مشارکت‌ها در SDEA بر پارادایم محدودیت‌های شانسی که توسط Charnes و Cooper (۱۹۵۹) معرفی شده‌اند، تکیه دارند. در این تنظیمات، نقض قیود تصادفی مجاز است به شرطی که با سطح احتمال پایین رخ دهد.

در دهه‌های گذشته، چندین فرمول تصادفی پیشنهاد شده‌اند که برای مدل اولیه قطعی DEA (شکل پوششی در مقابل ضرب‌کننده)، برای ماهیت محدودیت‌های شانس (جدا در مقابل مشترک)، و برای انتخاب تابع هدف (E-model در مقابل P-model) متفاوت هستند. به عنوان مثال، Land et al. (۱۹۹۳) مورد ورودی های قطعی و خروجی های تصادفی را تجزیه و تحلیل کرد و مدلی را پیشنهاد کرد که در آن محدودیت های شانس جداگانه بر فرم پوششی DEA اعمال می شود. این مدل حداکثر کردن سطح کارایی مورد انتظار (E-model) را در نظر می گیرد. بعداً Cooper et al. (۲۰۰۴) یک مدل الکترونیکی DEA با محدودیت شانس را پیشنهاد کرد که برای رسیدگی به تراکم اصلاح شده است. Olsen و Petersen (۱۹۹۵) یک مدل الکترونیکی را توسعه دادند که در آن محدودیت‌های شانس جداگانه بر فرم ضرب‌کننده DEA اعمال می‌شود. سایر فرمول‌های DEA محدود به شانس، حداکثر کردن احتمال (P-model) رویدادهای تصادفی مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها را در نظر می‌گیرند. به عنوان مثال، Cooper et al.

(۱۹۹۶)یک P-model محدودیت های شانس جداگانه در سطح کارایی هر DMU فرموله کرد. جنبه های اضافی SDEA نیز در (۱۹۸۷) Sengupta، Sueyoshi (۲۰۰۰) و Chang et al (۲۰۱۶)بررسی شده است تا به چند مورد اشاره کند. ما همچنین به مشارکت بسیار اخیر Kao و Liu (۲۰۱۹) اشاره می‌کنیم (همچنین به منابع آن مراجعه کنید)، که در آن نویسندگان یک مدل تصادفی را پیشنهاد می‌کنند که می‌تواند همبستگی بین عوامل ورودی و خروجی تصادفی را در نظر بگیرد. آنها هنوز فرض می کنند که متغیرهای تصادفی از توزیع نرمال پیروی می کنند و از تکنیک های استانداردسازی کلاسیک استفاده می کنند. راه‌حل مکرر مدل در یک رویکرد شبیه‌سازی ادغام می‌شود تا توزیع نمرات کارایی تصادفی را که می‌توان بر روی آن بسط‌های آماری انجام داد، استخراج کرد.

تمام مشارکت های ذکر شده بر این فرض تکیه می کنند که متغیرهای تصادفی از توزیع گاوسی پیروی می کنند. در مورد محدودیت‌های شانس جداگانه، این فرضیه اجازه می‌دهد تا با اتخاذ یک تکنیک استانداردسازی کلاسیک، فرمول مجدد معادل قطعی مدل‌های مربوطه را استخراج کنیم. مدل‌های به‌دست‌آمده یک اصطلاح انحراف استاندارد را ارائه می‌کنند که برای تغییرپذیری محاسبه می‌شود و بنابراین، به کلاس مسائل غیرخطی تعلق دارند.

مورد پیچیده تر محدودیت‌های شانس مشترک همچنان می‌تواند به طور قطعی در مورد مستقل، همانطور که در Cheng و Lisser (۲۰۱۲) نشان داده شده است، دوباره فرموله شود. خوانندگان علاقه مند به Chen و Zhu (۲۰۱۹) برای یک بحث کلی در مورد قابلیت حمل محاسباتی مدل های DEA محدود به شانس ارجاع داده می شوند.

در مقایسه با متغیرهای تصادفی پیوسته، مورد گسسته کمتر در ادبیات علمی بررسی شده است. در میان چند مشارکت، برونی و همکاران را ذکر می کنیم. (۲۰۰۹) که در آن نویسندگان یک فرمول تصادفی از یک مدل DEA را در فرم پوششی پیشنهاد می کنند. در اینجا، تحت همان فرض بر روی متغیر تصادفی، یک فرمول محدود شانس مشترک از مدل DEA در فرم ضرب‌کننده پیشنهاد می‌کنیم.

علاوه بر این ویژگی متمایز، مدل پیشنهادی ریسک را نیز در نظر می‌گیرد، موضوعی که در بسیاری از حوزه‌های کاربردی اهمیت حیاتی دارد. ما اشاره می کنیم که تنها چند مقاله، که همیشه برای مورد متغیرهای تصادفی توزیع شده گاوسی طراحی شده اند، به صراحت به موضوع ریسک می پردازند. به عنوان مثال، پیروی از رویکرد سنتی میانگین واریانس (Markowitz ۱۹۵۲؛ Post ۲۰۰۱) یک فرمول تصادفی را پیشنهاد کرد که در آن تابع هدف شامل یک عبارت تصحیح، حسابداری برای واریانس است که باید به حداقل برسد. Wu و Olson (۲۰۱۰) یک مدل DEA تصادفی را برای ارزیابی فروشندگان ارائه کردند که معیار ارزش در معرض خطر (VaR) را یکپارچه می کند (Rockafellar و Uryasev ۲۰۰۰). به عنوان یک چندک، VaR همچنان می تواند به عنوان محدودیت شانس نمایش داده شود و به همین ترتیب، به شکلی معادل قطعی بازنویسی شود. بعداً Wei et al. (۲۰۱۴) یک فرمول تصادفی با یک محدودیت قابلیت اطمینان ارائه کرد که به VaR مرتبط است. هدف این مدل تعیین بالاترین سطح بازدهی است که یک DMU معین می تواند برای یک مقدار قابلیت اطمینان ثابت به دست آورد.

اگرچه VaR به طور شهودی جذاب است، اما از کمبودهای بسیاری رنج می برد، از جمله عدم رسیدگی به ضررهایی که ممکن است فراتر از آستانه نشان داده شده توسط این معیار متحمل شوند. برای جبران این اشکالات، اندازه گیری CVaR همراه که توسط Rockafellar و Uryasev (۲۰۰۰) معرفی شده است پیشنهاد شده است: این امکان را برای کنترل مقدار مورد انتظار تلفات بیش از VaR با یک سطح احتمال معین فراهم می کند.

در مدل پیشنهادی، ما تلفات را در نظر نمی گیریم، اما به طور طبیعی تر، روی سطوح کارایی تصادفی تمرکز می کنیم. به طور خاص، ما به دنبال تابع چگالی کارایی با هدف کنترل بدترین نتایج کارایی نگاه می کنیم. ما یک معیار "ایمنی" را در نظر می گیریم (که باید حداکثر شود) برای کنترل میانگین عملکردی که می تولند در γ٪ از بدترین موارد تحقق یابد (به عنوان مثال، Ogryczak ۲۰۱۴ را ببینید). ما متذکر می شویم که یک تلاش اولیه برای معرفی این معیار در یک فرمول DEA مبتنی بر سناریو در مقاله کنفرانس ظاهر شد (Beraldi و Bruni ۲۰۱۲).

به طور خلاصه، مقاله به ادبیات علمی در مورد SDEA کمک می کند: (الف) یک فرمول محدود شانس برای حالت کلی متغیرهای تصادفی گسسته پیشنهاد می کند، (ب) به طور صریح با ریسک با معرفی معیار ایمنی میانگین γ-دنباله سروکار دارد.

بقیه مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: بخش ۲ مدل تصادفی پیشنهادی را معرفی می‌کند که در بخش توضیح داده شده است. ۳ برای متغیرهای تصادفی گسسته. بخش ۴ در مورد آزمایش های محاسباتی انجام شده در یک مطالعه موردی گزارش می دهد و استفاده از رویکرد را به عنوان ابزاری فعال برای کمک به تصمیم گیرنده در فرآیند ارزیابی مورد بحث قرار می دهد. برخی از ملاحظات و اظهارات نهایی در بخش ارائه شده است. ۵.

۲ توسعه مدل

فرض کنید به تعداد L تا DMU برای ارزیابی داریم و اینکه هر کدام از آن DMU l ها، از m نوع ورودی برای تولید n نوع خروجی استفاده می کند. با $x_{il}\ i=1,\dots,m$ و با $y_{jl}\ j=1,\dots,n$ ورودی i و j امین DMU را نشان می دهیم. برای هر DMU، سطح کارایی به عنوان مجموع وزنی خروجی ها روی ورودی ها محاسبه می شود. با استفاده از مدل ارائه شده توسط Charnes و همکاران. (۱۹۷۸)، کارایی نسبی یک DMU k، که با φ_k نشان داده می شود، می تواند با حل مدل تعیین شود:

۱.

$$\varphi_k = \max \frac{\sum_{j=1}^{n} y_{jk} u_j}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} w_i}$$

۲.

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} y_{jk} u_j}{\sum_{i=1}^{m} x_{ik} w_i} \leq 1 \quad l = 1, \dots, L$$

۳.

$$w_i, u_j \geq \epsilon \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n$$

در اینجا، w_i و u_j به ترتیب وزن‌های مرتبط با ورودی i و خروجی j را نشـان می‌دهند و ϵ یک عدد غیر ارشـمیدسـی اسـت که برای تحمیل اینکه تمام عوامل ورودی و خروجی باید در ارزیابی در نظر گرفته شوند، استفاده می‌شود. مدل برای هر DMU اجرا می شود و بر اساس توابع هدف بهینه، DMUها رتبه بندی می شـوند .DMU های کارآمد آنهایی هسـتند که به امتیازی برابر با ۱ دسـت می یابند. مدل کسـری (۱)-(۳) را می توان با اسـتفاده از تکنیک جایگزینی متغیر کلاسیک به یک مسئله برنامه ریزی خطی تبدیل کرد:

.۴

$$\varphi_k = max\sum_{j=1}^{n} y_{jk}u_j$$

.۵

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ik}w_i = 1$$

.۶

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk}u_j - \sum_{i=1}^{m} x_{ik}w_i \leq 0 \; l = 1, \dots, L$$

.۷

$$w_i, u_j \geq \epsilon \quad , i = 1, \dots, m \quad , j = 1, \dots, n$$

تزریق عدم قطعیت داده ها، کارایی DEA را به عنوان رویکرد ارزیابی عملکرد تقویت می کند و مشـــکل را چالش برانگیزتر می کند. همانطور که در ســـایر فرمول‌های SDEA رایج است، از این پس، فرض می‌کنیم که داده‌های ورودی قطعی هستند، در حالی که خروجی‌ها نامشخص هستند و به عنوان متغیرهای تصادفی تعریف شده در یک فضای احتمال معین (Ω، $\mathfrak{J}$ ، P) نشان داده می‌شوند. به طور خاص، ما با$y_{jl}(\omega)$ ، j امین سطح خروجی تصادفی از DMU l را نشان می دهیم. معرفی داده های تصادفی ماهیت مسئله را اصلاح می کند و نیاز به تعریف مجدد مناسب از شرایط امکان سنجی و بهینه دارد.
ما محدودیت‌های تصادفی را با پارادایم محدودیت‌های شانس مدیریت می‌کنیم. به طور رسمی تر (۶) را می توانیم اینگونه بیان کنیم:

.۸

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} y_{jl}(\omega)u_j \; - \sum_{i=1}^{m} x_{jl}\omega_i \; \leq 0 \; , l = 1, \dots, L\right) \geq \alpha$$

جایی که α نشان دهنده یک سطح اطمینان معین در رضایت محدودیت ها است.
همانطور که در بخش برجسته شده است. ۱، بیشتر مشارکت های ارائه شده در ادبیات علمی با (۸) تحت مفروضات توزیع گاوسی و محدودیت های شانس جداگانه ای که به صورت جداگانه بر هر DMU l اعمال می شود (در نهایت با سطح قابلیت اطمینان متفاوت α_l) سر و کار دارند. در این مورد، یک فرمول مجدد معادل قطعی را می توان با استفاده از تکنیک استانداردسازی کلاسیک به دست آورد:

.۹

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{y}_{jl}u_j \; - \sum_{i=1}^{m} x_{jl}\omega_i \; + \phi^{-1}(\alpha_l)\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{r=1}^{n} \sigma_{jr}^{l}u_j u_r} \leq 0 \; , l = 1, \dots, L$$

که در آن برای هر DMU l، y_{jl} مقدار مورد انتظار j–امین خروجی و σ_{jr}^{l} نشـان‌دهنده کوواریانس بین خروجی‌های j و r اسـت. در نهایت، $\Phi^{-1}(\alpha l)$ نشان دهنده α_l چندک تابع توزیع نرمال استاندارد است.

در این مقاله، فرض می کنیم که متغیرهای تصادفی به صورت گسسته توزیع شده اند. توجه می‌کنیم که توزیع‌های گسسته در بسیاری از کاربردهای دنیای واقعی به‌طور طبیعی یا به‌عنوان تقریب تجربی از توزیع‌های پیوسته به دست می‌آیند، برای مثال، با گرفتن نمونه‌های مونت کارلو از توزیع‌های عمومی. علاوه بر این، تحت این فرض، یک فرمول مجدد معادل قطعی را می توان برای مورد کلی تر از محدودیت های احتمالی مشترک که لزوما مستقل نیستند، همانطور که در بخش توضیح داده شده است، به دست آورد. ۳.

علاوه بر محدودیت ها، عدم قطعیت باید در تابع هدف نیز به کار گرفته شـود. در حالی که به طور سـنتی، مقدار مورد انتظار (E–model) یا محتمل ترین مقدار (P–model) سطح کارایی در مدل های SDEA استفاده شده است، فرمول پیشنهادی شامل یک اندازه گیری ریسک است. به طور خاص، ما بر روی دنباله توزیع کارایی با هدف کنترل سطح کارایی مورد انتظار که می تواند برای اندازه مشخص (چندک) γ از بدترین موارد به دست آید، تمرکز می کنیم.
به طور رسمی تر، اندازه گیری در نظر گرفته شده، شناخته شده به عنوان دنباله γ–mean (Ogryczak و Ruszczynski ۲۰۰۲ a)، می تواند به این صورت تعریف شود:

.۱۰

$$E_{\gamma}[\varphi(\omega)] = E[\varphi(\omega)|\varphi(\omega) \leq F_{\varphi}^{(-1)}(\gamma)]$$

در جایی که برای سهولت علامت گذاری، زیرنویس k را با $\varphi(\omega)$ حذف می کنیم. در (۱۰)، $IE[0]$ عملگر مقدار مورد انتظار را نشان می‌دهد و $F_{\gamma}^{(-1)}$، چندک-γ تابع توزیع تجمعی بازده است، یعنی $F_{\varphi}(\eta) = P(\varphi(\omega) \leq \eta)$.

متذکر می شویم که برخلاف معیارهای انحرافی که با هدف کنترل تلفات به حداقل می رسد، دنباله میانگین-γ در نظر گرفته شده در اینجا باید حداکثر شود.

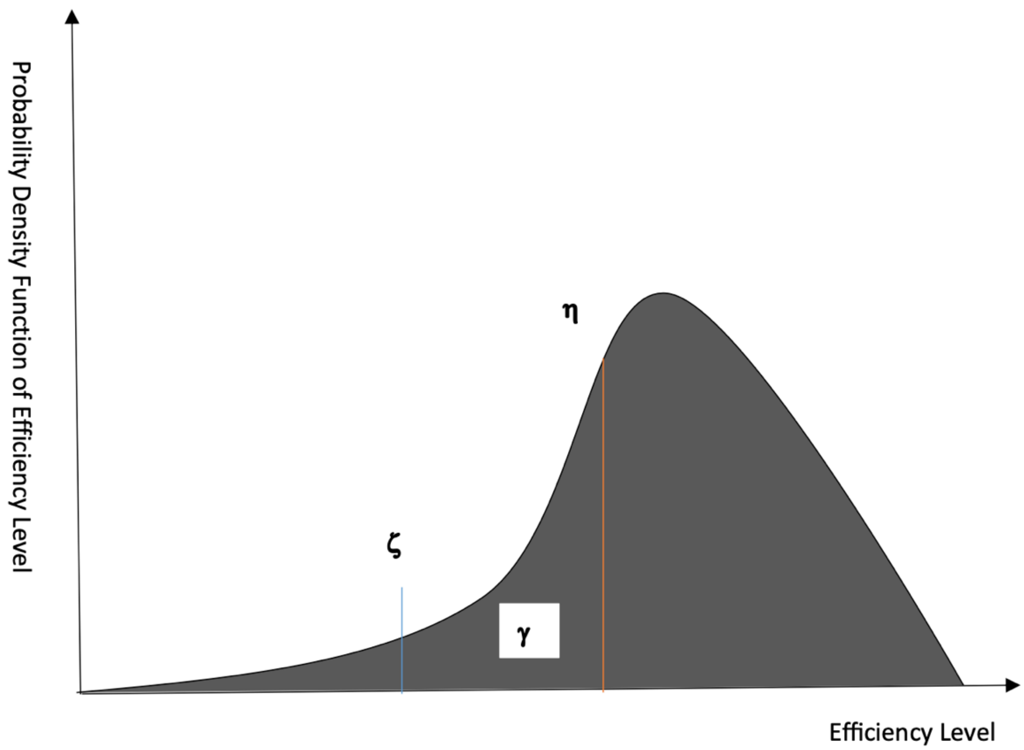

Fig. 1 Probability density function of the efficiency level

در این رابطه (۱۰) را می توان به عنوان یک اقدام ایمنی در نظر گرفت. Ogryczak و Ruszczynski (۲۰۰۲ b) نشـــان دادند که حداکثر ســـازی میانگین دنباله با تسلط تصادفی درجه دوم سازگار است و با اصطلاحات Artzner et al همخوانی دارد (۱۹۹۹). به دنبال این نتایج می توان نشان داد که (۱۰) با تابع کمیت دوم مرتبط است و آن به شرح زیر است:

$$\lim_{\gamma \to 1} E_{\gamma}[\varphi(\omega)] = E[\varphi(\omega)]$$
$$\lim_{\gamma \to 0} E_{\gamma}[\varphi(\omega)] = inf[\varphi(\omega)]$$

مدل پیشـنهادی SDEA برای ارزیابی کارایی با تابع هدف (۱۱) و با محدودیت‌های (۵)، (۷)، (۸) تعریف می‌شـود. مدل شـامل دو مقدار احتمال α و γ اسـت که باید توسط تصمیم گیرنده به درستی انتخاب شوند. اشاره می‌کنیم که انتخاب α نشان‌دهنده سطح قابلیت اطمینان تحمیل‌شده بر رضایت از محدودیت‌های تصادفی است که در مدل پیشنهادی به سطح کارایی تمام DMUهای مورد بررسی اشاره دارد. در حالت شدید α برابر با ۱، راه حل ارائه شده توسط مدل در تمام شرایطی که ممکن است رخ دهد امکان پذیر خواهد بود. انتخاب مقدار γ استفاده شده در تابع هدف با مقدار α مرتبط است زیرا تابع هدف خود را سطح کارایی می داند (به دلیل محدودیت (۵)). برای اینکه تعریف بازده تصـادفی با همتای قطعی آن مطابقت داشـته باشـد، مقدار γ باید کمتر از (کوچکتر و یا برابر) α باشد، زیرا سطوح کارایی مرتبط با "سناریوهای نقض شده" باید کنار گذاشته شوند. ما با $\zeta_k^* = 1$ مقدار بهینه مدل پیشنهادی مربوط به γ-میانگین و با η_k^* چندک را نشان می دهیم. تعریف زیر را معرفی می کنیم:

تعریف α و γ داده شده، با $\alpha \geq \gamma$، یک DMU k تحت ارزیابی به صورت زیر فراخوانی می شود:

I. کارآمد تصادفی قوی در سطح γ اگر و فقط اگر $\zeta_k^* = 1$ ؛
II. کارآمد تصادفی ضعیف در سطح γ اگر و فقط اگر $\eta_k^* = 1$ ؛
III. ناکارآمد تصادفی اگر $\eta_k^* < 1$.

راندمان قوی زمانی رخ می دهد که $\zeta_k^* = 1$ باشد و بنابراین، سطح کارایی به دست آمده برای تمام γ-چندک بدترین تحقق ها ۱ است. زمانی که ζ_k^* کمتر از ۱ است، اما وقتی $\eta_k^* = 1$، DMU مورد بررسی به عنوان کارایی ضعیف در نظر گرفته می شود. در این حالت، بهترین در بین γ بدترین تحقق ها مقداری برابر با ۱ دارد و اگر $\gamma < \alpha$ ، DMU با احتمال مساوی γ کارآمد ضعیف خواهد بود. برعکس، زمانی که هیچ یک ازDMU ها کارآمد تصادفی نیستند، بر اساس مقادیر ζ^* مرتبط باDMU های مختلف، ممکن استDMU های شبه کارآمد را به عنوان آنهایی که ζ^* برای آنها بالاترین است شناسایی کنیم.
در بخش بعدی، نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان مدل تصادفی پیشنهادی را در مورد توزیع‌های گسسته دوباره فرمول‌بندی کرد.

۳ فرمول پیشنهادی

فرض می‌کنیم که متغیرهای تصادفی $y_{jl}(\omega)$ می توانند تعداد S محدودی از تحققها (سناریوها) را که با y_{jl}^s نشان داده می‌شوند، دریافت کنند، که هر کدام با احتمال $\pi_s \geq 0$ و به طوری که $\Sigma_{s=1}^{S}\pi_s = 1$ برقرار باشد، رخ می‌دهند. تحت این فرض، محدودیت های احتمالی (۸) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

.۱۲

$$\sum_{s=1}^{S}\pi_s X\left(\sum_{j=1}^{n} y_{jl}^s - \sum_{i=1}^{m} x_{il}w_i\right) \geq \alpha$$

جایی که $X(.)$ نشان دهنده تابع مشخصه ای است که مقدار ۱ را می گیرد اگر:

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jl}^s - \sum_{i=1}^{m} x_{il}w_i \leq 0 \quad ,\forall l$$

و 0 در غیر این صورت. یک رویکرد طبیعی برای بازنویسی (۱۲) در نظر گرفتن محدودیت‌های "M بزرگ" و استفاده از متغیرهای باینری پشتیبان z_s مرتبط با هر سناریوی s است. به طور خاص،

.۱۳

$$\textstyle\sum_{j=1}^{n} y_{jl}^s - \sum_{i=1}^{m} x_{il}w_i - Mz_s \leq 0 \quad , l = 1, \dots, L \quad , s = 1, \dots, S$$

.۱۴

$$\textstyle\sum_{s=1}^{S}\pi_s z_s \leq (1-\alpha)$$

.۱۵

$$z^s \in \{0,1\} \quad , s = 1, \dots, S$$

در اینجا، M یک عدد واقعی به اندازه کافی بزرگ است تا اطمینان حاصل شود که وقتی $z_s = 1$، محدودیت‌های (۱۳) فعال نیستند، برعکس زمانی که z_s برابر با صفر است. محدودیت (۱۴) یک محدودیت کوله پشتی باینری است که نقض محدودیت های تصادفی را به $(1-\alpha)$ محدود می کند.
تحت فرض در نظر گرفته شده، تابع هدف (۱۱) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

.۱۶

$$\max E_\gamma[\varphi(\omega)] = \max \eta - \frac{1}{\gamma}\sum_{s=1}^{S}\pi_s[\eta_k - \varphi_k^s]^+$$

جایی که $\varphi_k^s = \Sigma_{j=1}^{n} y_{jk}^s u_j$ سطح کارایی DMUk را در سناریوی s نشان می دهد. عبارت غیرخطی در (۱۶) را می توان به راحتی با گنجاندن متغیرهای کمکی S و محدودیت های S خطی کرد. به طور خاص، برای هر سناریو s، یک متغیر تصمیم گیری غیرمنفی δ_s برای اندازه گیری انحراف مثبت بین سطح کارایی DMU k و η_k چندک-γ معرفی می شود:

.۱۷

$$\delta_s \geq \eta_k - \sum_{j=1}^{n} y_{jk}^s u_j$$

مدل کلی را می توان به صورت زیر بیان کرد:

.۱۸

$$\zeta_k = \max \eta_k - \frac{1}{\gamma}\sum_{s=1}^{S}\pi_s\delta_s$$

.۱۹

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ik}w_i = 1$$

.۲۰

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jl}^{s}u_j - \sum_{i=1}^{m} x_{ik}w_i - Mz_s \leq 0 \quad , l = 1, \dots, L \quad , s = 1, \dots, S$$

.۲۱

$$\sum_{s=1}^{S} \pi_s z_s \leq (1-\alpha)$$

.۲۲

$$\delta_s \geq \eta_k - \sum_{j=1}^{n} y_{jk}^{s}u_j \quad s = 1, \dots, S$$

.۲۳

$$\delta_s \geq 0 \quad , s = 1, \dots, S$$

.۲۴

$$w_i, u_i \geq \epsilon \quad , i = 1, \dots, m \quad , j = 1, \dots, n$$

.۲۵

$$z_s \in \{0,1\} \quad , s = 1, \dots, S$$

مدل (۱۸)–(۲۵) متعلق به کلاس مسائل خطی عدد صحیح مختلط است و بسته به تعداد سناریوهای در نظر گرفته شده، حل آن می تواند از نظر محاسباتی نیاز داشته باشد. در طول دهه‌های گذشته، رویکردهای متفاوتی (هم دقیق و هم اکتشافی) برای حل مسائل تحت محدودیت‌های احتمالی شامل توزیع‌های گسسته پیشنهاد شده‌اند (به‌عنوان مثال، Beraldi و Bruni ۲۰۱۰؛ Beraldi et al ۲۰۱۳ را ببینید). با این حال، برای موارد آزمایشی در نظر گرفته شده در مقاله، زمان محاسبات هنوز محدود است و می توان از حل کننده های خارج از قفسه استفاده کرد.

٤ مطالعات محاسباتی

این بخش در مورد آزمایش های محاسباتی انجام شده برای ارزیابی رویکرد پیشنهادی گزارش می دهد. فقدان موارد آزمایشی موجود (فقط تعداد کمی برای متغیرهای تصادفی پیوسته در دسترس هستند) ما را به طراحی یک مورد آزمایشی که می‌تواند از دیدگاه کاربردی معنادار باشد، به چالش کشیده است. مثال گویا و نتایج عددی مرتبط در بخش‌های فرعی معرفی و مورد بحث قرار می‌گیرند.

٤.١ مثال گویا

مثال گویا از ادبیات شکوفا در مورد کاربرد رویکرد DEA برای ارزیابی و مدیریت ریسک اعتباری الهام گرفته شده است (برای مثال نگاه کنید به Beraldi et al ۲۰۱۴؛ Iazzolino et al ۲۰۱۳؛ Paradi et al ۲۰۰۴؛ Premachandra et al ۲۰۱۱، و منابع موجود در آن).به عنوان مثال، امتیاز DEA را می توان در تجزیه و تحلیل گروه همتا، به عنوان ورودی در مدل های رتبه بندی اعتباری، به عنوان معیاری برای رتبه بندی های اعتباری که با مقررات Basel مطابقت دارند، استفاده کرد. علاوه بر این، سطح کارایی را می توان به عنوان "سیگنال هشدار اولیه" برای نشان دادن شکست اعتباری مورد انتظار شرکت یا "سیگنال فرصت تجاری" برای شناسایی محل کسب سودهای بزرگ یا نشان دادن محل تمرکز کسب و کار در آینده تفسیر کرد. در ادامه به بررسی مورد اپراتور بانکی می پردازیم که می خواهد مجموعه ای از شرکت ها را با هدف تصمیم گیری در مورد اعطای وام ارزیابی کند. علاوه بر سایر تکنیک های سنتی، تصمیم گیرنده ممکن است بخواهد رویکرد DEA را با هدف به دست آوردن نوعی شایستگی مقیاس با مقایسه شرکت های مشابه که در همان بخش فعالیت می کنند، به کار گیرد. نتایج ارائه شده توسط راه حل مشکل را می توان به عنوان سیگنال های "هشدار" برای نشان دادن شکست اعتبار مورد انتظار تفسیر کرد.

همانطور که در هر برنامهDEA ، انتخاب پارامترهای ورودی و خروجی نشان دهنده یک موضوع مهم، حتی مهم تر در این مسابقه، به دلیل لزوم در نظر گرفتن ماهیت نامطمئن آنها تحت تأثیر آشفتگی مداوم بازارهای مالی است.

در طراحی مورد آزمایشی خود، یک ورودی مرتبط با کل بدهی ها که فرض می شود مشخص است و دو خروجی تصادفی، یعنی سود قبل از بهره، مالیات، کاهش بها و استهلاک و جریان نقدی در نظر گرفته ایم. اولین پارامتر خروجی مربوط به توانایی کسب سود توسط شرکت در سطح عملیاتی است، در حالی که پارامتر دوم ساده‌ترین شکل جریان نقدی است. ما مجموعه‌ای از ۱۸، DMU مربوط به شرکت‌های متوسط متعلق به صنعت تولید و عمده‌فروشی چرم ایتالیا را در نظر گرفته‌ایم. داده‌های مورد نیاز برای انجام ارزیابی تطبیقی از ترازنامه‌ها، که مطابق قانون مدنی ایتالیا، برای افق زمانی ۲۰۰۱–۲۰۰۸ نوشته شده

است، شرح داده شده‌اند. برای شرکت های در نظر گرفته شده، تمام پارامترها مقادیر غیر منفی دارند. مقادیر خروجی نامشخص (برای سال آینده ۲۰۰۹) توسط مجموعه محدودی از تحقق‌های ممکن (سناریوها) که با اتخاذ رویکرد دو فازی پیشنهاد شده در Beraldi et al ایجاد شده‌اند، نشان داده شده‌اند. (۲۰۱۰). به طور خاص، در مرحله اول، تحقق پارامترهای نامشخص توسط تکنیک شبیه‌سازی Monte Carlo تولید می‌شود. در مرحله دوم، یک مدل بهینه‌سازی با هدف تعیین مقادیر احتمال بهینه حل می‌شود که فاصله بین گشتاورهای توزیع مرتبط با سناریوهای تولید شده و برخی ممان هدف تعریف شده توسط کاربر نهایی بر اســاس داده های تاریخی و/یا ترجیحات او. جزئیات را می توان در Beraldi و Bruni (۲۰۱۲) یافت (همچنین نگاه کنید به Beraldi و Bruni ۲۰۱۴). نتایج ارائه شــده در زیربخش بعدی با در نظر گرفتن تعدادی ســناریو برابر با ۱۰۰۰ گردآوری شــده اســت. ما اشــاره می کنیم که میانگین امتیازات کارایی جمع آوری شـــده با در نظر گرفتن ۱۰ مجموعه ســـناریوی مختلف از یک کاردینالیته را گزارش می کنیم. با این وجود، ما به طور تجربی دریافته‌ایم که راه‌حل‌های تعیین پایدار هستند، یعنی صرف‌نظر از مجموعه سناریوی در نظر گرفته شده، راه‌حل‌های بهینه مشابه تعیین می‌شوند.

۴.۲ نتایج عددی

مدل پیشنهادی در سیستم جبری عمومی Gams۱ پیاده‌سازی شده و با استفاده از ILOG CPLEX ۱۲.۶.۲.۲ حل شده است. برای تمام نمونه های حل شده، زمان های محاسباتی بسیار کوتاه است (در حد چند دقیقه) و گزارش نمی شوند. در ادامه، نتایج را با تمرکز بر موضوعات خاص تجزیه و تحلیل خواهیم کرد.

۴.۲.۱ تاثیر عدم اطمینان

اولین مجموعه آزمایش ها با هدف بررسی مزایای بالقوه از جمله عدم قطعیت صریح در فرآیند ارزیابی مبتنی بر DEA انجام شده است. به عنوان مبنای مقایسه، دو رویکرد کلاسیک را در نظر گرفته‌ایم. اولین مورد بر حل یک مدل قطعی DEA به عنوان (۴) – (۷) برای هر سناریو تکیه دارد. جدول ۱ گزارش می دهد، برای هرDMU ، میانگین، انحراف استاندارد، حداقل، حداکثر مقادیر، به ترتیب، بر اساس نتایج جمع آوری شده محاسبه شده است. همانطور که مشخص است، شکاف بین مقادیر حداقل و حداکثر می تواند بسیار زیاد باشد. به عنوان مثال، برای DMU دوم، حداقل مقدار حدود ۰.۰۹ است، در حالی که حداکثر آن ۱ است. این محدوده تغییرپذیری بزرگ، که به ویژه برای برخی از DMU ها مشاهده می شود، بر حساسیت راه حل ها به تغییرات داده ها تأکید می کند.

رویکرد دوم متکی بر حل یک مدل قطعی DEA است که در آن پارامترهای نامشخص با مقادیر مورد انتظار محاسبه شده از سناریوهای تولید شده جایگزین می‌شوند. شکل ۲ میانگین خطا (بر حسب درصد) را با اعمال این رویکرد ساده شده گزارش می کند. به طور خاص، با فرض وقوع یک سناریوی معین، مقادیر گزارش شده نشان دهنده خطای ایجاد شده با استفاده از ارزیابی قطعی به جای سناریوی صحیح اول است. همانطور که مشخص است، خطاهای ارزیابی می تواند بسیار زیاد باشد: برای مثال، برای DMU ۱۲ میانگین خطا حدود ۹۸٪ است، در حالی که میانگین خطا حدود ۳۲٪ است. در بخش اختصاص داده شده به تجزیه و تحلیل خارج از نمونه، مقایسه معنادارتری را بر اساس امتیاز "واقعی" گزارش خواهیم کرد.

Table 1 Efficiency levels

DMU	Average	STD	Min	Max
1	0.472	0.181	0.130	1.000
2	0.346	0.132	0.095	1.000
3	0.311	0.098	0.074	0.727
4	0.936	0.112	0.434	1.000
5	0.751	0.176	0.224	1.000
6	0.347	0.088	0.174	0.656
7	0.376	0.106	0.184	0.757
8	0.484	0.137	0.211	1.000
9	0.588	0.172	0.203	1.000
10	0.228	0.081	0.047	0.553
11	0.203	0.048	0.110	0.390
12	0.324	0.250	0.021	1.000
13	0.553	0.218	0.109	1.000
14	0.122	0.044	0.038	0.332
15	0.972	0.072	0.543	1.000
16	0.118	0.028	0.054	0.229
17	0.175	0.061	0.060	0.411
18	0.545	0.116	0.282	0.912

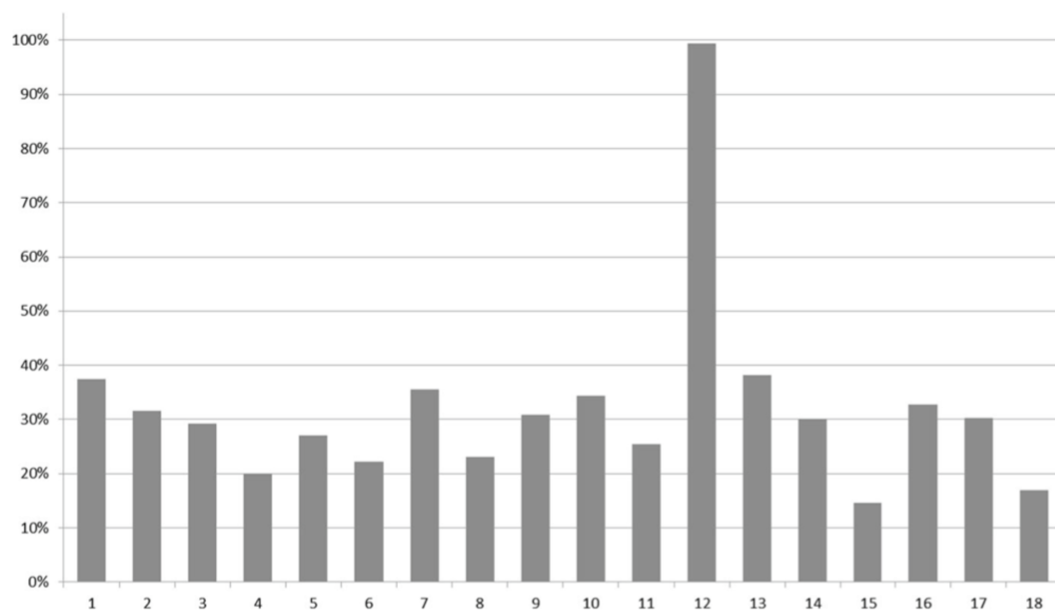

Fig. 2 Average error in percentage of the expected value approach

Table 2 Stochastic efficiency levels as function of γ for $\alpha = 1$

DMU	$\gamma = 1$		$\gamma = 0.95$		$\gamma = 0.90$		$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0$
	ζ	η	ζ	η	ζ	η	ζ	η	η
1	0.258	0.482	0.252	0.340	0.248	0.310	0.245	0.294	0.046
2	0.144	0.334	0.138	0.243	0.133	0.219	0.129	0.204	0.027
3	0.161	0.294	0.157	0.213	0.154	0.196	0.152	0.184	0.038
4	0.596	1.000	0.587	0.714	0.581	0.666	0.576	0.661	0.182
5	0.297	0.678	0.284	0.511	0.272	0.476	0.261	0.454	0.142
6	0.167	0.328	0.162	0.244	0.158	0.229	0.154	0.219	0.087
7	0.228	0.312	0.226	0.281	0.222	0.281	0.219	0.281	0.082
8	0.204	0.427	0.196	0.333	0.189	0.311	0.182	0.299	0.112
9	0.292	0.553	0.284	0.417	0.277	0.379	0.272	0.354	0.113
10	0.108	0.226	0.104	0.162	0.101	0.146	0.099	0.135	0.026
11	0.116	0.144	0.115	0.125	0.115	0.125	0.114	0.125	0.078
12	0.108	0.549	0.092	0.343	0.081	0.270	0.071	0.201	0.008
13	0.214	0.831	0.198	0.458	0.185	0.412	0.173	0.366	0.051
14	0.060	0.128	0.058	0.084	0.057	0.076	0.056	0.072	0.009
15	0.497	1.000	0.479	0.767	0.464	0.716	0.451	0.682	0.217
16	0.071	0.092	0.071	0.083	0.070	0.083	0.069	0.083	0.032
17	0.077	0.150	0.074	0.116	0.072	0.105	0.070	0.098	0.013
18	0.257	0.398	0.251	0.348	0.246	0.330	0.242	0.320	0.195

۴.۲.۲ حساسیت فرایند ارزیابی به عنوان تابعی از سطوح احتمال

در ادامه، نحوه تغییر عملکرد DMU را به عنوان تابعی از سطوح احتمال α و γ بحث می کنیم. به طور خاص، ما برای α مقادیر ۱، ۰.۹۵، ۰.۹، ۰.۸۵ را در نظر گرفته ایم. یادآوری می کنیم که مقادیر γ همیشه کمتر از مقادیر α هستند.

جداول ۲، ۳، ۴ و ۵، برای α ثابت، مقادیر ζ و η را به عنوان تابعی از γ گزارش می دهند. به یاد می‌آوریم که ζ امتیاز کارایی مورد انتظار را که هنگام در نظر گرفتن کمیت γ بدترین تحققها به دست می‌آید اندازه‌گیری می‌کند، در حالی که η بهترین عملکرد قابل دستیابی را ارائه می‌دهد. بنابراین، $\zeta \leq \eta$ و دو مقدار برای γ برابر با ۰ هستند.

تجزیه و تحلیل نتایج نشان می دهد که برای مقدار ثابت α ، سطوح کارایی با γ کاهش می یابد. این رفتار را می توان با مشاهده اینکه با کاهش γ بر تعداد کمتری از بدترین موارد تمرکز می کنیم توضیح داد. به عنوان مثال، اگر ۴ DMU را در نظر بگیریم، برای α برابر با ۱، مقدار ζ از ۰.۵۹۶ تا ۰.۱۸۲ در هنگام تغییر γ از ۱ تا ۰ متغیر است. زمانی که γ را ثابت نگه می داریم و α را تغییر می دهیم، رفتار متفاوتی مشاهده می شود. نتایج نشان می دهد که با افزایش α، سطوح کارایی کمتری به دست می آید. شکل ۳ سطوح کارایی DMU های مختلف را با تنظیم γ برابر با ۰.۸۵ و تغییر α نشان می دهد. به عنوان مثال، برای ۴ DMU سطح کارایی از ۰.۵۷۶ برای $\alpha = ۱$ به ۰.۷۹۶ برای $\alpha = ۰.۸۵$ می رسد.

تغییر سطح کارایی با ماهیت محدودیت احتمالی مرتبط است. برای α برابر با ۱، ارضای محدودیت های تصادفی برای تمام تحقق های ممکن پارامترهای تصادفی مورد نیاز است. به طور کلی، هرچه α بالاتر باشد، مقدار تابع هدف بدتر است. انتخاب مقدار α به تصمیم گیرنده بستگی دارد که بتواند مقدار مناسب را بر اساس نگرش خود نسبت به ریسک انتخاب کند.

Table 3 Stochastic efficiency levels as function of γ for $\alpha = 0.95$

DMU	$\gamma = 0.95$		$\gamma = 0.90$		$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0$
	ζ	η	ζ	η	ζ	η	η
1	0.317	0.434	0.312	0.397	0.310	0.369	0.058
2	0.177	0.310	0.170	0.281	0.164	0.261	0.034
3	0.202	0.275	0.198	0.253	0.195	0.273	0.050
4	0.739	0.898	0.731	0.841	0.727	0.835	0.244
5	0.364	0.654	0.349	0.612	0.334	0.581	0.182
6	0.205	0.307	0.199	0.285	0.196	0.276	0.111
7	0.291	0.362	0.287	0.362	0.283	0.362	0.104
8	0.251	0.425	0.242	0.400	0.234	0.379	0.142
9	0.362	0.508	0.358	0.477	0.349	0.434	0.146
10	0.134	0.210	0.130	0.188	0.127	0.175	0.033
11	0.148	0.162	0.146	0.159	0.146	0.159	0.103
12	0.116	0.414	0.103	0.335	0.092	0.252	0.011
13	0.249	0.572	0.231	0.520	0.219	0.450	0.067
14	0.075	0.113	0.074	0.099	0.072	0.095	0.012
15	0.611	0.967	0.589	0.905	0.576	0.867	0.279
16	0.091	0.112	0.090	0.110	0.089	0.109	0.042
17	0.096	0.153	0.093	0.136	0.090	0.133	0.017
18	0.325	0.449	0.316	0.425	0.315	0.417	0.250

٤.٢.٣ رتبه بندی تصادفی

در ادامه، در مورد استفاده از مدل پیشنهادی برای اهداف رتبه بندی اظهار نظر می کنیم. مشاهده می کنیم که در مورد ما، رتبه بندی نیز تحت تأثیر مقادیر احتمال انتخابی قرار می گیرد. بنابراین، برای بررسی این تأثیر، ما DMU های مختلف را به عنوان تابعی از مقادیر احتمال رتبه بندی کرده ایم. کل مجموعه نتایج در "پیوست" گزارش شده است، در حالی که در ادامه مقادیر کل را گزارش می کنیم. تجزیه و تحلیل نتایج نشان می دهد که تأثیر کمی از مقدار احتمال بر رتبه بندی دارد. در واقع، تفاوت عمده هنگام تنظیم مقدار γ برابر با ۰ ثبت می شود. شکل ۴ نتایج جمع آوری شده برای برخی از DUM ها را خلاصه می کند. به عنوان مثال، DMU ۴ در ۷۱٪ موارد مقام اول و در ۲۹٪ موارد مقام سوم را به خود اختصاص داده است. به نظر می رسد DMU کمتر کارآمد ۱۴ باشد که در ۷۱٪ موارد در جایگاه آخر و در ۲۹٪ موارد در جایگاه دوم تا آخر قرار دارد. در یک موقعیت متوسط، DMU ۸ را می یابیم که در ۵۷ درصد موارد، جایگاه هشتم، در ۲۹ درصد، جایگاه ششم و در ۱۴ درصد موارد، جایگاه نهم را اشغال می کند. با نگاهی به نتایج کلی، ممکن است به این نتیجه برسیم که رتبه بندی کاملاً پایدار است و به این ترتیب، ابزار ارزشمندی برای کمک به تصمیم گیرنده در فرآیند ارزیابی فراهم می کند.

Table 4 Stochastic efficiency levels as function of γ for $\alpha = 0.90$

DMU	$\gamma = 0.90$		$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0$
	ζ	η	ζ	η	η
1	0.333	0.425	0.329	0.392	0.061
2	0.183	0.305	0.177	0.282	0.035
3	0.209	0.267	0.206	0.250	0.052
4	0.778	0.895	0.768	0.884	0.258
5	0.370	0.645	0.355	0.619	0.191
6	0.212	0.309	0.206	0.291	0.118
7	0.306	0.386	0.301	0.385	0.111
8	0.257	0.426	0.248	0.403	0.149
9	0.375	0.485	0.372	0.459	0.156
10	0.139	0.200	0.135	0.184	0.034
11	0.157	0.169	0.157	0.171	0.111
12	0.109	0.337	0.098	0.265	0.011
13	0.246	0.545	0.232	0.470	0.069
14	0.079	0.108	0.077	0.099	0.013
15	0.622	0.956	0.608	0.914	0.290
16	0.095	0.112	0.095	0.114	0.044
17	0.100	0.146	0.096	0.132	0.017
18	0.339	0.456	0.331	0.438	0.265

Table 5 Stochastic efficiency levels as function of γ for $\alpha = 0.85$

DMU	$\gamma = 0.85$		γ=0
	ζ	η	η
1	0.340	0.407	0.063
2	0.187	0.298	0.038
3	0.213	0.258	0.054
4	0.796	0.912	0.266
5	0.362	0.631	0.201
6	0.212	0.301	0.124
7	0.318	0.407	0.116
8	0.259	0.423	0.157
9	0.386	0.423	0.162
10	0.140	0.192	0.036
11	0.166	0.178	0.118
12	0.101	0.276	0.012
13	0.238	0.487	0.072
14	0.080	0.103	0.013
15	0.628	0.947	0.305
16	0.099	0.118	0.046
17	0.102	0.141	0.018
18	0.349	0.464	0.276

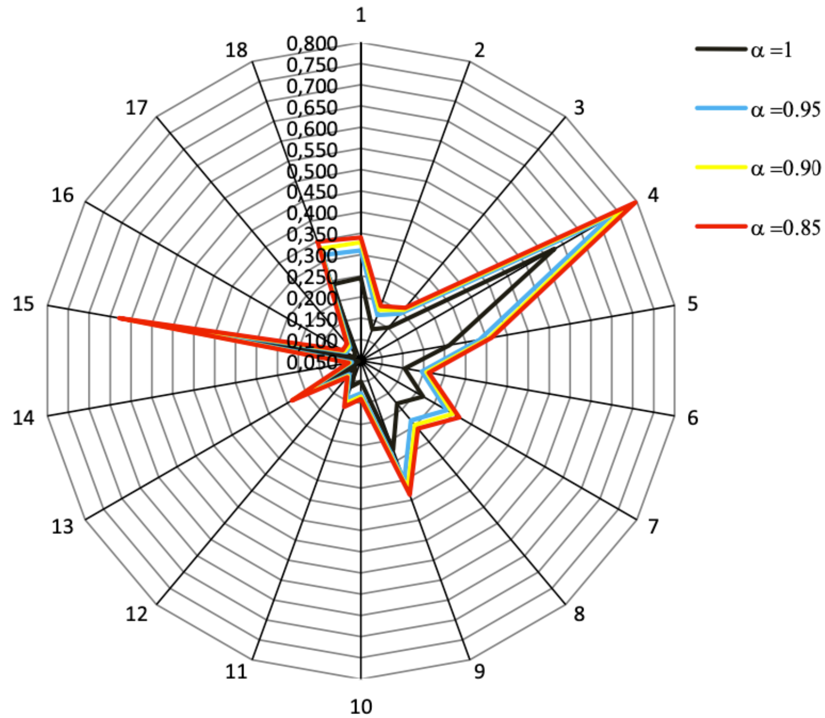

Fig. 3 Efficiency levels as function of α for γ fixed to 0.85

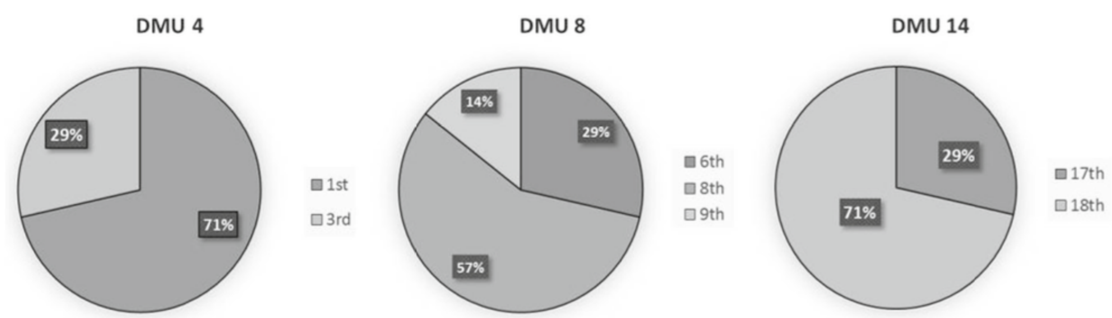

Fig. 4 Ranking of selected DMUs

٤.٣ تجزیه و تحلیل خارج از نمونه

این بخش، بینش‌های مدیریتی ناشی از کاربرد رویکرد پیشنهادی را به عنوان ابزاری فعال برای ارزیابی عملکرد آینده برای مطالعه موردی مورد بررسی نشان می‌دهد. ما اشاره می کنیم که با تغییر مقادیر α وγ ، تصمیم گیرنده می تواند فرآیند ارزیابی را از دیدگاه های مختلف ریسک انجام دهد. انتخاب مقادیر قابلیت اطمینان همیشه بحث برانگیز است زیرا از یک سو، بحران مالی کنونی ممکن است پیشنهاد اتخاذ مواضع محافظه کارانه تری داشته باشد، اما از سوی دیگر، با روحیه ارتقای بهبود مالی می‌توان رفتار مخاطره آمیزتری اتخاذ کرد.

بسط نتایج جمع آوری شده امکان استخراج اقدامات اضافی را فراهم می کند. به طور خاص، یک تجزیه و تحلیل "خارج از نمونه" با هدف بررسی این موضوع انجام شده است که تا چه حد نمرات ارائه شده توسط رویکرد پیشنهادی قابل اعتمادتر از آنهایی هستند که قطعی هستند. اساس مقایسه با ارزیابی واقعی نشان داده می شود که با حل یک مدل قطعی بر روی داده های واقعی با اشاره به سال تحقیق بعدی (۲۰۰۹) به دست آمده است.

بر اساس میانگین سطوح کارایی به‌دست‌آمده با در نظر گرفتن امتیازات DEA محاسبه‌شده با استفاده از مشاهدات ورودی/خروجی گذشته، ما یک نقطه برش معقول را ثابت کرده‌ایم و درصدهای شناسایی صحیح را برای مطالعه موردی در نظر گرفته شده محاسبه کرده‌ایم. به طور خاص، ما شرکت‌هایی را که دارای امتیاز DEA بیشتر از حد آستانه هستند، سالم(H) ، و سایر شرکت‌ها را به عنوان بیمار (I) طبقه‌بندی کرده‌ایم.

جدول ۶ نتایج به دست آمده از ارزیابی واقعی، قطعی و تصادفی را گزارش می کند. برای مورد تصادفی، ما نتایج به‌دست‌آمده با تثبیت $\alpha = 1$ را گزارش می‌کنیم، زیرا این پیکربندی با موقعیت ریسک گریزتری مطابقت دارد.

Table 6 Classification of the DMUs as function of the cutoff points

Cutoff	Real (%)		Deterministic (%)		Stochastic (%)	
	H	I	H	I	H	I
0.45	27.78	72.22	38.89	61.11	11.12	88.88
0.50	11.11	88.89	22.23	77.77	5.55	94.45

همانطور که از نتایج مشهود است، ارزیابی تصادفی، یک شرکت بیمار را هرگز به عنوان یک شرکت سالم طبقه بندی نمی کند. بنابراین، هرگز اتفاق نمی‌افتد که امتیاز پیش بینی شده بالاتر از حد باشد، اما امتیاز واقعی پایین‌تر است. به عنوان مثال، با تعیین سطح برش برابر با ۰.۵، ممکن است مشاهده کنیم که با توجه به امتیاز واقعی، دو شرکت به عنوان سالم طبقه بندی می شوند، در حالی که بر اساس امتیاز تصادفی، تنها یک شرکت سالم در نظر گرفته می شود. وضعیت برای ارزیابی قطعی متفاوت است: در این مورد، به نظر می رسد چهار شرکت واجد شرایط وام هستند. بدیهی است که این اشتباه طبقه بندی می‌تواند خطرناک باشد زیرا می‌تواند منجر به زیان‌های شدید (مربوط به اندازه وام) شود که ناشی از برآورد بیش از حد توانایی بازپرداخت شرکت است. برعکس، امتیاز تصادفی می‌تواند منجر به وضعیتی شود که در آن امتیاز پیش بینی شده کمتر از حد است، در حالی که امتیاز واقعی بالاتر است. در این مورد، ما شرکتی را که در واقع بیمار نیست، طبقه بندی می کنیم. این خطای طبقه بندی دوم که همیشه برای آزمایش‌های ما محدود است، بدیهی است که خطر کمتری دارد.

۵ نکته پایانی

یکی از ضعف‌های اصلی مدل‌های DEA معمولی ناشی از فرض اطلاعات کامل پارامترهای ورودی و خروجی مورد استفاده در فرآیند ارزیابی است. در این مقاله، ما راه جدیدی را برای غلبه بر این اشکال عمده با ارائه یک فرمول تصادفی جدید پیشنهاد کرده‌ایم که در آن داده‌های نامشخص مربوط به زمان آینده با متغیرهای تصادفی نشان داده می‌شوند و ریسک به درستی توسط اندازه‌گیری میانگین γ دنباله کنترل می‌شود. مدل DEA مبتنی بر ریسک، ابزاری را در اختیار تصمیم گیرندگان قرار می‌دهد تا اندازه مشخصی (چندک) از بدترین عملکردها را کنترل کند. یک فرمول معادل قطعی از مدل تصادفی با فرض نمایش پارامترهای نامشخص به عنوان متغیرهای تصادفی گسسته مشتق شده است. مدل پیشنهادی بر روی یک مطالعه موردی معنادار مرتبط با ارزیابی عملکرد آینده نمونه‌ای از شرکت‌های فعال در صنعت ایتالیا آزمایش شده است. یافته‌های ما اعتبار رویکرد پیشنهادی را به‌عنوان تکنیک ارزیابی پیشگیرانه نشان داده‌اند که بینش های مفیدی را در مورد درجه ریسک گریزی به تصمیم گیرنده ارائه می‌دهد.

پیوست آلف

جداول زیر رتبه بندی DMU های مختلف محاسـبه شـده بر اسـاس مقادیر ζ را به عنوان تابعی از سـطوح احتمال α و γ گزارش می کنند (جدول ۷، ۸، ۹ ۱۰).

Table 7 Ranking as function of γ for $\alpha = 1$

DMU	$\gamma = 1$		$\gamma = 0.95$		$\gamma = 0.90$		$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0$	
	ζ	Rank	ζ	Rank	ζ	Rank	ζ	Rank	η	Rank
1	0.258	5	0.252	5	0.248	5	0.245	5	0.046	11
2	0.144	12	0.138	12	0.133	12	0.129	12	0.027	14
3	0.161	11	0.157	11	0.154	11	0.152	11	0.038	12
4	0.596	1	0.587	1	0.581	1	0.576	1	0.182	3
5	0.297	3	0.284	3	0.272	4	0.261	4	0.142	4
6	0.167	10	0.162	10	0.158	10	0.154	10	0.087	7
7	0.228	7	0.226	7	0.222	7	0.219	7	0.082	8
8	0.204	9	0.196	9	0.189	8	0.182	8	0.112	6
9	0.292	4	0.284	4	0.277	3	0.272	3	0.113	5
10	0.108	15	0.104	14	0.101	14	0.099	14	0.026	15
11	0.116	13	0.115	13	0.115	13	0.114	13	0.078	9
12	0.108	14	0.092	15	0.081	15	0.071	15	0.008	18
13	0.214	8	0.198	8	0.185	9	0.173	9	0.051	10
14	0.060	18	0.058	18	0.057	18	0.056	18	0.009	17
15	0.497	2	0.479	2	0.464	2	0.451	2	0.217	1
16	0.071	17	0.071	17	0.070	17	0.069	17	0.032	13
17	0.077	16	0.074	16	0.072	16	0.070	16	0.013	16
18	0.257	6	0.251	6	0.246	6	0.242	6	0.195	2

Table 8 Ranking as function of γ for $\alpha = 0.95$

DMU	$\gamma = 0.95$		$\gamma = 0.90$		$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0$	
	ζ	Rank	ζ	Rank	ζ	Rank	η	*Rank*
1	0.317	6	0.312	6	0.310	6	0.058	11
2	0.177	12	0.170	12	0.164	12	0.034	14
3	0.202	11	0.198	11	0.195	11	0.050	12
4	0.739	1	0.731	1	0.727	1	0.244	3
5	0.364	3	0.349	4	0.334	4	0.182	4
6	0.205	10	0.199	10	0.196	10	0.111	7
7	0.291	7	0.287	7	0.283	7	0.104	8
8	0.251	8	0.242	8	0.234	8	0.142	6
9	0.362	4	0.358	3	0.349	3	0.146	5
10	0.134	14	0.130	14	0.127	14	0.033	15
11	0.148	13	0.146	13	0.146	13	0.103	9
12	0.116	15	0.103	15	0.092	15	0.011	18
13	0.249	9	0.231	9	0.219	9	0.067	10
14	0.075	18	0.074	18	0.072	18	0.012	17
15	0.611	2	0.589	2	0.576	1	0.279	1
16	0.091	17	0.090	17	0.089	17	0.042	13
17	0.096	16	0.093	16	0.090	16	0.017	16
18	0.325	5	0.316	5	0.315	5	0.250	2

Table 9 Ranking as function of γ for $\alpha = 0.90$

DMU	$\gamma = 0.90$		$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0$	
	ζ	Rank	ζ	Rank	η	*Rank*
1	0.333	6	0.329	6	0.061	11
2	0.183	12	0.177	12	0.035	14
3	0.209	11	0.206	10	0.052	10
4	0.778	1	0.768	1	0.258	3
5	0.370	4	0.355	4	0.191	4
6	0.212	10	0.206	11	0.118	7
7	0.306	7	0.301	7	0.111	8
8	0.257	8	0.248	8	0.149	6
9	0.375	3	0.372	3	0.156	5
10	0.139	14	0.135	14	0.034	15
11	0.157	13	0.157	13	0.111	9
12	0.109	15	0.098	15	0.011	18
13	0.246	9	0.232	9	0.069	10
14	0.079	18	0.077	18	0.013	17
15	0.622	2	0.608	2	0.290	1
16	0.095	17	0.095	17	0.044	13
17	0.100	16	0.096	16	0.017	16
18	0.339	5	0.331	5	0.265	2

Table 10 Ranking as function of γ for $\alpha = 0.85$

DMU	$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0$	
	ζ	Rank	η	Rank
1	0.340	6	0.063	11
2	0.187	12	0.038	14
3	0.213	10	0.054	12
4	0.796	1	0.266	3
5	0.362	4	0.201	4
6	0.212	11	0.124	7
7	0.318	7	0.116	9
8	0.259	8	0.157	6
9	0.386	3	0.162	5
10	0.140	14	0.036	15
11	0.166	13	0.118	8
12	0.101	16	0.012	18
13	0.238	9	0.072	10
14	0.080	18	0.013	17
15	0.628	2	0.305	1
16	0.099	17	0.046	13
17	0.102	15	0.018	16
18	0.349	5	0.276	2

منابع

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D.: Coherent measures of risk. Math. Finance **۹**, ۲۰۳–۲۲۸ (۱۹۹۹) Banker, R.D.: Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: a statistical foundation. Manag. Sci. **۳۹**(۱۰), ۱۲۶۵–۱۲۷۳ (۱۹۹۳)

Beraldi, P., Bruni, M.E.: An exact approach for solving integer problems under probabilistic constraints with random technology matrix. Ann. Oper. Res. **۱۷۷**(۱), ۱۲۷–۱۳۷ (۲۰۱۰)

Beraldi, P., Bruni, M.E.: Data envelopment analysis under uncertainty and risk. WASET **٦٦**, ۸۳۷–۸۴۲ (۲۰۱۲) Beraldi, P., Bruni, M.E.: A clustering approach for scenario tree reduction: an application to a stochastic programming portfolio optimization problem. TOP **۲۲**, ۹۳۴–۹۴۹ (۲۰۱۴)

Beraldi, P., De Simone, F., Violi, A.: Generating scenario trees: a parallel integrated simulation–optimization approach. J. Comput. Appl. Math. **۲۳**(۹), ۲۳۲۲–۲۳۳۱ (۲۰۱۰)

Beraldi, P., Bruni, M.E., Laganá, D.: The express heuristic for probabilistically constrained integer problems. J. Heurist. **۱۹**(۳), ۴۲۳–۴۴۱ (۲۰۱۳)

Beraldi, P., Bruni, M.E., Iazzolino, G.: Lending decision under uncertainty: a DEA approach. Int. J. Prod.Res. **۵۲**(۳), ۷۶۶–۷۷۵ (۲۰۱۴)

Bruni, M.E., Conforti, D., Beraldi, P., Tundis, E.: Probabilistically constrained models for efficiency and dominance in DEA. Int. J. Prod. Econ. **۱۷۷**(۱), ۲۱۹–۲۲۸ (۲۰۰۹)

Chang, T.S., Tone, K., Wu, C.–H.: DEA models incorporating uncertain future performance. Eur. J. Oper. Res. **۲۵٤**(۲), ۵۳۲–۵۴۹ (۲۰۱۶)

Charnes, A., Cooper, W.W.: Chance constrained programming. Manag. Sci. **۵**(۱), ۷۳–۷۹ (۱۹۵۹)

Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E.: Measuring the efficiency of decision making units. Eur. J. Oper. Res. **٦**(۲), ۴۲۹–۴۴۴ (۱۹۷۸)

Chen, K., Zhu, J.: Computational tractability of chance constrained data envelopment analysis. Eur. J. Oper. Res. **۲۷٤**(۳), ۱۰۳۷–۱۰۴۶ (۲۰۱۹)

Cheng, J., Lisser, A.: A second–order cone programming approach for linear programs with joint probabilistic constraints. Oper. Res. Lett. **٤۰**(۵), ۳۲۵–۳۲۸ (۲۰۱۲)

Cooper, W.W., Huang, Z., Li, S.: Satisficng DEA model under chance constraints. Ann. Oper. Res. **٦٦**(۵), ۷۹–۲۹۵ (۱۹۹۶)

Cooper, W.W., Deng, H., Huang, Li S: Chance constrained programming approaches to congestion in stochastic data envelopment analysis. Eur. J. Oper. Res. **۱۵۵**(۲), ۴۸۷–۵۰۱ (۲۰۰۴)

Iazzolino, G., Bruni, M.E., Beraldi, P.: Using DEA and financial ratios for credit risk evaluation: an empirical analysis. Appl. Econ. Lett. **۲۰**(۱۴), ۱۳۱۰–۱۳۱۷ (۲۰۱۳)

Kao, C., Liu, S.–T.: Stochastic efficiency measures for production units with correlated data. Eur. J. Oper. Res. **۲۷۳**(۱), ۲۷۸–۲۸۷ (۲۰۱۹)

Land, K.C., Lovell, C.A.K., Thore, S.: Chance–constrained data envelopment analysis. Manag. Decis. Econ. **۱٤**, ۵۴۱–۵۵۴ (۱۹۹۳)

Markowitz, H.M.: Portfolio selection. J. Finance **۷**, ۷۷–۹۱ (۱۹۵۲)

Ogryczak, W.: Tail mean and related robust solution concept. Int. J. Syst. Sci. **٤۵**, ۲۹–۳۸ (۲۰۱۴) Ogryczak, W., Ruszczynski, A.: Dual stochastic dominance and related mean–risk models. SIAM J. Optim. **۱۳**, ۶۰–۷۸ (۲۰۰۲a)

Ogryczak, W., Ruszczynski, A.: Dual stochastic dominance and quantile risk measures. Int. Trans. Oper. Res. **۹**, ۶۶۱–۶۸۰ (۲۰۰۲b)

Olesen, O.B., Petersen, N.C.: Chance constrained efficiency evaluation. Manag. Sci. **٤۱**, ۴۴۲–۴۵۷ (۱۹۹۵)

Olesen, O.B., Petersen, N.C.: Stochastic data envelopment analysis: a review. Eur. J. Oper. Res. **۲۵۱**(۱),۲–۲۱ (۲۰۱۶)

Paradi, J.C., Asmild, M., Simak, P.: Using DEA and worst practice DEA in credit risk evaluation. J. Prod. Anal. **۲۱**, ۱۵۳–۱۶۵ (۲۰۰۴)

Post, T.: Performance evaluation in stochastic environments using mean–variance data envelopment analysis. Oper. Res. **٤۹**(۲), ۲۸۱–۲۹۲ (۲۰۰۱)

Premachandra, I.M., Chen, Y., Watson, J.: DEA as a tool for predicting corporate failure and success: a case of bankruptcy assessment. Omega **۳۹**, ۶۲۰–۶۲۶ (۲۰۱۱)

Rockafellar, R.T., Uryasev, S.: Optimization of conditional value–at–risk. J. Risk **۲**, ۲۱–۴۱ (۲۰۰۰) Sengupta, J.K.: Data envelopment analysis for efficiency measurement in the stochastic case. Comput. Oper. Res. **۱٤**, ۱۱۷–۱۲۹ (۱۹۸۷)

Sueyoshi, T.: Stochastic DEA for restructure strategy: an application to a Japanese petroleum company. Omega **۲۸**, ۳۸۵–۳۹۸ (۲۰۰۰)

Wei, G., Chen, J., Wang, J.: Stochastic efficiency analysis with a reliability consideration. Omega **٤۸**, ۱–۹ (۲۰۱۴)

Wu, D., Olson, D.: Enterprise risk management: a DEA VaR approach in vendor selection. Int. J. Prod. Res. **٤۰**(۶), ۴۹۱۹–۴۹۳۲ (۲۰۱۰)

Publisher's Note Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.