John Van Hasselt/Sygma/Corbis

En el siglo XVIII los navegantes de barcos transatlánticos podían obtener su latitud mediante sus observaciones de la Estrella del Norte, pero no tenían una forma confiable para determinar su longitud. En 1736, John Harrison inventó el reloj H1 con el fin de satisfacer esta necesidad. Su reloj tenía que permanecer preciso durante meses en el mar mientras soportaba movimientos, humedad y cambios de temperatura constantes. Para determinar la longitud los navegantes solo tenían que comparar el medio día local, cuando el Sol estaba en su punto más alto en el cielo, con la hora indicada en el reloj, que era la hora de Greenwich. Entonces la diferencia en el número de horas determinaba su longitud.

Introducción 1

El objetivo de la física es proporcionar una comprensión del mundo físico desarrollando teorías basadas en experimentos. Una teoría física, que por lo general se expresa de forma matemática, describe cómo funciona un sistema físico dado. La teoría hace ciertas predicciones acerca del sistema las cuales luego se pueden verificar con observaciones y experimentos. Si resulta que las observaciones corresponden de manera cercana a lo que en realidad se observa, entonces la teoría perdura, aunque permanece provisional. Ninguna teoría a la fecha ha proporcionado una descripción completa de todos los fenómenos físicos, incluso con una subdisciplina de la física. Cada una de las teorías es un trabajo en progreso.

Las leyes básicas de la física comprenden cantidades físicas como fuerza, volumen y aceleración, y todas ellas se pueden describir en términos de cantidades fundamentales. En la física es conveniente utilizar las cantidades de **longitud** (l), **masa** (m) y **tiempo** (t); todas las otras cantidades físicas se pueden deducir a partir de estas tres.

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar y utilizar las unidades SI de longitud, masa y tiempo.
2. Proporcionar ejemplos de las magnitudes aproximadas de mediciones comunes.

Para comunicar el resultado de una medición de cierta cantidad física, se debe definir una *unidad* para la cantidad. Por ejemplo, si se define que nuestra unidad fundamental de longitud es 1.0 metro y alguien familiarizado con nuestro sistema de medición reporta que una pared tiene 2.0 metros de altura, sabemos que la altura de la pared es dos veces la unidad fundamental de longitud. De igual forma, si nuestra unidad fundamental de masa se define como 1.0 kilogramo y nos dicen que una persona tiene una masa de 75 kilogramos, entonces esa persona tiene una masa 75 veces mayor que la unidad fundamental de masa.

En 1960 un comité internacional acordó el uso de un sistema estándar de unidades denominado **SI** (Système International) para las cantidades fundamentales de la ciencia. Sus unidades de longitud, masa y tiempo son el metro, el kilogramo y el segundo, respectivamente.

Longitud

Definición del metro ▶

En 1799 el estándar legal de longitud en Francia se convirtió en el metro, definido como un diezmillonésimo de la distancia del Ecuador al Polo Norte. Hasta 1960 la longitud oficial del metro era la distancia entre dos líneas en una barra específica de aleación de platino-iridio, almacenada en condiciones controladas. Este estándar se abandonó por varias razones, la principal de ellas fue que las mediciones de la separación entre las líneas no era suficientemente precisa. En 1960 el metro se definió como 1 650 763.73 longitudes de onda de luz naranja-roja emitida por una lámpara de kriptón-86. En octubre de 1983 esta definición también se abandonó y **el metro se redefinió como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un intervalo de 1/299 792 458 segundos**. Esta última definición establece la velocidad de la luz en 299 792 458 metros por segundo.

Masa

Definición del kilogramo ▶

La unidad SI de la masa, el kilogramo, se define como la masa de un cilindro específico de aleación de platino-iridio que se resguarda en el International Bureau of Weights and Measures en Sèvres, Francia (similar al que se muestra en la figura 1.1a). Como se verá en el capítulo 4, la masa es una unidad que se usa para medir la resistencia a un cambio en el movimiento de un objeto. Es más difícil ocasionar dicho cambio con un objeto que tenga una masa grande que con uno que tenga una masa pequeña.

Sugerencia 1.1 Sin comas en números con muchos dígitos

En la ciencia los números con más de tres dígitos se escriben en grupos de tres dígitos separados por espacios en lugar de comas; de manera que 10 000 es lo mismo que la notación estadounidense común 10,000. De igual forma, $\pi = 3.14159265$ se escribe como $\pi = 3.141\,592\,65$.

Tiempo

Antes de 1960 el estándar del tiempo se definía en términos de la longitud promedio de un día solar en el año 1900. (Un día solar es el tiempo entre las apariciones sucesivas del Sol en el punto más alto que alcanza en el cielo cada día.) La unidad básica

Reproducido con permiso de BIPM, que conserva todos los derechos de autor internacionales protegidos.

AP Photo/Focke Strangman

a b

Figura 1.1 a) Prototipo internacional del kilogramo, una copia exacta del kilogramo estándar internacional resguardado en Sèvres, Francia, está alojado en una vasija doble en forma de campana en una caja fuerte en el National Institute of Standards and Technology. b) Reloj atómico de fuente de cesio. El reloj no ganará ni perderá un segundo en 20 millones de años.

Tabla 1.1 Valores aproximados de algunas longitudes medidas

	Longitud (m)
Distancia de la Tierra al quásar más remoto conocido	1×10^{26}
Distancia de la Tierra a las galaxias normales más remotas conocidas	4×10^{25}
Distancia de la Tierra a la galaxia grande más cercana (M31, la galaxia Andrómeda)	2×10^{22}
Distancia de la Tierra a la estrella más cercana (Próxima Centauri)	4×10^{16}
Un año luz	9×10^{15}
Radio medio de la órbita de la Tierra alrededor del Sol	2×10^{11}
Distancia media de la Tierra a la Luna	4×10^{8}
Radio medio de la Tierra	6×10^{6}
Altitud común de un satélite orbitando la Tierra	2×10^{5}
Longitud de un campo de fútbol americano	9×10^{1}
Longitud de una mosca doméstica	5×10^{-3}
Tamaño de las partículas de polvo más pequeñas	1×10^{-4}
Tamaño de las células en la mayoría de los organismos vivos	1×10^{-5}
Diámetro del átomo de hidrógeno	1×10^{-10}
Diámetro del núcleo atómico	1×10^{-14}
Diámetro del protón	1×10^{-15}

del tiempo, el segundo, se definió como $(1/60)(1/60)(1/24) = 1/86\,400$ del día solar promedio. En 1967 el segundo se redefinió para aprovechar la alta precisión obtenible con un reloj atómico, el cual utiliza la frecuencia característica de la luz emitida del átomo de cesio-133 como su "reloj de referencia". **En la actualidad el segundo se define como 9 192 631 700 veces el periodo de oscilación de la radiación del átomo de cesio.** En la figura 1.1b se muestra el reloj atómico de cesio más reciente.

◄ Definición de segundo

Valores aproximados de longitud, masa e intervalos de tiempo

Los valores aproximados de algunas longitudes, masas e intervalos de tiempo se muestran en las tablas 1.1, 1.2 y 1.3, respectivamente. Observe los intervalos amplios de valores. Estudie estas tablas para tener una idea de un kilogramo de masa (este libro tiene una masa de alrededor de dos kilogramos, un intervalo de tiempo de 10^{10} segundos (un siglo tiene aproximadamente 3×10^{9} segundos) o dos metros de longitud (la estatura de un jugador delantero en un equipo de basquétbol). En el apéndice A se repasa la notación para las potencias de 10, como la expresión del número 50 000 en la forma de 5×10^{4}.

Los sistemas de unidades de uso común en la física son el Sistema Internacional, en el cual las unidades de longitud, masa y tiempo son el metro (m), el kilogramo (kg) y el segundo (s); el sistema cgs, o gaussiano, en el cual las unidades de longitud,

Tabla 1.2 Valores aproximados de algunas masas

	Masa (kg)
Universo observable	1×10^{52}
Galaxia Vía Láctea	7×10^{41}
Sol	2×10^{30}
Tierra	6×10^{24}
Luna	7×10^{22}
Tiburón	1×10^{2}
Humano	7×10^{1}
Rana	1×10^{-1}
Mosquito	1×10^{-5}
Bacteria	1×10^{-15}
Átomo de hidrógeno	2×10^{-27}
Electrón	9×10^{-31}

Tabla 1.3 Valores aproximados de algunos intervalos de tiempo

	Intervalo de tiempo (s)
Edad del Universo	5×10^{17}
Edad de la Tierra	1×10^{17}
Edad promedio de un estudiante universitario	6×10^{8}
Un año	3×10^{7}
Un día	9×10^{4}
Tiempo entre latidos normales	8×10^{-1}
Periodo[a] de ondas sonoras audibles	1×10^{-3}
Periodo[a] de ondas de radio comunes	1×10^{-6}
Periodo[a] de la vibración de un átomo en un sólido	1×10^{-13}
Periodo[a] de ondas de luz visibles	2×10^{-15}
Duración de una colisión nuclear	1×10^{-22}
Tiempo requerido para que la luz viaje a través de un protón	3×10^{-24}

[a]Un *periodo* se define como el tiempo requerido para una vibración completa.

Tabla 1.4 Algunos prefijos para potencias de diez empleados en unidades "métricas" (SI y cgs)

Potencia	Prefijo	Abreviatura
10^{-18}	ato-	a
10^{-15}	femto-	f
10^{-12}	pico-	p
10^{-9}	nano-	n
10^{-6}	micro-	μ
10^{-3}	milí-	m
10^{-2}	centí-	c
10^{-1}	deci-	d
10^{1}	deca-	da
10^{3}	kilo-	k
10^{6}	mega-	M
10^{9}	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta-	P
10^{18}	exa-	E

masa y tiempo son el centímetro (cm), gramo (g) y segundo (s); y el sistema acostumbrado en Estados Unidos, donde las unidades de longitud, masa y tiempo son el pie (ft), el slug y el segundo. Las unidades SI se aceptan casi de manera universal en la ciencia y la industria, y se usarán en todo este libro. Las unidades gaussianas y las acostumbradas en Estados Unidos se usarán poco.

En la tabla 1.4 se listan algunos prefijos que más se usan en unidades "métricas" (SI y cgs) que representan potencias de 10 y sus abreviaturas. Por ejemplo, 10^{-3} m es equivalente a un milímetro (mm) y 10^3 m es un kilómetro (km). De igual forma, 1 kg es igual a 10^3 gramos y 1 megavolt (MV) es 10^6 volts (V). Es buena idea memorizar desde ahora los prefijos más comunes: la mayoría de los físicos usan femto- a centí- y kilo- a giga- de manera rutinaria.

1.2 Los bloques fundamentales de la materia

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar los componentes fundamentales de la materia.
2. Describir de forma cualitativa los niveles de la estructura de la materia.

1 cubo de 1 kg ($\approx$ 2 lb) de oro sólido tiene una longitud de aproximadamente 3.73 cm ($\approx$ 1.5 pulg) por lado. Si el cubo se corta a la mitad, las dos partes resultantes conservan su identidad química. Pero ¿qué pasa si las dos piezas se cortan una y otra vez indefinidamente? Los filósofos griegos Leucipo y Demócrito no pudieron aceptar la idea de que la serie de cortes podría continuar para siempre. Especularon que el proceso terminaría cuando se produjera una partícula que ya no fuera posible cortar. En griego, *atomos* significa "que no se puede cortar". De este término proviene la palabra *átomo*, que se creía era la partícula más pequeña de la materia, pero desde entonces se ha determinado que es un compuesto de más partículas elementales.

El átomo se puede visualizar de manera sencilla como un sistema solar en miniatura con un núcleo denso y cargado positivamente ocupando la posición del Sol y electrones cargados negativamente orbitando como los planetas. Este modelo del átomo, que el gran físico Danés Niels Bohr desarrolló primero hace casi un siglo, condujo a la comprensión de ciertas propiedades de los átomos más simples como el hidrógeno, pero no pudo explicar muchos detalles finos de la estructura atómica.

Observe el tamaño del átomo de hidrógeno, listado en la tabla 1.1, y el tamaño de un protón (el núcleo de un átomo de hidrógeno) cien mil veces menor. Si el protón tuviera el tamaño de una pelota de ping-pong, ¡el electrón sería una mota diminuta de aproximadamente el tamaño de una bacteria, orbitando el protón a un kilometro de distancia! Otros átomos están construidos de forma similar. Por lo tanto, existe una cantidad sorprendente de espacio vacío en la materia ordinaria.

Después del descubrimiento del núcleo a principios de 1900, surgieron preguntas respecto a su estructura. Aunque la estructura del núcleo permanece como un área de investigación activa en la actualidad, a principios de la década de 1930 los científicos determinaron que dos entidades básicas (protones y neutrones) ocupan el núcleo. El *protón* es el portador de carga positiva más común de la naturaleza, igual en magnitud pero opuesta en signo a la carga del electrón. El número de protones en un núcleo determina qué elemento es. Por ejemplo, un núcleo que contiene solo un protón es el de un átomo de hidrógeno, sin importar cuántos neutrones haya. Los neutrones adicionales corresponden a isótopos diferentes de hidrógeno (deuterio y tritio), los cuales reaccionan químicamente de la misma manera que el hidrógeno, pero son más masivos. De manera similar, un átomo que tiene dos protones en su núcleo siempre es helio, aunque de nuevo, son posibles diferentes números de neutrones.

La existencia de los *neutrones* se verificó de manera conclusiva en 1932. Un neutrón no tiene carga y tiene una masa aproximadamente igual a la de un protón. Excepto por el hidrógeno, todos los núcleos atómicos contienen neutrones, los cuales, junto con los protones, interactúan a través de la fuerza magnética. Esa fuerza se opone a la fuerza eléctrica que repele intensamente a los protones, lo cual de otra manera ocasionaría que el núcleo se desintegrara.

La división no se detiene aquí; la sólida evidencia reunida durante muchos años indica que los protones, los neutrones y una gran variedad de otras partículas exóticas se componen de seis partículas denominadas **quarks.** A estas partículas se les ha dado el nombre de *arriba*, *abajo*, *extraño*, *encanto*, *fondo* y *cima*. En lo que se refiere a los quarks arriba, encanto y cima, cada uno porta una corriente igual a $+\frac{2}{3}$ de la del protón, en tanto que los quarks abajo, extraño y fondo, portan cada uno una carga igual a $-\frac{1}{3}$ de la carga del protón. El protón consiste en dos quarks arriba y un quark abajo (consulte la figura 1.2), lo que da la carga correcta para el protón, +1. El neutrón se compone de dos quarks abajo y un quark arriba, y tiene una carga neta de cero.

Los quarks arriba y fondo son suficientes para describir toda la materia normal, por lo que la existencia de los otros cuatro quarks, que se han observado de forma indirecta en los experimentos de alta energía, es un misterio. A pesar de la fuerte evidencia indirecta, nunca se ha observado un quark aislado. En consecuencia la existencia de todavía más partículas elementales permanece puramente especulativa.

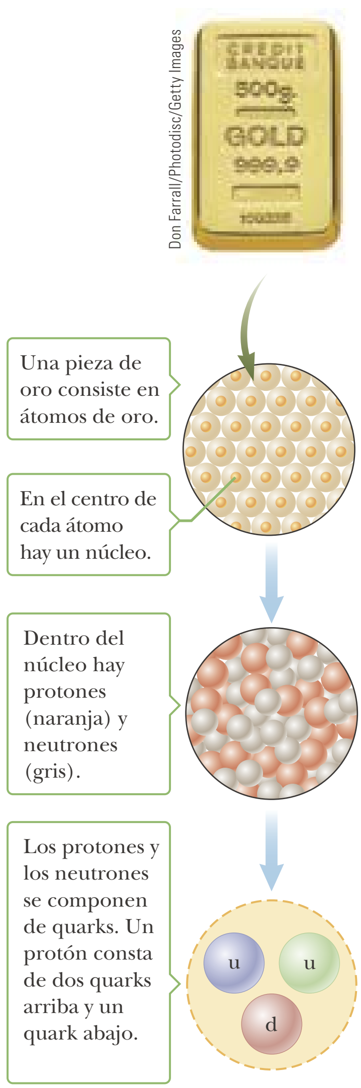


Figura 1.2 Niveles de organización en la materia.

1.3 Análisis dimensional

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Enunciar la definición de una dimensión y proporcionar ejemplos de algunas cantidades físicas básicas.
2. Utilizar dimensiones para verificar la consistencia de las ecuaciones.
3. Utilizar dimensiones para deducir las relaciones entre las cantidades físicas.

En física la palabra *dimensión* denota la naturaleza de una cantidad. La distancia entre dos puntos, por ejemplo, se puede medir en pies, metros o estadios, los cuales son formas diferentes para expresar la dimensión de *longitud*.

Los símbolos que se usan en esta sección para especificar las dimensiones de longitud, masa y tiempo son L, M y T, respectivamente. Los paréntesis rectangulares [ ] con frecuencia se usarán para denotar las dimensiones de una cantidad física. En esta notación, por ejemplo, las dimensiones de velocidad v se escriben $[v] = \mathrm{L/T}$ y las dimensiones de área A son $[A] = \mathrm{L}^2$. Las dimensiones de área, volumen, velocidad y aceleración se listan en la tabla 1.5, junto con sus unidades en tres sistemas comunes. Las dimensiones de otras cantidades como fuerza y energía, se describirán más adelante conforme se presenten.

En física a menudo es necesario usar expresiones matemáticas que relacionan cantidades físicas diferentes. Una forma de analizar esas expresiones, llamada **análisis dimensional**, parte del hecho de que las **dimensiones se pueden tratar como cantidades algebraicas**. Sumar masas a longitudes, por ejemplo, no tiene sentido; de ello se deduce que las cantidades se pueden sumar o restar solo si tienen las mismas dimensiones. Si los términos en los lados opuestos de una ecuación tienen las mismas dimensiones, entonces esa ecuación puede ser correcta, aunque no es posible garantizar la integridad solo con base en las dimensiones. No obstante, el análisis dimensional tiene valor como una verificación parcial de una ecuación y también se puede utilizar para desarrollar una visión en las relaciones entre cantidades físicas.

El procedimiento se puede ilustrar desarrollando algunas relaciones entre la aceleración, la velocidad, el tiempo y la distancia. La distancia x tiene las dimensiones de longitud: $[x] = \mathrm{L}$. El tiempo t tiene la dimensión $[t] = \mathrm{T}$. La velocidad v tiene las dimensiones de longitud entre tiempo: $[v] = \mathrm{L/T}$, y aceleración las dimensiones de

Tabla 1.5 Dimensiones y algunas unidades de área, volumen, velocidad y aceleración

Sistema	Área (L^2)	Volumen (L^3)	Velocidad (L/T)	Aceleración ($\mathrm{L/T}^2$)
SI	m^2	m^3	m/s	$\mathrm{m/s}^2$
cgs	cm^2	cm^3	cm/s	$\mathrm{cm/s}^2$
Sistema inglés	pies^2	pies^3	pies/s	$\mathrm{pies/s}^2$

longitud dividida entre el tiempo al cuadrado; $[a] = \mathrm{L}/\mathrm{T}^2$. Observe que la velocidad y la aceleración tienen dimensiones similares, excepto por una dimensión adicional de tiempo en el denominador de la aceleración. Se deduce que

$$[v] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2}\mathrm{T} = [a][t]$$

A partir de esta ecuación es posible suponer que la velocidad es igual a la aceleración multiplicada por el tiempo, $v = at$, y eso es cierto para el caso especial de movimiento con aceleración constante partiendo del reposo. Al observar que la velocidad tiene dimensiones de longitud divida entre tiempo y que la distancia tiene dimensiones de longitud, es razonable suponer que

$$[x] = \mathrm{L} = \mathrm{L}\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}\mathrm{T} = [v][t] = [a][t]^2$$

Aquí parece que $x = at^2$ podría correlacionar de forma correcta la distancia recorrida con la aceleración y el tiempo; sin embargo esa ecuación ni siquiera es correcta en el caso de la aceleración constante partiendo del reposo. La expresión adecuada en ese caso es $x = \frac{1}{2}at^2$. Estos ejemplos sirven para demostrar las limitaciones inherentes al utilizar el análisis dimensional para descubrir las relaciones entre las cantidades físicas. Sin embargo, esos procedimientos tan simples aún pueden tener valor al desarrollar un modelo matemático preliminar para un sistema físico dado. Además, ya que es fácil cometer errores al resolver problemas, el análisis dimensional se puede usar para verificar la consistencia de los resultados. Cuando las dimensiones en una ecuación no son consistentes, esto indica que se ha cometido un error en un paso anterior.

■ EJEMPLO 1.1 Análisis de una ecuación

OBJETIVO Verificar una ecuación mediante análisis dimensional.

PROBLEMA Demuestre que la expresión $v = v_0 + at$ es dimensionalmente correcta, donde v y v_0 representan las velocidades, a es la aceleración, y t es un intervalo de tiempo.

ESTRATEGIA Analice cada término, determinando sus dimensiones, y luego verifique si todos los términos concuerdan entre sí.

SOLUCIÓN

Encuentre las dimensiones para v y v_0.

$$[v] = [v_0] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}$$

Encuentre las dimensiones de at.

$$[at] = [a][t] = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}^2}(\mathrm{T}) = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}}$$

COMENTARIOS Todos los términos concuerdan, por lo tanto la ecuación es dimensionalmente correcta.

PREGUNTA 1.1 Cierto o falso: una ecuación es dimensionalmente correcta siempre que sea físicamente correcta, hasta una constante de proporcionalidad.

EJERCICIO 1.1 Determine si la ecuación $x = vt^2$ es dimensionalmente correcta. Si no, proporcione una expresión correcta, hasta una constante de proporcionalidad general.

RESPUESTA Incorrecta. La expresión $x = vt$ es dimensionalmente correcta.

■ EJEMPLO 1.2 Encuentre una ecuación

OBJETIVO Deduzca una ecuación empleando el análisis dimensional.

PROBLEMA Encuentre una relación entre una aceleración de magnitud constante a, velocidad v y distancia r a partir del origen para una partícula viajando en un círculo.

ESTRATEGIA Inicie con el término que tiene la mayor dimensionalidad, a. Encuentre sus dimensiones, y luego reescriba esas dimensiones en términos de las dimensiones de v y r. Las dimensiones de tiempo tendrán que eliminarse con v, debido a que esa es la única cantidad (además de la propia a) en la que aparece la dimensión de tiempo.

SOLUCIÓN

Escriba las dimensiones de a: $[a] = \dfrac{L}{T^2}$

Despeje las dimensiones de la velocidad para T: $[v] = \dfrac{L}{T} \quad \rightarrow \quad T = \dfrac{L}{[v]}$

Sustituya la expresión para T en la ecuación para $[a]$: $[a] = \dfrac{L}{T^2} = \dfrac{L}{(L/[v])^2} = \dfrac{[v]^2}{L}$

Sustituya L = $[r]$, y suponga en la ecuación: $[a] = \dfrac{[v]^2}{[r]} \quad \rightarrow \quad \boxed{a = \dfrac{v^2}{r}}$

COMENTARIOS Esta es la ecuación correcta para la magnitud de la aceleración centrípeta (aceleración hacia el centro del movimiento) que se analizará en el capítulo 7. En este caso no es necesario introducir un factor numérico. Un factor con frecuencia se presenta de manera explícita como una constante k al inicio del lado derecho, por ejemplo, $a = kv^2/r$. Resulta que $k = 1$ proporciona la expresión correcta. Una buena técnica que algunas veces se presenta en los libros de cálculo comprende el uso de potencias desconocidas de las dimensiones. Entonces este problema se establecería como $[a] = [v]^b[r]^c$. Escribiendo las dimensiones e igualando las potencias de cada dimensión en los dos lados de la ecuación resultaría en $b = 2$ y $c = -1$.

PREGUNTA 1.2 Cierto o falso. Al reemplazar v por r/t en la respuesta final también da una ecuación dimensionalmente correcta.

EJERCICIO 1.2 En física, la energía E tiene dimensiones de masa por longitud elevada al cuadrado dividida entre tiempo al cuadrado. Utilice el análisis dimensional para deducir una relación para la energía en términos de la masa m y la velocidad v, hasta una constante de proporcionalidad. Establezca la velocidad igual a c, la velocidad de la luz y la constante de proporcionalidad igual que 1 para obtener la ecuación más famosa en la física. (Observe, sin embargo, que la primera relación está asociada con la energía de movimiento y la segunda con la energía de masa.

RESPUESTA $E = kmv^2 \quad \rightarrow \quad E = mc^2$ cuando $k = 1$ y $v = c$.

1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Identificar el número de cifras significativas en una medición física dada.
2. Aplicar las cifras significativas para estimar la precisión apropiada de una combinación de mediciones físicas.

La física en una ciencia en la que las leyes matemáticas se prueban con experimentos. Ninguna cantidad física se puede determinar con una precisión absoluta debido a que nuestros sentidos son limitados, aun cuando se apoyen en microscopios, ciclotrones y otros instrumentos. En consecuencia, es importante desarrollar métodos para determinar la precisión de las mediciones.

Todas las mediciones tienen incertidumbres asociadas con ellas, ya sea que se declaren de manera implícita o no. La precisión de una medición depende de la sensibilidad del aparato, de la habilidad de la persona que la realiza y del número de veces que la medición se repite. Una vez que se conocen las mediciones, junto con sus incertidumbres, a menudo se presenta el caso de que los cálculos deban realizarse empleando estas mediciones. Suponga que se multiplican dos mediciones. Cuando se usa una calculadora para obtener este producto, puede haber ocho dígitos en la pantalla de la calculadora, pero con frecuencia solo dos o tres de ellos tienen alguna importancia. El resto no tiene valor ya que implican mayor precisión de la que en realidad se logra en las mediciones originales. En el trabajo experimental, la determinación de cuántos números se deben retener requiere la aplicación de la estadística y la propagación matemática de las incertidumbres. En un libro de texto no es práctico aplicar esas herramientas sofisticadas en los numerosos cálculos, por lo tanto en su lugar un método simple, denominado **cifras significativas**, se usa para indicar el número aproximado de dígitos que es preciso retener al final de un cálculo. Aunque ese método no es riguroso desde el punto de vista matemático, es fácil de aplicar y funciona muy bien.

Suponga que en un experimento de laboratorio medimos el área de una placa rectangular con una regla. Piense que la precisión con la que podemos medir una dimensión particular de la placa es ± 0.1 cm. Si se mide que la longitud de la placa es de 16.3 cm, solo podemos afirmar que se encuentra en algún punto entre 16.2 cm y 16.4 cm. En este caso, se dice que el valor medido tiene tres cifras significativas. De igual forma, si se mide que el ancho de la placa es 4.5 cm, el valor actual se encuentra entre 4.4 cm y 4.6 cm. Este valor medido solo tiene dos cifras significativas. Podríamos escribir los valores medidos como 16.3 ± 0.1 cm y 4.5 ± 0.1 cm. En general, **una cifra significativa es un dígito confiablemente conocido** (diferente del cero que se usa para ubicar un punto decimal). Observe que en cada caso el número final tiene cierta incertidumbre asociada con él, y no es por lo tanto 100% confiable. A pesar de la incertidumbre, ese número se retiene y considera significativo ya que contiene cierta información.

Suponga que queremos encontrar el área de la placa multiplicando los dos valores medidos. El valor final puede variar entre $(16.3 - 0.1 \text{ cm})(4.5 - 0.1 \text{ cm}) = (16.2 \text{ cm})(4.4 \text{ cm}) = 71.28 \text{ cm}^2$ y $(16.3 + 0.1 \text{ cm})(4.5 + 0.1 \text{ cm}) = (16.4 \text{ cm})(4.6 \text{ cm}) = 75.44 \text{ cm}^2$. Afirmar que se sabe algo acerca de los lugares de los centésimos o incluso de los décimos no tiene sentido, ya que es claro que no podemos estar seguros del lugar de las unidades, ya sea el 1 en 71, el 5 en 75, o en algún punto intermedio. Es claro que los lugares de los décimos y de los centésimos no son significativos. Tenemos cierta información acerca del lugar de las unidades, por lo que ese número es significativo. Multiplicando los números a la mitad del intervalo de la incertidumbre da $(16.3 \text{ cm})(4.5 \text{ cm}) = 73.35 \text{ cm}^2$, lo cual está también en el intervalo de incertidumbre del área. Como los centésimos y los décimos no son significativos, los omitimos y decimos que la respuesta es 73 cm^2, con una incertidumbre de $\pm 2 \text{ cm}^2$. Observe que la respuesta tiene dos cifras significativas, el mismo número de cifras que la cantidad conocida con precisión que se multiplica, el ancho de 4.5 cm.

Los cálculos realizados como en el párrafo anterior pueden indicar el número adecuado de cifras significativas, pero esos cálculos son tardados. En su lugar se pueden aplicar dos reglas prácticas. La primera, que tiene que ver con la multiplicación y la división, es la siguiente: **al multiplicar (dividir) dos o más cantidades, el número de cifras significativas en el producto (cociente) final es el mismo que el número de cifras significativas en el *menos exacto* de los factores que se están combinando, donde *menos exacto* significa que *tiene el menor número de cifras significativas*.**

Para obtener el número final de cifras significativas, por lo regular es necesario hacer cierto redondeo. Si el último dígito omitido es menor que 5, simplemente se omite. Si el último número omitido es mayor que o igual que 5, se aumenta el último número retenido en uno.[1]

Sugerencia 1.2 El uso de calculadoras

Las calculadoras fueron diseñadas por los ingenieros para arrojar tantos dígitos como permita la memoria de los chips, por lo que usted debe asegurarse de redondear la respuesta final al número correcto de cifras significativas.

Los ceros pueden o no ser cifras significativas. Los ceros que se utilizan para posicionar el punto decimal en números como 0.03 y 0.0075 no se consideran cifras significativas. De aquí que 0.03 tiene una cifra significativa y 0.0075 tiene dos.

Cuando los ceros se colocan después de otros dígitos en un número entero, existe la posibilidad de interpretación errónea. Por ejemplo, suponga que la masa de un objeto está dada como 1500 g. Este valor es ambiguo, ya que no sabemos si los últimos dos ceros se usan para ubicar el punto decimal o si representan cifras significativas en la medición.

El uso de la notación científica para indicar el número de cifras significativas suprime esta ambigüedad. En este caso, expresamos la masa como 1.5×10^3 g si hay dos cifras significativas en el valor medido, 1.50×10^3 g si hay tres cifras significativas, y 1.500×10^3 g si hay cuatro cifras significativas. De igual forma, 0.000 15 se expresa en notación científica como 1.5×10^{-4} si tiene dos cifras significativas o como 1.50×10^{-4} si tiene tres cifras significativas. Los tres ceros entre el punto

[1]Algunas personas prefieren redondear al dígito par más cercano cuando el último dígito omitido es 5, lo cual tiene la ventaja de redondear 5 hacia arriba la mitad de las veces y hacia abajo la mitad de las veces. Por ejemplo, 1.55 se redondearía a 1.6, pero 1.45 se redondearía a 1.4, dado que la cifra significativa final es solo una representativa de un intervalo de valores dados por la incertidumbre, esta pequeña refinación no se utilizará en este libro.

decimal y el dígito 1 en el número 0.000 15 no se cuentan como cifras significativas dado que solo ubican el punto decimal. De manera similar, los ceros finales no se consideran significativos. Sin embargo, cualesquiera ceros escritos después de un punto decimal se consideran significativos. Por ejemplo, 3.00, 30.0 y 300. tienen tres cifras significativas, en tanto que 300 solo tiene una. En este libro, **la mayoría de los ejemplos numéricos y los problemas de fin del capítulo producirán respuestas que tendrán dos o tres cifras significativas.**

Para la adición o la sustracción es mejor enfocarse en el número de lugares decimales en las cantidades implicadas en vez de hacerlo en el número de cifras significativas. **Cuando los números se suman (restan), el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al número menor de lugares decimales de cualquier término en la suma (diferencia).** Por ejemplo, si se desea calcular 123 (cero lugares decimales) + 5.35 (dos lugares decimales), la respuesta es 128 (cero lugares decimales) y no 128.35. Si calculamos la suma 1.000 1 (cuatro lugares decimales) + 0.000 3 (cuatro lugares decimales) = 1.000 4, el resultado tiene el número correcto de lugares decimales, que son 4. Observe que las reglas para multiplicar cifras significativas no funciona aquí ya que la respuesta tiene cinco cifras significativas aunque uno de los términos en la suma, 0.000 3, solo tiene una cifra significativa. De igual forma, si realizamos la resta 1.002 − 0.998 = 0.004, el resultado tiene tres lugares decimales dado que cada término en la sustracción tiene tres lugares decimales.

Para demostrar porqué esta regla es válida, regresamos al primer ejemplo en el cual sumamos 123 y 5.35, y reescribimos estos números como 123.*xxx* y 5.35*x*. Los dígitos escritos con una *x* son completamente desconocidos y pueden ser cualquier dígito de 0 a 9. Ahora alineamos 123.*xxx* y 5.35*x* relativos al punto decimal y realizamos la suma, utilizando la regla de que un dígito desconocido sumado a un dígito conocido o desconocido produce una incógnita:

$$\begin{array}{r} 123.xxx \\ +\quad 5.35x \\ \hline 128.xxx \end{array}$$

La respuesta de 128.*xxx* significa que estamos justificados solo al mantener el número 128 dado que cualquier cosa después del punto decimal en la suma en realidad es una incógnita. El ejemplo muestra que la incertidumbre de control se introduce en una suma o sustracción por el término con el número menor de lugares decimales.

■ EJEMPLO 1.3 Cálculo del área de una alfombra

OBJETIVO Aplicar las reglas para las cifras significativas.

PROBLEMA Varios instaladores de alfombras toman medidas para la instalación de una en los distintos espacios de un restaurante, reportando sus mediciones con una precisión inconsistente, como se registra en la tabla 1.6. Calcule las áreas para **a)** el salón de banquetes, **b)** la sala de reuniones y **c)** el comedor, tomando en cuenta las cifras significativas. **d)** ¿Qué área total de alfombra se requiere para estos espacios?

Tabla 1.6 Dimensiones de los espacios en el ejemplo 1.3

	Longitud (m)	Ancho (m)
Salón de banquetes	14.71	7.46
Sala de reuniones	4.822	5.1
Comedor	13.8	9

ESTRATEGIA Para los problemas de multiplicación en los incisos a)–c), cuente las cifras significativas en cada número. El resultado menor es el número de cifras significativas en la respuesta. El inciso d) requiere una suma, donde el área con el lugar decimal menos preciso conocido determina el número global de cifras significativas en la respuesta.

SOLUCIÓN

a) Calcule el área del salón de banquetes.

Cuente las cifras significativas: 14.71 m → 4 cifras significativas
7.46 m → 3 cifras significativas

Para encontrar el área multiplique los números manteniendo solo tres dígitos.
$14.71\ \text{m} \times 7.46\ \text{m} = 109.74\ \text{m}^2 \rightarrow \boxed{1.10 \times 10^2\ \text{m}^2}$

(*Continúa*)

b) Calcule el área de la sala de reuniones.

Cuente el número de cifras significativas:	4.822 m $\rightarrow$ 4 cifras significativas 5.1 m $\rightarrow$ 2 cifras significativas
Para encontrar el área, multiplique los números manteniendo solo dos dígitos:	$4.822 \text{ m} \times 5.1 \text{ m} = 24.59 \text{ m}^2 \rightarrow$ $\boxed{25 \text{ m}^2}$

c) Calcule el área del comedor.

Cuente las cifras significativas:	13.8 m $\rightarrow$ 3 cifras significativas 9 m $\rightarrow$ 1 cifra significativa
Para encontrar el área, multiplique los números manteniendo solo un dígito:	$13.8 \text{ m} \times 9 \text{ m} = 124.2 \text{ m}^2 \rightarrow$ $\boxed{100 \text{ m}^2}$

d) Calcule el área total de la alfombra requerida, con el número adecuado de cifras significativas.

Sume las tres respuestas sin considerar las cifras significativas:	$1.10 \times 10^2 \text{ m}^2 + 25 \text{ m}^2 + 100 \text{ m}^2 = 235 \text{ m}^2$
El número menos preciso es 100 m^2, con una cifra significativa en el lugar decimal de las centenas:	$235 \text{ m}^2 \rightarrow$ $\boxed{2 \times 10^2 \text{ m}^2}$

COMENTARIOS Observe que la respuesta final en el inciso d) solo tiene una cifra significativa, en el lugar de las centenas, lo que resulta en una respuesta que tuvo que ser redondeada hacia abajo en una fracción considerable de su valor total. Esa es la consecuencia de tener información insuficiente. El valor de 9 m, sin otra información, representa un valor verdadero que podría estar en cualquier parte del intervalo [8.5 m, 9.5 m], el cual se redondea a 9 cuando solo se retiene un dígito.

PREGUNTA 1.3 ¿Cómo cambiaría la respuesta final si el ancho del comedor fuera 9.0 m?

EJERCICIO 1.3 Un rancho tiene dos áreas rectangulares cercadas. El área A tiene una longitud de 750 m y un ancho de 125 m; el área B tiene una longitud de 400 m y un ancho de 150 m. Encuentre a) el área A, b) el área B y c) el área total, atendiendo a las reglas de las cifras significativas. Suponga que los ceros finales no son significativos.

RESPUESTAS a) $9.4 \times 10^4 \text{ m}^2$; b) $6 \times 10^4 \text{ m}^2$; c) $1.5 \times 10^5 \text{ m}^2$

Al efectuar cualquier cálculo, en especial uno que implique un número de pasos, siempre habrá ligeras discrepancias causadas tanto por el proceso de redondeo como por el orden algebraico en el cual se realizan los pasos. Por ejemplo, considere $2.35 \times 5.89/1.57$. Este cálculo se puede efectuar en tres órdenes diferentes. Primero, tenemos $2.35 \times 5.89 = 13.842$, lo cual se redondea a 13.8, seguido de $13.8/1.57 = 8.789\,8$, redondeando a 8.79. Segundo, $5.89/1.57 = 3.751\,6$ lo cual se redondea a 3.75, lo que resulta en $2.35 \times 3.75 = 8.812\,5$, redondeando a 8.81. Por último, $2.35/1.57 = 1.496\,8$ se redondea a 1.50 y $1.50 \times 5.89 = 8.835$ se redondea a 8.84. De este modo tres órdenes algebraicos diferentes, siguiendo las reglas del redondeo, conducen a las respuestas de 8.79, 8.81 y 8.84, respectivamente. Es previsible que se presenten esas discrepancias menores, ya que el último dígito significativo solo es representativo de un intervalo de valores posibles, dependiendo de la incertidumbre experimental. Para evitar esas discrepancias, algunas personas llevan uno o más dígitos adicionales durante los cálculos, aunque hacer eso no es consistente desde el punto de vista conceptual debido a que esos dígitos adicionales no son significativos. Como una forma práctica, en los ejemplos resueltos en este libro, los resultados intermedios reportados se redondearán al número apropiado de cifras significativas y solo esos dígitos se llevarán hacia adelante. En los conjuntos de problemas, sin embargo, los datos dados por lo general se supondrán precisos hasta dos o tres dígitos, incluso cuando haya ceros finales. **Al resolver los problemas, el estudiante debe estar consciente de que las ligeras diferencias en las prácticas del redondeo pueden resultar en respuestas que difieren del texto en el último dígito significativo, lo cual es normal y no es causa de preocupación.** El método de las cifras significativas tiene sus limitaciones al determinar la precisión, pero es fácil de aplicar. Sin embargo, en el trabajo experimental se deben emplear la estadística y la propagación matemática para determinar la precisión de un resultado experimental.

1.5 Conversión de unidades

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Convertir las cantidades físicas de un sistema de unidades a otro.

En ocasiones es necesario convertir las unidades de un sistema a otro. Los factores de conversión entre los sistemas SI y el acostumbrado en Estados Unidos para las unidades de longitud son los siguientes:

$$1 \text{ mi} = 1\,609 \text{ m} = 1.609 \text{ km} \qquad 1 \text{ pie} = 0.304\,8 \text{ m} = 30.48 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m} = 39.37 \text{ pulg} = 3.281 \text{ pies} \qquad 1 \text{ pulg} = 0.025\,4 \text{ m} = 2.54 \text{ cm}$$

Una lista más extensa de factores de conversión se encuentra en las primeras de forros de este libro. En todas las ecuaciones de conversión dadas, se supone que el "1" a la izquierda de la ecuación tiene el mismo número de cifras significativas que la cantidad dada a la derecha.

Es posible tratar las unidades como cantidades algebraicas que se pueden "cancelar" entre sí. Podemos hacer una fracción con la conversión que cancelará las unidades que no queremos, y multiplicar esa fracción por la cantidad en cuestión. Por ejemplo, suponga que queremos convertir 15.0 pulg a centímetros. Como 1 pulg = 2.54 cm, determinamos que

$$15.0 \text{ pulg} = 15.0 \cancel{\text{pulg}} \times \left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1.00 \cancel{\text{pulg}}}\right) = 38.1 \text{ cm}$$

Los dos ejemplos siguientes muestran cómo abordar los problemas que comprenden más de una conversión y con potencias.

JessieEldora/istockphoto.com

En esta señal de un camino el límite de velocidad se muestra en kilómetros por hora y millas por hora. ¿Qué tan precisa es la conversión?

EJEMPLO 1.4 ¡Deténgase!

OBJETIVO Convertir unidades usando factores de conversión.

PROBLEMA Si un automóvil viaja a una velocidad de 28.0 m/s, ¿excede el conductor el límite de velocidad de 55.0 mi/h?

ESTRATEGIA Los metros deben convertirse a millas y los segundos a horas usando los factores de conversión listados en las primeras de forros del libro. En este caso, se usarán tres factores.

SOLUCIÓN

Convierta metros a millas:

$$28.0 \text{ m/s} = \left(28.0 \frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1.00 \text{ mi}}{1\,609 \cancel{\text{m}}}\right) = 1.74 \times 10^{-2} \text{ mi/s}$$

Convierta segundos a horas:

$$1.74 \times 10^{-2} \text{ mi/s} = \left(1.74 \times 10^{-2} \frac{\text{mi}}{\cancel{\text{s}}}\right)\left(60.0 \frac{\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{min}}}\right)\left(60.0 \frac{\cancel{\text{min}}}{\text{h}}\right)$$

$$= \boxed{62.6 \text{ mi/h}}$$

COMENTARIOS El conductor debe aminorar la velocidad ya que está excediendo el límite de velocidad.

PREGUNTA 1.4 Repita la conversión, usando la relación 1.00 m/s = 2.24 mi/h. ¿Por qué la respuesta es ligeramente diferente?

EJERCICIO 1.4 Convierta 152 mi/h a m/s.

RESPUESTA 67.9 m/s

■ EJEMPLO 1.5 Acelere a fondo

OBJETIVO Convertir una cantidad con potencias de una unidad.

PROBLEMA La luz de un semáforo cambia a verde, y el conductor de un automóvil de alto rendimiento pisa el acelerador hasta el fondo. El velocímetro registra 22.0 m/s^2. Convierta esta lectura a km/min^2.

ESTRATEGIA Aquí necesitamos un factor para convertir metros a kilómetros y otros dos factores para convertir segundos al cuadrado a minutos al cuadrado.

SOLUCIÓN

Multiplique por los tres factores:

$$\frac{22.0\ \cancel{\text{m}}}{1.00\ \cancel{\text{s}}^2}\left(\frac{1.00\ \text{km}}{1.00 \times 10^3\ \cancel{\text{m}}}\right)\left(\frac{60.0\ \cancel{\text{s}}}{1.00\ \text{min}}\right)^2 = \boxed{79.2\ \frac{\text{km}}{\text{min}^2}}$$

COMENTARIOS Observe que en cada factor de conversión el numerador es igual al denominador cuando se toman en cuenta las unidades. Un error común al tratar con cuadrados es ¡elevar al cuadrado las unidades dentro de paréntesis al tiempo que se olvida elevar al cuadrado los números!

PREGUNTA 1.5 ¿Qué factor o factores de conversión del tiempo se usarían para además convertir la respuesta a km/h^2?

EJERCICIO 1.5 Convierta 4.50×10^3 kg/m^3 a g/cm^3.

RESPUESTA 4.50 g/cm^3

1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Generar estimaciones para las cantidades físicas usando aproximaciones y suposiciones educadas.

Obtener una respuesta exacta para un cálculo que a menudo puede ser difícil o imposible, ya sea por razones matemáticas o bien porque se dispone de información limitada. En estos casos las estimaciones pueden producir respuestas aproximadas útiles que determinan si se requiere un cálculo más preciso. Las estimaciones también sirven como verificación parcial si en verdad se realizan cálculos exactos. Si se espera una respuesta con un valor grande pero se obtiene una con valor pequeño, hay un error en alguna parte.

Para muchos problemas, conocer el valor aproximado de una cantidad (dentro de un factor de 10 o algo similar) es suficiente. Este valor aproximado se denomina estimación de **orden de magnitud** y requiere encontrar la potencia de 10 que está más cerca del valor real de la cantidad. Por ejemplo, 75 kg $\sim 10^2$ kg, donde el símbolo $\sim$ significa "está en el orden de" o "es aproximadamente". El incremento de una cantidad en tres órdenes de magnitud significa que su valor aumenta en un factor de $10^3 = 1\,000$.

En ocasiones el proceso de hacer estimaciones resulta en respuestas muy burdas, pero las respuestas que son grandes o pequeñas diez veces o más aún son útiles. Por ejemplo, suponga que le interesa saber cuántas personas han contraído cierta enfermedad. Cualesquiera estimaciones menores que 10 000 son pequeñas comparadas con la población total de la Tierra, pero un millón o más sería alarmante. Así que la información relativamente imprecisa puede proporcionar una guía valiosa.

Al desarrollar estas estimaciones se pueden tomar libertades considerables con los números. Por ejemplo, $\pi \sim 1$, $27 \sim 10$, y $65 \sim 100$. Para obtener una estimación menos burda, se permite utilizar números ligeramente más precisos (por ejemplo, $\pi \sim 3$, $27 \sim 30$, $65 \sim 70$. Una mayor precisión también se puede obtener subestimando de manera sistemática tantos números como los sobrestimados. Algunas cantidades pueden ser completamente desconocidas, pero es un criterio para hacer suposiciones razonables, como se muestra en los ejemplos.

■ EJEMPLO 1.6 Estimación de las células del cerebro

OBJETIVO Desarrollar una estimación simple.

PROBLEMA Estime el número de células en el cerebro humano.

ESTRATEGIA Estime el volumen de un cerebro humano y divida entre el volumen estimado de una célula. El cerebro está ubicado en la parte superior de la cabeza, con un volumen que se podría aproximar con un cubo $\ell = 20$ cm por lado. Las células del cerebro, que consisten aproximadamente en 10% de neuronas y 90% de glía, varían mucho en tamaño, con dimensiones que van desde algunos micrones hasta un metro más o menos. Como suposición, tome $d = 10$ micrones como dimensión representativa y considere una célula como un cubo con cada lado de esa longitud.

SOLUCIÓN

Estime el volumen de un cerebro humano:

$$V_{\text{cerebro}} = \ell^3 \approx (0.2\text{ m})^3 = 8 \times 10^{-3}\text{ m}^3 \approx 1 \times 10^{-2}\text{ m}^3$$

Estime el volumen de una célula:

$$V_{\text{cel}} = d^3 \approx (10 \times 10^{-6}\text{ m})^3 = 1 \times 10^{-15}\text{ m}^3$$

Divida el volumen de un cerebro entre el volumen de una célula:

$$\text{número de célula} = \frac{V_{\text{cerebro}}}{V_{\text{cel}}} = \frac{0.01\text{ m}^3}{1 \times 10^{-15}\text{ m}^3} = \boxed{1 \times 10^{13}\text{ células}}$$

COMENTARIOS Observe que se puso poca atención para obtener valores precisos. Si la estimación debe estar dentro de un orden de magnitud del valor actual se requiere cierta información general acerca de un problema. En este caso, el conocimiento de las dimensiones aproximadas de las células del cerebro y del cerebro humano fue esencial para efectuar la estimación.

PREGUNTA 1.6 ¿Sería 10^{12} células también una estimación razonable? ¿Y qué tal 10^9 células? Explique.

EJERCICIO 1.6 Estime el número total de células en el cuerpo humano.

RESPUESTA 10^{14} (Las respuestas pueden variar).

■ EJEMPLO 1.7 Apile billetes de un dólar hasta la Luna

OBJETIVO Estimar el número de objetos que se requiere apilar para alcanzar una altura dada.

PROBLEMA ¿Cuántos billetes de un dólar, apilados uno sobre otro, alcanzarían la Luna?

ESTRATEGIA La distancia hasta la Luna es de aproximadamente 400 000 km. Suponga el número de billetes de un dólar en un milímetro y multiplique la distancia por este número, después de convertir a unidades consistentes.

SOLUCIÓN

Estimamos que diez billetes apilados forman una capa de 1 mm. Convierta mm a km:

$$\frac{10\text{ billetes}}{1\ \cancel{\text{mm}}}\left(\frac{10^3\ \cancel{\text{mm}}}{1\ \cancel{\text{m}}}\right)\left(\frac{10^3\ \cancel{\text{m}}}{1\text{ km}}\right) = \frac{10^7\text{ billetes}}{1\text{ km}}$$

Multiplique este valor por la distancia lunar apropiada:

$$\text{Número de billetes de un dólar} \sim (4 \times 10^5\text{ km})\left(\frac{10^7\text{ billetes}}{1\text{ km}}\right) = \boxed{4 \times 10^{12}\text{ billetes}}$$

COMENTARIOS ¡Eso está dentro de un orden de magnitud de la deuda nacional de Estados Unidos!

PREGUNTA 1.7 Con base en la respuesta, ¿aproximadamente cuántos centavos apilados llegarían a la Luna?

EJERCICIO 1.7 ¿Cuántas piezas de cartón, de las que por lo general se encuentran en la parte posterior de un block de hojas de papel, se tendrían que apilar para alcanzar la altura del monumento a Washington, de aproximadamente 170 m?

RESPUESTA $\sim 10^5$ (Las respuestas pueden variar).

EJEMPLO 1.8 Número de galaxias en el Universo

OBJETIVO Estime un volumen y un número de densidad, y combine.

PROBLEMA Dado que los astrónomos pueden ver aproximadamente 10 000 millones de años luz en el espacio y que hay 14 galaxias en nuestro grupo local, que se encuentra a dos millones de años luz del siguiente grupo, estime el número de galaxias en el universo observable. (Nota: un año luz es la distancia recorrida por la luz en un año, aproximadamente 9.5×10^{15} m). (Consulte la figura 1.3.)

ESTRATEGIA A partir de la información conocida podemos estimar el número de galaxias por volumen unitario. El grupo local de 14 galaxias está contenido en una esfera con un radio de un millón de años luz, y el grupo Andrómeda se encuentra en una esfera similar; por lo tanto, hay aproximadamente 10 galaxias dentro de un volumen con un radio de un millón de años luz. Multiplique ese número de densidad por el volumen del universo observable.

Figura 1.3 En esta fotografía del espacio profundo, hay pocas estrellas, solo galaxias sin fin.

SOLUCIÓN

Calcule el volumen aproximado V_{lg} del grupo local de galaxias:

$$V_{lg} = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \sim (10^6 \text{ ly})^3 = 10^{18} \text{ ly}^3$$

Estime la densidad de las galaxias:

$$\text{densidad de galaxias} = \frac{\text{número de galaxias}}{V_{lg}}$$

$$\sim \frac{10 \text{ galaxias}}{10^{18} \text{ ly}^3} = 10^{-17} \frac{\text{galaxias}}{\text{ly}^3}$$

Calcule el volumen aproximado del universo observable:

$$V_u = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \sim (10^{10} \text{ ly})^3 = 10^{30} \text{ ly}^3$$

Multiplique la densidad de las galaxias por V_u:

$$\text{número de galaxias} \sim (\text{densidad de galaxias})\, V_u$$

$$= \left(10^{-17} \frac{\text{galaxias}}{\text{ly}^3}\right)(10^{30} \text{ ly}^3)$$

$$= \boxed{10^{13} \text{ galaxias}}$$

COMENTARIOS Observe la naturaleza aproximada del cálculo, donde se utiliza $4\pi/3 \sim 1$ en dos ocasiones y $14 \sim 10$ para el número de galaxias en el grupo local. Esto está completamente justificado. Usar los números reales no tendría sentido, ya que las otras dos suposiciones en el problema (el tamaño del universo observable y la idea de que la densidad de las galaxias local es representativa de la densidad en todas partes) también son aproximaciones burdas. Además, no hubo algo en el problema que requiriera el uso de volúmenes de esferas en lugar de volúmenes de cubos. A pesar de estas elecciones arbitrarias, la respuesta aún proporciona información útil, porque descarta muchas respuestas razonablemente posibles. Antes de realizar el cálculo, una suposición de mil millones de galaxias parecería plausible.

PREGUNTA 1.8 Aproximadamente 1 de 10 galaxias en el grupo local no es galaxia enana. Estime el número de galaxias en el Universo que no son enanas.

EJERCICIO 1.8 a) Dado que la estrella más cercana está a más o menos cuatro años luz, desarrolle una estimación de la densidad de estrellas por año luz cúbico en nuestra galaxia. b) Estime el número de estrellas en la galaxia Vía Láctea, dado que se considera en términos sencillos como un disco con un diámetro de 100 000 años luz y con un espesor de mil años luz.

RESPUESTA a) 0.02 estrellas/año luz^3; b) 2×10^{11} estrellas (las estimaciones pueden variar). La respuesta real es probablemente más o menos dos veces ese número).

1.7 Sistemas de coordenadas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Describir y ubicar puntos en un plano usando un sistema de coordenadas cartesiano.
2. Describir y ubicar puntos en un plano usando un sistema de coordenadas polar.

Muchos aspectos de la física tratan de la ubicación en el espacio, lo que requiere la definición de un sistema de coordenadas. Un punto en una recta se puede ubicar con una coordenada, un punto en un plano con dos coordenadas y un punto en el espacio con tres.

Un sistema de coordenadas que se usa para especificar la ubicación en el espacio consiste en lo siguiente:

- Un punto de referencia fijo O, denominado *origen*
- Un conjunto de ejes especificados, o direcciones, con una escala apropiada y designaciones en los ejes
- Instrucciones para señalar un punto en el espacio relativo al origen y a los ejes

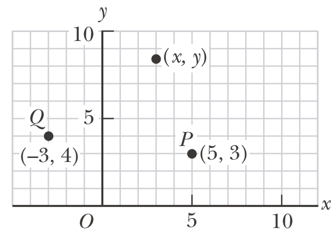


Figura 1.4 Designación de los puntos en un sistema de coordenadas cartesiano en dos dimensiones. Cada punto está etiquetado con las coordenadas (x, y).

Un sistema de coordenadas conveniente y de uso común es el **sistema de coordenadas cartesiano**, el ocasiones denominado **sistema de coordenadas rectangular**. Este sistema en dos dimensiones se ilustra en la figura 1.4. Un punto arbitrario en este sistema está etiquetado con las coordenadas (x, y). Por ejemplo, el punto P en la figura tiene coordenadas (5, 3). Si iniciamos en el origen O, podemos alcanzar P moviéndonos 5 metros de forma horizontal hacia la derecha y luego 3 metros de forma vertical hacia arriba. De la misma manera, el punto Q tiene coordenadas (−3, 4), lo que corresponde a ir 3 metros de forma horizontal hacia la izquierda del origen y 4 metros de forma vertical hacia arriba desde allí.

La x positiva por lo general se selecciona hacia la derecha a partir del origen y la y positiva hacia arriba a partir del origen, pero en dos dimensiones esta elección es en gran parte un asunto de preferencia. (Sin embargo, en tres dimensiones hay coordenadas "de mano derecha" y "de mano izquierda", lo que genera diferencias del signo menos en ciertas operaciones. Estas se abordarán según sea necesario).

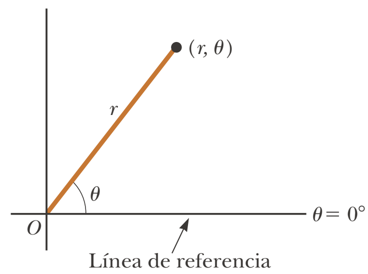


Figura 1.5 Las coordenadas polares planas de un punto están representadas por la distancia r y el ángulo θ, donde θ se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj desde el eje x positivo.

En ocasiones es más conveniente ubicar un punto en el espacio mediante sus **coordenadas polares planas** (r, θ), como se muestra en la figura 1.5. En este sistema de coordenadas, se seleccionan un origen O y una línea de referencia, como se muestra. Entonces un punto se específica por la distancia r desde el origen hasta el punto y por el ángulo θ entre la línea de referencia y una recta trazada desde el origen hasta el punto. La línea de referencia estándar por lo general se selecciona para que sea el eje x positivo de un sistema de coordenadas cartesiano. El ángulo θ se considera positivo cuando se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj desde la línea de referencia y negativo cuando se mide en sentido de las manecillas del reloj. Por ejemplo, si un punto se específica por las coordenadas polares 3 m y 60°, ubicamos este punto moviéndonos tres metros desde el origen con un ángulo de 60° por encima (en sentido contrario a las manecillas del reloj) de la línea de referencia. Un punto especificado por las coordenadas polares 3 m y −60° se ubica a tres metros desde el origen y 60° por debajo (en sentido de las manecillas del reloj) de la línea de referencia.

1.8 Trigonometría

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

1. Convertir entre coordenadas cartesianas y polares utilizando las funciones trigonométricas básicas y el teorema pitagórico.
2. Aplicar las funciones trigonométricas básicas y el teorema pitagórico en contextos físicos simples.

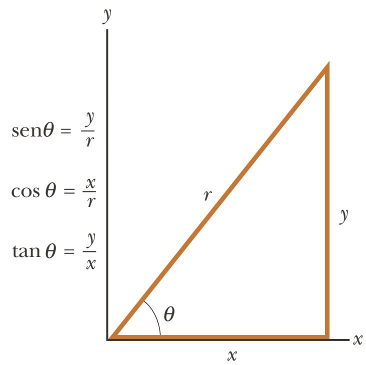


Figura 1.6 Algunas funciones trigonométricas de un triángulo rectángulo.

Considere el triángulo rectángulo que se muestra en la figura 1.6, donde el lado y es opuesto al ángulo θ, el lado x es adyacente al ángulo θ y el lado r es la hipotenusa del triángulo. Las funciones trigonométricas básicas definidas por ese triángulo son las razones de las longitudes de los lados del triángulo. Estas relaciones se denominan funciones seno (sen), coseno (cos) y tangente (tan). En términos de θ, las funciones trigonométricas básicas son como se muestra:[2]

$$\begin{aligned}
\operatorname{sen}\theta &= \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{r} \\
\cos\theta &= \frac{\text{lado adyacente a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{r} \\
\tan\theta &= \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{lado adyacente a } \theta} = \frac{y}{x}
\end{aligned} \qquad [1.1]$$

Por ejemplo, si el ángulo θ es igual a 30°, entonces la razón de y a r siempre es 0.50; es decir, sen 30° = 0.50. Observe que las funciones seno, coseno y tangente son cantidades sin unidades ya que cada una representa la razón de dos longitudes.

Otra relación importante que existe entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo se denomina **teorema pitagórico**:

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad [1.2]$$

Por último, con frecuencia será necesario encontrar los valores de las relaciones inversas. Por ejemplo, suponga que sabe que el seno de un ángulo es 0.866, pero necesita conocer el valor del ángulo. La función de seno inverso puede expresarse como $\operatorname{sen}^{-1}(0.866)$, que es una forma abreviada de hacer la pregunta: ¿"Cuál ángulo tiene un seno de 0.866?". Al presionar un par de teclas en su calculadora se revela que este ángulo es de 60.0°. Inténtelo y demuestre que $\tan^{-1}(0.400) = 21.8°$. Asegúrese de que su calculadora esté ajustada para grados y no radianes. Además, la función tangente inversa solo puede proporcionar valores entre −90° y +90°, por lo que cuando un ángulo se encuentra en el segundo o tercer cuadrante es necesario sumar 180° a la respuesta en la pantalla de la calculadora.

Las definiciones de las funciones trigonométricas y las funciones trigonométricas inversas, así como el teorema pitagórico, se pueden aplicar a *cualquier* triángulo rectángulo, sin importar si sus lados corresponden a coordenadas x y y.

Estos resultados de la trigonometría son útiles al convertir de coordenadas rectangulares a polares, o viceversa, como se muestra en el ejemplo siguiente.

Sugerencia 1.3 Grados o radianes

Cuando calcule funciones trigonométricas asegúrese de que el ajuste de su calculadora (grados o radianes) sea consistente con la medida angular que esté utilizando en un problema dado

■ EJEMPLO 1.9 Coordenadas cartesianas y polares

OBJETIVO Comprender cómo convertir de coordenadas rectangulares planas a coordenadas polares planas y viceversa.

PROBLEMA a) Las coordenadas cartesianas de un punto en el plano xy son $(x, y) = (-3.50 \text{ m}, -2.50 \text{ m})$, como se muestra en la figura 1.7. Encuentre las coordenadas polares de este punto. **b)** Convierta $(r, \theta) = (5.00 \text{ m}, 37.0°)$ a coordenadas rectangulares.

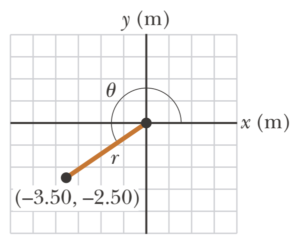


Figura 1.7 (Ejemplo 1.9) Conversión de coordenadas cartesianas a coordenadas polares.

ESTRATEGIA Aplique las funciones trigonométricas y sus inversos, junto con el teorema pitagórico.

SOLUCIÓN

a) Conversión cartesiana a polar

Obtenga la raíz cuadrada de los dos lados de la ecuación 1.2 para encontrar la coordenada radial:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50 \text{ m})^2 + (-2.50 \text{ m})^2} = \boxed{4.30 \text{ m}}$$

Utilice la ecuación 1.1 en la función tangente para encontrar el ángulo con la tangente inversa, sumando 180° ya que el ángulo se encuentra en el tercer cuadrante:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50 \text{ m}}{-3.50 \text{ m}} = 0.714$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.714) = 35.5° + 180° = \boxed{216°}$$

[2]Muchas personas utilizan el nemotécnico *SOHCAHTOA* para recordar las fórmulas trigonométricas básicas: *s*eno = *o*puesto/*h*ipotenusa, *c*oseno = *a*dyacente/*h*ipotenusa y *t*angente = *o*puesto/*a*dyacente (gracias al profesor Don Chodrow por señalar esto).

b) Conversión de polares a cartesianas

Utilice las definiciones trigonométricas, ecuación 1.1.

$$x = r\cos\theta = (5.00 \text{ m}) \cos 37.0° = \boxed{3.99 \text{ m}}$$

$$y = r\,\text{sen}\,\theta = (5.00 \text{ m}) \text{ sen } 37.0° = \boxed{3.01 \text{ m}}$$

COMENTARIOS Cuando abordemos los vectores en dos dimensiones en el capítulo 3, de manera rutinaria usaremos un proceso similar para encontrar la dirección y la magnitud de un vector dado a partir de sus componentes o, a la inversa, para encontrar las componentes a partir de la magnitud y la dirección del vector.

PREGUNTA 1.9 Iniciando con las respuestas del inciso b), trabaje a la inversa para determinar el radio y el ángulo dados. ¿Por qué hay diferencias ligeras de las cantidades originales?

EJERCICIO 1.9 **a)** Encuentre las coordenadas polares correspondientes a $(x, y) = (-3.25 \text{ m}, 1.50 \text{ m})$. **b)** Determine las coordenadas cartesianas correspondientes a $(r, \theta) = (4.00 \text{ m}, 53.0°)$

RESPUESTAS a) $(r, \theta) = (3.58 \text{ m}, 155°)$ b) $(x, y) = (2.41 \text{ m}, 3.19 \text{ m})$

EJEMPLO 1.10 ¿Cuál es la altura del edificio?

OBJETIVO Aplicar los resultados básicos de la trigonometría.

PROBLEMA Una persona mide la altura de un edificio caminando una distancia de 46 m desde su base y apuntando el haz de luz de una linterna hacia su parte superior. Cuando el haz está elevado a un ángulo de 39.0° respecto a la horizontal, como se muestra en la figura 1.8, el haz incide justo sobre la parte superior del edificio. **a)** Si la linterna se sostiene a una altura de 2.00 m, encuentre la altura del edificio, **b)** Calcule la longitud del haz de luz.

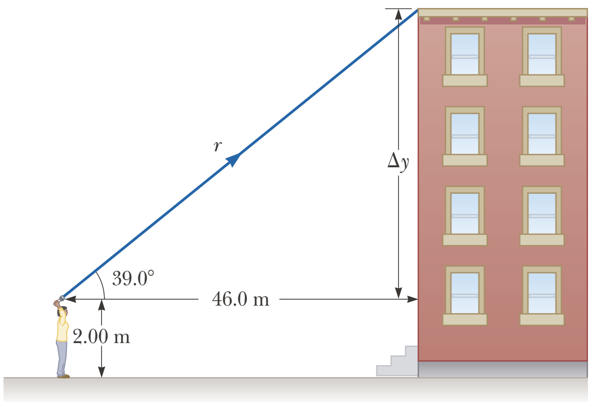


Figura 1.8 (Ejemplo 1.10)

ESTRATEGIA Consulte el triángulo rectángulo que se muestra en la figura. Conocemos el ángulo, 39.0°, y la longitud del lado adyacente a él. Dado que la altura del edificio es el lado opuesto del ángulo, podemos utilizar la función tangente. Conocidos los lados adyacente y opuesto, luego podemos encontrar la hipotenusa con el teorema pitagórico.

SOLUCIÓN

a) Encuentre la altura del edificio.

Utilice la tangente del ángulo dado:

$$\tan 39.0° = \frac{\Delta y}{46.0 \text{ m}}$$

Despeje la altura:

$$\Delta y = (\tan 39.0°)(46.0 \text{ m}) = (0.810)(46.0 \text{ m}) = 37.3 \text{ m}$$

Sume 2.00 m a Δy para obtener la altura:

$$\text{altura} = \boxed{39.3 \text{ m}}$$

b) Calcule la longitud del haz de luz.

Utilice el teorema pitagórico:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(37.3 \text{ m})^2 + (46.0 \text{ m})^2} = \boxed{59.2 \text{ m}}$$

COMENTARIOS En un capítulo posterior, con frecuencia se utiliza la trigonometría del triángulo rectángulo al trabajar con vectores.

PREGUNTA 1.10 ¿Podría determinarse la distancia recorrida por el haz de luz sin emplear el teorema pitagórico? ¿Cómo?

EJERCICIO 1.10 Al estar de pie sobre un edificio de 50.0 m de altura, usted ve a un amigo en una esquina de una calle. Con un transportador y suspendiendo una plomada, determina que el ángulo entre la horizontal y la dirección hacia el punto en la acera donde está parado su amigo es de 25.0°. Sus ojos se ubican a 1.75 m por encima del techo del edificio. ¿Qué tan alejado de la base del edificio está su amigo?

RESPUESTA 111 m

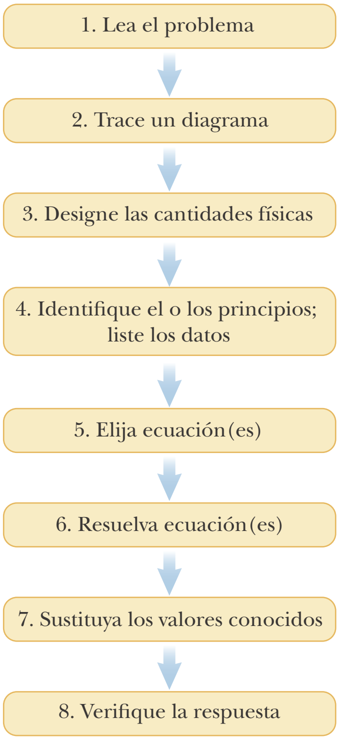


Figura 1.9 Guía para resolver problemas.

1.9 Estrategia para resolver problemas

OBJETIVO DE APRENDIZAJE

1. Organizar y resolver de forma sistemática un problema físico general.

La mayoría de los cursos en física general requieren que el estudiante aprenda las habilidades empleadas para resolver problemas y los exámenes por lo general incluyen aquellos que ponen a prueba esas habilidades. Esta breve sección presenta algunas sugerencias útiles para incrementar su éxito en la resolución de problemas. Un enfoque organizado para la solución de problemas también mejorará su comprensión de los conceptos físicos y reducirá el estrés de los exámenes. A lo largo del libro habrá una variedad de secciones llamadas "Estrategia para resolver problemas", muchas de ellas solo son una especialización de la lista dada a continuación (e ilustrada en la figura 1.9).

Estrategia para resolver problemas

Problema

1. **Lea** el problema con cuidado al menos dos veces. Asegúrese de comprender la naturaleza del problema antes de continuar.
2. **Trace** un diagrama mientras vuelve a leer el problema.
3. **Identifique** todas las cantidades físicas en el diagrama, utilizando letras que le recuerden qué representa la cantidad (por ejemplo, m para masa). Elija un sistema de coordenadas e identifíquelo.

Estrategia

4. **Identifique** los principios físicos, los datos y las incógnitas, y haga una lista de ellos. Encierre en un círculo las incógnitas. Debe haber tantas ecuaciones como incógnitas.
5. **Ecuaciones,** luego es preciso escribir las relaciones entre las cantidades físicas identificadas. Naturalmente, las ecuaciones seleccionadas deben ser consistentes con los principios físicos identificados en el paso anterior.

Solución

6. **Despeje** el conjunto de ecuaciones para las cantidades desconocidas en términos de las cantidades conocidas. Haga esto de forma algebraica, sin sustituir valores hasta el paso siguiente, excepto cuando los términos sean cero.
7. **Sustituya** los valores conocidos, junto con sus unidades. Obtenga un valor numérico con unidades para cada incógnita.

Verifique la respuesta

8. **Verifique** su respuesta. ¿Concuerdan las unidades? ¿Es razonable la respuesta? ¿Tienen sentido los signos de más o de menos? ¿Es consistente su respuesta con una estimación de un orden de magnitud?

Este mismo procedimiento, con pequeñas variaciones, debe seguirse en todo el curso. Los primeros tres pasos son muy importantes, ya que orientan su mente. Identificar los conceptos y los principios físicos apropiados le ayudan al elegir las ecuaciones correctas. Las propias ecuaciones son esenciales dado que cuando las comprenda también comprenderá las relaciones entre las cantidades físicas. Esta comprensión proviene de mucha práctica diaria.

Las ecuaciones son las herramientas de la física. Para resolver problemas, debe tenerlas a la mano, como un plomero tiene diponibles sus llaves. Conozca las ecuaciones y comprenda qué significan y cómo utilizarlas. Al igual que usted no puede tener una conversación sin conocer el lenguaje local, no puede reslover problemas físicos sin conocer y comprender las ecuaciones. Esta comprensión crecerá conforme estudie y aplique los conceptos y las ecuaciones que los relacionan.

Practicar el álgebra tanto como sea posible (sustituyendo los números solo al final) también es importante, ya que le ayuda a pensar en términos de las cantidades físicas implicadas, no solo en los números que representan. Muchos estudiantes de física están ansiosos por hacer sustituciones, pero una vez que los números se sustituyen es más difícil comprender las relaciones y más fácil cometer errores.

La presentación y organización física de su trabajo hará el producto final más entendible y más fácil de seguir. Aunque la física es una disciplina estimulante, sus probabilidades de éxito son excelentes si mantiene una actitud positiva y sigue intentando.

Sugerencia 1.4
Acostúmbrese al álgebra simbólica

Cuando sea posible resuelva los problemas de manera simbólica y luego sustituya los valores conocidos. Este proceso ayuda a evitar los errores y clarifica las relaciones entre las cantidades físicas.

EJEMPLO 1.11 Un viaje redondo en avión

OBJETIVO Ilustrar la estrategia para resolver problemas.

PROBLEMA Un aeroplano viaja $x = 4.50 \times 10^2$ km al este y luego viaja una distancia desconocida y al norte. Por último, regresa a su punto de partida viajando una distancia de $r = 525$ km. ¿Qué distancia viajó el aeroplano en la dirección hacia el norte?

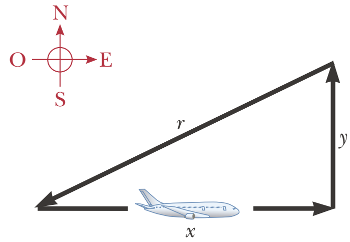


Figura 1.10 (Ejemplo 1.11)

ESTRATEGIA Hemos terminado de leer el problema (paso 1) y trazado un diagrama (paso 2) en la figura 1.10 e identificado cantidades (paso 3). A partir del diagrama, reconocemos un triángulo rectángulo e identificamos (paso 4) el principio implicado: el teorema pitagórico. El lado y es la cantidad desconocida y los otros lados son conocidos.

SOLUCIÓN

Escriba el teorema pitagórico (paso 5): $r^2 = x^2 + y^2$

Despeje y simbólicamente (paso 6): $y^2 = r^2 - x^2 \quad \rightarrow \quad y = +\sqrt{r^2 - x^2}$

Sustituya los números, con unidades (paso 7): $y = \sqrt{(525 \text{ km})^2 - (4.50 \times 10^2 \text{ km})^2} = \boxed{2.70 \times 10^2 \text{ km}}$

COMENTARIOS Observe que la solución negativa se ha descartado, dado que no tiene un significado físico. Al verificar (paso 8), observe que las unidades son correctas y que una respuesta aproximada se puede obtener usando las cantidades más fáciles, 500 km y 400 km. Al hacer esto resulta una respuesta de 300 km, lo cual es aproximadamente igual a nuestra respuesta calculada de 270 km.

PREGUNTA 1.11 ¿Cuál es la respuesta si tanto la distancia recorrida al este como la distancia de retorno se incrementan al doble?

EJERCICIO 1.11 Un avión vuela 345 km al sur, luego gira y vuela 615 a un rumbo noreste, hasta que está al este de su punto de partida. Si el avión ahora gira y se dirige a casa, ¿cuánto tendrá que viajar?

RESPUESTA 509 km

RESUMEN

1.1 Estándares de longitud, masa y tiempo

Las cantidades físicas en el estudio de la mecánica se pueden expresar en términos de tres cantidades fundamentales: longitud, masa y tiempo, las cuales tienen unidades SI de metros (m), kilogramos (kg) y segundos (s), respectivamente.

1.2 Los bloques fundamentales de la materia

La materia se compone de átomos, los cuales a su vez tienen un núcleo relativamente pequeño de protones y neutrones dentro de una nube de electrones. Y los protones y neutrones están integrados por partículas más pequeñas, denominadas quarks.

1.3 Análisis dimensional

El análisis dimensional se puede usar para verificar ecuaciones y para asistir en su deducción. Cuando las dimensiones en los dos lados de la ecuación concuerdan, la ecuación con frecuencia es correcta hasta un factor numérico. Cuando las dimensiones no concuerdan la ecuación debe estar equivocada.

1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas

Ninguna cantidad física se puede determinar con una precisión absoluta. El concepto de cifras significativas ofrece un método básico para manejar estas incertidumbres. Una cifra significativa es un dígito confiablemente conocido, además de un cero que se usa para ubicar el punto decimal. Las dos reglas de las cifras significativas son las siguientes:

1. Cuando se multiplica o divide usando dos o más cantidades, el resultado debe tener el mismo número de cifras significativas que la cantidad que tiene menos cifras significativas.
2. Cuando las cantidades se suman o restan, el número de lugares decimales en el resultado debe ser el mismo que en la cantidad con los menos lugares decimales.

El uso de la notación científica puede evitar ambigüedad en las cifras significativas. En el redondeo, si el último dígito omitido es menor que 5 simplemente omita el dígito; de lo contrario aumente 1 al último dígito retenido.

1.5 Conversión de unidades

Las unidades en las ecuaciones físicas siempre deben ser consistentes. Al resolver un problema físico, es mejor iniciar con unidades consistentes usando la tabla de factores de conversión de las primeras de forros según sea necesario.

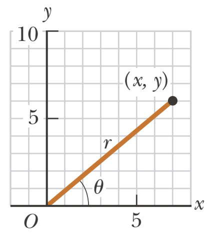
La conversión de unidades se trata de multiplicar la cantidad dada por una fracción, con un número en el numerador y su equivalente en las otras unidades en el denominador, dispuestas de modo tal que las unidades no deseadas en la cantidad dada se cancelan a favor de las unidades deseadas.

1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

En ocasiones es útil encontrar una respuesta aproximada para una pregunta, ya sea debido a que las matemáticas son difíciles o bien dado que la información está incompleta. Una estimación rápida también se puede utilizar para verificar un cálculo más detallado. En un cálculo de un orden de magnitud, cada valor se reemplaza por la potencia de 10 más cercana, la cual a veces debe suponerse o estimarse cuando el valor se desconoce. Luego se realiza el cálculo. Para estimaciones rápidas que comprenden valores conocidos, cada valor primero se puede redondear a una cifra significativa.

1.7 Sistemas de coordenadas

El sistema de coordenadas cartesiano consiste en dos ejes perpendiculares, por lo general denominados x y y; cada eje se identifica con todos los números de infinito negativo a infinito positivo. Los puntos se ubican especificando los valores x y y. Las coordenadas polares consisten en una coordenada radial r, la cual es la distancia desde el origen y una coordenada angular θ, la cual es el desplazamiento angular desde el eje x positivo.



Un punto en el plano se puede describir con las coordenadas cartesianas (x, y) o con las coordenadas polares (r, θ).

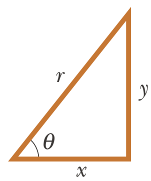
1.8 Trigonometría

Las tres funciones trigonométricas básicas de un triángulo rectángulo son seno, coseno y tangente, que se definen como se muestra:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\theta &= \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{r} \\ \cos\theta &= \frac{\text{lado adyacente a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{r} \\ \tan\theta &= \frac{\text{lado opuesto a } \theta}{\text{lado adyacente a } \theta} = \frac{y}{x} \end{aligned} \qquad [1.1]$$

El **teorema pitagórico** es una relación importante entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo:

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad [1.2]$$



donde r es la hipotenusa del triángulo y x y son los otros dos lados.

EJERCICIOS DE PREPARACIÓN

WebAssign Los ejercicios de preparación en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. **Repaso de matemáticas** Convierta los números siguientes a notación científica: a) 568 017 b) 0.000 309
2. **Repaso de matemáticas** Simplifique la expresión siguiente en términos de las dimensiones de masa, longitud y tiempo dadas por [M[, [L] y [T] (consulte la sección 1.3).

$$\frac{[\mathrm{M}][\mathrm{L}]^2}{[\mathrm{T}]^3} \cdot \frac{[\mathrm{T}]}{[\mathrm{L}]} \cdot [\mathrm{T}] = ?$$

3. Simplifique la expresión siguiente, combinando términos según sea apropiado y combinando y cancelando unidades (consulte la sección 1.5).

$$\left(7.00\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\left(\frac{1.00\ \mathrm{km}}{1.00 \times 10^3\ \mathrm{m}}\right)\left(\frac{60.0\ \mathrm{s}}{1.00\ \mathrm{min}}\right)^2 = ?$$

4. El codo romano es una unidad de medición antigua equivalente a aproximadamente 0.445 m. Convierta la estatura de 2.00 m de un delantero de básquetbol a codos (consulte la sección 1.5).
5. Se anuncia que una casa tiene 1 420 pies cuadrados cubiertos. ¿Cuál es el área de la casa en metros cuadrados? (consulte la sección 1.5).
6. Una pista aérea rectangular mide 32.30 m por 210 m, con el ancho medido con más precisión que la longitud. Determine el área, tomando en cuenta las cifras significativas (consulte la sección 1.4).

7. Use las reglas de las cifras significativas para encontrar la respuesta al problema de adición 21.4 + 15 + 17.17 + 4.003 (consulte la sección 1.4).

8. Encuentre las coordenadas polares que corresponden a un punto ubicado en (−5.00, 12.00) en coordenadas cartesianas (consulte la sección 1.7).

9. A una distancia horizontal de 45 m desde la base de un árbol, el ángulo de elevación hasta la copa del árbol es 26°. ¿Cuál es la altura del árbol? (consulte la sección 1.8).

PREGUNTAS CONCEPTUALES

Las preguntas conceptuales en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign.

1. Estime el orden de magnitud de la longitud, en metros, de lo siguiente: a) un ratón, b) un taco de billar, c) una cancha de básquetbol, d) un elefante, e) una cuadra de una ciudad.

2. ¿Qué tipos de fenómenos naturales podrían servir como estándares de tiempo?

3. Encuentre el orden de magnitud de su edad en segundos.

4. Un objeto con una masa de 1 kg pesa aproximadamente 2 lb. Utilice esta información para estimar la masa de los objetos siguientes: a) una pelota de béisbol; b) su libro de física; c) una camioneta.

5. BIO a) Estime el número de veces que su corazón late en un mes. b) Estime el número de latidos del corazón en una vida promedio.

6. Estime el número de átomos en 1 cm^3 de un sólido (observe que el diámetro de un átomo es aproximadamente 10^{-10} m).

7. La altura de un caballo en ocasiones se da en unidades de "palmos". ¿Por qué es deficiente este estándar de longitud?

8. ¿Cuántas de las longitudes o intervalos de tiempo dados en las tablas 1.2 y 1.3 podría verificar, utilizando solo el equipo encontrado en un dormitorio estudiantil común?

9. a) Si una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que debe ser válida? b) si una ecuación no es dimensionalmente correcta, ¿esto significa que la ecuación no puede ser correcta? Explique sus respuestas.

10. ¿Por qué el sistema métrico se considera mejor que la mayoría de los otros sistemas?

11. ¿Cómo puede tener valor una estimación incluso cuando es errónea por un orden de magnitud? Explique y proporcione un ejemplo.

12. Suponga que dos cantidades, A y B, tienen diferentes dimensiones. Determine cuál de las operaciones aritméticas siguientes *podría* ser físicamente significativa. a) $A + B$ b) $B - A$ c) $A - B$ d) A/B e) AB

13. Responda sí o no a cada pregunta. ¿Deben tener dos cantidades las mismas dimensiones a) si las suma? b) Si las multiplica? c) Si las resta? d) Si las divide? e) Si las iguala?

PROBLEMAS

Los problemas en este capítulo se pueden asignar en línea en Enhanced WebAssign

1. denota un problema sencillo;
2. denota un problema intermedio;
3. denota un problema desafiante
1. denota problemas que con mucha frecuencia se asignan en Enhanced WebAssign

BIO denota problemas biomédicos
GP denota problemas guiados
M denota problemas con tutorial Master It disponible en Enhanced WebAssign
Q|C denota un problema que requiere razonamiento cuantitativo y conceptual
S denota un problema de razonamiento simbólico
W denota una solución en video Watch It disponible en Enhanced WebAssign

1.3 Análisis dimensional

1. El periodo de un péndulo simple, definido como el tiempo necesario para completar una oscilación completa, se mide en unidades de tiempo y está dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

donde ℓ es la longitud del péndulo y g es la aceleración debida a la gravedad, en unidades de longitud dividida entre el tiempo elevado al cuadrado. Demuestre que esta ecuación esta dimensionalmente consistente (quizá quiera verificar la fórmula empleando sus llaves atadas en el extremo de una cuerda).

2. a) Suponga que el desplazamiento de un objeto está relacionado con el tiempo de acuerdo con la expresión $x = Bt^2$. ¿Cuáles son las dimensiones de B? b) Un desplazamiento está relacionado con el tiempo como $x = A \operatorname{sen}(2\pi ft)$, donde A y f son constantes. Encuentre las dimensiones de A. (*Sugerencia*: Una función trigonométrica que aparece en una ecuación debe ser adimensional).

3. S Una forma que cubre un área A y tiene una altura uniforme h tiene un volumen $V = Ah$. a) Demuestre que el volumen de un cilindro y de una caja rectangular se puede escribir en la forma $V = Ah$, identificando A en cada caso. (Observe que A, en ocasiones denominada "huella" del objeto, puede tener cualquier forma

y que la altura puede, en general, reemplazarse por el espesor promedio del objeto).

4. Cada una de las ecuaciones siguientes fue proporcionada por un estudiante durante un examen: a) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^{\,2} + \sqrt{mgh}$ b) $v = v_0 + at^2$ c) $ma = v^2$. Haga un análisis dimensional de cada ecuación y explique por qué la ecuación no puede ser correcta.

5. La ley de Newton de la gravitación universal está representada por

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

donde F es la fuerza gravitacional, M y m son masas, y r es una longitud. La fuerza tiene las unidades $kg \cdot m/s^2$. ¿Cuáles son las unidades SI de la constante de proporcionalidad G?

6. Q|C La energía cinética EC (capítulo 5) tiene dimensiones de $kg \cdot m^2/s^2$. Se puede escribir en términos de la cantidad de movimiento p (capítulo 6) y de la masa como

$$EC = \frac{p^2}{2m}$$

a) Determine las unidades apropiadas para la cantidad de movimiento utilizando el análisis dimensional. b) Consulte el problema 5. Dadas las unidades de fuerza, escriba una ecuación simple que relacione una fuerza constante F ejercida sobre un objeto, un intervalo de tiempo t durante el cual la fuerza se aplica y la cantidad de movimiento resultante del objeto, p.

1.4 Incertidumbre en la medición y cifras significativas

7. W Se instalará una alfombra en un espacio de longitud 9.72 m y ancho 5.3 m. Encuentre el área del espacio reteniendo el número de cifras significativas apropiado.

8. Q|C Utilice su calculadora para determinar $(\sqrt{8})^3$ con tres cifras significativas de dos maneras: a) Encuentre $\sqrt{8}$ con cuatro cifras significativas; luego eleve al cubo este número y redondee a tres cifras significativas. b) Encuentre $\sqrt{8}$ con tres cifras significativas; luego eleve al cubo este número y redondee a tres cifras significativas. c) ¿Cuál respuesta es más precisa? Explique.

9. Cuántas cifras significativas hay en a) 78.9 ± 0.2, b) 3.788×10^9, c) 2.46×10^{-6}, d) 0.003 2

10. La velocidad de la luz en la actualidad se define que es $2.997\,924\,58 \times 10^8$ m/s. Exprese la velocidad de la luz con a) tres cifras significativas, b) cinco cifras significativas y c) siete cifras significativas.

11. Q|C Un bloque de oro tiene una longitud de 5.62 cm, un ancho de 6.35 cm y una altura de 2.78 cm. a) Calcule la longitud por el ancho y redondee la respuesta hasta el número de cifras significativas. b) Ahora multiplique el resultado redondeado del inciso a) por la altura y de nuevo redondee, obteniendo el volumen. c) Repita el proceso, primero encontrando el ancho por la altura, redondeándolo y luego obteniendo el volumen multiplicando por la longitud. d) Explique por qué las respuestas no concuerdan en la tercera cifra significativa.

12. El radio de un círculo se mide igual a (10.5 ± 0.2) m. Calcule a) el área y b) la circunferencia del círculo y proporcione la incertidumbre en cada valor.

13. Los bordes de una caja de zapatos se miden igual a 11.4 cm, 17.8 cm y 29 cm. Determine el volumen de la caja reteniendo el número de cifras significativas apropiado en su respuesta.

14. Realice las operaciones aritméticas siguientes: a) la suma de los valores medidos 756, 37.2, 0.83, y 2.5; b) el producto 0.0032×356.3; c) el producto $5.620 \times \pi$.

1.5 Conversión de unidades

15. Una braza es una unidad de longitud, que en general se reserva para medir la profundidad del agua. Una braza es aproximadamente igual a una longitud de 6 pies. Tome la distancia desde la Tierra hasta la Luna igual a 250 000 millas, y utilice la aproximación dada para determinar la distancia en brazas.

16. Una tortuga pequeña se mueve a una velocidad de 186 furlongs cada catorcena. Encuentre la velocidad de la tortuga en centímetros por segundo. Observe que 1 furlong = 220 yardas y una catorcena = 14 días.

17. Un firkin es una vieja unidad británica de volumen igual a 9 galones. ¿Cuántos metros cúbicos hay en 6.00 firkins.

18. Encuentre la altura o la longitud de estas maravillas naturales en kilómetros, metros y centímetros: a) El sistema de cuevas más largo en el mundo es el sistema Mammoth Cave en Central Kentucky, con una longitud mapeada de 348 millas. b) En Estados Unidos la catarata con la caída individual más grande es Ribbon Falls en California, la cual tiene una caída de 1 612 pies. c) Con 20 320 pies, el Monte McKinley en Alaska es la montaña más alta de Estados Unidos. d) El cañón más profundo en Estados Unidos es Kings's Canyon en California, con una profundidad de 8 200 pies.

19. Un automóvil viaja a una velocidad de 38.0 m/s en una carretera interestatal donde el límite de velocidad es 75.0 mi/h. ¿Excede el conductor el límite de velocidad? Justifique su respuesta.

20. Un cierto automóvil tiene una eficiencia de combustible de 25.0 millas por galón (mi/gal). Exprese esta eficiencia en kilómetros por litro (km/L).

21. El diámetro de una esfera se mide y corresponde a 5.36 pulg. Encuentre a) el radio de la esfera en centímetros, b) el área superficial de la esfera en centímetros cuadrados y c) el volumen de la esfera en centímetros cúbicos.

22. W BIO Suponga que su cabello crece a una velocidad de 1/32 pulg por día. Determine la velocidad a la cual crece en nanómetros por segundo. Dado que la distancia entre átomos en una molécula es del orden de 0.1 nm, su respuesta sugiere qué tan rápido se ensamblan los átomos en esta síntesis de proteínas.

23. La velocidad de la luz es de aproximadamente 3.00×10^8 m/s. Convierta esta cifra a millas por hora.

24. M Una casa tiene 50 pies de longitud y 26 pies de ancho y tiene una altura de entrepiso de 8 pies. ¿Cuál es el volumen del interior de la casa en metros cúbicos y en centímetros cúbicos?

25. La cantidad de agua en reservorios a menudo se mide en acres-pie. Un acre-pie es un volumen que cubre un área de un acre con una profundidad de un pie. Un acre es 43 560 pies². Encuentre el volumen en unidades Si de un reservorio que contiene 25.0 acres-pie de agua.

26. La base de una pirámide cubre un área de 13.0 acres (1 acre = 43 560 pies²) y tiene una altura de 481 pies (figura P1.26). Si el volumen de una pirámide está dado por la expresión $V = bh/3$, donde b es el área de la base y h es la altura, encuentre el volumen de esta pirámide en metros cúbicos.

Figura P1.26

27. Un recipiente de un cuarto de galón de helado se fabricará con forma de cubo. ¿Cuál debe ser la longitud de un lado, en centímetros? (utilice la conversión 1 galón = 3.786 litros).

1.6 Estimaciones y cálculos de orden de magnitud

> *Nota:* al desarrollar respuestas para los problemas en esta sección, debe indicar sus suposiciones importantes, incluyendo los valores numéricos asignados a parámetros empleados en la solución.

28. Estime el número de pasos que tendría que realizar para caminar una distancia igual a la circunferencia de la Tierra.

29. BIO Estime el número de respiraciones hechas por un ser humano durante una vida promedio.

30. BIO Estime el número de personas en el mundo que padecen resfriado común en un día dado (las respuestas pueden variar. Recuerde que una persona tiene resfriado durante aproximadamente una semana).

31. BIO Q|C a) ¿Aproximadamente cuántos microorganismos se encuentran en el tracto intestinal del cuerpo humano? (Una escala de longitud bacterial común es un micrón = 10^{-6} m Estime el volumen intestinal y suponga que las bacterias ocupan un centésimo de él). b) Explique su respuesta para el inciso a). ¿Son benéficas, peligrosas, o neutras estas bacterias? ¿Qué funciones podrían tener?

32. BIO Considere una célula en un humano como una esfera de radio 1.0 μm. a) Determine el volumen de una célula. b) Estime el volumen de su cuerpo. c) Estime el número de células en su cuerpo.

33. Se especifica que un neumático de un automóvil dura 50 000 millas. Estime el número de revoluciones que hará el neumático en su vida útil.

34. BIO Q|C Las bacterias y otros organismos se encuentran en lo profundo del suelo, el agua y el aire. Un micrón (10^{-6} m) es una escala de longitud común asociada con estos microbios. a) Estime el número total de bacterias y otros organismos en la biosfera de la Tierra. b) Estime la masa total de todos esos microbios. c) Explique la importancia relativa de los humanos y microbios para la ecología del planeta Tierra. ¿Puede el *homo sapiens* sobrevivir sin ellos?

1.7 Sistemas de coordenadas

35. M Un punto se ubica en un sistema de coordenadas polar por las coordenadas $r = 2.5$ m y $\theta = 35°$. Encuentre las coordenadas x y y de este punto, suponiendo que los dos sistemas de coordenadas tienen el mismo origen.

36. Una esquina de una habitación se selecciona como el origen de un sistema de coordenadas rectangular. Si una mosca camina sobre una pared adyacente en un punto que tiene coordenadas (2.0, 1.0), donde las unidades son metros, ¿cuál es la distancia de la mosca desde el centro de la esquina de la habitación?

37. Exprese la ubicación de la mosca del problema 36 en coordenadas polares.

38. W Dos puntos en un sistema coordenado rectangular tienen las coordenadas (5.0, 3.0) y (−3.0, 4.0), donde las unidades son centímetros. Determine la distancia entre estos puntos.

39. Dos puntos se dan en coordenadas polares por $(r, \theta) = (2.00$ m, $50.0°)$ y $(r, \theta) = (5.00$ m, $-50.0°)$, respectivamente. ¿Cuál es la distancia entre ellos?

40. S Dados los puntos (r_1, θ_1) y (r_2, θ_2) en coordenadas polares, obtenga una fórmula general para determinar la distancia entre ellos. Simplifíquela tanto como sea posible utilizando la identidad $\cos^2\theta + \text{sen}^2\theta = 1$. *Sugerencia*: Escriba la expresión para los dos puntos en coordenadas cartesianas y sustituya en la fórmula usual de la distancia.

1.8 Trigonometría

41. M Para el triángulo que se muestra en la figura P1.41, ¿cuáles son a) la longitud del lado desconocido, b) la tangente de θ y c) el seno de ϕ?

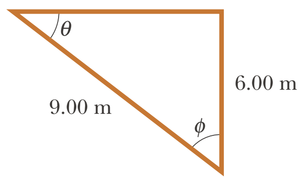


Figura P1.41

42. Una escalera de 9.00 m de longitud está colocada sobre un lado de un edificio. Si la escalera está inclinada en un ángulo de 75.0° respecto a la horizontal, ¿cuál es la distancia horizontal desde la parte inferior de la escalera hasta el edificio?

43. Una fuente de agua alta está ubicada en el centro de un pila circular, como se muestra en la figura P1.43. No deseando mojarse los pies, un estudiante camina alrededor de la pila y mide que su cir-

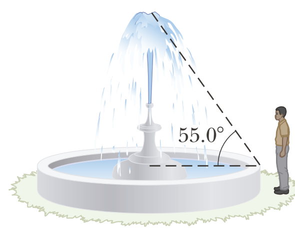


Figura P1.43

cunferencia es 15.0 m. Luego, el estudiante se para en el borde de la pila y utiliza un transportador para medir el ángulo de elevación en el fondo de la fuente que es 55.0°. ¿Cuál es la altura de la fuente?

44. W Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa con una longitud de 3.00 m y uno de sus ángulos es 30.0°. ¿Cuáles son las longitudes a) del lado opuesto al ángulo de 30.0° y b) del lado adyacente al ángulo de 30.0°?

45. En la figura P1.45, encuentre a) el lado opuesto a θ, b) el lado adyacente a ϕ, c) $\cos\theta$, d) sen ϕ y e) $\tan\phi$.

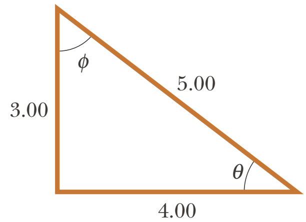


Figura P1.45

46. En un cierto triángulo rectángulo, los dos lados que son perpendiculares entre sí, tienen una longitud de 5.00 m y 7.00 m. ¿Cuál es la longitud del tercer lado del triángulo?

47. En el problema 46, ¿cuál es la tangente del ángulo para el cual 5.00 m es el lado opuesto?

48. GP S Una mujer mide que el ángulo de elevación del pico de una montaña es 12.0°. Después de caminar 1 km hacia la montaña sobre un terreno a nivel, encuentra que el ángulo es de 14.0°. a) Trace un bosquejo del problema, ignorando la altura de los ojos de la mujer de pie sobre el terreno. *Sugerencia:* Utilice dos triángulos. b) Seleccione nombres de las variables para la altura de la montaña (sugerencia: y) y la distancia original de la mujer desde la montaña (sugerencia: x) y desígnelos el bosquejo. c) Utilizando el bosquejo etiquetado y la función tangente, escriba dos ecuaciones trigonométricas que relacionen las dos variables seleccionadas. d) Encuentre la altura y de la montaña primero resolviendo una ecuación para x y sustituyendo el resultado en la otra ecuación.

49. Un topógrafo mide la distancia a través de un río recto mediante el método especial siguiente: iniciando directamente enfrente de un árbol en la orilla opuesta, camina x = 100 m a lo largo de la orilla del río para establecer una línea base. Luego hace una visual hasta el árbol. El ángulo desde esta línea base hasta el árbol es θ = 35.0° (figura P1.49). ¿Cuál es el ancho del río?

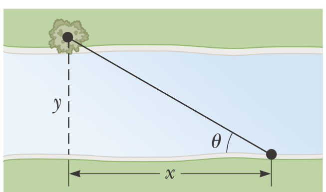


Figura P1.49

50. S Consulte el problema 48. Suponga que la altura de la montaña es y, que la distancia original de la mujer desde la montaña es x, y que el ángulo de elevación que mide desde la horizontal hasta la cima de la montaña es θ. Si ella se acerca una distancia d a la montaña y mide un ángulo de elevación ϕ, encuentre una ecuación general para la altura de la montaña y en términos de d, ϕ, y θ, ignorando la altura de sus ojos arriba del suelo.

Problemas adicionales

51. a) Una de las leyes fundamentales del movimiento establece que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza resultante sobre él e inversamente proporcional a su masa. Si la constante de proporcionalidad se define sin dimensiones, determine las dimensiones de la fuerza. b) El newton es la unidad SI de fuerza. De acuerdo con los resultados para a), ¿cómo puede expresar una fuerza con unidades de newtons empleando las unidades fundamentales de masa, longitud y tiempo?

52. a) Encuentre un factor de conversión para convertir de millas por hora a kilómetros por hora. b) Durante un tiempo la ley federal regulaba que la velocidad máxima en las carreteras fuera de 55 mi/h. Utilice el factor de corrección del inciso a) para encontrar la velocidad en kilómetros por hora. c) La velocidad máxima en carreteras ha aumentado a 65 mi/h en algunos lugares. En kilómetros por hora, ¿de cuánto es el incremento sobre el límite de 55 mi/h?

53. BIO Un centímetro cúbico (1.0 cm^3) de agua tiene una masa de 1.0×10^{-3} kg a) Determine la masa de 1.0 m^3 de agua. Suponiendo que las sustancias biológicas son 98% agua, estime las masas de b) una célula con un diámetro de 1.0 μm, c) un riñón humano y d) una mosca. Considere un riñón como aproximadamente esférico con un radio de 4.0 cm y una mosca como aproximadamente un cilindro de 4.0 mm de longitud y 2.0 mm de diámetro.

54. Los refrescos por lo común se venden en latas de aluminio. a) Hasta un orden de magnitud, ¿cuántas latas se tiran o reciclan cada año por consumidores de Estados Unidos? b) ¿Cuántas toneladas de aluminio representa esto? En su solución indique las cantidades que mida o estime y los valores que toma para ellas.

55. El desplazamiento de un objeto moviéndose con aceleración constante es alguna función del tiempo y de la aceleración. Suponga que escribimos este desplazamiento como $s = ka^m t^n$, donde k es una constante adimensional. Demuestre mediante un análisis dimensional que esta expresión se satisface si $m = 1$ y $n = 2$. ¿Puede el análisis dar el valor de k?

56. Suponga que se requieren 7.00 minutos para llenar un tanque de gasolina de 30.0 gal. a) Calcule el gasto al cual se llena el tanque en galones por segundo. b) Calcule el gasto al cual se llena el tanque en metros cúbicos por segundo. c) Determine el intervalo de tiempo, en horas, requerido para llenar un volumen de 1.00 m^3 al mismo gasto (1 gal de USA = 231 $pulg^3$).

57. M Un galón de pintura = 3.79×10^{-3} m^3) cubre un área de 25.0 m^2. ¿Cuál es el espesor de la pintura fresca sobre la pared?

58. S La esfera 1 tiene un área superficial A_1 y volumen V_1 y la esfera 2 tiene un área superficial A_2 y volumen V_2. Si el radio de la esfera 2 es el doble del radio de la esfera 1, ¿cuál es la razón de a) las áreas, A_2/A_1 y b) del volumen V_2/V_1?

59. M Suponga que hay 100 millones de automóviles de pasajeros en Estados Unidos y que el rendimiento promedio de combustible es 20 mi/gal de gasolina. Si la distancia promedio recorrida por cada automóvil es 10 000 mi/año, ¿cuánta gasolina se ahorraría por año si se pudiera incrementar el rendimiento promedio de gasolina a 25 mi/gal?

60. En 2013, la deuda nacional de Estados Unidos era de aproximadamente 17 billones de dólares. a) Si se hicieran pagos a una velocidad de 1 000 dólares por segundo, ¿cuántos años tomaría pagar la deuda, suponiendo que no generara interés? b) Un billete de un dólar tiene una longitud aproximada de 15.5 cm, si se colocaran 17 billones de dólares en billetes de un dólar, uno después de otro alrededor del ecuador de la Tierra, ¿cuántas veces le darían vuelta? Tome el radio de la Tierra en el ecuador igual a 6 378 km. (*Nota:* Antes de hacer algún cálculo, intente suponer las respuestas. ¡Podría sorprenderse mucho!

61. a) ¿Cuántos segundos hay en un año? b) Si un micrometeorito (una esfera con un diámetro en el orden de 10^{-6} m) impactara cada metro cuadrado de la Luna cada segundo, estime el número de años que tomaría cubrir la Luna con micrometeoritos hasta una profundidad de un metro. (*Sugerencia:* considere una caja cúbica, de 1 m por lado, en la Luna, y determine cuánto tiempo tomaría llenarla).

62. Imagine que usted es el gerente de un equipo de béisbol profesional. Una de sus responsabilidades es tener disponibles pelotas de béisbol para los juegos. Las pelotas en ocasiones se pierden cuando los jugadores las batean hacia las tribunas, ya sea como cuadrangulares o como faults. Estime cuántas pelotas tiene que comprar por temporada a fin de compensar por esas pérdidas. Suponga que su equipo juega 81 juegos en casa en una temporada.

63. La estrella de neutrones más cercana (una estrella colapsada compuesta principalmente de neutrones) está a aproximadamente 3.00×10^{18} m de la Tierra. Dado que la galaxia Vía Láctea (figura P1.63) es aproximadamente un disco de diámetro $\sim 10^{21}$ m y espesor $\sim 10^{19}$ m, estime el número de estrellas de neutrones en la Vía Láctea con el orden magnitud más cercano.

Richard Payne/NASA

Figura P1.63