

## 第2章 流体流动

流体是气体与液体的总称。

- 流体流动与输送是最普遍的化工单元操作之一；
- 研究流体流动问题也是研究其他化工单元操作的重要基础。



# 一、静力学基本方程

$$p_2 A - p_1 A - \rho g A(z_1 - z_2) = 0$$

$$p_2 = p_1 + \rho g(z_1 - z_2) \quad \text{压力形式}$$

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g \quad \begin{array}{l} \text{能 量 形 式} \\ \text{(J/kg)} \end{array}$$

——静力学基本方程



## 二、静力学基本方程的应用

### 1. 压力及压力差的测量

#### (1) U形压差计

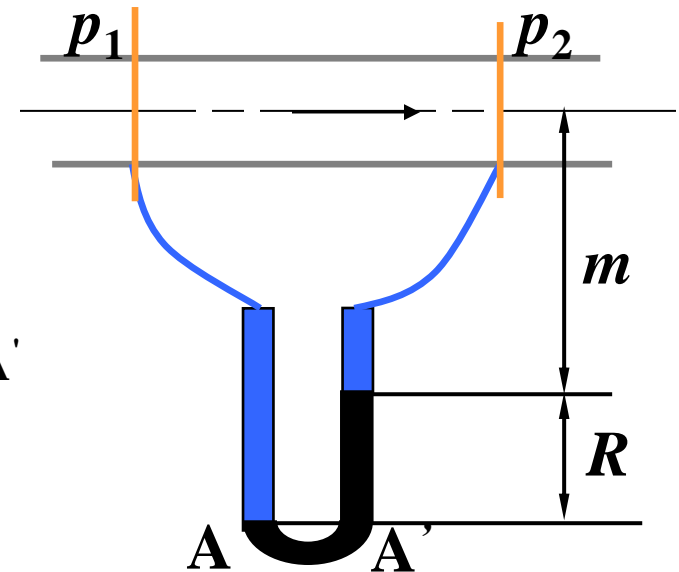
设指示液的密度为  $\rho_0$  ,

被测流体的密度为  $\rho$  。

A与A' 面 为等压面，即  $p_A = p_{A'}$

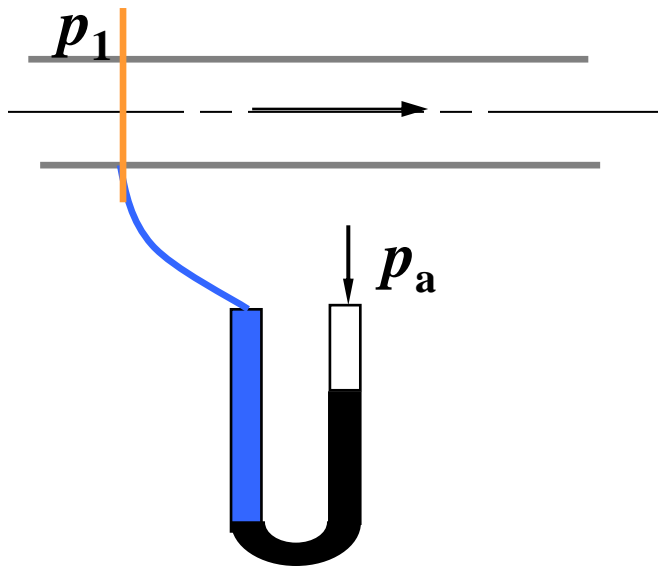
而  $p_A = p_1 + \rho g(m + R)$

$$p_{A'} = p_2 + \rho g m + \rho_0 g R$$

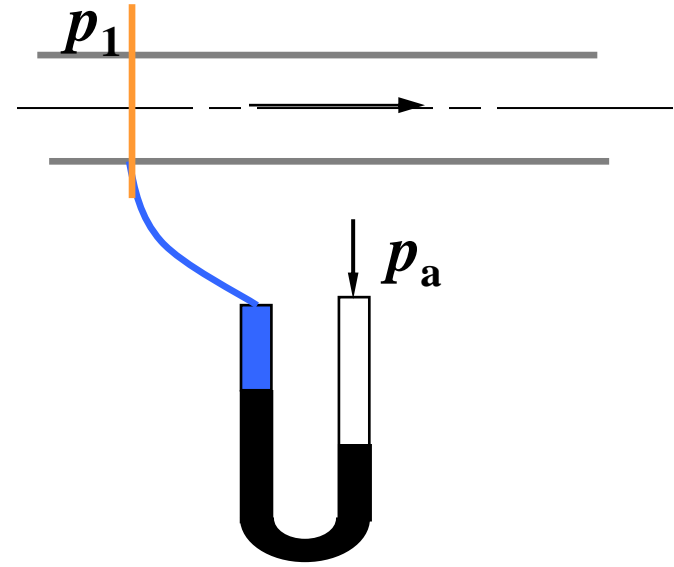


讨论：

(1) U形压差计可测系统内两点的压力差，当将U形管一端与被测点连接、另一端与大气相通时，也可测得流体的表压或真空度；



表压



真空度



# 三、流体力学

对于定态流动系统，在管路中流体没有增加和漏失的情况下：

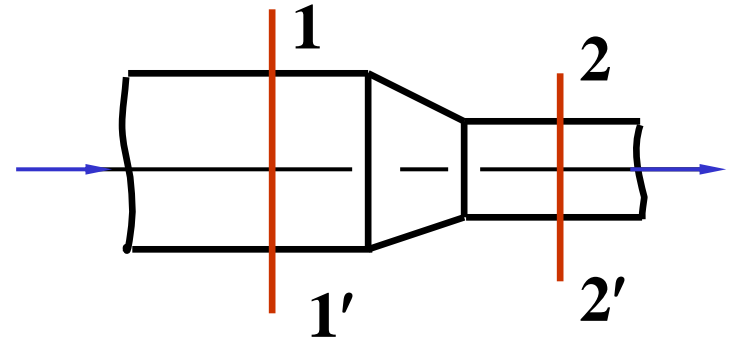
$$m_{s1} = m_{s2}$$

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2$$

推广至任意截面

$$\underline{m_s = \rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 = \cdots = \rho u A = \text{常数}}$$

——连续性方程



根据能量守恒原则，必有

$$z_1 g + \frac{1}{2} u_1^2 + \frac{p_1}{\rho_1} = z_2 g + \frac{1}{2} u_2^2 + \frac{p_2}{\rho_2}$$

不可压缩性流体， $\rho = \text{Const.}$

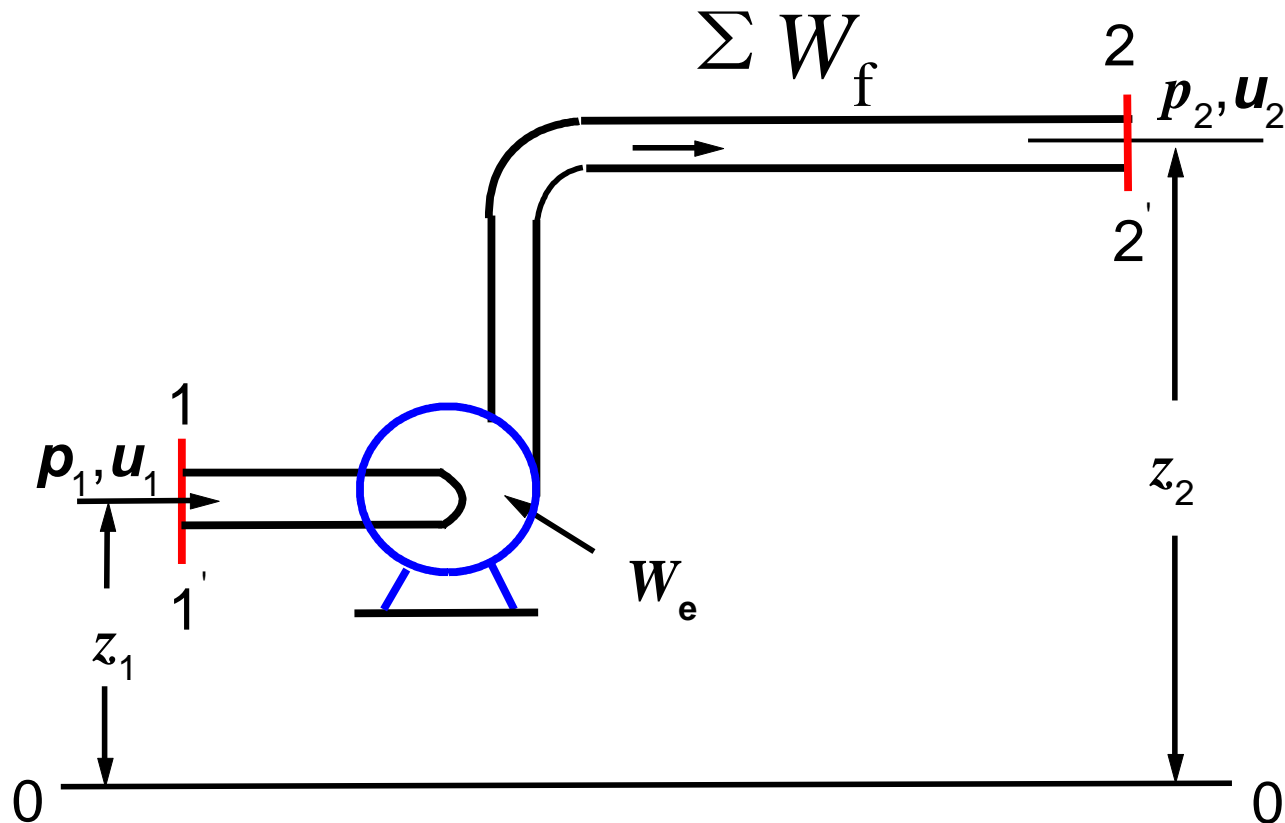
$$z_1 g + \frac{1}{2} u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} = z_2 g + \frac{1}{2} u_2^2 + \frac{p_2}{\rho} \quad (1)$$

——柏努利方程式

式（1）为以单位质量流体为基准的机械能衡算式，各项单位均为J/kg。



## 四、实际流体的机械能衡算



## (1) 能量损失

设1 kg流体损失的能量为  $\Sigma W_f$  (J/kg)。

## (2) 外功(有效功)

1 kg流体从流体输送机械获得的能量为  $W_e$  (J/kg)。

$$z_1 g + \frac{1}{2} u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + W_e = z_2 g + \frac{1}{2} u_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + \Sigma W_f \quad (3)$$

或 
$$z_1 + \frac{1}{2g} u_1^2 + \frac{p_1}{\rho g} + H_e = z_2 + \frac{1}{2g} u_2^2 + \frac{p_2}{\rho g} + \Sigma h_f \quad (4)$$





其中  $H_e = \frac{W_e}{g}$        $\Sigma h_f = \frac{\Sigma W_f}{g}$

$H_e$ ——外加压头或有效压头， m；

$\Sigma h_f$ ——压头损失， m。



## 五、柏努利方程的应用

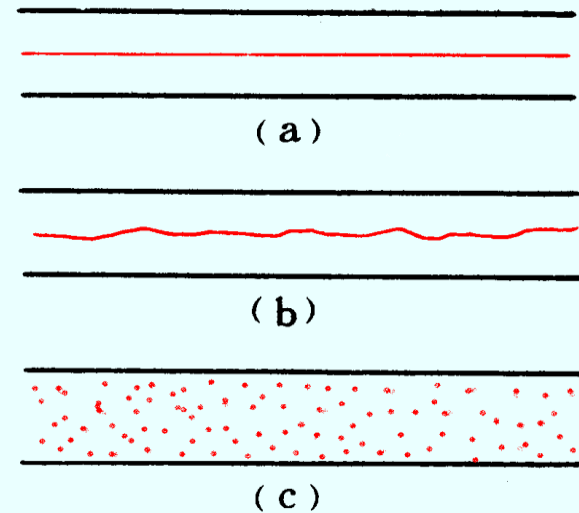
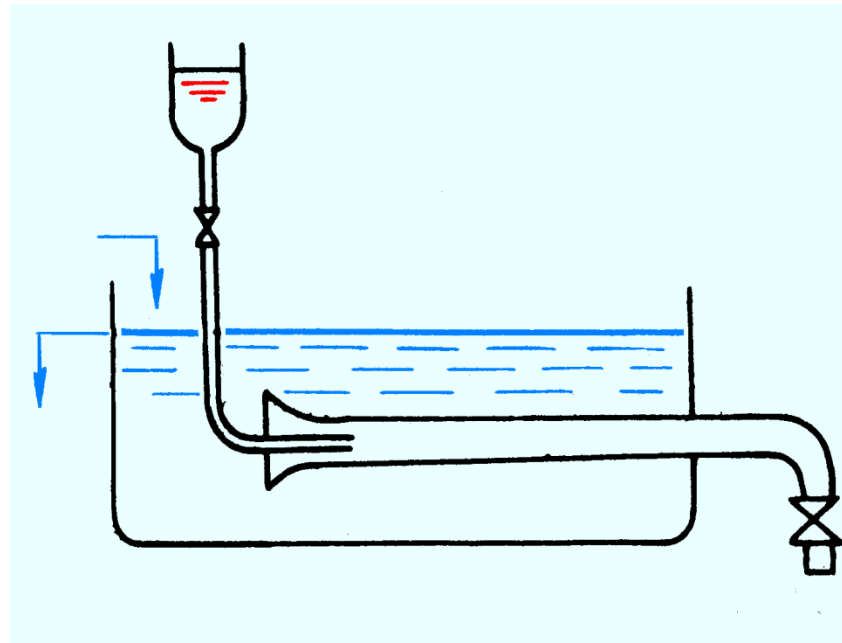
利用柏努利方程与连续性方程，可以确定：

- 管内流体的流量；
- 输送设备的功率；
- 管路中流体的压力；
- 容器间的相对位置等。



## 六、 流体流动的内部结构

### 1. 雷诺实验



- 层流（或滞流）：流体质点仅沿着与管轴平行的方向作直线运动，质点无径向脉动，质点之间互不混合；
- 湍流（或紊流）：流体质点除了沿管轴方向向前流动外，还有径向脉动，各质点的速度在大小和方向上都随时变化，质点互相碰撞和混合。

流型判据——雷诺准数

$$Re = \frac{d\rho u}{\mu}$$

$$[Re] = \left[ \frac{d\rho u}{\mu} \right] = \frac{L \times \frac{M}{L^3} \times \frac{L}{T}}{\frac{M}{LT}} = L^0 M^0 T^0$$

## 2. 判断流型

- $Re \leq 2000$  时，流动为层流，此区称为层流区；
- $Re \geq 4000$  时，一般出现湍流，此区称为湍流区；
- $2000 < Re < 4000$  时，流动可能是层流，也可能是湍流，该区称为不稳定的过渡区。

## 3. 物理意义

$Re$  反映了流体流动中 **惯性力与黏性力的对比关系**，标志着流体流动的湍动程度。



## 七、流体流动阻力

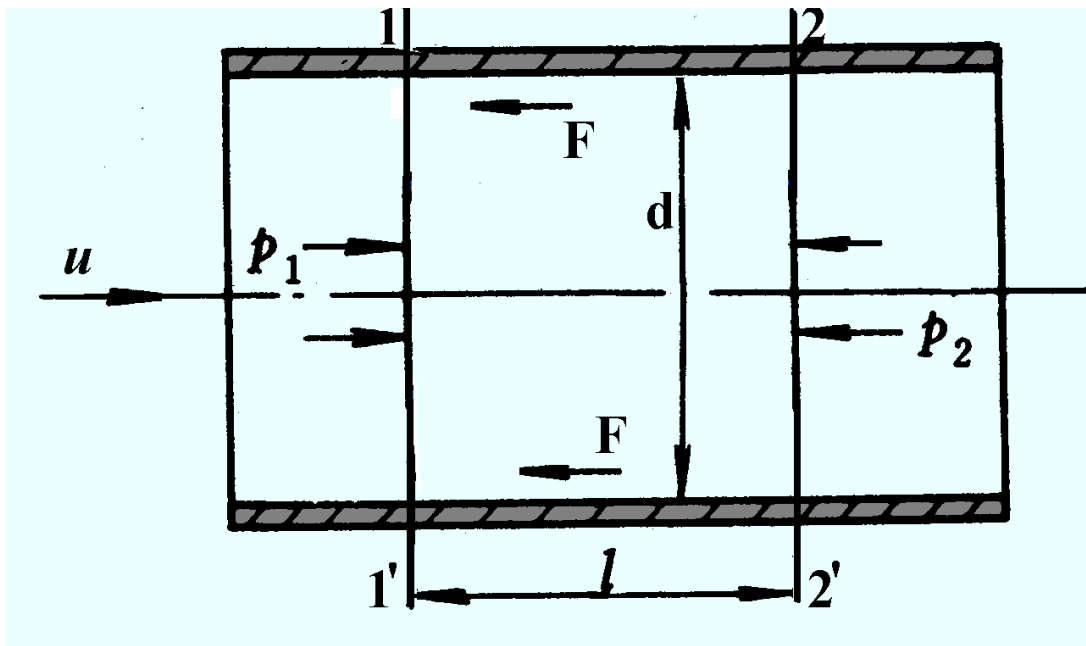
直管阻力：流体流经一定直径的直管时由于内摩擦而产生的阻力；

局部阻力：流体流经管件、阀门等局部地方由于流速大小及方向的改变而引起的阻力。

### 直管阻力

#### 1. 阻力的表现形式





流体在水平等径直管中作定态流动。

$$z_1 g + \frac{1}{2} u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} = z_2 g + \frac{1}{2} u_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + W_f$$



$$u_1 = u_2 \quad z_1 = z_2$$

$$\therefore W_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

若管道为倾斜管，则

$$W_f = \left( \frac{p_1}{\rho} + z_1 g \right) - \left( \frac{p_2}{\rho} + z_2 g \right)$$

- 流体的流动阻力表现为静压能的减少（扣减位能部分）；
- 水平安装时，流动阻力恰好等于两截面的静压能之差。





## 2. 计算直管阻力的通式

由于压力差而产生的推动力： $(p_1 - p_2) \frac{\pi d^2}{4}$

流体的摩擦力： $F = \tau A = \tau \pi d l$

定态流动时  $(p_1 - p_2) \frac{\pi d^2}{4} = \tau \pi d l$

$$W_f = \frac{4l}{d\rho} \tau$$

$$W_f = \frac{8\tau}{\rho u^2} \frac{l}{d} \frac{u^2}{2}$$

令

$$\lambda = \frac{8\tau}{\rho u^2}$$



则 
$$W_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{u^2}{2} \quad \text{J/kg}$$

——直管阻力通式（范宁Fanning公式）

$\lambda$  ——摩擦系数（摩擦因数）

其他形式：

压头损失 
$$h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{u^2}{2g} \quad \text{m}$$

压力损失 
$$\Delta p_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho u^2}{2} \quad \text{Pa}$$

- 该公式层流与湍流均适用；
- 注意  $\Delta p$  与  $\Delta p_f$  的区别。



### 3. 层流时的摩擦系数

速度分布方程  $u_{\max} = \frac{(p_1 - p_2)}{4\mu l} R^2$

又  $u = \frac{1}{2} u_{\max} \quad R = \frac{d}{2}$

$$(p_1 - p_2) = \frac{32\mu l u}{d^2}$$

$$\underline{\Delta p_f = \frac{32\mu l u}{d^2}}$$

——哈根-泊谟叶  
(Hagen-Poiseuille) 方程



能量损失  $W_f = \frac{32\mu lu}{\rho d^2}$

● 层流时阻力与速度的一次方成正比。

变形:  $W_f = \frac{32\mu lu}{\rho d^2} = \frac{64\mu}{d\rho u} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2}$

比较得  $\lambda = \frac{64}{Re}$



## 常用流体适宜流速范围:

水及一般液体	<b>1~3 m/s</b>
黏度较大的液体	<b>0.5~1 m/s</b>
低压气体	<b>8~15 m/s</b>
压力较高的气体	<b>15~25 m/s</b>



## 八、流速与流量的测量

### 1 测速管（皮托管）

一、结构

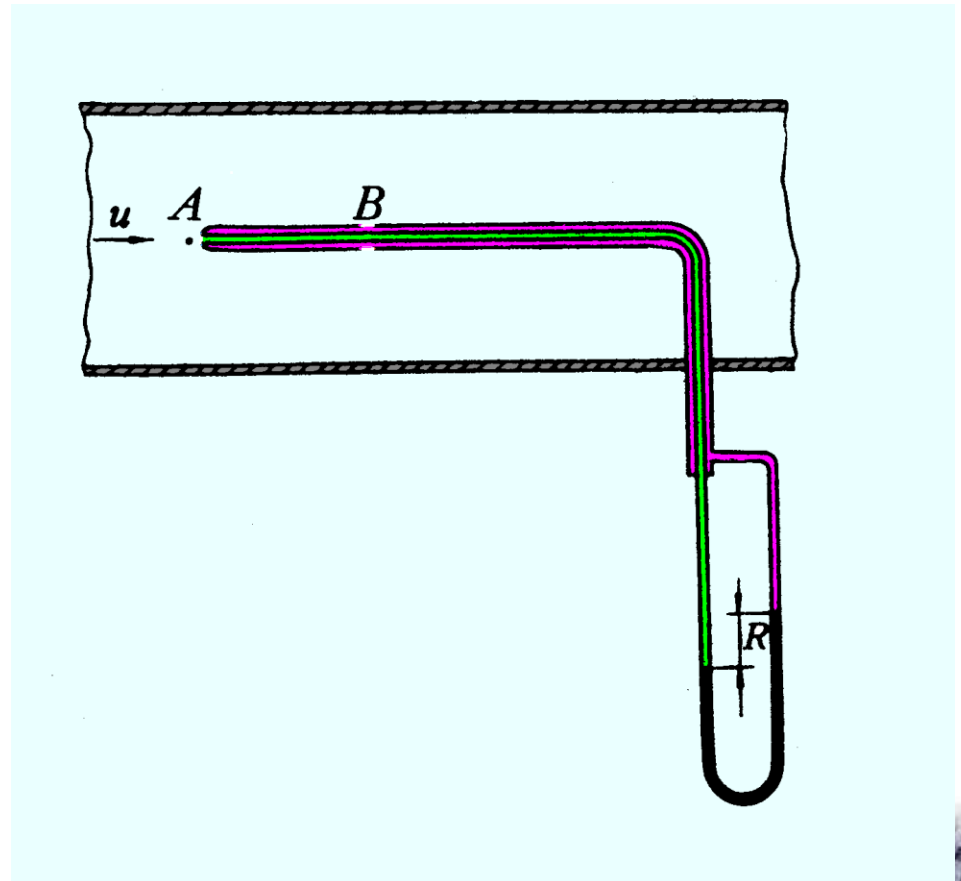
二、原理

内管A处

$$\frac{p_A}{\rho} = \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2$$

外管B处

$$\frac{p_B}{\rho} = \frac{p}{\rho}$$



$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{p_A}{\rho} - \frac{p_B}{\rho} = \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \dot{u}^2 \right) - \frac{p}{\rho} = \frac{1}{2} \dot{u}^2$$

点速度:  $\dot{u} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$

即  $\dot{u} = \sqrt{\frac{2Rg(\rho_0 - \rho)}{\rho}}$

讨论:

(1) 皮托管测量流体的点速度, 可测速度分布曲线;



## (2) 流量的求取:

- 由速度分布曲线积分  $V_s = \int u dA$
- 测管中心最大流速，由  $u/u_{\max} \sim Re_{\max}$  求平均流速，再计算流量。

## 三、安装

- (1) 测量点位于均匀流段，上、下游各有 $50d$ 直管距离；
- (2) 皮托管管口截面严格垂直于流动方向；
- (3) 皮托管外径 $d_0$ 不应超过管内径 $d$ 的 $1/50$ ，即 $d_0 < d/50$ 。





## 九、离心泵

外加压头  $H = \Delta z + \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{\Delta u^2}{2g} + \Sigma H_f$

$Q \uparrow, \Sigma H_f \uparrow, H \uparrow \Rightarrow H \sim Q$

——管路流量~所需外加压头 ——管路特性(方程)

管路压头损失  $\Sigma H_f = \left[ \lambda \left( \frac{l + l_e}{d} \right) \right] \frac{u^2}{2g} = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \left( \frac{l + l_e}{d^5} \right) Q^2$

管路&流体一定  $\lambda \leftarrow Q$

令  $f(Q) = \frac{\Delta u^2}{2g} + \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \left( \frac{l + l_e}{d^5} \right) Q^2$

$H_0 = \Delta z + \frac{\Delta p}{\rho g}$



于是  $H = H_0 + f(Q)$  ——管路特性方程(曲线)

说明:

①  $H_0 = \Delta z + \frac{\Delta p}{\rho g}$  曲线在  $H$  轴上截距; 管路所需最小外加压头

② 阻力平方区,  $\lambda$  与  $Q$  无关, 并忽略动能差

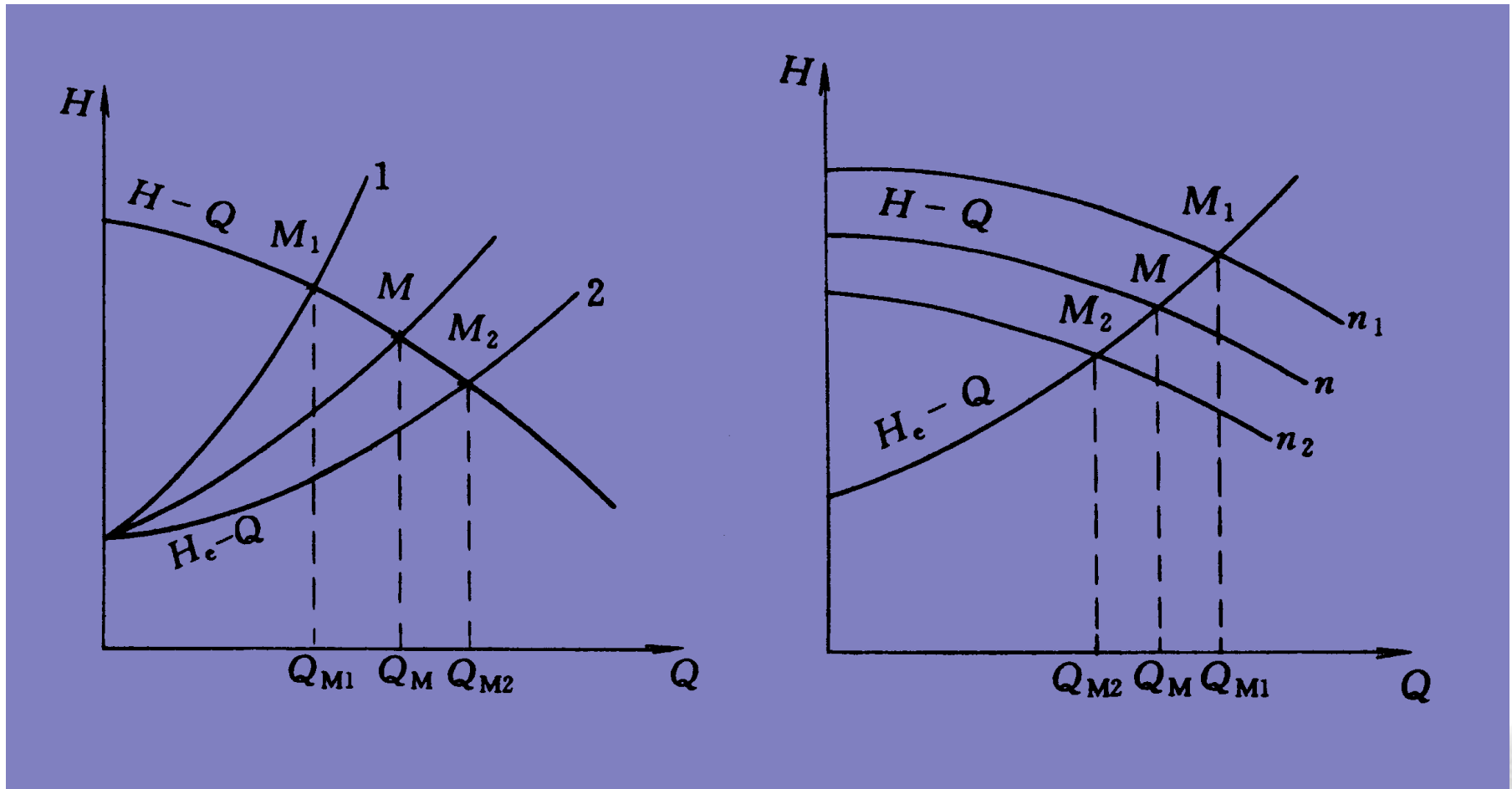
$$H = H_0 + k Q^2 \quad \text{其中} \quad k = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \left( \frac{l + l_e}{d^5} \right) \quad \text{管路特性系数}$$

③ 高阻管路, 曲线较陡; 低阻管路曲线较平缓。



# 离心泵的工作点

——泵的 $H-Q$ 与管路的 $H-Q$ 曲线的交点



## 说明

① 工作点  $\leftarrow$  泵的特性 & 管路的特性

工作点确定： 联解两特性方程

作图，两曲线交点

② 泵装于管路 工作点  $\sim (H, Q)$

$Q$  = 泵供流量 = 管的流量

$H$  = 泵供压头 = 流体的压头

③ 工作点  $\sim (Q, H, N, \eta) \sim$  泵的实际工作状态



## 离心泵的流量调节

改变流量 ← 改变工作点 ←  $\left\{ \begin{array}{l} \text{改变泵的特性} \\ \text{改变管路特性} \end{array} \right.$

### 1. 改变出口阀开度 → 管路特性

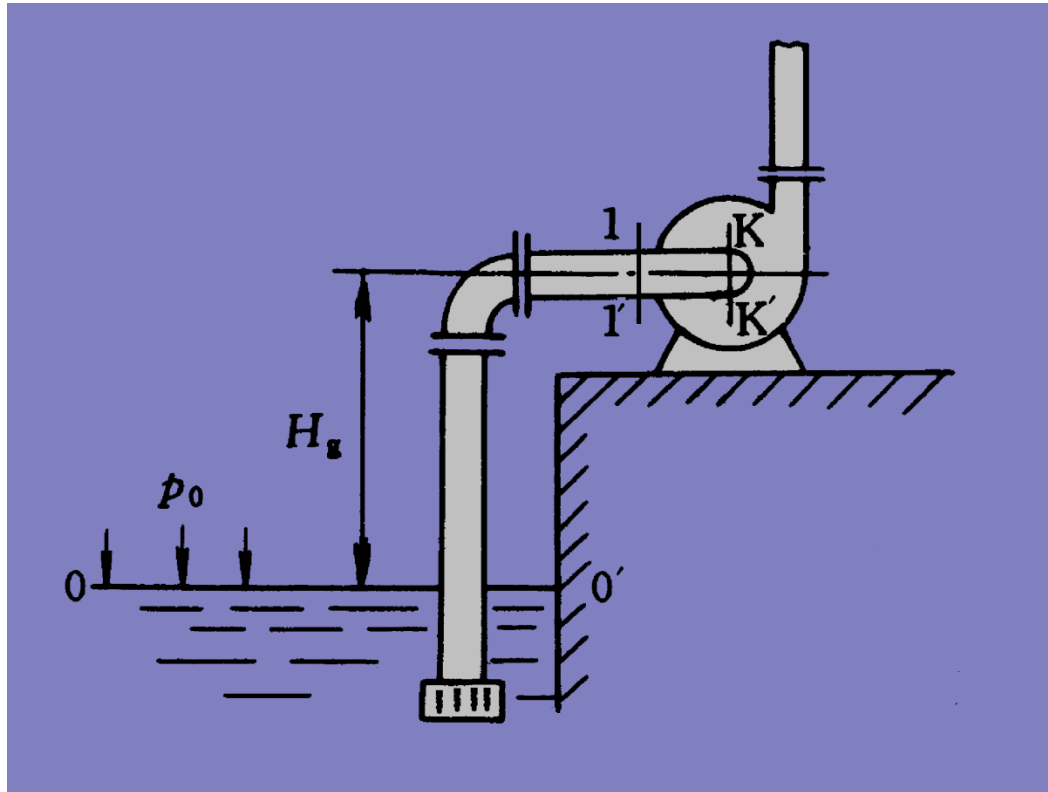
关小出口阀 →  $\Sigma l_e \uparrow$  → 管特线变陡 → 工作点左上移  
→  $H \uparrow$  ,  $Q \downarrow$

开大出口阀 →  $\Sigma l_e \downarrow$  → 管特线变缓 → 工作点右下移  
→  $H \downarrow$  ,  $Q \uparrow$

### 2. 改变叶轮转速 → 改变泵的特性



# 离心泵的安装高度



1. 安装高度：液面到泵入口处的垂直距离 ( $H_g$ )

问题：安装高度有无限制？



$$0-0 \sim 1-1, \text{ B. E. } \quad \frac{p_0}{\rho g} = H_g + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + \sum H_f$$

$H_g \uparrow$ , 则  $p_1 \downarrow$

当  $p_1 \leq p_v$ , 叶轮中心汽化 → 汽泡被抛向外围 → 压力升高  
 → 凝结 → 局部真空 → 周围液体高速冲向汽泡中心  
 → 撞击叶片 (水锤)

伴随现象:

① 泵体振动并发出噪音

②  $H \downarrow \downarrow$ ,  $Q \downarrow \downarrow$ , 严重时不送液;



③时间长久，水锤冲击和化学腐蚀，损坏叶片  
安装高度↑↑，→汽蚀

问题：如何确定 $H_g$ 的上限——允许安装高度

## 2. 汽蚀余量与允许安装高度

三个基本概念：

①(有效)汽蚀余量 $\Delta h_a$ ：

泵入口处：动压头+静压头-饱和蒸汽压(液柱)

$$\Delta h_a = \left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \frac{p_v}{\rho g}$$





$\Delta h_a$ 的物理意义:  $\Delta h_a \downarrow, p_1 \downarrow \rightarrow$  汽蚀

②必须(临界)汽蚀余量 $\Delta h_r$ :

——发生汽蚀时的(有效)汽蚀余量

汽蚀时, 1处: 动压头+静压头=  $\left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} \right)_{\min}$

$$\Delta h_r = \left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} \right)_{\min} - \frac{p_v}{\rho g}$$

——由实验测定

③允许汽蚀余量 $\Delta h$

比必须汽蚀余量大0.3米  $\Delta h = \Delta h_r + 0.3$



正常运转的泵

$$\Delta h_a > \Delta h = \Delta h_r + 0.3$$

由  $\Delta h$  计算允许安装高度  $H_{g\max}$

$$\begin{aligned} H_g &= \frac{p_0}{\rho g} - \left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \sum H_f \\ &= \frac{p_0}{\rho g} - \left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{p_v}{\rho g} \right) - \frac{p_v}{\rho g} - \sum H_f \\ &= \frac{p_0}{\rho g} - \Delta h_a - \frac{p_v}{\rho g} - \sum H_f \\ &< \frac{p_0}{\rho g} - \Delta h - \frac{p_v}{\rho g} - \sum H_f = H_{g\max} \end{aligned}$$



## 允许汽蚀余量的校正

$\Delta h \sim 20^\circ\text{C}$  清水，条件不同时要校正，校正曲线 $\leftarrow$ 说明书

### 讨论

#### (1) 汽蚀现象产生的原因：

- ① 安装高度太高；
- ② 被输送流体的温度太高，液体蒸汽压过高；
- ③ 吸入管路阻力或压头损失太高。

(2) 计算出的  $H_{g\max} < 0$ ，低于贮槽液面安装



(3)  $H_{g\max}$  大小与  $Q$  有关:  $Q \uparrow$ , 则  $H_{g\max} \downarrow$ , 保险  $\uparrow$ 。

用可能的最大  $Q$  计算  $H_{g\max}$

(4) 安装泵时为保险,  $H_g$  比  $H_{g\max}$  还要小 0.5 至 1 米。



## 第3章 传热

### 一、传热的三种基本方式

#### 1. 热传导

热量从物体内部温度较高的部分传递到温度较低的部分，或传递到与之接触的另一物体的过程称为热传导。

#### 2. 对流

流体内部质点发生相对位移的热量传递过程。

#### 3. 热辐射

物体因热的原因发出辐射能的过程称为热辐射。



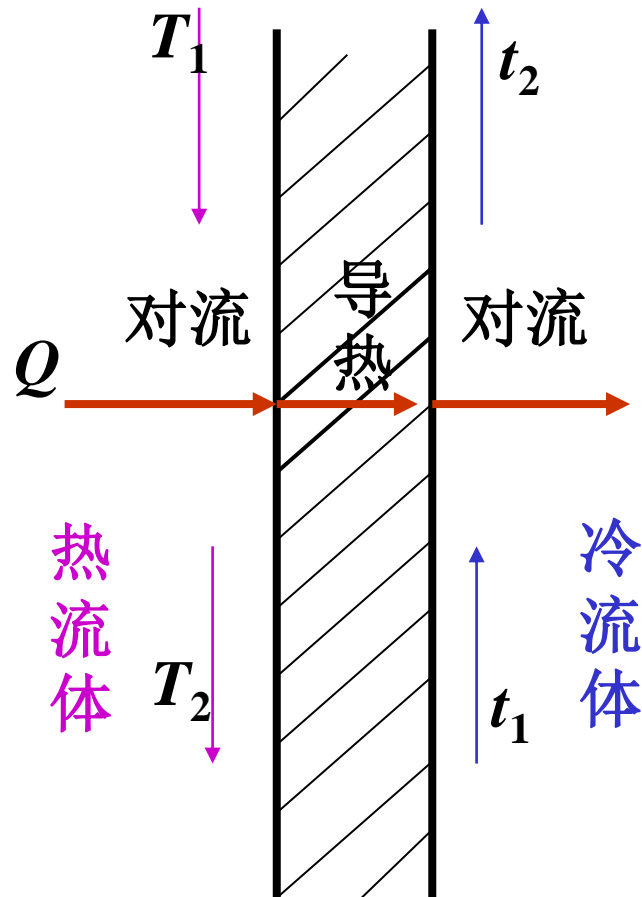
## 二、定态与非定态传热

非定态传热  $Q, q, t \cdots = f(x, y, z, \theta)$

定态传热  $Q, q, t \cdots = f(x, y, z) \quad \frac{\partial t}{\partial \theta} = 0$



### 三、冷、热流体通过间壁的传热过程



(1) 热流体  $\xrightarrow{Q_1(\text{对流})}$  管壁内侧

(2) 管壁内侧  $\xrightarrow{Q_2(\text{热传导})}$  管壁外侧

(3) 管壁外侧  $\xrightarrow{Q_3(\text{对流})}$  冷流体

定态传热:  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$



总传热速率方程:

$$Q = KA \Delta t_m = \frac{\Delta t_m}{1 / KA} = \frac{\text{总传热推动力}}{\text{总热阻}}$$

式中  $\Delta t_m$ ——两流体的平均温差,  $^{\circ}\text{C}$ 或 $\text{K}$ ;

$A$ ——总传热面积,  $\text{m}^2$ ;

$K$ ——总传热系数,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$ 或 $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。





## 四、傅立叶定律

热传导速率:  $dQ = -\lambda dA \frac{\partial t}{\partial n}$

式中  $dA$  —— 导热面积,  $m^2$ ;

$\partial t / \partial n$  —— 温度梯度,  $^{\circ}C/m$  或  $K/m$ ;

$\lambda$  —— 导热系数,  $W/(m \cdot ^{\circ}C)$  或  $W/(m \cdot K)$ 。





$$Q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{b_1}{\lambda_1 A}} = \frac{t_2 - t_3}{\frac{b_2}{\lambda_2 A}} = \frac{t_3 - t_4}{\frac{b_3}{\lambda_3 A}}$$

$$= \frac{\sum \Delta t_i}{\sum \frac{b_i}{\lambda_i A}} = \frac{t_1 - t_4}{\sum_{i=1}^3 \frac{b_i}{\lambda_i A}} = \frac{t_1 - t_4}{\sum R_i} = \frac{\text{总推动力}}{\text{总热阻}}$$

推广至 $n$ 层:

$$Q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{b_i}{\lambda_i A}} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n R_i}$$



返回



取 $dr$ 同心薄层圆筒，作热量衡算：

$$Q_r = Q_{r+dr} + 2\pi r l dr \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \theta}$$

对于定态温度场  $\frac{\partial t}{\partial \theta} = 0$

$$\therefore Q_r = Q_{r+dr} = Q = \text{const}$$

傅立叶定律  $Q = -\lambda A \frac{dt}{dr}$

$$Q = -\lambda \cdot 2\pi r l \frac{dt}{dr}$$



返回



边界条件  $r = r_1, t = t_1$        $r = r_2, t = t_2$

得: 
$$\int_{r_1}^{r_2} Q dr = - \int_{t_1}^{t_2} \lambda 2\pi r l dt$$

$\lambda$ 不随 $t$ 而变时

$$Q = \frac{2\pi\lambda l(t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}}$$



返回



(1) 上式可以写为

$$Q = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot l(t_1 - t_2)(r_2 - r_1)}{(r_2 - r_1) \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\lambda \cdot (t_1 - t_2)(A_2 - A_1)}{b \ln \frac{A_2}{A_1}}$$

$$= \frac{(t_1 - t_2)}{b} = \frac{\Delta t}{R} = \frac{\text{推动力}}{\text{热阻}}$$

$$\lambda A_m$$

$$b = r_2 - r_1 \quad A_m = \frac{A_2 - A_1}{\ln A_2 / A_1} \quad \text{对数平均面积}$$

$$(2) \quad \frac{r_2}{r_1} < 2 \quad A_m = \frac{A_1 + A_2}{2}$$



返回

对于 $n$ 层圆筒壁:

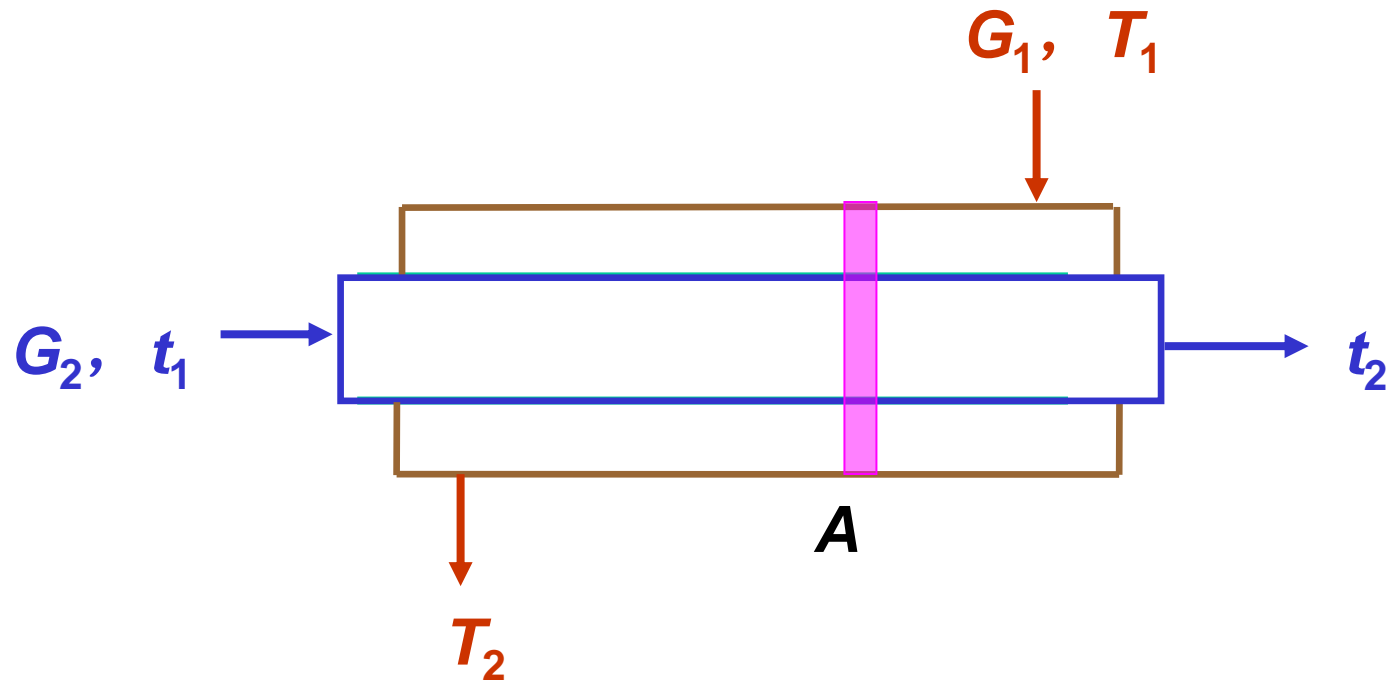
$$Q = \frac{2\pi l(t_1 - t_{n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{b_i}{\lambda_i A_{mi}}} = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

$$Q = 2\pi r_1 l q_1 = 2\pi r_2 l q_2 = 2\pi r_3 l q_3 = \cdots$$

$$r_1 q_1 = r_2 q_2 = r_3 q_3 = \cdots$$



## 五、对流传热过程分析



# 对流传热速率——牛顿冷却定律

膜模型:  $\delta_t = \delta_e + \delta$

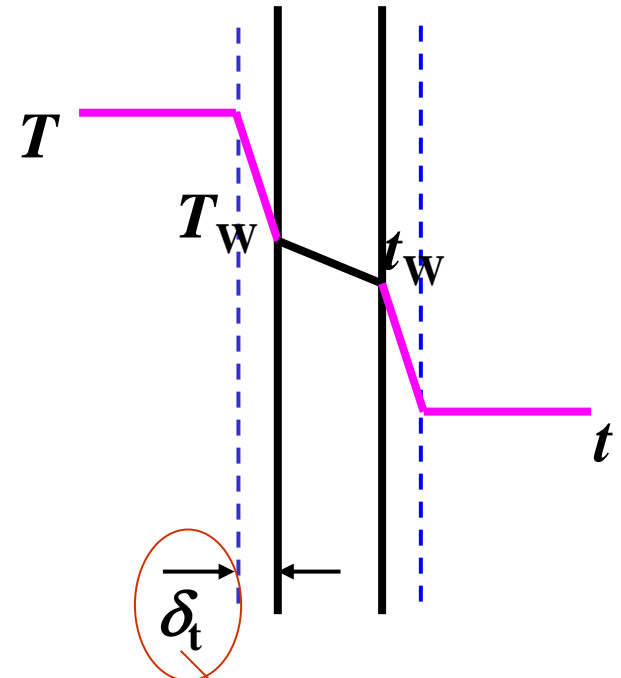
$\delta_t$ ——总有效膜厚

$\delta_e$ ——湍流区和过渡区虚拟膜厚

$\delta$ ——层流底层膜厚

$$Q = \frac{\Delta t}{\delta_t / \lambda A} \implies \alpha = \frac{\lambda}{\delta_t}$$

$\alpha$ ——对流传热系数,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$



热阻全部在此





牛顿冷却定律:  $Q = \alpha A \Delta t$

流体被冷却:  $\Delta t = T - T_w$       被加热:  $\Delta t = t_w - t$

(1) 是一种推论

$$Q = \alpha A \Delta t = \frac{\Delta t}{\frac{1}{\alpha A}} = \frac{\text{推动力}}{\text{热阻}}$$

(2) 复杂问题简单化表示——  $\alpha$

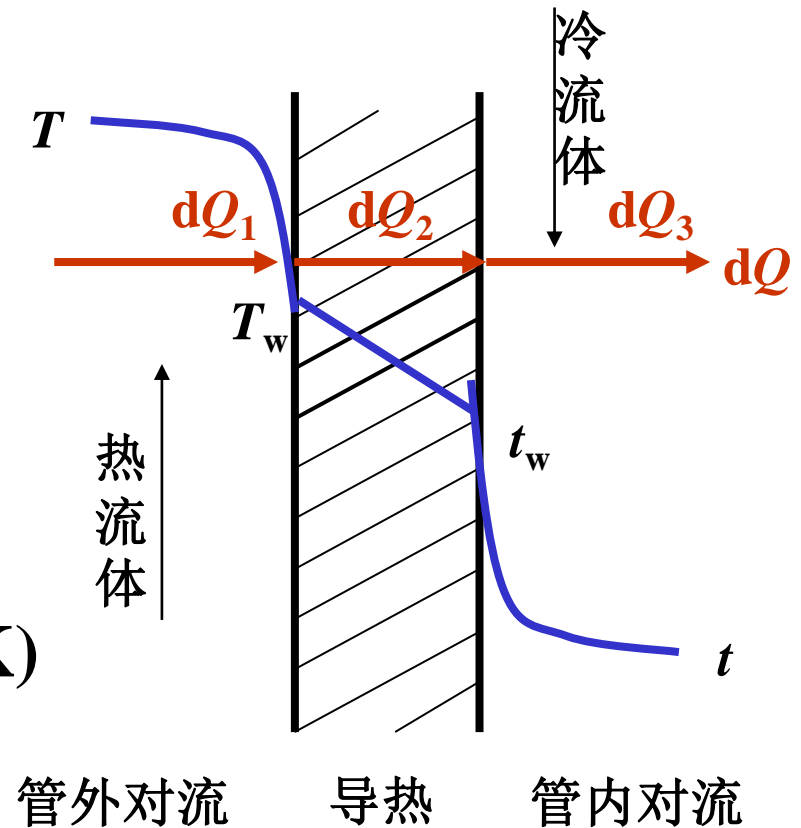


# 总传热系数和总传热速率方程

## 一、总传热系数

$$dQ = KdA(T - t) = \frac{T - t}{\frac{1}{KdA}}$$

$K$ ——总传热系数， $W/(m^2 \cdot K)$



套管换热器A-A截面



- 管外对流  $dQ_1 = \alpha_1 dA_1 (T - T_w)$
- 管壁热传导  $dQ_2 = \frac{\lambda dA_m}{b} (T_w - t_w)$
- 管内对流  $dQ_3 = \alpha_2 dA_2 (t_w - t)$

定态传热  $dQ = dQ_1 = dQ_2 = dQ_3$

$$\therefore dQ = \frac{T - T_w}{\frac{1}{\alpha_1 dA_1}} = \frac{T_w - t_w}{\frac{b}{\lambda dA_m}} = \frac{t_w - t}{\frac{1}{\alpha_2 dA_2}} = \frac{T - t}{\frac{1}{\alpha_1 dA_1} + \frac{b}{\lambda dA_m} + \frac{1}{\alpha_2 dA_2}}$$



$$\frac{1}{KdA} = \frac{1}{\alpha_1 dA_1} + \frac{b}{\lambda dA_m} + \frac{1}{\alpha_2 dA_2}$$

讨论：（1）平壁  $dA=dA_1=dA_2=dA_m$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{b}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$$

（2）以外表面为基准 ( $dA=dA_1$ )

$$\frac{1}{K_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{b}{\lambda} \frac{dA_1}{dA_m} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{dA_1}{dA_2}$$



$$A = \pi dl \quad \frac{1}{K_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{b}{\lambda} \frac{d_1}{d_m} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{d_1}{d_2}$$

$K_1$ ——以外表面为基准的总传热系数，W/(m<sup>2</sup>·K)

$d_m$ ——对数平均直径，m

$$d_m = (d_1 - d_2) / \ln \frac{d_1}{d_2} \quad d_1/d_2 < 2 \text{ 可用算术平均值}$$

以内表面为基准：

$$\frac{1}{K_2} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{d_2}{d_1} + \frac{b}{\lambda} \frac{d_2}{d_m} + \frac{1}{\alpha_2}$$



以壁表面为基准：
$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{d_m}{d_1} + \frac{b}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{d_m}{d_2}$$

薄层圆筒壁： 近似用平壁计算

$K$ 的大小  $\Leftrightarrow A$ 的基准

(3)  $1/K$ 的意义

$$\frac{1}{K_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{b}{\lambda} \frac{d_1}{d_m} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{d_1}{d_2}$$

总热阻      外侧热阻      壁阻      内侧热阻

控制热阻

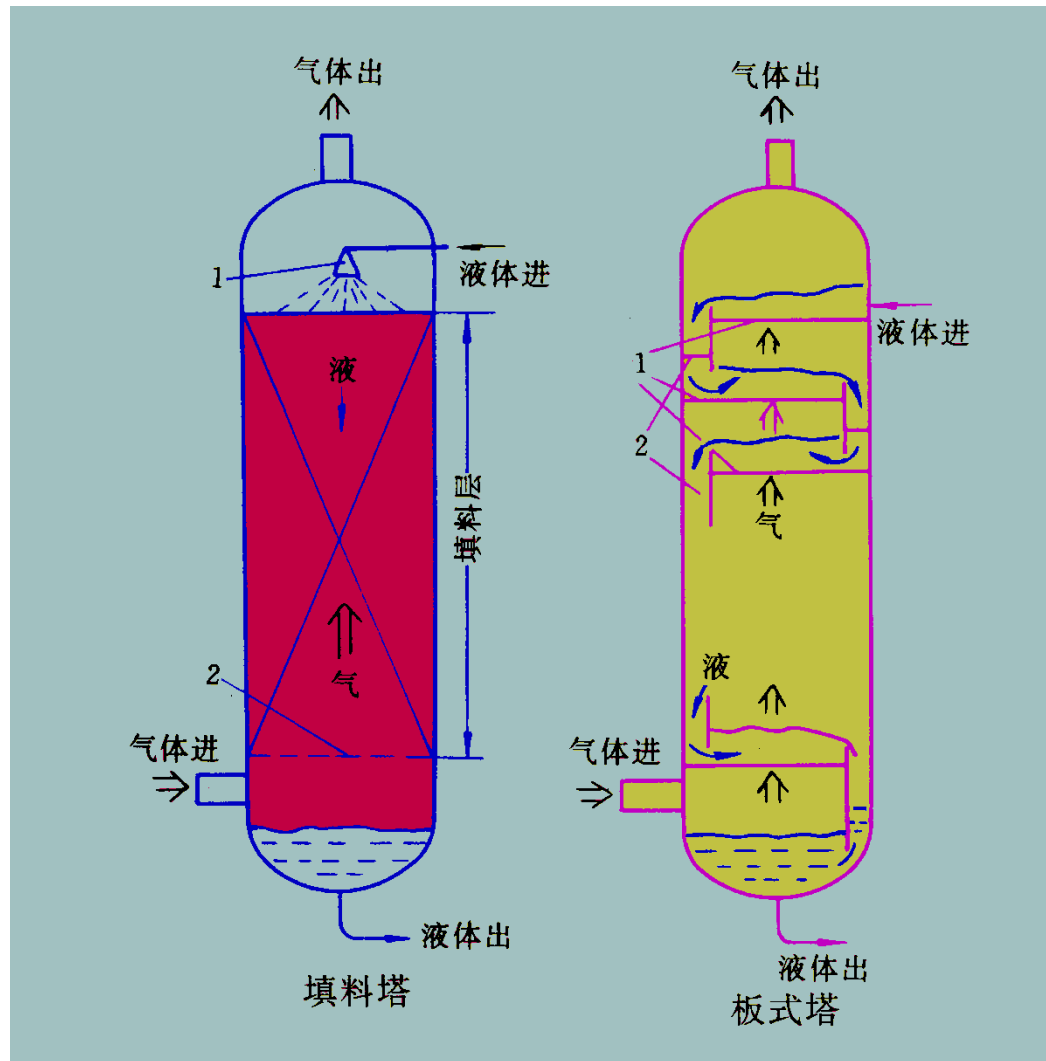


- 如  $\alpha_2 \gg \alpha_1$ , 不计壁阻  $\frac{1}{K} \approx \frac{1}{\alpha_1} \Rightarrow K \approx \alpha_1$   
 $A_1$
- 如  $\alpha_1 \gg \alpha_2$ , 不计壁阻  $\frac{1}{K} \approx \frac{1}{\alpha_2} \Rightarrow K \approx \alpha_2$   
 $A_2$

**$K$ 接近 $\alpha$ 小一侧流体的值**



# 第5章 气体吸收





# 一、亨利定律

总压不高时，在一定温度下，**稀溶液**上方气相中溶质的平衡分压与溶质在液相中的摩尔分数成正比，其比例系数为亨利系数。

$$p_A^* = Ex$$

$p_A^*$ ——溶质在气相中的平衡分压，kPa；

$x$ ——溶质在液相中的摩尔分数；

$E$  ——亨利常数，单位同压强单位。



## 亨利定律其他形式

$$(1) \quad p_A^* = \frac{c_A}{H}$$

$H$ ——溶解度系数,  $\text{kmol}/(\text{m}^3 \cdot \text{kPa})$

$c_A$ ——摩尔浓度,  $\text{kmol}/\text{m}^3$ ;

$$(2) \quad y^* = mx \quad m\text{——相平衡常数, 无因次。}$$

$$(3) \quad Y^* = mX \quad (\text{稀溶液})$$



# 气体吸收过程进行的极限

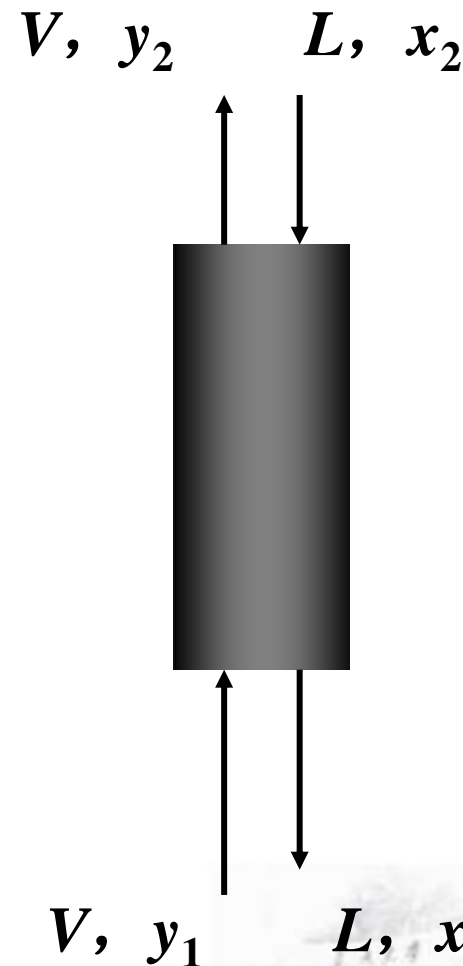
过程极限：相平衡

1. 逆流吸收，塔高无限

$$L \uparrow \Rightarrow y_{2,\min} = y_2^* = mx_2$$

2. 逆流吸收，塔高无限

$$L \downarrow \Rightarrow x_{1,\max} = \frac{y_1}{m}$$

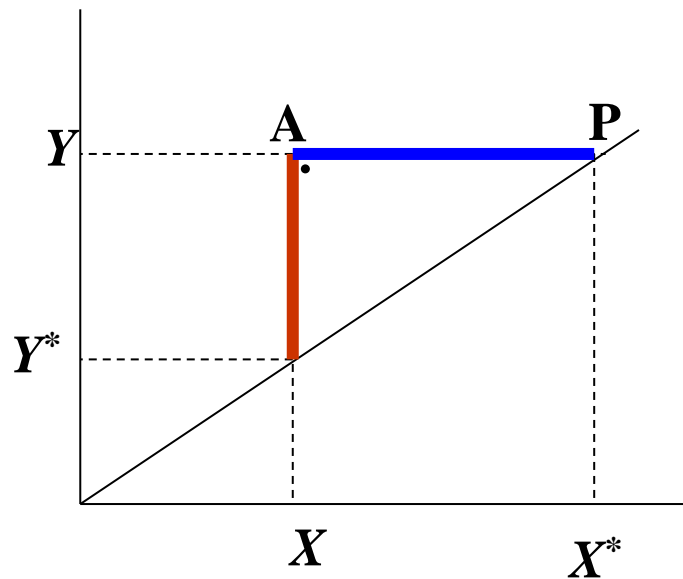


# 气体吸收过程的推动力

## 1. 吸收过程推动力的表达式

$$p_A - p_A^*、y - y^*、x^* - x、c_A^* - c_A、Y - Y^*$$

## 2. 在 $X \sim Y$ 图上



有效膜厚 $\delta_G$ 由层流内层浓度梯度线延长线与流体主体浓度线相交于一点 $E$ ，则厚度 $\delta_G$ 为 $E$ 到相界面的垂直距离。

## 二、单相对流传质速率方程

### 1. 气相对流传质速率方程

$$N_A = \frac{Dp}{RT\delta_G p_{Bm}} (p_A - p_{Ai})$$

$$N_A = k_G (p_A - p_{Ai})$$

$$k_G = \frac{Dp}{RT\delta_G p_{Bm}}$$

$k_G$ ——以分压差表示推动力的气相传质分系数，  
kmol/(m<sup>2</sup>·s·kPa)。



$N_A$  = 传质系数 × 吸收的推动力

气相对流传质速率方程有以下几种形式：

$$N_A = k_G (p_A - p_{Ai})$$

$$N_A = k_y (y - y_i)$$

$$N_A = k_Y (Y - Y_i)$$

$k_y$ ——以气相摩尔分率表示推动力的气相传质分系数，  
kmol/ (m<sup>2</sup>·s) ；

$k_Y$ ——以气相摩尔比差表示推动力的气相传质系数，  
kmol/ (m<sup>2</sup>·s) ；



各气相传质分系数之间的关系：

$$\left. \begin{array}{l} p_A = py \\ p_{Ai} = py_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{带入上式} \\ \text{与 } N_A = k_y(y - y_i) \text{ 比较} \end{array} \quad \begin{array}{l} N_A = k_G(p_A - p_{Ai}) \\ \\ \end{array}$$

$$k_y = pk_G$$

## 2. 液相对流传质速率方程

$$N_A = \frac{D'c}{\delta_L c_{Sm}} (c_{Ai} - c_A)$$

$$N_A = k_L (c_{Ai} - c_A)$$

$$k_L = \frac{D'c}{\delta_L c_{Sm}}$$



液相传质速率方程有以下几种形式：

$$N_A = k_L (c_{Ai} - c_A)$$

$$N_A = k_x (x_i - x)$$

$$N_A = k_X (X_i - X)$$

$k_L$ ——以液相组成摩尔浓度表示推动力的液相  
对流传质分系数， $\text{m} / \text{s}$ ；

$k_x$  ——以液相组成摩尔分率表示推动力的液相  
对流传质分系数， $\text{kmol} / (\text{m}^2 \cdot \text{s})$  ；





$k_x$ ——以液相摩尔比差表示推动力的液相传质分系数，  
 $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$

液相传质分系数之间的关系：

$$k_x = ck_L$$

**注意：**对流传质系数= $f$ (操作条件、流动状态、物性)



## 四、 界面上的浓度

### 1. 一般情况

定态传质

$$\left. \begin{aligned} N_A &= k_G(p_A - p_{Ai}) = k_L(c_{Ai} - c_A) \\ p_{Ai} &= f(c_{Ai}) \end{aligned} \right\} p_{Ai}、c_{Ai}$$

### 2. 平衡关系满足亨利定律

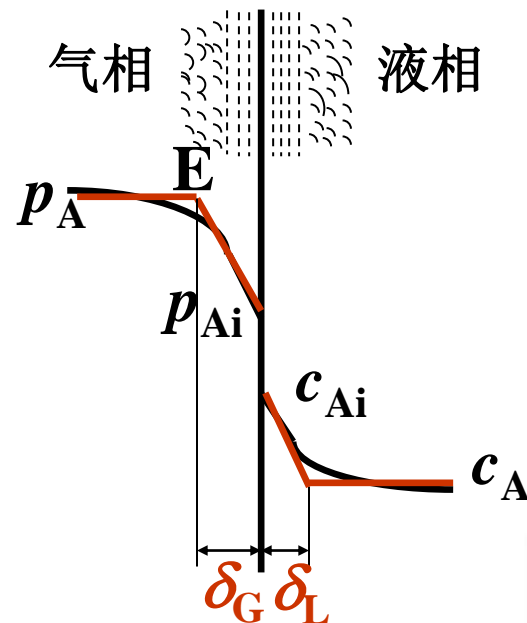
$$\left. \begin{aligned} N_A &= k_G(p_A - p_{Ai}) = k_L(c_{Ai} - c_A) \\ c_{Ai} &= H p_{Ai} \end{aligned} \right\} p_{Ai}、c_{Ai}$$



## 五、 对流传质

相际对流传质三大模型：**双膜模型**  
 溶质渗透模型  
 表面更新模型

### 1. 双膜模型



## 2. 双膜模型的基本论点（假设）

（1）气液两相存在一个**稳定的相界面**，界面两侧存在稳定的**气膜和液膜**。膜内为**层流**，A以**分子扩散**方式通过气膜和液膜。

（2）**相界面**处两相达平衡，**无扩散阻力**。

（3）有效**膜以外**主体中，充分湍动，溶质主要以**涡流扩散**的形式传质。

双膜模型也称为**双膜阻力**模型



## 六、总传质速率方程

### 1. 用气相组成表示吸收推动力

$$N_A = K_Y (Y - Y^*)$$

$$N_A = K_G (p_A - p_A^*)$$

$$N_A = K_y (y - y^*)$$

$K_Y$  ——以气相摩尔比的差表示推动力的气相总传质系数， $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ；

$K_G$  ——以气相分压差表示推动力的气相总传质系数， $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{kPa})$ ；

$K_y$  ——以气相摩尔分数差表示推动力的气相总传质系数， $\text{kmol}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ；



## 2. 用液相组成表示吸收推动力

$$N_A = K_L (c_A^* - c_A)$$

$$N_A = K_x (x^* - x)$$

$$N_A = K_X (X^* - X)$$

$K_L$ ——以液相浓度差表示推动力的液相总传质系数，m/s；

$K_x$ ——以液相摩尔分数差表示推动力的液相总传质系数，kmol/（m<sup>2</sup>·s）；

$K_X$ ——以液相摩尔比的差表示推动力的液相总传质系数，kmol/（m<sup>2</sup>·s）；



### 3. 总传质系数与单相传质分系数之间的关系

系统服从亨利定律或平衡关系在计算范围为直线

根据双膜理论

$$\left. \begin{aligned} c_A &= Hp_A^* \\ c_{Ai} &= Hp_{Ai} \end{aligned} \right\} + N_A = k_L (c_{Ai} - c_A)$$

$$N_A = Hk_L (p_{Ai} - p_A^*)$$

$$\frac{1}{Hk_L} N_A = p_{Ai} - p_A^*$$

$$\frac{1}{k_G} N_A = p_A - p_{Ai}$$

$$\left( \frac{1}{Hk_L} + \frac{1}{k_G} \right) N_A = p_A - p_A^*$$



$$N_A = \frac{1}{\left( \frac{1}{Hk_L} + \frac{1}{k_G} \right)} (p_A - p_A^*)$$

同理：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K_G} = \frac{1}{Hk_L} + \frac{1}{k_G} \\ \frac{1}{K_L} = \frac{1}{k_L} + \frac{H}{k_G} \end{array} \right.$$

$$K_G = HK_L$$

用类似的方法得到

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m}{k_x} \\ \frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{mk_y} \end{array} \right.$$

$$mK_y = K_x$$





$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K_X} = \frac{1}{k_X} + \frac{1}{mk_Y} \\ \frac{1}{K_Y} = \frac{1}{k_Y} + \frac{m}{k_X} \end{array} \right. \quad mK_Y = K_X$$

#### 4. 总传质系数之间的关系

$$pK_G = K_y$$

$$cK_L = K_x$$

$$K_G = HK_L$$

$$mK_y = K_x$$

$$mK_Y = K_X$$



## 七、传质阻力与传质速率的控制

### 1. 传质阻力

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{Hk_L} + \frac{1}{k_G}$$

$$\frac{1}{K_L} = \frac{1}{k_L} + \frac{H}{k_G}$$

$$\frac{1}{K_y} = \frac{m}{k_x} + \frac{1}{k_y}$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{mk_y}$$

相间传质总阻力 = 液相(膜)阻力 + 气相(膜)阻力

**注意：** 传质系数、传质阻力与推动力一一对应。





提高传质速率的措施：提高气体流速；  
加强气相湍流程度。

## (2) 液膜控制

**液膜控制：**传质阻力主要集中在液相，此吸收过程为液相阻力控制（液膜控制）

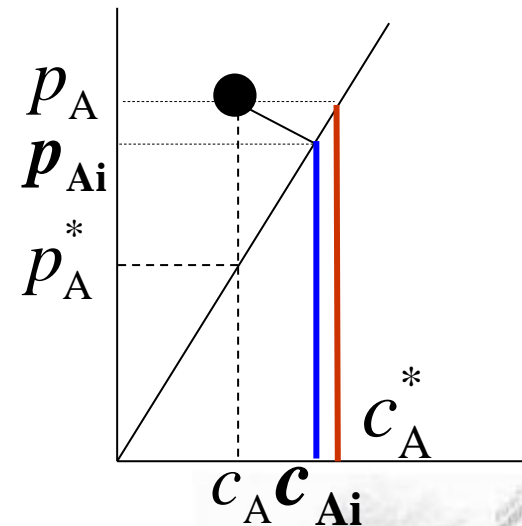
**液膜控制的特点：**

$$\frac{1}{K_L} \approx \frac{1}{k_L}$$

$H$ 较小，难溶气体

$$c_A^* - c_A \approx c_{Ai} - c_A$$

$$N_A = k_L (c_A^* - c_A)$$



提高传质速率的措施：提高液体流速；  
加强液相湍流程度。

同理：

气膜控制：  $\frac{1}{K_y} \approx \frac{1}{k_y}$   $m$ 小，易溶气体

$$y - y^* \approx y - y_i \quad N_A = k_y (y - y^*)$$

液膜控制：  $\frac{1}{K_x} \approx \frac{1}{k_x}$   $m$ 大，难溶气体

$$x^* - x \approx x_i - x \quad N_A = k_x (x^* - x)$$



# 第6章 蒸馏

## 一、拉乌尔定律 ( Raoult' s Law)

对于理想溶液：

$$p_A = p_A^0 x_A \quad p_B = p_B^0 x_B$$

$p_A, p_B$  ——溶液上方A、B组分的分压，Pa；

$p_A^0, p_B^0$  ——溶液温度下纯组分的饱和蒸汽压，Pa；

$x_A, x_B$  ——液相中A、B组分的摩尔分率。





## 二、道尔顿分压定律:

液相组成  $x$  与温度（泡点）的关系

$$p_A = p_A^0 x_A = f_A(t) x_A$$

$$p_B = p_B^0 x_B = f_B(t) x_B$$

$$p = p_A + p_B = p_A^0 x_A + p_B^0 x_B = p_A^0 x_A + p_B^0 (1 - x_A)$$

$$x_A = \frac{p - p_B^0}{p_A^0 - p_B^0} = \frac{p - f_B(t)}{f_A(t) - f_B(t)}$$

——泡点方程



返回

气液两相平衡组成间的关系：

$$p_A = py_A = p_A^0 x_A$$

$$y_A = \frac{p_A^0}{p} x_A$$

气相组成 $y_A$ 与温度（露点）的关系

$$y_A = \frac{p_A^0}{p} x_A = \frac{p_A^0}{p} \times \frac{p - p_B^0}{p_A^0 - p_B^0} = \frac{f_A(t)}{p} \times \frac{p - f_B(t)}{f_A(t) - f_B(t)}$$

——露点方程





对于二元物系:  $y_B=1-y_A$   $x_B=1-x_A$

则

$$\alpha = \frac{y/1-y}{x/1-x}$$



即

$$y = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x}$$

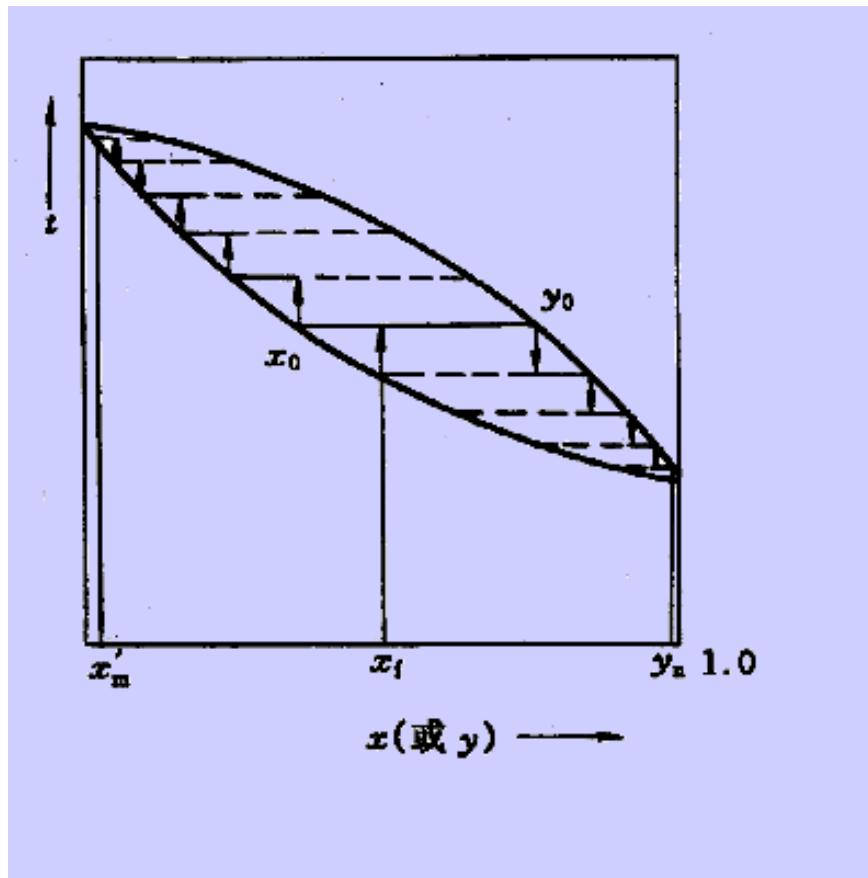
—— 相平衡方程

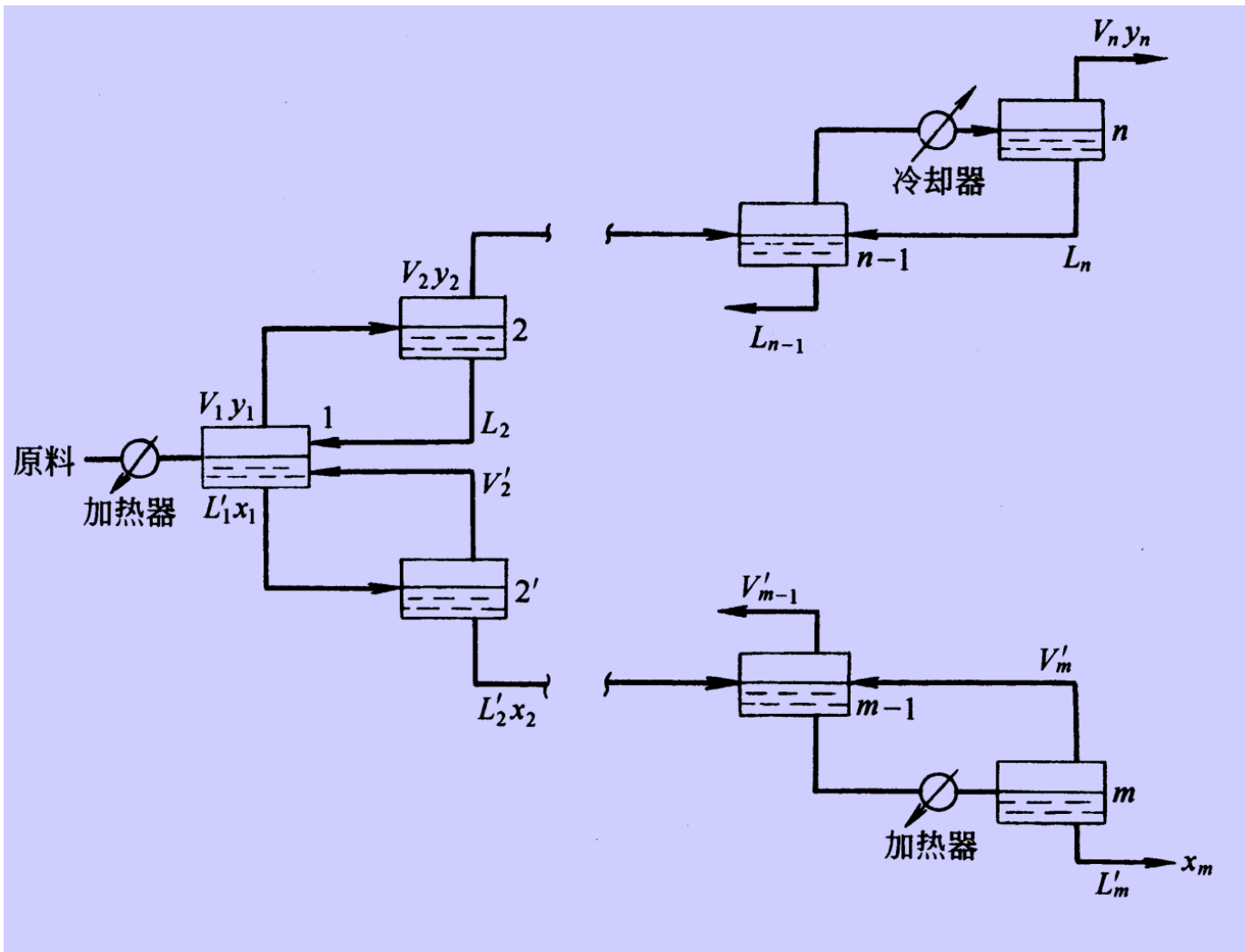
理想溶液:

$$\alpha = \frac{p_A^0}{p_B^0}$$



### 三、蒸馏与精馏原理

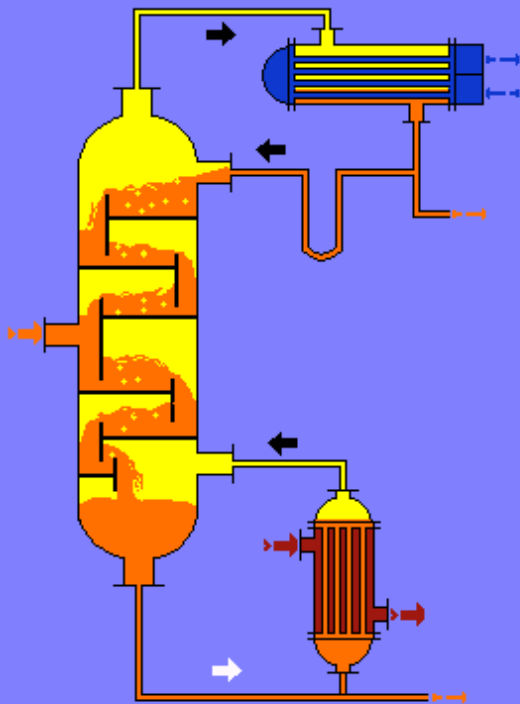




## 四、连续精馏装置流程

### 1. 连续精馏装置

连续精馏系统 (板式塔)



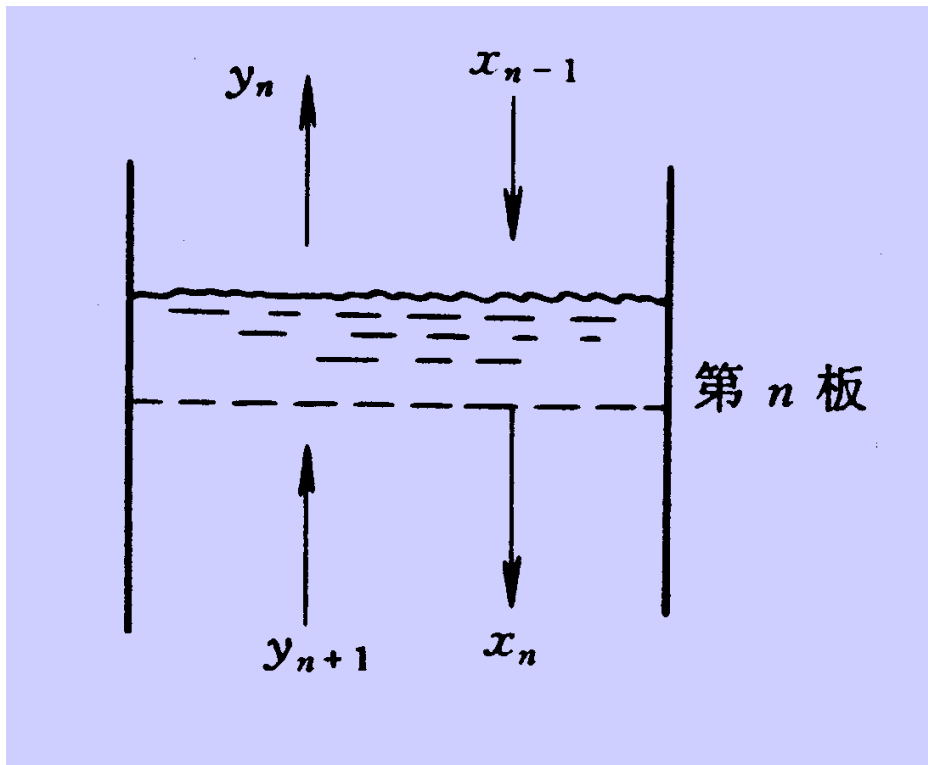
**进料板：** 原料液进入的那层塔板。

**精馏段：** 进料板以上的塔段。

**提馏段：** 进料板以下（包括进料板）的塔段。



## 2. 塔板的作用



特点:

- 塔板提供了汽液分离的场所;
- 每一块塔板是一个混合分离器;
- 足够多的板数可使各组分较完全分离。



### 3. 精馏过程的回流

回流的作用：

提供不平衡的气液两相，是构成气液两相传质的必要条件。

精馏的主要特点就是有回流。

回流包括：{ 塔顶回流液  
塔底回流汽



## 五、理论板的概念和恒摩尔流的假设

### 1. 理论板的概念

理论板：离开塔板的蒸汽和液体呈平衡的塔板。

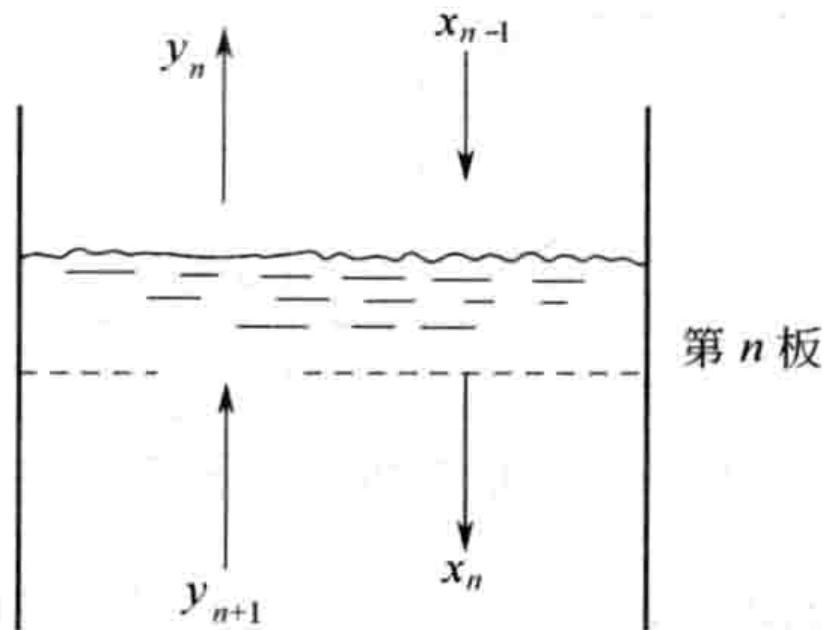


图 6-17 理论板假设



## 2. 恒摩尔流的假设

### 假设

- (1) 两组分的摩尔汽化潜热相等;
- (2) 两相接触因两相温度不同而交换的显热可忽略不计;
- (3) 塔设备保温良好, 热损失可以忽略不计。





## 六、双组分连续精馏的计算

### 全塔物料衡算

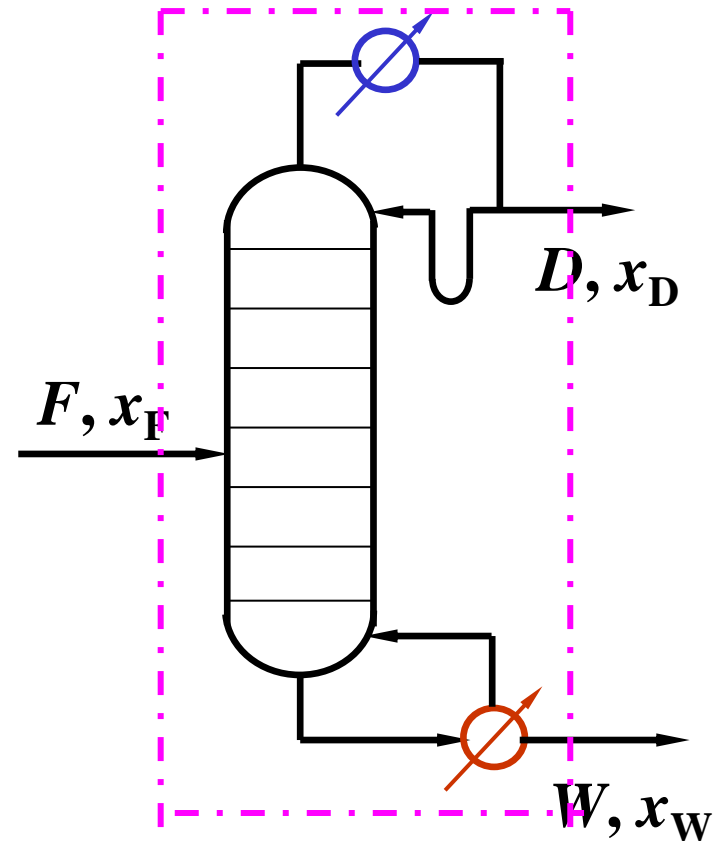
$$\begin{cases} F = D + W \\ Fx_F = Dx_D + Wx_W \end{cases}$$

$F$ 、 $D$ 、 $W$ ——kmol/h

$x_F$ 、 $x_D$ 、 $x_W$ ——摩尔分率

塔顶采出率  $\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_W}{x_D - x_W}$

塔底采出率  $\frac{W}{F} = 1 - \frac{D}{F}$



塔顶易挥发组分回收率

$$\eta_A = \frac{Dx_D}{Fx_F} \times 100\%$$

塔底难挥发组分回收率

$$\eta_B = \frac{W(1-x_W)}{F(1-x_F)} \times 100\%$$



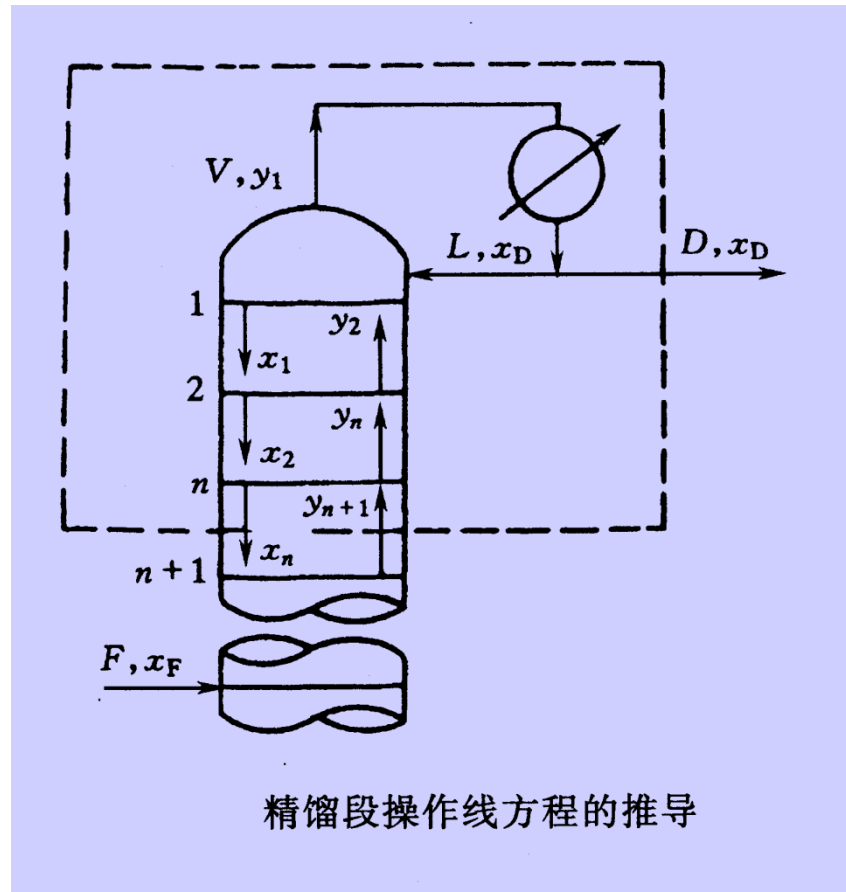
## 七、精馏段操作线方程

$$\begin{cases} V = L + D \\ Vy_{n+1} = Lx_n + Dx_D \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= \frac{L}{V} x_n + \frac{D}{V} x_D \\ &= \frac{L}{L+D} x_n + \frac{D}{L+D} x_D \end{aligned}$$

令  $R = \frac{L}{D}$  —— 回流比

★  $y_{n+1} = \frac{R}{R+1} x_n + \frac{x_D}{R+1}$  —— 精馏段操作线方程





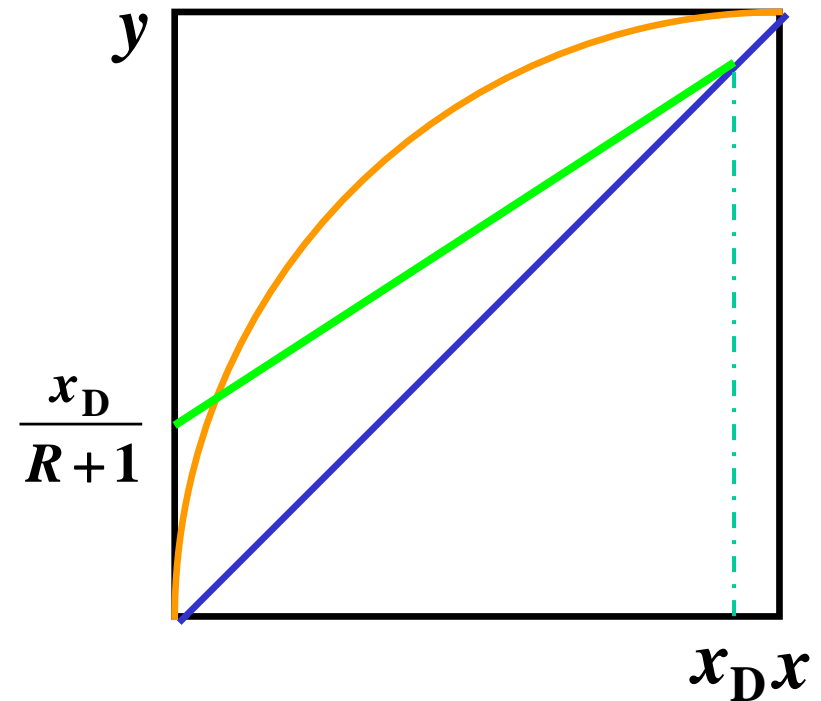
精馏段操作线:

当 $R, D, x_D$ 为一定值时,  
该操作线为一直线.

斜率:  $\frac{R}{R+1} = \frac{L}{V}$

截距:  $\frac{x_D}{R+1}$

操作线为过点  $(x_D, x_D)$



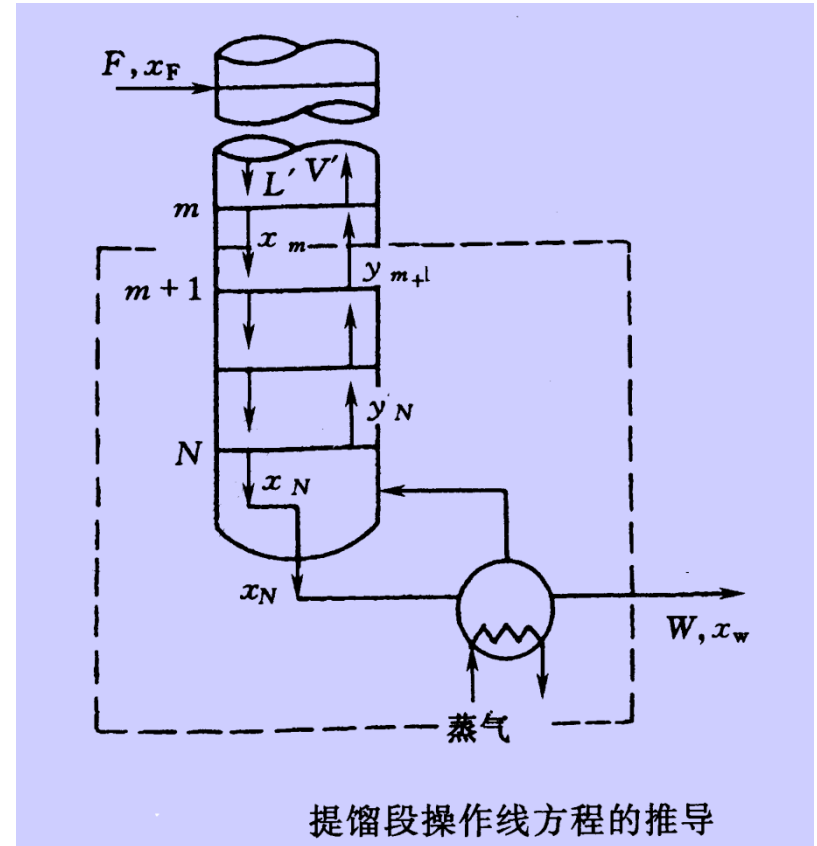
返回

## 八、提馏段操作线方程

$$\begin{cases} L' = V' + W \\ L' x_m = V' y_{m+1} + W x_w \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y_{m+1} &= \frac{L'}{V'} x_m - \frac{W}{V'} x_w \\ &= \frac{L'}{L' - W} x_m - \frac{W}{L' - W} x_w \end{aligned}$$

——提馏段操作线方程



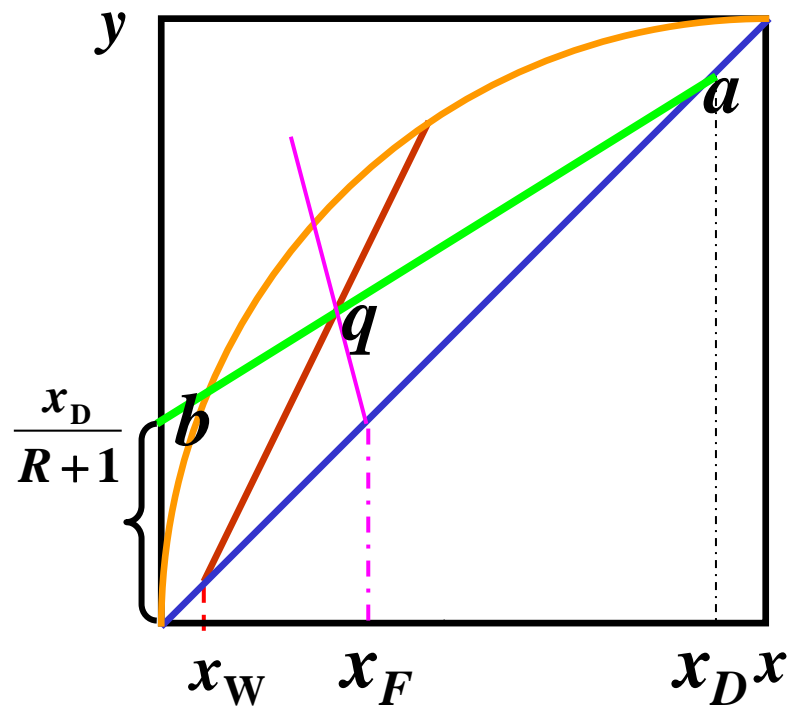
• 意义：提馏段  $y_{m+1}=f(x_m)$

• 斜率：  $L'/V'$

• 提馏段操作线为

• 过点  $(x_W, x_W)$

截距：  $-\frac{Wx_W}{V'}$



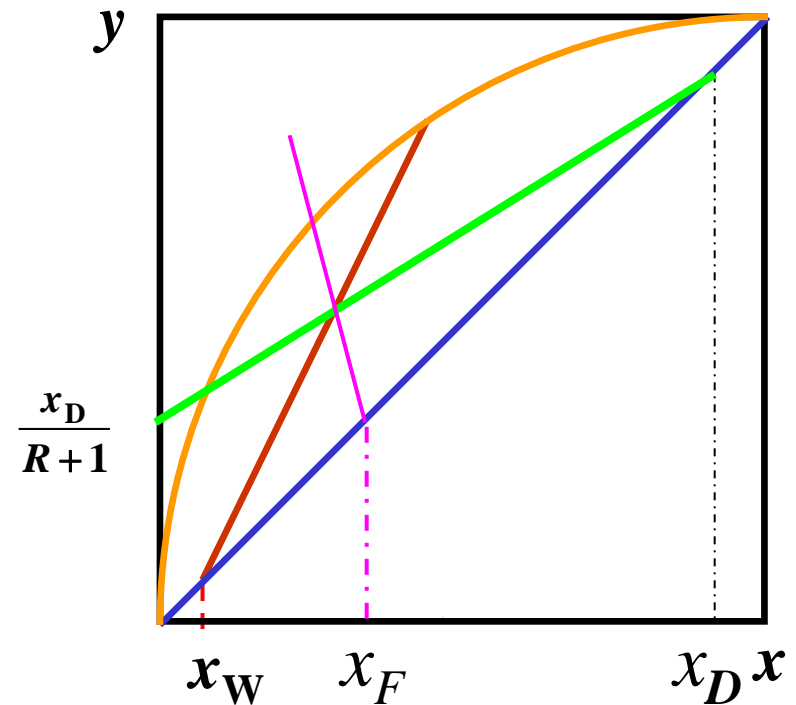
## 九、进料方程 ( $q$ 线方程)

$$\begin{cases} Vy = Lx + Dx_D \\ V'y = L'x - Wx_W \end{cases}$$

$$V' - V = (q - 1)F$$

$$L' - L = qF$$

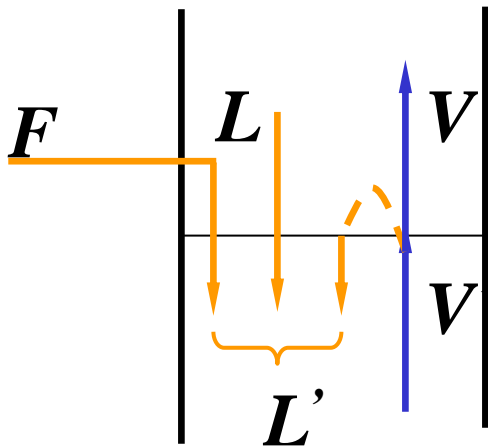
$$y = \frac{q}{q-1}x - \frac{x_F}{q-1}$$



—  $q$  线方程或进料方程

意义：精馏段与提馏段交点轨迹方程；



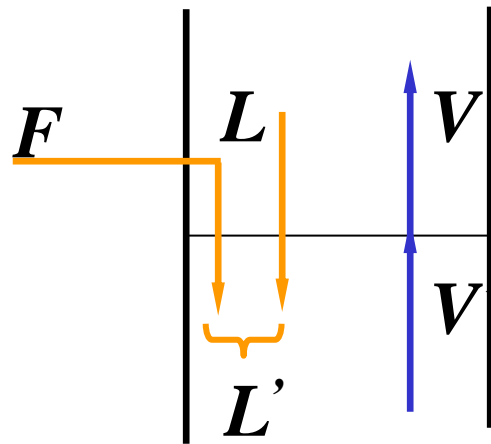


冷液进料

$$L' > L + F$$

$$V < V'$$

$$q > 1$$

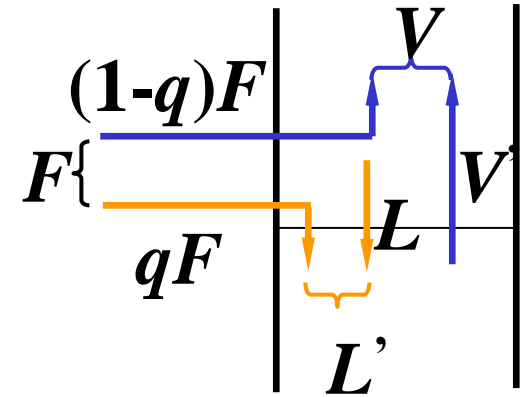


泡点进料

$$V' = V$$

$$L' = L + F$$

$$q = 1$$



汽液混合进料

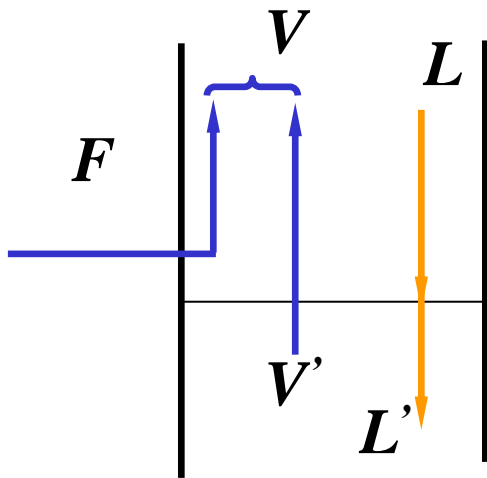
$$V' = V - (1 - q)F$$

$$L' = L + qF$$

$$0 < q < 1$$





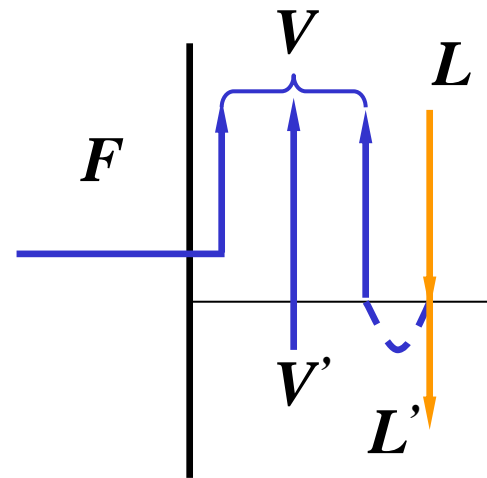


饱和蒸汽进料

$$V' = V - F$$

$$L' = L$$

$$q = 0$$








过热蒸汽进料

$$V > V' + F$$

$$L' < L$$

$$q < 0$$



进料状况	$q$ 值	$q$ 线位置	$L$ 与 $L'$	$V$ 与 $V'$
(1) 冷液	$q > 1$		$L' > L + F$	$V < V'$
(2) 饱和液体	$q = 1$		$L' = L + F$	$V = V'$
(3) 气液混合	$0 < q < 1$		$L' > L$	$V > V'$
(4) 饱和蒸汽	$q = 0$		$L' = L$	$V = V' + F$
(5) 过热蒸汽	$q < 0$		$L' < L$	$V > V' + F$



## 十、理论塔板数的计算

精馏操作分离要求：

(1)  $D, x_D$  ( $W, x_W$ );

(2)  $x_D, x_W$ ;

(3)  $\eta_A = \frac{Dx_D}{Fx_F} \times 100\%$

选择条件：

操作压力 $p$ ，回流比 $R$ ，进料热状态 $q$ 。

确定：塔板数 $N$



# 1. 逐板计算法

塔顶设全凝器，泡点回流。

$x_n \sim y_n$  符合平衡关系；

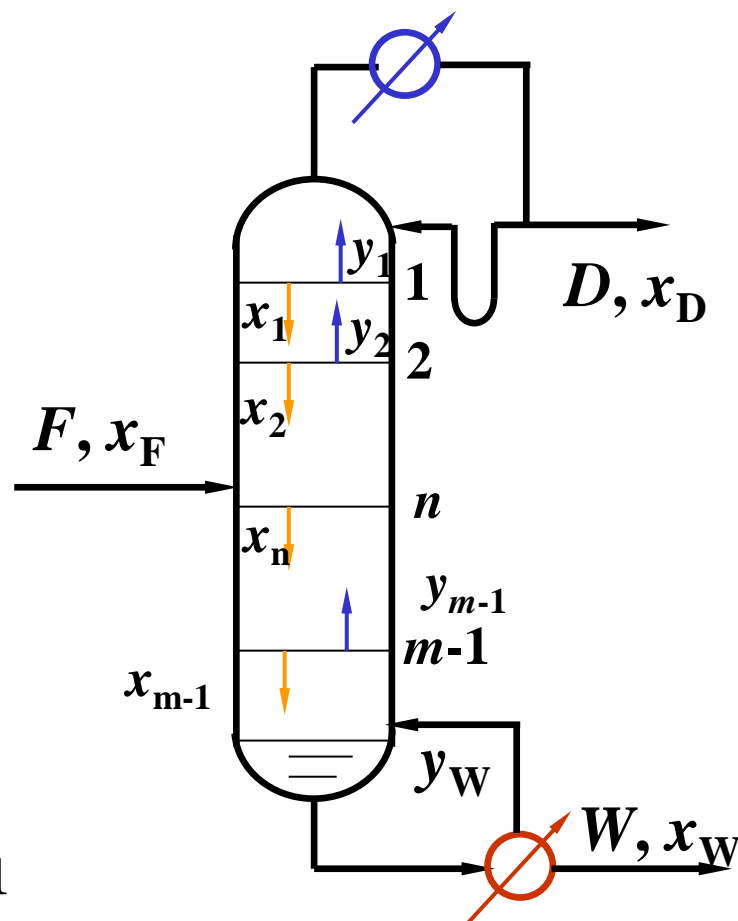
$y_{n+1} \sim x_n$  符合操作关系。

精馏段：

塔顶全凝器

$$\begin{array}{c}
 y_1 = x_D \xrightarrow{\text{平衡}} x_1 \\
 \xrightarrow{\text{操作}} y_2 \cdots \rightarrow x_n \leq x_q
 \end{array}$$

精馏段  $(n-1)$  块板，第  $n$  块为加料板。

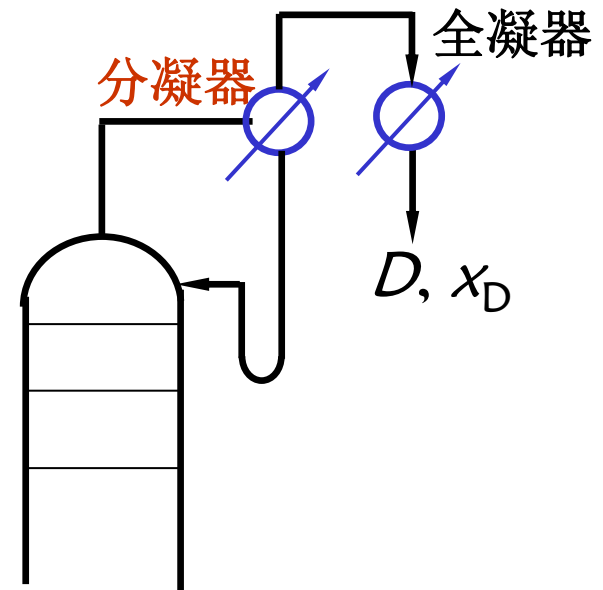


提馏段：

$$x_n \xrightarrow{\text{操作}} y'_{n+1} \xrightarrow{\text{平衡}} x'_{n+1} \cdots \rightarrow x'_{n+m} \leq x_W$$

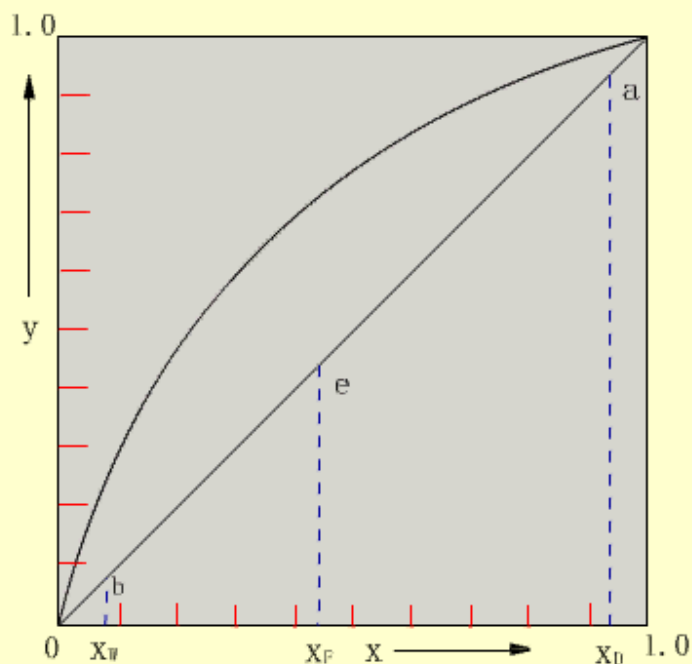
提馏段 ( $m-1$ ) 块板

- 再沸器相当于一块理论板；
- 分凝器也相当于一块理论板，可以  $x_0$ 、 $y_0$  计，其他相同。



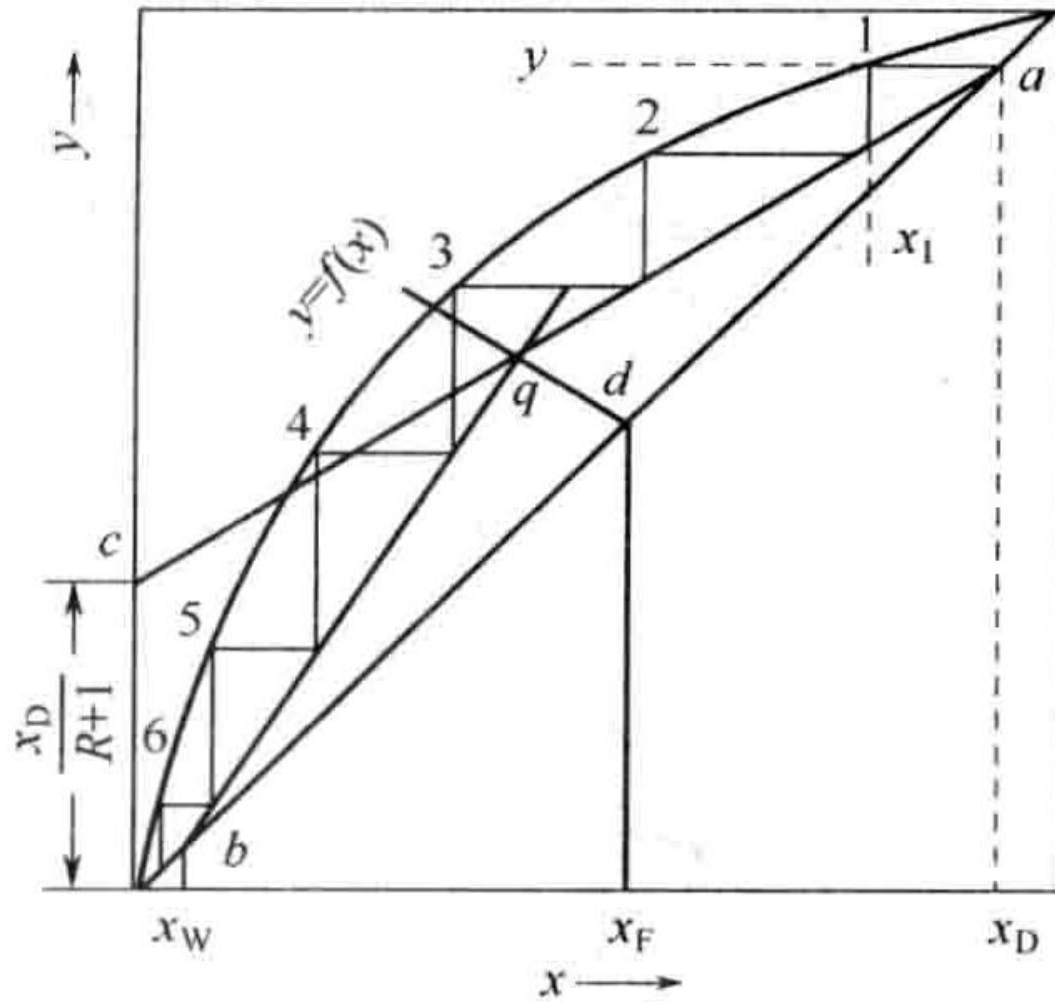
## 2. 图解法

### 图解法求取理论板数



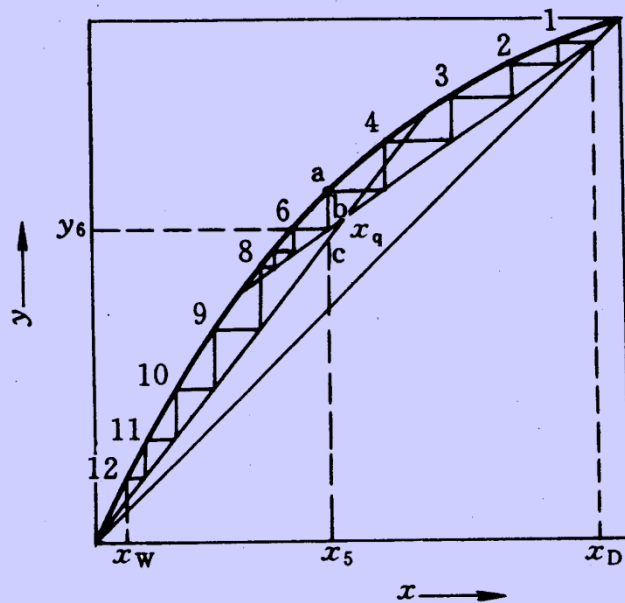
(1)  
在y-x坐标上  
画出平衡线与  
参考线



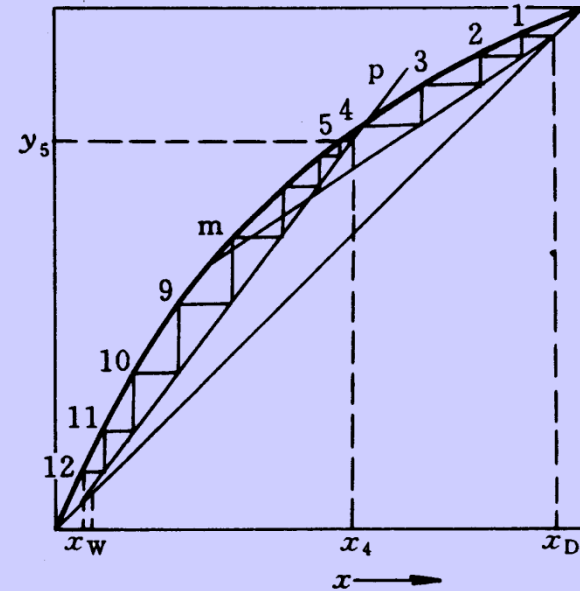


### 3. 最优加料位置的确定

最优加料板位置:  $x \leq x_q$



a. 进料过晚



b. 进料过早

非最佳进料板时理论板数图解



# 十一、回流比的影响与选择

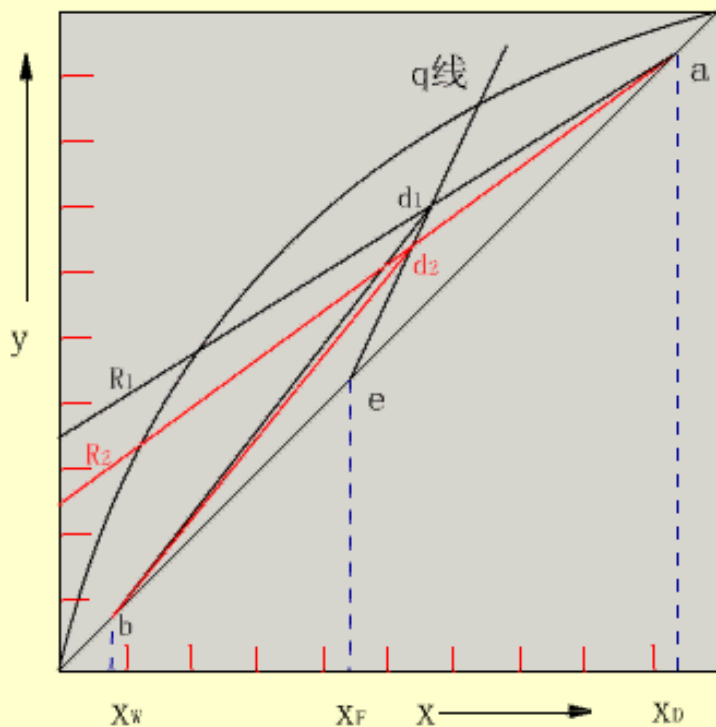
## 1. 回流比对精馏操作的影响

$R \uparrow \longrightarrow$  操作线远离平衡线  $\longrightarrow N_T \downarrow \longrightarrow$  设备费  $\downarrow$

$\downarrow$   
 $\longrightarrow L \uparrow, V \uparrow, V' \uparrow \longrightarrow$  冷凝器、再沸器热负荷  $\uparrow$   
 $\longrightarrow$  操作费  $\uparrow$



## 回流比的影响



增加回流比，即 $R_2 > R_1$

### 对设计的影响:

对于一定的分离要求，两操作线向参考线靠拢，所需理论板数减少，塔高降低，

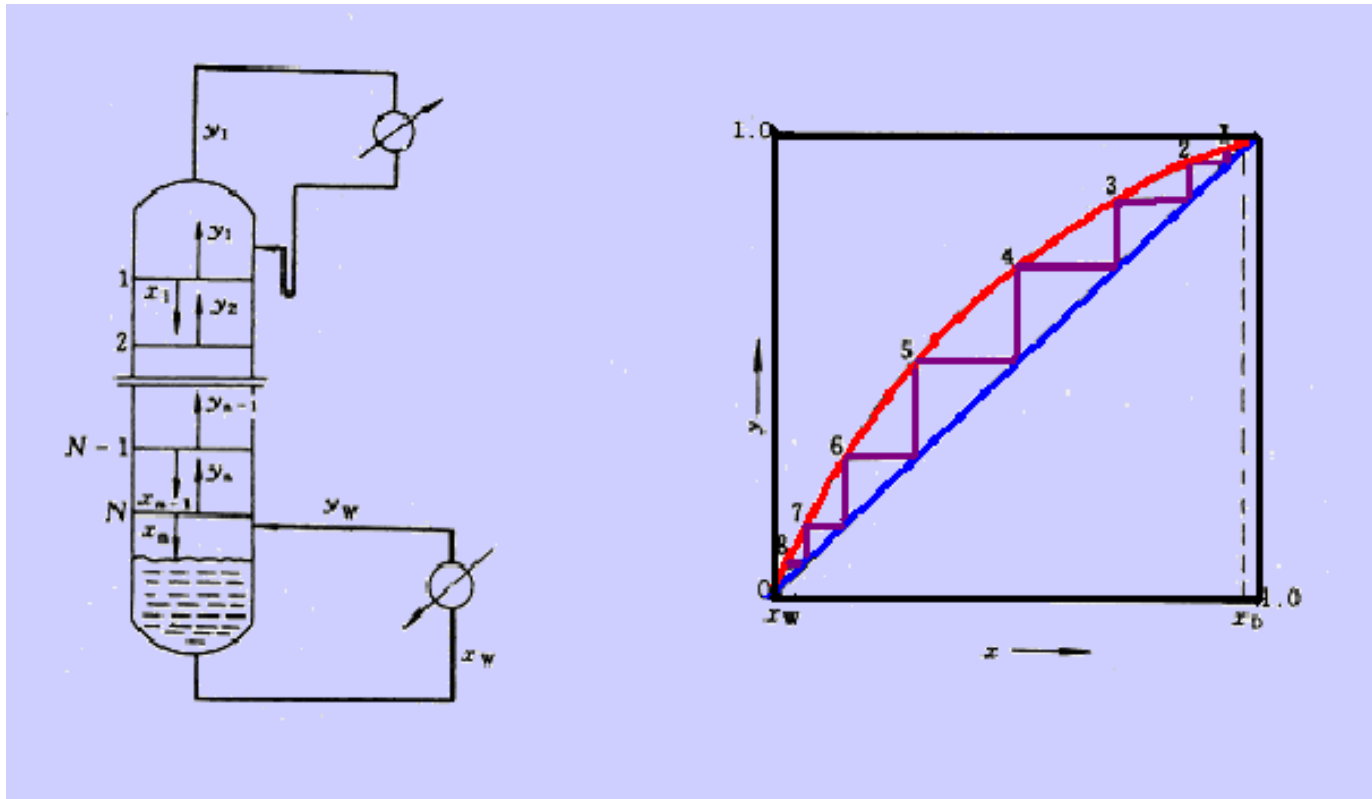
因为  $V = (R+1) D$ ,

$$V' = V - (1-q) F$$

所以  $R \uparrow, V \uparrow, \dot{V}' \uparrow,$   
使操作费  $\uparrow$



## 2. 全回流与最少理论板数



操作线方程

$$y_{n+1} = x_n$$



操作线:  $y_{n+1} = x_n$

平衡线:  $y_n = \frac{\alpha_n x_n}{1 + (\alpha_n - 1)x_n}$       相对挥发度:  $\frac{x_A}{x_B} = \frac{1}{\alpha} \frac{y_A}{y_B}$

第1块板: 全凝器  $y_1 = x_D$

$$\text{或 } \left(\frac{y_A}{y_B}\right)_1 = \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D$$

$$\text{则 } \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_1 = \frac{1}{\alpha_1} \left(\frac{y_A}{y_B}\right)_1 = \frac{1}{\alpha_1} \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D$$

第2块板:  $\left(\frac{y_A}{y_B}\right)_2 = \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_1 = \frac{1}{\alpha_1} \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D$

$$\left(\frac{x_A}{x_B}\right)_2 = \frac{1}{\alpha_2} \left(\frac{y_A}{y_B}\right)_2 = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D$$



$$N_T \text{块板后} \quad \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_W = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N \alpha_W} \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D$$

$$\bar{\alpha} = \sqrt[N_T]{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N \alpha_W}$$

$$N_{T\min} = \frac{\lg \left[ \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D \left(\frac{x_B}{x_A}\right)_W \right]}{\lg \bar{\alpha}} - 1 \quad (\text{不包括再沸器})$$

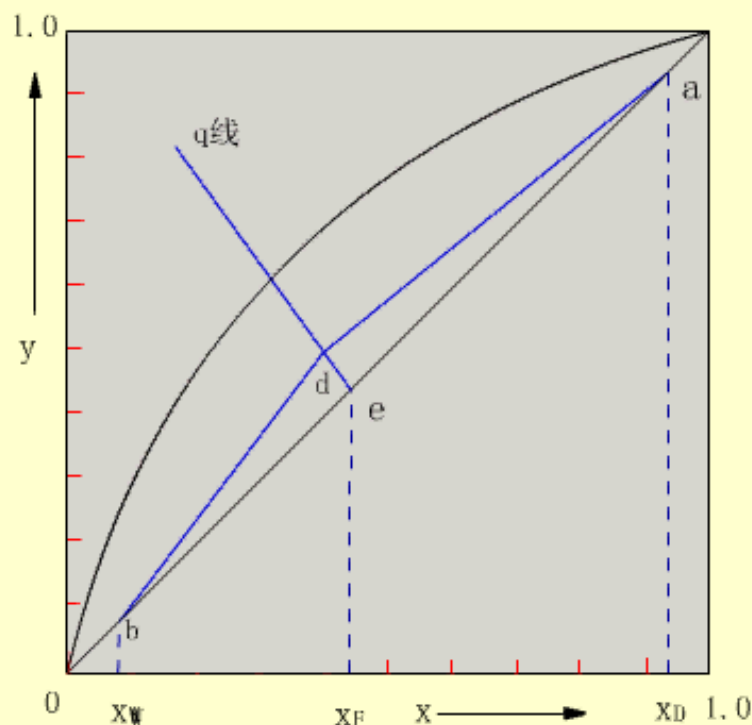
$$\alpha \text{ 相差不大时: } \bar{\alpha} = \sqrt{\alpha_{\text{顶}} \alpha_{\text{底}}}$$

$$\text{双组分: } N_{T\min} = \frac{\lg \left[ \left(\frac{x_D}{1-x_D}\right) \left(\frac{1-x_W}{x_W}\right) \right]}{\lg \bar{\alpha}} - 1 \quad (\text{不包括再沸器})$$



### 3. 最小回流比

#### 最小回流比

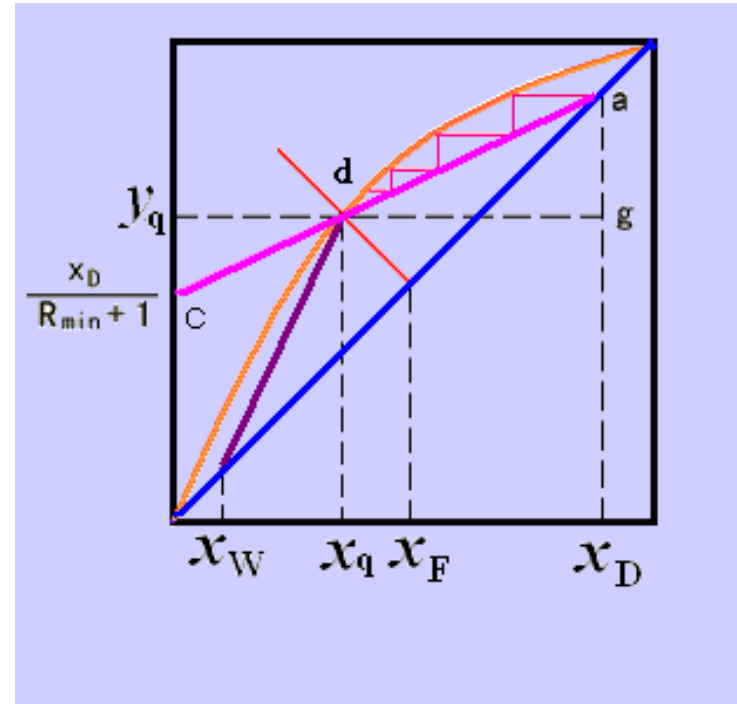


q 线方程为  
两段操作线  
交点的轨迹  
方程。两操  
作线交点 d  
，一定位于  
q 线上。

## (2) 最小回流比的计算

### 1) 一般形状的平衡线:

图解  
公式计算 }  $x_q, y_q$



## 斜率法

$$\frac{R_{\min}}{R_{\min} + 1} = \frac{x_D - y_q}{x_D - x_q} \longrightarrow R_{\min} = \frac{x_D - y_q}{y_q - x_q}$$

截矩法:  $\frac{x_D}{R_{\min} + 1} = A \longrightarrow R_{\min}$

公式法:  $\begin{cases} q=1, x_q=x_F \\ q=0, y_q=x_F \end{cases}$

$$R_{\min} = \frac{1}{a-1} \left[ \frac{x_D}{x_F} - \frac{a(1-x_D)}{1-x_F} \right]$$

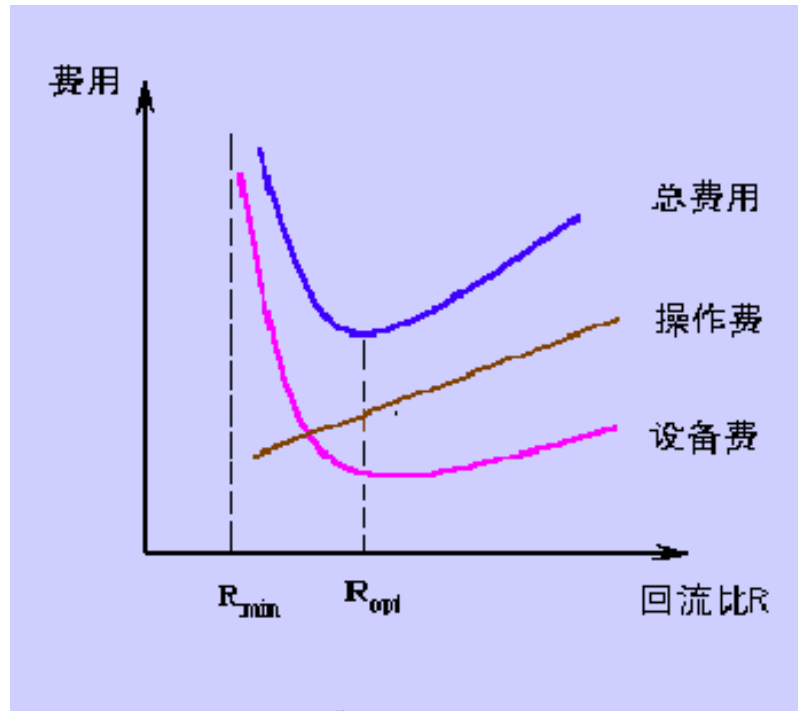
$$R_{\min} = \frac{1}{a-1} \left[ \frac{ax_D}{x_F} - \frac{a(1-x_D)}{1-x_F} \right] - 1$$

相平衡方程:  $y_q = \frac{ax_q}{1 + (a-1)x_q}$





### 3. 适宜回流比

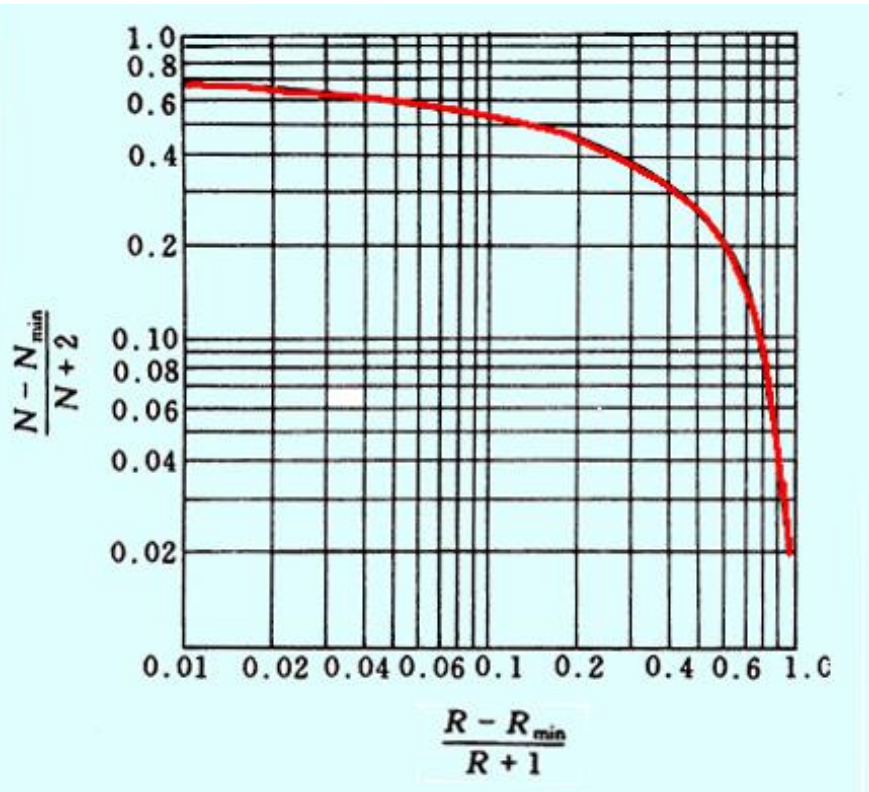


适宜回流比:

$$R = (1.2 \sim 2.0)R_{min}$$



## 十二、理论板的捷算法



吉利兰关联图

1. 先算  $R_{\min}$

2.  $R = (1.1-2)R_{\min}$

3.  $N_{\min} \Rightarrow$  由坐标  $Y \Rightarrow N$

注意：

$N, N_{\min}$  不包括再沸器。

