

# 浙江大学实验报告

## 一、实验思路分析

实验要求机械臂末端在蓝球和红球两点之间做往复运动，且需要跨过放置于两球之间的障碍物。该实验本质上是轨迹规划问题。

进一步，该问题可以分解为：

- (1) 选取路径点，并用逆运动学求解路径点位置对应的六个关节角度；
- (2) 已知离散的关节变量角度，对六个关节变量分别利用多项式拟合方法进行轨迹规划；
- (3) 将当前时刻带入轨迹表达式，生成速度发送给实物。

其中，轨迹规划采用五次多项式完成，以保证关节角度/速度/加速度连续。

为获得最优的五次多项式轨迹，此处采用 Mini-Jerk 最优化方法。

## 二、实验内容和原理

### ● 实验内容

使机械臂尽可能快地避开障碍物往返运动并敲响铃铛，在规定的时间内，敲响铃铛次数越多的小组，得分越高。

### ● 实验原理 - Mini-jerk 五次多项式最优轨迹生成

轨迹每 2 点之间采用 5 次多项式进行拟合，保证位置、速度、加速度均连续。

$$x(t) = p_5 t^5 + p_4 t^4 + p_3 t^3 + p_2 t^2 + p_1 t + p_0$$

若一段轨迹只有 2 个点，且假设有以下边界条件：

	POSITION	VELOCITY	ACCELERATION
<b>T = 0</b>	a	V0	0
<b>T = T</b>	b	VT	0

则该问题有唯一解：

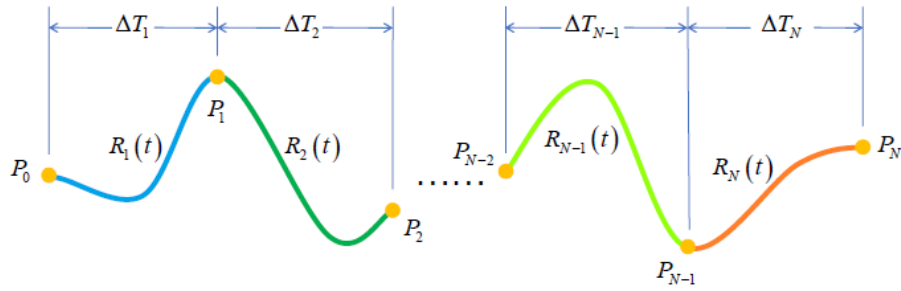
$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ v_0 \\ v_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ T^5 & T^4 & T^3 & T^2 & T & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5T^4 & 4T^3 & 3T^2 & 2T & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20T^3 & 12T^2 & 6T & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_5 \\ p_4 \\ p_3 \\ p_2 \\ p_1 \\ p_0 \end{bmatrix}$$

而在本实验中，分解后的最短路径有 3 个路径点，且中间点速度和加速度无给定值，故没有唯一解，是优化问题。

我们采用 Mini-Jerk 方法对该机械臂的 6 个关节轨迹分别规划，以下对其中一个关节进行轨迹规划的过程。

已知一个关节需要到达的  $M$  个角度，利用多项式拟合会有  $(M-1)$  段轨迹，表示如下：

$$f(t) = \begin{cases} f_1(t) \doteq \sum_{i=0}^N p_{1,i} t^i & T_0 \leq t \leq T_1 \\ f_2(t) \doteq \sum_{i=0}^N p_{2,i} t^i & T_1 \leq t \leq T_2 \\ \vdots & \vdots \\ f_M(t) \doteq \sum_{i=0}^N p_{M,i} t^i & T_{M-1} \leq t \leq T_M \end{cases}$$



每段轨迹都用多项式表示，该轨迹集合需要满足以下约束条件：

#### a) 期望角度约束

每段轨迹的起点和终点固定为  $M$  个角度中的对应值：

$$\begin{cases} f_j^{(k)}(T_{j-1}) = x_{0,j}^{(k)} \\ f_j^{(k)}(T_j) = x_{T,j}^{(k)} \end{cases}$$

#### b) 连续性约束

相邻轨迹的速度和加速度连续：

$$f_j^{(k)}(T_j) = f_{j+1}^{(k)}(T_j)$$

选择代价函数为所有轨迹的 jerk 值，使其最小。

代价函数表示如下：

$$J(T) = \int_{T_{j-1}}^{T_j} (f^3(t))^2 dt = \sum_{i \geq 4, l \geq 4} \frac{i(i-1)(i-2)j(l-1)(l-2)}{i+l-5} (T_j^{i+l-5} - T_{j-1}^{i+l-5}) p_i p_l$$

将上述等式写为矩阵形式：

$$\min \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_M \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_M \end{bmatrix}$$

$$\text{s.t. } A_{eq} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_M \end{bmatrix} = \mathbf{d}_{eq}$$

此问题是经典的凸优化问题(Convex Problem): QP 二次优化问题, 可以利用 MATLAB 求解器快速求解。

因此, Mini-Jerk 方法能够自动地选择最优的中间点速度和加速度, 进而生成最优轨迹。

### 三、 操作方法与实验步骤

#### ● 操作方法

##### 1. 程序接口定义

对于敲铃实验, 与轨迹生成实验类似, 均需要通过控制机械臂的关节角速度进行验证。将待验证的六个关节角速度不断发送给机械臂即可, 最后测量机械臂末端位置。

```
real_velpub = rospublisher('speed_chatter',rostype.std_msgs_Float32MultiArray);
real_velmsg=rosmesssage(real_velpub);
send(real_velpub,real_velmsg);
```

该实验使用了 MATLAB 进行控制, 需要 ROS Toolbox Interface for ROS Custom Messages 工具箱和 ROS 工具箱支持。此外, 也可以将 matlab 代码编译为 C++代码, 采用传统的 rosrn 方式启动轨迹生成节点。

##### 2. 如何与机械臂连接通信

将机械臂复位好后上电, 连接 USB 数据线, 执行下述指令即可:

```
sudo chmod a+rw /dev/ttyACM0
roslaunch roserial_python serial_node.py /dev/ttyACM0
```

##### 3. 各文件启动顺序

启动仿真,不启动仿真使用 roscore 替换启动环境即可:

```
sudo chmod a+rw /dev/ttyACM0
roslaunch probot_gazebo probot_anno_position_control_bringup.launch
roslaunch roserial_python serial_node.py /dev/ttyACM0
运行 MATLAB 代码进行控制
```

#### 4. 结果测量：

首先，根据机械臂上已有的定位基准标志在白纸上标出机械臂世界坐标系的  $x$  轴与  $y$  轴方向。具体方法是，将机械臂根据定位基准标志进行复位，根据第一轴的圆柱直径取一半长度分别水平和垂直画线，由此得到的结果即机械臂世界坐标系的  $x$  轴与  $y$  轴方向。

第二，将机械臂末端中心位置投影到先前构建的平面直角坐标系中，得到末端的  $x$  坐标与  $y$  坐标。具体方法是，找到末端中心位置，然后从此位置放置一个竖直铅锤或重物，则重物在白纸上的位置即末端中心的平面投影。根据投影的位置即可测量得到末端中心的  $x$  坐标与  $y$  坐标。

最后，以桌面作为  $z$  轴的零位置，利用卷尺可以直接测量得到机械臂末端中心的  $z$  坐标。

#### ● 实验步骤

给定起始点  $A$ ，中间路径点  $B$  和终点  $C$ ，终点  $C$  处有一铃铛，同时给出中间障碍物的空间位置，请优化设计机械臂的轨迹，使之快速往返敲铃。

各小组自行规划轨迹，使机械臂完成以下运动：

机械臂末端从初始门位置开始运动，经过路径点  $B$ ，绕开中间障碍物，到达铃铛处敲响铃铛后，再返回路径点  $B$ ，然后再去敲响铃铛，做快速的往复的敲铃运动。在  $100s$  时间内敲铃次数多的小组，得分越高。

运动中间点坐标  $(0.26, 0.15, 0.08)$ ，即蓝色标记位置，会悬挂一个铃铛。

铃铛位置坐标  $(0.28, -0.24, 0.08)$ ，即红色标记位置，也会悬挂一个铃铛。

障碍物坐标  $(0.27, 0.0, 0.11)$ ，为空水瓶障碍物，直径  $0.06m$ ，高度  $0.22m$ 。

以上坐标均为世界坐标系坐标。

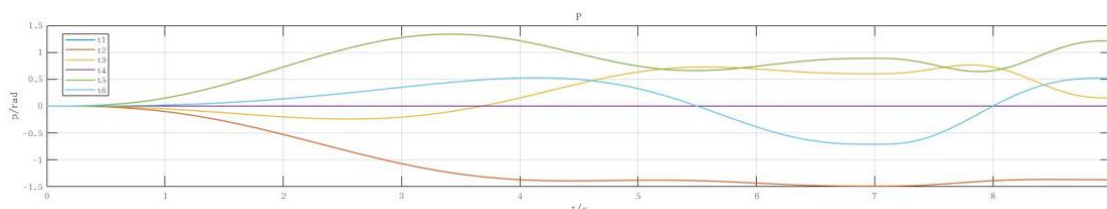
## 四、 实验结果与分析

#### 实验结果：

实物结果详见视频 第3组\_43次.mp4

在  $100s$  内共敲铃 43 次

机械臂 6 关节轨迹曲线：



0-7s 内为从起始点经过蓝球和中间点到达红球点的轨迹，7-9s 为从红球点经过中间点返回蓝球点的轨迹；后续执行轨迹重复 7-9s 的轨迹。



### 实验分析:

机械臂能快速准确地到达蓝球点和红球点，几乎没有累计误差。机械臂在跨过障碍物时不会与障碍物发生碰撞。

在调试过程中发现，让机械臂从起始点到蓝球点过程不能速度过快，否则到蓝球点将会有较大误差，最终选定此段轨迹耗时 4s，机械臂能准确到达预定位置。

调试时我们将中间点不断降低，使机械臂能正好擦过障碍物而不碰到障碍物，同时能使机械臂运动幅度更小。

由于对机械臂末端中心位置的测量是采用了平面投影法，而确定各个坐标轴和中心的平面投影位置实际上都只是粗略估计的，并不精准，导致在测量上本身就存在了一定的误差。