

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский Государственный Университет
им. М. В. Ломоносова»

Механико-математический факультет
Кафедра вычислительной математики



**Численное моделирование нестационарного одномерного
течения газа с использованием неявной параллельной
разностной схемой с центральными разностями (ρ, u)**

Работу выполнил:
студент 4 курса Сибгатуллин Артур Петрович

Москва, 2021

Оглавление

1.	Введение	2
2.	Разностная схема	3
3.	Отладочный тест	6
Список литературы		31

1. Введение

1.1. Постановка задачи

Рассмотрим систему уравнений, описывающую нестационарное одномерное движение вязкого баротропного газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = \rho f_0 \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho \\ p = p(\rho) \end{cases} \quad (1)$$

Через μ обозначен коэффициент вязкости газа, который будем считать известной положительной константой. Известными также будем считать функцию давления газа p (в данной работе будем рассматривать $p(\rho) = C\rho$, где C - положительная константа) и вектор внешних сил f . f - функция переменных Эйлера: $(t, x) \in Q = \Omega_t \times \Omega_x = [0; T] \times [0; X]$.

Неизвестные функции: плотность ρ и скорость u также являются функциями переменных Эйлера.

Перепишем систему (1) в эквивалентный вид, при условии того, что ρ и u гладкие:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{3} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u^2}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f \end{cases} \quad (2)$$

Система (1) дополнена граничными условиями:

$$\begin{aligned} (\rho, u)|_{t=0} &= (\rho_0, u_0), & x &\in [0; X] \\ u(t, 0) &= u(t, X) = 0, & t &\in [0; T] \end{aligned} \quad (3)$$

1.2. Основные обозначения

Введем на Ω_x и Ω_t сетки:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \{mh : m = 0, \dots, M\}, h = \frac{X}{M} \\ \omega_t &= \{n\tau : n = 0, \dots, N\}, \tau = \frac{T}{N} \end{aligned} \quad (4)$$

Для сокращения записи значение для произвольной функции f в узле (n, m) сетки $\omega_x x \omega_t$ обозначим за f_m^n . Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\hat{f} &= f_m^{n+1} \\
f_t &= \frac{f_m^{n+1} - f_m^n}{\tau} \\
f_x &= \frac{f_{m+1}^n - f_m^n}{h} \\
f_{\bar{x}} &= \frac{f_m^n - f_{m-1}^n}{h} \\
f_{\dot{x}} &= \frac{f_{m+1}^n - f_{m-1}^n}{2h} \\
f_{x\bar{x}} &= \frac{f_{m-1}^n - 2f_m^n + f_{m+1}^n}{h^2}
\end{aligned} \tag{5}$$

2. Разностная схема

2.1. Описание схемы

Для поиска численного решения задачи (1) можно использовать разностную схему, в которой при аппроксимации конвективных членов используются центральные разности, но аппроксимация не всех производных вынесена на верхний временной слой.

$$\begin{aligned}
H_t + 0.5(V\hat{H}_{\dot{x}} + (V\hat{H})_{\dot{x}} + HV_{\dot{x}}) &= 0, w \in \omega_h \\
H_{t,0} + 0.5((V\hat{H})_{x,0} + H_0 V_{x,0}) - 0.5h((HV)_{x\bar{x},1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},2} + \\
+ H_0(V_{x\bar{x},1} - 0.5V_{x\bar{x},2})) &= 0, x \in \gamma_h^- \\
H_{t,M} + 0.5((V\hat{H})_{\bar{x},M} + H_M V_{\bar{x},M}) + 0.5h((HV)_{x\bar{x},M-1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},M-2} + \\
+ H_M(V_{x\bar{x},M-1} - 0.5V_{x\bar{x},M-2})) &= 0, x \in \gamma_h^+ \\
V_t + \frac{1}{3}(V\hat{V}_{\dot{x}} + (V\hat{V})_{\dot{x}}) + \frac{p(H)_{\dot{x}}}{H} &= \tilde{\mu}\hat{V}_{x\bar{x}} - \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H}\right)V_{x\bar{x}} + f, x \in \omega_h
\end{aligned} \tag{6}$$

2.2. Координатная запись

Распишем схему приведенных выше обозначениях, и выделим коэффициенты при H и V на $n + 1$ временном слое: 1 уравнение:

$$H_t + 0.5(V\hat{H}_{\dot{x}} + (V\hat{H})_{\dot{x}} + HV_{\dot{x}}) = 0$$

$$\frac{H_m^{n+1} - H_m^n}{\tau} + \frac{V(\hat{H}_{m+1}^n - \hat{H}_{m-1}^n)}{4h} + \frac{(V\hat{H})_{m+1}^n - (V\hat{H})_{m-1}^n}{4h} + \frac{H(V_{m+1}^n - V_{m-1}^n)}{4h} = 0$$

$$H_{m-1}^{n+1} \left(-\frac{(V_m^n + V_{m-1}^n)}{4h} \right) + H_m^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} \right) + H_{m+1}^{n+1} \left(\frac{V_m^n + V_{m+1}^n}{4h} \right) = H_m^n \left(\frac{1}{\tau} - \frac{(V_{m+1}^n - V_{m-1}^n)}{4h} \right)$$

2 уравнение:

$$H_{t,0} + 0.5((V\hat{H})_{x,0} + H_0 V_{x,0}) - 0.5h((HV)_{x\bar{x},1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},2} +$$

$$+ H_0(V_{x\bar{x},1} - 0.5V_{x\bar{x},2})) = 0$$

$$\frac{H_0^{n+1} - H_0^n}{\tau} + 0.5 \left(\frac{V_1^n H_1^{n+1} - V_0^n H_0^{n+1}}{h} + H_0^n \left(\frac{V_1^n - V_0^n}{h} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left(\frac{H_0^n V_0^n - 2H_1^n V_1^n + H_2^n V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_1^n V_1^n - 2H_2^n V_2^n + H_3^n V_3^n}{h^2} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left(H_0 \left(\frac{V_0^n - 2V_1^n + V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_1^n - 2V_2^n + V_3^n}{h^2} \right) \right) \right) = 0$$

$$H_0^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{V_0^n}{2h} \right) + H_1^{n+1} \left(\frac{V_1^n}{2h} \right) = \frac{H_0^n}{\tau} - \frac{H_0^n (V_1^n - V_0^n)}{2h} +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(\frac{H_0^n V_0^n - 2H_1^n V_1^n + H_2^n V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_1^n V_1^n - 2H_2^n V_2^n + H_3^n V_3^n}{h^2} \right) \right) +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(H_0 \left(\frac{V_0^n - 2V_1^n + V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_1^n - 2V_2^n + V_3^n}{h^2} \right) \right) \right) = 0$$

3 уравнение:

$$H_{t,M} + 0.5((V\hat{H})_{\bar{x},M} + H_M V_{\bar{x},M}) + 0.5h((HV)_{x\bar{x},M-1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},M-2} +$$

$$+ H_M(V_{x\bar{x},M-1} - 0.5V_{x\bar{x},M-2})) = 0$$

$$\frac{H_M^{n+1} - H_M^n}{\tau} + 0.5 \left(\frac{V_M^n H_M^{n+1} - V_{M-1}^n H_{M-1}^{n+1}}{h} + H_M^n \left(\frac{V_M^n - V_{M-1}^n}{h} \right) \right) +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(\frac{H_{M-2}^n V_{M-2}^n - 2H_{M-1}^n V_{M-1}^n + H_M^n V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_{M-3}^n V_{M-3}^n - 2H_{M-2}^n V_{M-2}^n + H_{M-1}^n V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(H_M \left(\frac{V_{M-2}^n - 2V_{M-1}^n + V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_{M-3}^n - 2V_{M-2}^n + V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) \right)$$

$$H_M^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{V_M^n}{2h} \right) + H_{M-1}^{n+1} \left(-\frac{V_{M-1}^n}{2h} \right) = \frac{H_M^n}{\tau} - \frac{H_M^n (V_M^n - V_{M-1}^n)}{2h} -$$

$$- \frac{h}{2} \left(\frac{H_{M-2}^n V_{M-2}^n - 2H_{M-1}^n V_{M-1}^n + H_M^n V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_{M-3}^n V_{M-3}^n - 2H_{M-2}^n V_{M-2}^n + H_{M-1}^n V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left(H_M \left(\frac{V_{M-2}^n - 2V_{M-1}^n + V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_{M-3}^n - 2V_{M-2}^n + V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) \right)$$

4 уравнение:

$$V_t + \frac{1}{3}(V\hat{V}_{\dot{x}} + (V\hat{V})_{\dot{x}}) + \frac{p(H)_{\dot{x}}}{H} = \tilde{\mu}\hat{V}_{x\bar{x}} - \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H}\right)V_{x\bar{x}} + f$$

$$\begin{aligned} & \frac{V_m^{n+1} - V_m^n}{\tau} + \frac{1}{3} \left(V_m^n \frac{V_{m+1}^{n+1} - V_{m-1}^{n+1}}{2h} + \frac{V_{m+1}^n V_{m+1}^{n+1} - V_{m-1}^n V_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) + \\ & + \frac{p(H)_{m+1}^n - p(H)_{m-1}^n}{2hH_m^n} - \tilde{\mu} \frac{V_{m-1}^{n+1} - 2V_m^{n+1} + V_{m+1}^{n+1}}{h^2} + \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H_m^n} \right) \frac{V_{m-1}^n - 2V_m^n + V_{m+1}^n}{h^2} - f_m^n = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & V_{m-1}^{n+1} \left(-\frac{V_m^n + V_{m-1}^n}{6h} - \frac{\tilde{\mu}}{h^2} \right) + V_m^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{2\tilde{\mu}}{h^2} \right) + V_{m+1}^{n-1} \left(\frac{V_m^n + V_{m+1}^n}{6h} - \frac{\tilde{\mu}}{h^2} \right) = \\ & \frac{V_m^n}{\tau} - \frac{p(H)_{m+1}^n - p(H)_{m-1}^n}{2hH_m^n} - \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H_m^n} \right) \frac{V_{m-1}^n - 2V_m^n + V_{m+1}^n}{h^2} + f_m^n = 0 \end{aligned}$$

Домножим все уравнения на τh , для того чтобы уменьшить погрешность вычислений. Сделаем это при реализации программы.

3. Отладочный тест

3.1. Постановка задачи

Рассмотрим $Q = [0; 1] \times [0; 1]$

Зададим функции $\tilde{\rho}(t, x)$ и $\tilde{u}(t, x)$ так, чтобы они являлись гладким решением задачи (1).

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}(t, x) &= e^t(\cos(3\pi x) + 1.5), \\ \tilde{u}(t, x) &= \cos(2\pi t)\sin(4\pi x)\end{aligned}\tag{7}$$

Теперь определим функции f_0 и f , так, чтобы они удовлетворяли уравнениям:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial x} &= f_0, \\ \tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \tilde{\rho} f\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} &= e^t(\cos(3\pi x) + 1.5), \\ \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial t} &= \pi e^t \cos(2\pi t) * (4(\cos(3\pi x) + 1.5)\cos(4\pi x) - 3\sin(3\pi x)\sin(4\pi x)), \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} &= -2\pi \sin(2\pi t)\sin(4\pi x), \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} &= 4\pi \cos(2\pi t)\cos(4\pi x), \\ \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} &= -16\pi^2 \cos(2\pi t)\sin(4\pi x), \\ \frac{\partial \tilde{r} \tilde{u}}{\partial x} &= \pi e^t \cos(2\pi t)(4(\cos(3\pi x) + 1.5)\cos(4\pi x) - 3\sin(3\pi x)\sin(4\pi x)), \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} &= C\gamma \rho^{\gamma-1} \frac{\partial \rho}{\partial x}\end{aligned}\tag{9}$$

3.2. Численные эксперименты

Обычная сетка

Table of times.

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	7.200e-05	4.330e-04	1.917e-02	3.253e-01
1.000e-02	5.440e-04	5.952e-02	3.178e-01	2.228e+00
1.000e-03	2.179e-02	3.748e-01	2.549e+00	1.225e+01
1.000e-04	3.859e-01	1.997e+00	1.308e+01	7.084e+01

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	2.459e + 09	2.617e + 14	5.237e + 09	1.501e + 15
	1.271e + 09	1.726e + 14	1.051e + 09	1.246e + 13
	1.787e + 10	2.442e + 16	1.478e + 12	1.762e + 17
1.000e-02	2.295e + 47	1.725e + 89	6.910e + 94	5.618e+174
	9.846e + 46	4.601e + 88	8.469e + 93	<i>inf inf</i>
	2.914e + 47	7.394e + 90	1.209e + 97	
1.000e-03	4.877e+259	<i>nan -nan</i>	<i>nan -nan</i>	<i>nan -nan</i>
	<i>inf inf</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
1.000e-04	<i>nan -nan</i>	<i>nan -nan</i>	<i>nan -nan</i>	<i>nan -nan</i>
	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>

Table of norms for V. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$1.034e + 02$	$3.769e + 03$	$5.240e + 02$	$2.763e + 05$
	$5.728e + 01$	$1.164e + 03$	$4.016e + 01$	$8.178e + 03$
	$8.862e + 02$	$1.644e + 05$	$5.222e + 04$	$8.098e + 07$
1.000e-02	$8.735e + 01$	$1.043e + 03$	$5.330e + 04$	$2.282e + 05$
	$5.994e + 01$	$3.108e + 02$	$6.724e + 03$	$6.848e + 03$
	$8.859e + 02$	$4.887e + 04$	$9.609e + 06$	$6.930e + 07$
1.000e-03	$4.651e + 02$	$nan \quad -nan$	$nan \quad nan$	$nan \quad nan$
	$3.278e + 02$	$-nan$	nan	nan
	$4.869e + 03$			
1.000e-04	$nan \quad nan$	$nan \quad nan$	$nan \quad -nan$	$nan \quad nan$
	nan	nan	$-nan$	nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0010 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$7.614e + 04$	$1.220e + 07$	$1.325e + 05$	$3.963e + 06$
	$3.000e + 04$	$2.399e + 06$	$9.791e + 03$	$1.346e + 05$
	$1.997e + 05$	$4.530e + 08$	$1.795e + 07$	$2.359e + 09$
1.000e-02	$1.639e + 21$	$1.176e + 60$	$5.379e + 98$	$4.259e + 96$
	$8.067e + 20$	$1.967e + 59$	$3.303e + 97$	$4.708e + 94$
	$1.702e + 22$	$4.297e + 61$	$5.383e+100$	$6.557e + 98$
1.000e-03	$2.388e + 85$	$2.386e+151$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$
	$5.801e + 84$	$4.101e+150$	$-nan$	$-nan$
	$1.407e + 86$	$9.265e+152$		
1.000e-04	$7.823e+181$	$1.095e - 02$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$
	$inf \quad inf$	$2.280e - 03$	$-nan$	$-nan$
		$1.428e - 01$		

Table of norms for V. $\mu = 0.0010 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$1.346e + 01$	$1.000e + 04$	$5.955e + 01$	$1.435e + 02$
	$6.953e + 00$	$1.373e + 03$	$6.702e + 00$	$2.333e + 01$
	$9.841e + 01$	$2.189e + 05$	$8.298e + 03$	$1.245e + 04$
1.000e-02	$3.654e + 01$	$9.486e + 01$	$4.059e + 04$	$1.590e + 03$
	$2.468e + 01$	$1.691e + 01$	$2.829e + 03$	$7.636e + 01$
	$3.697e + 02$	$2.359e + 03$	$4.193e + 06$	$1.046e + 06$
1.000e-03	$5.806e + 01$	$6.277e + 01$	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>
	$3.838e + 01$	$3.504e + 01$	<i>nan</i>	<i>nan</i>
	$5.856e + 02$	$4.747e + 03$		
1.000e-04	$1.267e + 02$	$4.506e - 03$	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>
	$8.832e + 01$	$2.344e - 03$	<i>nan</i>	<i>nan</i>
	$1.312e + 03$	$6.926e - 02$		

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$1.140e + 02$	$2.303e + 03$	$1.457e + 02$	$8.885e + 00$
	$4.643e + 01$	$4.776e + 02$	$9.078e + 00$	$4.294e + 00$
	$6.830e + 02$	$9.043e + 04$	$1.202e + 04$	$8.702e + 02$
1.000e-02	$3.773e + 04$	$2.865e + 25$	$5.438e + 41$	$2.910e + 39$
	$8.832e + 03$	$3.835e + 24$	$3.827e + 40$	$6.688e + 37$
	$2.074e + 05$	$7.577e + 26$	$6.606e + 43$	$1.054e + 42$
1.000e-03	$8.363e + 43$	$1.958e + 00$	$6.365e+257$	<i>nan -nan</i>
	$1.969e + 43$	$1.584e - 01$	<i>inf inf</i>	<i>-nan</i>
	$4.653e + 44$	$2.211e + 01$		
1.000e-04	$5.700e + 49$	$3.963e - 02$	$1.290e - 02$	$1.253e - 02$
	$1.284e + 49$	$8.792e - 03$	$2.311e - 03$	$2.319e - 03$
	$1.965e + 50$	$1.213e + 00$	$2.981e - 01$	$2.996e - 01$

Table of norms for V. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$6.763e + 00$	$1.806e + 02$	$4.581e + 00$	$6.120e + 00$
	$3.636e + 00$	$2.261e + 01$	$1.432e + 00$	$3.636e + 00$
	$4.417e + 01$	$2.501e + 03$	$5.801e + 01$	$3.760e + 01$
1.000e-02	$9.705e + 00$	$2.136e + 01$	$6.545e + 02$	$1.975e + 03$
	$4.596e + 00$	$5.103e + 00$	$8.163e + 01$	$9.534e + 01$
	$6.103e + 01$	$7.108e + 02$	$1.159e + 05$	$1.393e + 06$
1.000e-03	$2.396e + 01$	$3.431e - 02$	$3.777e + 03$	$nan \quad nan$
	$1.489e + 01$	$1.313e - 02$	$1.237e + 02$	nan
	$2.089e + 02$	$1.777e + 00$	$1.770e + 05$	
1.000e-04	$7.905e + 01$	$1.048e - 02$	$2.261e - 03$	$2.311e - 03$
	$4.418e + 01$	$2.817e - 03$	$6.061e - 04$	$6.073e - 04$
	$7.942e + 02$	$2.426e - 01$	$7.027e - 02$	$7.104e - 02$

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$
	$-nan$	$-nan$	$-nan$	$-nan$
1.000e-02	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$
	$-nan$	$-nan$	$-nan$	$-nan$
1.000e-03	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$	$nan \quad -nan$
	$-nan$	$-nan$	$-nan$	$-nan$
1.000e-04	$nan \quad -nan$	$1.478e - 02$	$6.906e - 04$	$nan \quad -nan$
	$-nan$	$4.869e - 03$	$2.724e - 04$	$-nan$
		$5.349e - 01$	$5.368e - 03$	

Table of norms for V. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e-02	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e-03	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e-04	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	$7.856e-03$ $2.837e-03$ $2.038e-01$	$2.161e-04$ $1.035e-04$ $1.978e-03$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$6.013e+14$ $2.706e+14$ $3.824e+15$	$1.607e+10$ $1.666e+09$ $2.356e+11$	$4.220e+09$ $1.903e+08$ $2.664e+11$	$4.359e+07$ $2.195e+06$ $3.422e+10$
1.000e-02	$2.665e+45$ $1.748e+45$ $3.661e+46$	$4.685e+85$ $5.991e+84$ $9.016e+86$	$4.683e+114$ $2.446e+113$ $4.284e+116$	$6.480e+133$ $2.914e+132$ $4.297e+136$
1.000e-03	$5.090e+239$ <i>inf inf</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e-04	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$7.861e + 02$	$5.704e + 02$	$2.101e + 04$	$2.321e + 03$
	$2.878e + 02$	$1.111e + 02$	$1.848e + 03$	$5.309e + 01$
	$4.036e + 03$	$1.640e + 04$	$2.993e + 06$	$2.917e + 05$
1.000e-02	$9.696e + 01$	$7.356e + 02$	$6.314e + 04$	$2.356e + 06$
	$6.559e + 01$	$1.340e + 02$	$6.865e + 03$	$1.027e + 05$
	$9.539e + 02$	$2.280e + 04$	$1.127e + 07$	$1.386e + 09$
1.000e-03	$3.646e + 02$	<i>nan nan</i>	<i>nan -nan</i>	<i>nan nan</i>
	$2.570e + 02$	<i>nan</i>	<i>-nan</i>	<i>nan</i>
	$3.815e + 03$			
1.000e-04	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>
	<i>nan</i>	<i>nan</i>	<i>nan</i>	<i>nan</i>

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$2.542e + 05$	$1.920e + 03$	$1.463e + 03$	$2.767e + 02$
	$1.075e + 05$	$3.960e + 02$	$4.806e + 01$	$1.104e + 01$
	$2.196e + 06$	$7.949e + 04$	$8.785e + 04$	$2.032e + 05$
1.000e-02	$2.070e + 21$	$6.209e + 57$	$1.553e + 59$	$1.167e + 15$
	$1.228e + 21$	$7.450e + 56$	$1.705e + 58$	$5.468e + 13$
	$2.673e + 22$	$1.364e + 59$	$2.382e + 61$	$7.926e + 17$
1.000e-03	$3.535e + 73$	$6.788e+146$	<i>nan -nan</i>	<i>nan -nan</i>
	$8.893e + 72$	$9.242e+145$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.600e + 74$	$2.193e+148$		
1.000e-04	$2.105e+242$	$3.099e - 03$	$4.080e - 04$	$4.225e - 04$
	<i>inf inf</i>	$1.747e - 03$	$1.875e - 04$	$1.939e - 04$
		$2.052e - 02$	$1.195e - 03$	$1.259e - 03$

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$3.427e + 01$	$5.251e + 02$	$4.618e + 01$	$2.094e + 01$
	$1.789e + 01$	$9.267e + 01$	$1.580e + 01$	$1.441e + 01$
	$3.061e + 02$	$6.304e + 03$	$2.530e + 02$	$8.389e + 01$
1.000e-02	$5.253e + 01$	$3.163e + 02$	$1.658e + 04$	$7.173e + 03$
	$3.615e + 01$	$6.291e + 01$	$9.771e + 02$	$2.858e + 02$
	$5.333e + 02$	$4.817e + 03$	$1.461e + 06$	$1.341e + 06$
1.000e-03	$7.549e + 01$	$4.865e + 01$	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>
	$5.210e + 01$	$2.581e + 01$	<i>nan</i>	<i>nan</i>
	$7.720e + 02$	$3.436e + 03$		
1.000e-04	$1.668e + 02$	$4.256e - 03$	$3.347e - 04$	$3.547e - 04$
	$1.170e + 02$	$2.137e - 03$	$1.346e - 04$	$1.384e - 04$
	$1.739e + 03$	$3.014e - 02$	$1.084e - 03$	$1.166e - 03$

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$6.341e + 02$	$1.603e + 02$	$2.713e + 02$	$2.776e + 02$
	$2.059e + 02$	$1.229e + 01$	$1.446e + 01$	$8.667e + 00$
	$4.781e + 03$	$1.775e + 03$	$4.703e + 03$	$6.197e + 04$
1.000e-02	$1.638e + 18$	$3.845e + 08$	$7.699e + 16$	$6.520e + 18$
	$5.223e + 17$	$4.626e + 07$	$3.185e + 15$	$6.151e + 16$
	$1.025e + 19$	$7.748e + 09$	$1.244e + 18$	$4.689e + 20$
1.000e-03	$1.376e + 13$	$6.759e - 02$	$5.158e - 02$	$5.143e - 02$
	$3.205e + 12$	$1.503e - 02$	$1.439e - 02$	$1.439e - 02$
	$7.492e + 13$	$8.962e - 01$	$7.982e - 01$	$7.974e - 01$
1.000e-04	$1.664e + 06$	$1.717e - 02$	$4.578e - 03$	$4.464e - 03$
	$3.859e + 05$	$4.093e - 03$	$1.367e - 03$	$1.371e - 03$
	$8.943e + 06$	$1.890e - 01$	$6.947e - 02$	$6.916e - 02$

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$4.935e + 00$	$4.379e + 00$	$3.269e + 00$	$2.984e + 00$
	$2.183e + 00$	$2.428e + 00$	$1.889e + 00$	$1.802e + 00$
	$2.996e + 01$	$4.956e + 01$	$1.620e + 01$	$2.170e + 01$
1.000e-02	$1.829e + 01$	$4.511e + 02$	$1.656e + 01$	$8.778e + 00$
	$1.215e + 01$	$4.938e + 01$	$4.157e + 00$	$2.854e + 00$
	$1.798e + 02$	$4.805e + 03$	$7.948e + 02$	$1.292e + 02$
1.000e-03	$1.342e + 01$	$1.390e - 02$	$1.133e - 02$	$1.130e - 02$
	$6.587e + 00$	$4.674e - 03$	$3.297e - 03$	$3.288e - 03$
	$9.271e + 01$	$1.792e - 01$	$1.662e - 01$	$1.662e - 01$
1.000e-04	$9.423e + 00$	$5.386e - 03$	$1.085e - 03$	$1.056e - 03$
	$4.861e + 00$	$2.400e - 03$	$3.234e - 04$	$3.145e - 04$
	$6.833e + 01$	$4.538e - 02$	$1.475e - 02$	$1.475e - 02$

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$nan - nan$	$nan - nan$	$nan - nan$	$nan - nan$
	$-nan$	$-nan$	$-nan$	$-nan$
1.000e-02	$nan - nan$	$nan - nan$	$nan - nan$	$nan - nan$
	$-nan$	$-nan$	$-nan$	$-nan$
1.000e-03	$nan - nan$	$5.800e - 03$	$7.351e - 03$	$8.709e - 03$
	$-nan$	$3.199e - 03$	$2.605e - 03$	$2.689e - 03$
		$5.127e - 02$	$5.011e - 02$	$5.119e - 01$
1.000e-04	$nan - nan$	$5.154e - 03$	$6.410e - 04$	$6.856e - 04$
	$-nan$	$3.071e - 03$	$2.412e - 04$	$2.526e - 04$
		$4.441e - 02$	$3.784e - 03$	$3.957e - 03$

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e-02	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e-03	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	$5.621e-03$ $2.678e-03$ $3.853e-02$	$2.122e-03$ $8.342e-04$ $1.695e-02$	$2.094e-03$ $8.282e-04$ $5.154e-02$
1.000e-04	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	$4.061e-03$ $2.251e-03$ $3.296e-02$	$2.287e-04$ $8.859e-05$ $1.602e-03$	$2.008e-04$ $7.835e-05$ $1.549e-03$

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$1.091e+08$ $3.948e+07$ $7.057e+08$	$1.747e+05$ $4.836e+04$ $7.969e+06$	$8.058e+04$ $5.224e+03$ $7.998e+06$	$1.843e+04$ $2.690e+02$ $4.799e+06$
1.000e-02	$7.055e+31$ $3.830e+31$ $8.213e+32$	$1.894e+67$ $2.335e+66$ $4.199e+68$	$1.794e+101$ $6.181e+99$ $8.807e+102$	$4.378e+114$ $3.200e+113$ $4.742e+117$
1.000e-03	$7.174e+166$ <i>inf inf</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e-04	$1.348e+232$ <i>inf inf</i>	$3.819e-03$ $2.353e-03$ $2.399e-02$	$1.866e-04$ $1.346e-04$ $4.009e-04$	$2.248e-04$ $1.428e-04$ $5.979e-04$

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$3.339e + 01$	$4.504e + 02$	$1.053e + 04$	$1.172e + 02$
	$2.025e + 01$	$7.770e + 01$	$9.202e + 02$	$6.711e + 01$
	$2.383e + 02$	$1.146e + 04$	$5.058e + 05$	$3.003e + 02$
1.000e-02	$8.518e + 01$	$5.107e + 02$	$2.430e + 04$	$1.882e + 05$
	$5.685e + 01$	$1.192e + 02$	$1.369e + 03$	$8.192e + 03$
	$1.005e + 03$	$2.059e + 04$	$1.909e + 06$	$1.193e + 08$
1.000e-03	$3.047e + 02$	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>	<i>nan nan</i>
	$2.147e + 02$	<i>nan</i>	<i>nan</i>	<i>nan</i>
	$3.185e + 03$			
1.000e-04	$4.118e + 02$	$3.323e - 03$	$1.131e - 04$	$1.273e - 04$
	$2.897e + 02$	$1.909e - 03$	$5.174e - 05$	$5.836e - 05$
	$4.310e + 03$	$2.599e - 02$	$2.932e - 04$	$4.152e - 04$

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$1.098e + 06$	$1.187e + 02$	$3.174e + 02$	$1.523e + 03$
	$2.630e + 05$	$2.230e + 01$	$1.371e + 01$	$1.571e + 01$
	$3.775e + 06$	$3.618e + 03$	$2.301e + 04$	$1.755e + 05$
1.000e-02	$1.221e + 20$	$1.951e + 07$	$8.669e + 13$	$3.524e + 02$
	$3.421e + 19$	$5.104e + 06$	$7.872e + 12$	$1.518e + 01$
	$8.649e + 20$	$1.001e + 09$	$1.120e + 16$	$1.437e + 04$
1.000e-03	$2.897e + 00$	$3.349e - 03$	$4.464e - 03$	$4.502e - 03$
	$1.424e + 00$	$2.116e - 03$	$2.043e - 03$	$2.056e - 03$
	$2.041e + 01$	$1.913e - 02$	$1.222e - 02$	$1.237e - 02$
1.000e-04	$1.560e + 00$	$4.435e - 03$	$4.035e - 04$	$4.412e - 04$
	$7.376e - 01$	$2.304e - 03$	$1.904e - 04$	$2.025e - 04$
	$1.059e + 01$	$2.423e - 02$	$1.065e - 03$	$1.212e - 03$

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$2.738e + 01$	$1.947e + 01$	$2.007e + 01$	$3.650e + 00$
	$1.215e + 01$	$7.508e + 00$	$1.102e + 01$	$2.328e + 00$
	$1.757e + 02$	$1.838e + 02$	$1.134e + 02$	$2.934e + 01$
1.000e-02	$2.981e + 01$	$2.449e + 01$	$5.059e + 02$	$2.571e + 01$
	$2.047e + 01$	$7.235e + 00$	$3.319e + 01$	$1.635e + 01$
	$3.420e + 02$	$9.146e + 02$	$4.690e + 04$	$6.742e + 01$
1.000e-03	$5.927e + 00$	$4.360e - 03$	$3.065e - 03$	$3.059e - 03$
	$2.487e + 00$	$2.429e - 03$	$1.361e - 03$	$1.358e - 03$
	$2.139e + 01$	$2.671e - 02$	$9.235e - 03$	$9.250e - 03$
1.000e-04	$2.395e + 00$	$3.182e - 03$	$3.125e - 04$	$3.066e - 04$
	$1.058e + 00$	$1.827e - 03$	$1.387e - 04$	$1.347e - 04$
	$8.296e + 00$	$2.550e - 02$	$9.413e - 04$	$9.258e - 04$

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$6.007e + 02$	$1.180e + 02$	$2.192e + 02$	$1.965e + 01$
	$3.064e + 02$	$1.591e + 01$	$1.018e + 01$	$6.812e + 00$
	$7.033e + 03$	$1.615e + 03$	$5.567e + 03$	$1.556e + 02$
1.000e-02	$7.943e + 08$	$1.568e + 00$	$2.048e + 00$	$2.145e + 00$
	$2.044e + 08$	$4.277e - 01$	$4.579e - 01$	$4.703e - 01$
	$5.075e + 09$	$2.557e + 01$	$3.309e + 01$	$3.455e + 01$
1.000e-03	$3.214e + 21$	$8.436e - 02$	$7.259e - 02$	$7.248e - 02$
	$7.368e + 20$	$2.351e - 02$	$1.972e - 02$	$1.969e - 02$
	$1.193e + 22$	$5.540e - 01$	$4.754e - 01$	$4.749e - 01$
1.000e-04	$5.689e + 63$	$1.968e - 02$	$7.045e - 03$	$6.945e - 03$
	$1.415e + 63$	$6.671e - 03$	$1.939e - 03$	$1.909e - 03$
	$2.525e + 64$	$1.406e - 01$	$4.484e - 02$	$4.449e - 02$

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$5.855e + 00$	$2.239e + 00$	$1.067e + 01$	$1.850e + 00$
	$3.789e + 00$	$1.058e + 00$	$5.882e + 00$	$9.454e - 01$
	$6.347e + 01$	$3.760e + 01$	$2.601e + 01$	$1.013e + 01$
1.000e-02	$9.409e + 00$	$2.318e - 01$	$2.597e - 01$	$2.676e - 01$
	$5.648e + 00$	$7.808e - 02$	$8.324e - 02$	$8.564e - 02$
	$8.658e + 01$	$1.927e + 00$	$2.107e + 00$	$2.166e + 00$
1.000e-03	$2.178e + 01$	$1.818e - 02$	$1.392e - 02$	$1.388e - 02$
	$1.149e + 01$	$6.728e - 03$	$5.080e - 03$	$5.066e - 03$
	$1.968e + 02$	$1.157e - 01$	$9.453e - 02$	$9.436e - 02$
1.000e-04	$4.064e + 01$	$5.519e - 03$	$1.376e - 03$	$1.337e - 03$
	$2.371e + 01$	$2.421e - 03$	$5.080e - 04$	$4.946e - 04$
	$3.205e + 02$	$3.727e - 02$	$9.219e - 03$	$9.061e - 03$

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	$nan - nan$	$nan - nan$	$nan - nan$	$nan - nan$
	$-nan$	$-nan$	$-nan$	$-nan$
1.000e-02	$nan - nan$	$1.685e + 00$	$9.675e - 01$	$1.351e + 00$
	$-nan$	$2.629e - 01$	$1.687e - 01$	$1.848e - 01$
		$1.310e + 01$	$1.871e + 01$	$2.235e + 01$
1.000e-03	$nan - nan$	$8.272e - 03$	$1.074e - 02$	$1.077e - 02$
	$-nan$	$4.593e - 03$	$4.336e - 03$	$4.342e - 03$
		$4.257e - 02$	$5.749e - 02$	$5.779e - 02$
1.000e-04	$nan - nan$	$5.740e - 03$	$1.004e - 03$	$1.031e - 03$
	$-nan$	$2.601e - 03$	$4.176e - 04$	$4.221e - 04$
		$3.858e - 02$	$5.325e - 03$	$5.625e - 03$

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

τ/h	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	<i>nan</i> — <i>nan</i> — <i>nan</i>	<i>nan</i> — <i>nan</i> — <i>nan</i>	<i>nan</i> — <i>nan</i> — <i>nan</i>	<i>nan</i> — <i>nan</i> — <i>nan</i>
1.000e-02	<i>nan</i> — <i>nan</i> — <i>nan</i>	$1.079e - 01$ $4.405e - 02$ $1.733e + 00$	$8.880e - 02$ $2.896e - 02$ $1.526e + 00$	$8.242e - 02$ $2.863e - 02$ $1.415e + 00$
1.000e-03	<i>nan</i> — <i>nan</i> — <i>nan</i>	$6.253e - 03$ $3.009e - 03$ $3.736e - 02$	$3.227e - 03$ $1.517e - 03$ $2.056e - 02$	$3.228e - 03$ $1.507e - 03$ $2.050e - 02$
1.000e-04	<i>nan</i> — <i>nan</i> — <i>nan</i>	$3.758e - 03$ $1.963e - 03$ $2.731e - 02$	$3.241e - 04$ $1.593e - 04$ $2.093e - 03$	$3.202e - 04$ $1.480e - 04$ $2.016e - 03$

3.3. Выводы

По результатам численного эксперимента можно сделать вывод, что схема является условно сходящейся. Также, обратим внимание на то, что сходимость сильно зависит от C , γ , μ . Худшая сходимость при больших и маленьких μ . Обратим внимание на то, что при $\tau < h$ невзяки наименьшие. Сходимость схемы порядка $\tau + h^2$

Вложенная сетка

Table of times.

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	3.400e-05	3.020e-03	3.339e+00	2.000e+02
1.000e+00	4.226e-03	6.185e-01	4.004e+01	1.825e+03
2.000e+00	4.568e-03	2.072e+00	1.426e+02	5.153e+03
3.000e+00	7.239e-03	7.557e+00	4.131e+02	9.639e+03

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$1.584e + 07$	$9.897e + 89$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.042e + 07$	$1.347e + 89$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$4.357e + 07$	$2.183e + 91$		
1.000e+00	$2.334e + 37$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$2.735e + 36$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$2.391e + 38$			
2.000e+00	$1.024e + 66$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.516e + 65$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$9.185e + 66$			
3.000e+00	$7.152e+148$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$3.998e+147$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.282e+150$			

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	8.432e + 01 4.331e + 01 6.501e + 02	5.845e + 02 1.259e + 02 2.333e + 04	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	3.979e + 02 7.814e + 01 4.092e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	2.326e + 02 4.185e + 01 3.829e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	1.137e + 03 1.010e + 02 1.688e + 04	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	3.090e + 04 1.439e + 04 1.701e + 05	4.683e + 59 1.051e + 59 2.281e + 61	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	1.022e + 22 1.286e + 21 6.174e + 22	6.541e+247 inf inf	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	1.401e + 52 1.108e + 51 1.794e + 53	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	3.310e+106 1.851e+105 6.003e+107	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$1.819e + 01$	$4.016e + 01$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$9.487e + 00$	$1.084e + 01$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.608e + 02$	$1.486e + 03$		
1.000e+00	$3.509e + 01$	$7.851e + 02$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$8.056e + 00$	$4.521e + 01$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$4.023e + 02$	$2.854e + 04$		
2.000e+00	$6.363e + 02$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$7.266e + 01$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$8.018e + 03$			
3.000e+00	$1.456e + 02$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.403e + 01$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$3.668e + 03$			

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$2.194e + 03$	$1.128e + 36$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$7.559e + 02$	$1.306e + 35$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.314e + 04$	$2.488e + 37$		
1.000e+00	$1.561e + 15$	$5.727e+141$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.755e + 14$	$2.247e+140$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$9.187e + 15$	$8.271e+142$		
2.000e+00	$2.437e + 27$	$1.315e+259$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.927e + 26$	<i>inf inf</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$3.058e + 28$			
3.000e+00	$1.795e + 46$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.004e + 45$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$2.215e + 47$			

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	8.932e + 00 5.407e + 00 9.547e + 01	3.517e + 01 8.779e + 00 1.286e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	6.414e + 00 1.548e + 00 1.019e + 02	1.870e + 02 1.009e + 01 6.358e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	1.052e + 01 1.766e + 00 1.631e + 02	5.731e + 01 3.071e + 00 3.337e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	8.281e + 00 9.728e - 01 2.262e + 02	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
2.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
3.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$1.989e + 10$ $8.497e + 09$ $1.238e + 11$	$7.628e + 80$ $1.226e + 80$ $1.901e + 82$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e+00	$6.687e + 34$ $7.942e + 33$ $7.276e + 35$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
2.000e+00	$5.651e + 66$ $9.826e + 65$ $3.858e + 67$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
3.000e+00	$1.141e+141$ $6.398e+139$ $1.510e+142$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	2.359e + 02 9.856e + 01 1.597e + 03	9.495e + 02 1.490e + 02 2.491e + 04	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	2.384e + 02 5.459e + 01 2.117e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	1.888e + 02 3.119e + 01 3.336e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	1.754e + 02 1.682e + 01 3.154e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	7.870e + 04 2.214e + 04 3.880e + 05	8.442e + 55 9.029e + 54 1.630e + 57	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	6.980e + 24 7.809e + 23 6.386e + 25	6.061e+254 inf inf	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	2.057e + 48 1.663e + 47 1.740e + 49	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	1.772e+106 1.218e+105 3.221e+107	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$2.159e + 01$	$7.268e + 03$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$9.587e + 00$	$7.591e + 02$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.198e + 02$	$1.296e + 05$		
1.000e+00	$5.197e + 01$	$2.487e + 02$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.101e + 01$	$2.032e + 01$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$5.498e + 02$	$1.169e + 04$		
2.000e+00	$1.030e + 03$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.164e + 02$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.413e + 04$			
3.000e+00	$4.946e + 02$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$3.929e + 01$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$8.817e + 03$			

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$6.976e + 01$	$1.138e + 36$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$3.338e + 01$	$1.241e + 35$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$6.133e + 02$	$2.314e + 37$		
1.000e+00	$2.047e + 09$	$1.040e+154$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$2.297e + 08$	$3.849e+152$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.740e + 10$	<i>inf</i>		
2.000e+00	$1.520e + 18$	$2.689e+271$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.829e + 17$	<i>inf inf</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$1.101e + 19$			
3.000e+00	$3.045e + 39$	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i>
	$1.702e + 38$	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>	<i>-nan</i>
	$3.889e + 40$			

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	6.402e + 00 3.503e + 00 6.085e + 01	3.998e + 01 7.511e + 00 1.111e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	9.578e + 00 2.515e + 00 7.842e + 01	9.894e + 01 5.452e + 00 3.238e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	5.369e + 00 1.188e + 00 1.546e + 02	6.682e + 01 2.910e + 00 3.097e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	6.554e + 00 9.122e - 01 1.997e + 02	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
2.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
3.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$1.092e + 13$ $7.623e + 12$ $1.475e + 14$	$1.149e + 75$ $2.453e + 74$ $4.384e + 76$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e+00	$7.270e + 42$ $1.814e + 42$ $5.340e + 43$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
2.000e+00	$3.587e + 72$ $2.837e + 71$ $4.604e + 73$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
3.000e+00	$4.236e+133$ $2.417e+132$ $6.930e+134$	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	1.396e + 02 7.026e + 01 1.006e + 03	1.619e + 03 2.911e + 02 4.415e + 04	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	1.841e + 02 4.169e + 01 1.250e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	2.107e + 03 2.653e + 02 2.421e + 04	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	1.384e + 03 1.147e + 02 2.963e + 04	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	2.420e + 07 8.931e + 06 1.527e + 08	1.120e + 61 1.687e + 60 3.017e + 62	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	6.616e + 19 7.411e + 18 4.214e + 20	1.271e+242 inf inf	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	6.405e + 40 5.063e + 39 8.109e + 41	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	2.817e + 98 1.575e + 97 5.056e + 99	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$3.027e + 01$ $1.154e + 01$ $1.596e + 02$	$4.592e + 03$ $7.747e + 02$ $1.012e + 05$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$
1.000e+00	$2.809e + 01$ $6.465e + 00$ $3.917e + 02$	$1.349e + 02$ $1.377e + 01$ $6.291e + 03$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$
2.000e+00	$3.030e + 01$ $5.472e + 00$ $5.579e + 02$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$
3.000e+00	$4.498e + 01$ $5.776e + 00$ $9.202e + 02$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$

Table of norms for H. $\mu = 0.1000 \quad C = 1.0000, \gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	$3.067e + 03$ $1.629e + 03$ $9.858e + 03$	$2.420e + 38$ $2.541e + 37$ $3.981e + 39$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$
1.000e+00	$2.753e + 10$ $3.124e + 09$ $2.774e + 11$	$3.137e+137$ $1.109e+136$ $6.280e+138$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$
2.000e+00	$1.437e + 28$ $1.136e + 27$ $1.285e + 29$	$1.140e+263$ $inf \quad inf$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$
3.000e+00	$4.858e + 53$ $2.716e + 52$ $6.083e + 54$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$	$nan \quad -nan$ $-nan$

Table of norms for H. $\mu = 0.1000 \quad C = 1.0000, \gamma = 1.0000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	9.659e + 00 5.958e + 00 5.483e + 01	7.136e + 01 1.029e + 01 1.566e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	1.944e + 01 3.860e + 00 2.054e + 02	1.896e + 02 1.037e + 01 6.803e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	8.974e + 00 1.688e + 00 1.806e + 02	5.351e + 01 2.782e + 00 3.019e + 03	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	8.595e + 00 1.217e + 00 2.800e + 02	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
1.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
2.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan
3.000e+00	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan	nan -nan -nan

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

$k/\tau = h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
0.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
1.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
2.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>
3.000e+00	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>	<i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i>

Список литературы