

1 Интуиционистский взгляд на основания математики. Конструкции

Отличительными чертами «классического» математического познания можно считать признание и широкую эксплуатацию идей актуальной бесконечности, правомерности рассмотрения объектов, не заданных явно, а только доказанно существующих, отсутствие строгих норм применения идеализирующей абстракции при постановке задач из прикладных областей и полной формализации доказательств. Брауэр [?] положил начало новой методологической и философской концепции математики, призванной учесть как данность естественное представление о деятельности математика как об обработке конечных по своей природе объектов явными способами. Постулированный им *интуиционизм* основывается на двух тезисах:

1. Математика — *social activity*.
2. Содержанием её является обмен между субъектами (вне зависимости от их формы) специфическими *конструкциями*, обращение с которыми подчиняется явно заданным правилам.

Иными словами, всякий математический объект существует за пределами конкретного субъекта только в виде некоего сообщения произвольной природы, но неотъемлемо заключающего в себе и все доступные способы оперирования с этим объектом.

2 О сертификации конструкций¹

Сертифицированная программа [1, стр. 7] — программа, снабженная конструктивным свидетельством своего соответствия требованиям, предъявляемым к ней спецификацией.

¹В принимаемом нами по умолчанию брауэровском интуиционистском (==конструктивистском) смысле.

Конструктивность \neq алгоритмичность

Важно понимать, что термины «конструктивность» и «*алгоритмичность*» отнюдь не являются синонимами. *Конструктивность* объекта или процедуры несёт куда более широкий смысл, поскольку не утверждает ограниченности его свойств только формализуемыми в классической теории алгоритмов в духе Чёрча, Тьюринга, Поста и др. Так, природа объекта не обязана соответствовать подразумеваемым различными моделями ТА ограничениям типа фиксации исполнителя, дискретности, последовательности, детерминизма, отсутствия влияния «внешних» по отношению к системе «исполнитель-программа» факторов (взаимодействий, событий, исключений) и многого другого.

Литература

1. Chlipala A. Certified programming with dependent types : a pragmatic introduction to the Coq proof assistant / A. Chlipala, 2013. 424 с.
2. The Univalent Foundations Program. Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics. — Institute for Advanced Study : <https://homotopytypetheory.org/book>, 2013.
3. Coq Development Team. The Coq Proof Assistant Reference Manual [Электронный ресурс] : руководство пользователя — 2012. — Режим доступа: <https://coq.inria.fr/distrib/current/refman/index.html>.
4. Pierce B.C. [и др.]. Software Foundations // Version 4.0 (May, 2016) [Электронный ресурс]. URL: <http://www.cis.upenn.edu/~bcpierce/sf/current/index.html>.
5. Bertot Y., Cast?ran P. Interactive Theorem Proving and Program Development / Y. Bertot, P. Cast?ran, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. URL: <http://www.cis.upenn.edu/~bcpierce/sf/current/index.html>.
6. Goldblatt R. Topoi : the categorial analysis of logic / R. Goldblatt, Dover Publications, 2006. 551 с.
7. Barr M., Wells C. TOPOSES, TRIPLES AND THEORIES 2005. URL: <http://www.tac.mta.ca/tac/reprints/articles/12/tr12.pdf>

8. Geuvers, H. Introduction to Type Theory / Herman Geuvers // Technical University Eindhoven, The Netherlands — 2008. — <http://www.cs.ru.nl/~herman/PUBS/IntroTT.pdf>.
9. Harper, R. Extensionality, intensionality, and Brouwer's dictum [Электронный ресурс] : электронная статья — 2012. — Режим доступа: <http://existentialtype.wordpress.com/2012/08/11/extensionality-intensionality-and-brouwers-dictum/>.