

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский Государственный Университет
им. М. В. Ломоносова»

Механико-математический факультет
Кафедра вычислительной математики



**Численное моделирование нестационарного одномерного
течения газа с использованием неявной параллельной
разностной схемой с центральными разностями (ρ, u)**

Работу выполнил:
студент 4 курса Сибгатуллин Артур Петрович

Москва, 2021

Оглавление

| | | |
|------------------------------------|----------------------------|-----------|
| 1. | Введение | 2 |
| 2. | Разностная схема | 3 |
| 3. | Отладочный тест | 6 |
| Список литературы | | 33 |

1. Введение

1.1. Постановка задачи

Рассмотрим систему уравнений, описывающую нестационарное одномерное движение вязкого баротропного газа:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = \rho f_0 \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho \\ p = p(\rho) \end{cases} \quad (1)$$

Через μ обозначен коэффициент вязкости газа, который будем считать известной положительной константой. Известными также будем считать функцию давления газа p (в данной работе будем рассматривать $p(\rho) = C\rho$, где C - положительная константа) и вектор внешних сил f . f - функция переменных Эйлера: $(t, x) \in Q = \Omega_t \times \Omega_x = [0; T] \times [0; X]$.

Неизвестные функции: плотность ρ и скорость u также являются функциями переменных Эйлера.

Перепишем систему (1) в эквивалентный вид, при условии того, что ρ и u гладкие:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{3} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u^2}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f \end{cases} \quad (2)$$

Система (1) дополнена граничными условиями:

$$\begin{aligned} (\rho, u)|_{t=0} &= (\rho_0, u_0), & x &\in [0; X] \\ u(t, 0) &= u(t, X) = 0, & t &\in [0; T] \end{aligned} \quad (3)$$

1.2. Основные обозначения

Введем на Ω_x и Ω_t сетки:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \{mh : m = 0, \dots, M\}, h = \frac{X}{M} \\ \omega_t &= \{n\tau : n = 0, \dots, N\}, \tau = \frac{T}{N} \end{aligned} \quad (4)$$

Для сокращения записи значение для произвольной функции f в узле (n, m) сетки $\omega_x x \omega_t$ обозначим за f_m^n . Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\hat{f} &= f_m^{n+1} \\
f_t &= \frac{f_m^{n+1} - f_m^n}{\tau} \\
f_x &= \frac{f_{m+1}^n - f_m^n}{h} \\
f_{\bar{x}} &= \frac{f_m^n - f_{m-1}^n}{h} \\
f_{\dot{x}} &= \frac{f_{m+1}^n - f_{m-1}^n}{2h} \\
f_{x\bar{x}} &= \frac{f_{m-1}^n - 2f_m^n + f_{m+1}^n}{h^2}
\end{aligned} \tag{5}$$

2. Разностная схема

2.1. Описание схемы

Для поиска численного решения задачи (1) можно использовать разностную схему, в которой при аппроксимации конвективных членов используются центральные разности, но аппроксимация не всех производных вынесена на верхний временной слой.

$$\begin{aligned}
H_t + 0.5(V\hat{H}_{\dot{x}} + (V\hat{H})_{\dot{x}} + HV_{\dot{x}}) &= 0, w \in \omega_h \\
H_{t,0} + 0.5((V\hat{H})_{x,0} + H_0 V_{x,0}) - 0.5h((HV)_{x\bar{x},1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},2} + \\
+ H_0(V_{x\bar{x},1} - 0.5V_{x\bar{x},2})) &= 0, x \in \gamma_h^- \\
H_{t,M} + 0.5((V\hat{H})_{\bar{x},M} + H_M V_{\bar{x},M}) + 0.5h((HV)_{x\bar{x},M-1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},M-2} + \\
+ H_M(V_{x\bar{x},M-1} - 0.5V_{x\bar{x},M-2})) &= 0, x \in \gamma_h^+ \\
V_t + \frac{1}{3}(V\hat{V}_{\dot{x}} + (V\hat{V})_{\dot{x}}) + \frac{p(H)_{\dot{x}}}{H} &= \tilde{\mu}\hat{V}_{x\bar{x}} - \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H}\right)V_{x\bar{x}} + f, x \in \omega_h
\end{aligned} \tag{6}$$

2.2. Координатная запись

Распишем схему приведенных выше обозначениях, и выделим коэффициенты при H и V на $n + 1$ временном слое: 1 уравнение:

$$H_t + 0.5(V\hat{H}_{\dot{x}} + (V\hat{H})_{\dot{x}} + HV_{\dot{x}}) = 0$$

$$\frac{H_m^{n+1} - H_m^n}{\tau} + \frac{V(\hat{H}_{m+1}^n - \hat{H}_{m-1}^n)}{4h} + \frac{(V\hat{H})_{m+1}^n - (V\hat{H})_{m-1}^n}{4h} + \frac{H(V_{m+1}^n - V_{m-1}^n)}{4h} = 0$$

$$H_{m-1}^{n+1} \left(-\frac{(V_m^n + V_{m-1}^n)}{4h} \right) + H_m^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} \right) + H_{m+1}^{n+1} \left(\frac{V_m^n + V_{m+1}^n}{4h} \right) = H_m^n \left(\frac{1}{\tau} - \frac{(V_{m+1}^n - V_{m-1}^n)}{4h} \right)$$

2 уравнение:

$$H_{t,0} + 0.5((V\hat{H})_{x,0} + H_0 V_{x,0}) - 0.5h((HV)_{x\bar{x},1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},2} +$$

$$+ H_0(V_{x\bar{x},1} - 0.5V_{x\bar{x},2})) = 0$$

$$\frac{H_0^{n+1} - H_0^n}{\tau} + 0.5 \left(\frac{V_1^n H_1^{n+1} - V_0^n H_0^{n+1}}{h} + H_0^n \left(\frac{V_1^n - V_0^n}{h} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left(\frac{H_0^n V_0^n - 2H_1^n V_1^n + H_2^n V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_1^n V_1^n - 2H_2^n V_2^n + H_3^n V_3^n}{h^2} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left(H_0 \left(\frac{V_0^n - 2V_1^n + V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_1^n - 2V_2^n + V_3^n}{h^2} \right) \right) \right) = 0$$

$$H_0^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{V_0^n}{2h} \right) + H_1^{n+1} \left(\frac{V_1^n}{2h} \right) = \frac{H_0^n}{\tau} - \frac{H_0^n (V_1^n - V_0^n)}{2h} +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(\frac{H_0^n V_0^n - 2H_1^n V_1^n + H_2^n V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_1^n V_1^n - 2H_2^n V_2^n + H_3^n V_3^n}{h^2} \right) \right) +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(H_0 \left(\frac{V_0^n - 2V_1^n + V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_1^n - 2V_2^n + V_3^n}{h^2} \right) \right) \right) = 0$$

3 уравнение:

$$H_{t,M} + 0.5((V\hat{H})_{\bar{x},M} + H_M V_{\bar{x},M}) + 0.5h((HV)_{x\bar{x},M-1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},M-2} +$$

$$+ H_M(V_{x\bar{x},M-1} - 0.5V_{x\bar{x},M-2})) = 0$$

$$\frac{H_M^{n+1} - H_M^n}{\tau} + 0.5 \left(\frac{V_M^n H_M^{n+1} - V_{M-1}^n H_{M-1}^{n+1}}{h} + H_M^n \left(\frac{V_M^n - V_{M-1}^n}{h} \right) \right) +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(\frac{H_{M-2}^n V_{M-2}^n - 2H_{M-1}^n V_{M-1}^n + H_M^n V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_{M-3}^n V_{M-3}^n - 2H_{M-2}^n V_{M-2}^n + H_{M-1}^n V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) +$$

$$+ \frac{h}{2} \left(H_M \left(\frac{V_{M-2}^n - 2V_{M-1}^n + V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_{M-3}^n - 2V_{M-2}^n + V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) \right)$$

$$H_M^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{V_M^n}{2h} \right) + H_{M-1}^{n+1} \left(-\frac{V_{M-1}^n}{2h} \right) = \frac{H_M^n}{\tau} - \frac{H_M^n (V_M^n - V_{M-1}^n)}{2h} -$$

$$- \frac{h}{2} \left(\frac{H_{M-2}^n V_{M-2}^n - 2H_{M-1}^n V_{M-1}^n + H_M^n V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H_{M-3}^n V_{M-3}^n - 2H_{M-2}^n V_{M-2}^n + H_{M-1}^n V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left(H_M \left(\frac{V_{M-2}^n - 2V_{M-1}^n + V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{V_{M-3}^n - 2V_{M-2}^n + V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) \right)$$

4 уравнение:

$$V_t + \frac{1}{3}(V\hat{V}_{\dot{x}} + (V\hat{V})_{\dot{x}}) + \frac{p(H)_{\dot{x}}}{H} = \tilde{\mu}\hat{V}_{x\bar{x}} - \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H}\right)V_{x\bar{x}} + f$$

$$\begin{aligned} & \frac{V_m^{n+1} - V_m^n}{\tau} + \frac{1}{3} \left(V_m^n \frac{V_{m+1}^{n+1} - V_{m-1}^{n+1}}{2h} + \frac{V_{m+1}^n V_{m+1}^{n+1} - V_{m-1}^n V_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) + \\ & + \frac{p(H)_{m+1}^n - p(H)_{m-1}^n}{2hH_m^n} - \tilde{\mu} \frac{V_{m-1}^{n+1} - 2V_m^{n+1} + V_{m+1}^{n+1}}{h^2} + \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H_m^n} \right) \frac{V_{m-1}^n - 2V_m^n + V_{m+1}^n}{h^2} - f_m^n = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & V_{m-1}^{n+1} \left(-\frac{V_m^n + V_{m-1}^n}{6h} - \frac{\tilde{\mu}}{h^2} \right) + V_m^{n+1} \left(\frac{1}{\tau} + \frac{2\tilde{\mu}}{h^2} \right) + V_{m+1}^{n-1} \left(\frac{V_m^n + V_{m+1}^n}{6h} - \frac{\tilde{\mu}}{h^2} \right) = \\ & \frac{V_m^n}{\tau} - \frac{p(H)_{m+1}^n - p(H)_{m-1}^n}{2hH_m^n} - \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H_m^n} \right) \frac{V_{m-1}^n - 2V_m^n + V_{m+1}^n}{h^2} + f_m^n = 0 \end{aligned}$$

Домножим все уравнения на τh , для того чтобы уменьшить погрешность вычислений. Сделаем это при реализации программы.

3. Отладочный тест

3.1. Постановка задачи

Рассмотрим $Q = [0; 1] \times [0; 1]$

Зададим функции $\tilde{\rho}(t, x)$ и $\tilde{u}(t, x)$ так, чтобы они являлись гладким решением задачи (1).

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}(t, x) &= e^t(\cos(3\pi x) + 1.5), \\ \tilde{u}(t, x) &= \cos(2\pi t)\sin(4\pi x)\end{aligned}\tag{7}$$

Теперь определим функции f_0 и f , так, чтобы они удовлетворяли уравнениям:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial x} &= f_0, \\ \tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \tilde{\rho} f\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} &= e^t(\cos(3\pi x) + 1.5), \\ \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial t} &= \pi e^t \cos(2\pi t) * (4(\cos(3\pi x) + 1.5)\cos(4\pi x) - 3\sin(3\pi x)\sin(4\pi x)), \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} &= -2\pi \sin(2\pi t)\sin(4\pi x), \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} &= 4\pi \cos(2\pi t)\cos(4\pi x), \\ \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} &= -16\pi^2 \cos(2\pi t)\sin(4\pi x), \\ \frac{\partial \tilde{r} \tilde{u}}{\partial x} &= \pi e^t \cos(2\pi t)(4(\cos(3\pi x) + 1.5)\cos(4\pi x) - 3\sin(3\pi x)\sin(4\pi x)), \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} &= C\gamma \rho^{\gamma-1} \frac{\partial \rho}{\partial x}\end{aligned}\tag{9}$$

3.2. Численные эксперименты

Обычная сетка

Table of times.

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1.000e-01 | 1.300e-04 | 4.340e-04 | 1.988e-02 | 3.549e-01 |
| 1.000e-02 | 5.180e-04 | 3.173e-02 | 3.042e-01 | 2.057e+00 |
| 1.000e-03 | 4.784e-03 | 4.360e-01 | 2.311e+00 | 1.312e+01 |
| 1.000e-04 | 3.775e-01 | 2.386e+00 | 1.386e+01 | 7.480e+01 |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1.000e-01 | 2.459e + 09 | 2.617e + 14 | 5.237e + 09 | 1.501e + 15 |
| | 1.271e + 09 | 1.726e + 14 | 1.051e + 09 | 1.246e + 13 |
| | 1.787e + 10 | 2.442e + 16 | 1.478e + 12 | 1.762e + 17 |
| 1.000e-02 | 2.295e + 47 | 1.725e + 89 | 6.910e + 94 | 5.618e+174 |
| | 9.846e + 46 | 4.601e + 88 | 8.469e + 93 | <i>inf inf</i> |
| | 2.914e + 47 | 7.394e + 90 | 1.209e + 97 | |
| 1.000e-03 | 4.877e+259 | <i>nan -nan</i> | <i>nan -nan</i> | <i>nan -nan</i> |
| | <i>inf inf</i> | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> |
| 1.000e-04 | <i>nan -nan</i> | <i>nan -nan</i> | <i>nan -nan</i> | <i>nan -nan</i> |
| | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|-----------------|------------------|------------------|-----------------|
| 1.000e-01 | $1.034e + 02$ | $3.769e + 03$ | $5.240e + 02$ | $2.763e + 05$ |
| | $5.728e + 01$ | $1.164e + 03$ | $4.016e + 01$ | $8.178e + 03$ |
| | $8.862e + 02$ | $1.644e + 05$ | $5.222e + 04$ | $8.098e + 07$ |
| 1.000e-02 | $8.735e + 01$ | $1.043e + 03$ | $5.330e + 04$ | $2.282e + 05$ |
| | $5.994e + 01$ | $3.108e + 02$ | $6.724e + 03$ | $6.848e + 03$ |
| | $8.859e + 02$ | $4.887e + 04$ | $9.609e + 06$ | $6.930e + 07$ |
| 1.000e-03 | $4.651e + 02$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad nan$ | $nan \quad nan$ |
| | $3.278e + 02$ | $-nan$ | nan | nan |
| | $4.869e + 03$ | | | |
| 1.000e-04 | $nan \quad nan$ | $nan \quad nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad nan$ |
| | nan | nan | $-nan$ | nan |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|-----------------|---------------|------------------|------------------|
| 1.000e-01 | $7.614e + 04$ | $1.220e + 07$ | $1.325e + 05$ | $3.963e + 06$ |
| | $3.000e + 04$ | $2.399e + 06$ | $9.791e + 03$ | $1.346e + 05$ |
| | $1.997e + 05$ | $4.530e + 08$ | $1.795e + 07$ | $2.359e + 09$ |
| 1.000e-02 | $1.639e + 21$ | $1.176e + 60$ | $5.379e + 98$ | $4.259e + 96$ |
| | $8.067e + 20$ | $1.967e + 59$ | $3.303e + 97$ | $4.708e + 94$ |
| | $1.702e + 22$ | $4.297e + 61$ | $5.383e+100$ | $6.557e + 98$ |
| 1.000e-03 | $2.388e + 85$ | $2.386e+151$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $5.801e + 84$ | $4.101e+150$ | $-nan$ | $-nan$ |
| | $1.407e + 86$ | $9.265e+152$ | | |
| 1.000e-04 | $7.823e+181$ | $1.095e - 02$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $inf \quad inf$ | $2.280e - 03$ | $-nan$ | $-nan$ |
| | | $1.428e - 01$ | | |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 1.000e-01 | $1.346e + 01$ | $1.000e + 04$ | $5.955e + 01$ | $1.435e + 02$ |
| | $6.953e + 00$ | $1.373e + 03$ | $6.702e + 00$ | $2.333e + 01$ |
| | $9.841e + 01$ | $2.189e + 05$ | $8.298e + 03$ | $1.245e + 04$ |
| 1.000e-02 | $3.654e + 01$ | $9.486e + 01$ | $4.059e + 04$ | $1.590e + 03$ |
| | $2.468e + 01$ | $1.691e + 01$ | $2.829e + 03$ | $7.636e + 01$ |
| | $3.697e + 02$ | $2.359e + 03$ | $4.193e + 06$ | $1.046e + 06$ |
| 1.000e-03 | $5.806e + 01$ | $6.277e + 01$ | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> |
| | $3.838e + 01$ | $3.504e + 01$ | <i>nan</i> | <i>nan</i> |
| | $5.856e + 02$ | $4.747e + 03$ | | |
| 1.000e-04 | $1.267e + 02$ | $4.506e - 03$ | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> |
| | $8.832e + 01$ | $2.344e - 03$ | <i>nan</i> | <i>nan</i> |
| | $1.312e + 03$ | $6.926e - 02$ | | |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|----------------|-----------------|
| 1.000e-01 | $1.140e + 02$ | $2.303e + 03$ | $1.457e + 02$ | $8.885e + 00$ |
| | $4.643e + 01$ | $4.776e + 02$ | $9.078e + 00$ | $4.294e + 00$ |
| | $6.830e + 02$ | $9.043e + 04$ | $1.202e + 04$ | $8.702e + 02$ |
| 1.000e-02 | $3.773e + 04$ | $2.865e + 25$ | $5.438e + 41$ | $2.910e + 39$ |
| | $8.832e + 03$ | $3.835e + 24$ | $3.827e + 40$ | $6.688e + 37$ |
| | $2.074e + 05$ | $7.577e + 26$ | $6.606e + 43$ | $1.054e + 42$ |
| 1.000e-03 | $8.363e + 43$ | $1.958e + 00$ | $6.365e+257$ | <i>nan -nan</i> |
| | $1.969e + 43$ | $1.584e - 01$ | <i>inf inf</i> | <i>-nan</i> |
| | $4.653e + 44$ | $2.211e + 01$ | | |
| 1.000e-04 | $5.700e + 49$ | $3.963e - 02$ | $1.290e - 02$ | $1.253e - 02$ |
| | $1.284e + 49$ | $8.792e - 03$ | $2.311e - 03$ | $2.319e - 03$ |
| | $1.965e + 50$ | $1.213e + 00$ | $2.981e - 01$ | $2.996e - 01$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|-----------------|
| 1.000e-01 | $6.763e + 00$ | $1.806e + 02$ | $4.581e + 00$ | $6.120e + 00$ |
| | $3.636e + 00$ | $2.261e + 01$ | $1.432e + 00$ | $3.636e + 00$ |
| | $4.417e + 01$ | $2.501e + 03$ | $5.801e + 01$ | $3.760e + 01$ |
| 1.000e-02 | $9.705e + 00$ | $2.136e + 01$ | $6.545e + 02$ | $1.975e + 03$ |
| | $4.596e + 00$ | $5.103e + 00$ | $8.163e + 01$ | $9.534e + 01$ |
| | $6.103e + 01$ | $7.108e + 02$ | $1.159e + 05$ | $1.393e + 06$ |
| 1.000e-03 | $2.396e + 01$ | $3.431e - 02$ | $3.777e + 03$ | $nan \quad nan$ |
| | $1.489e + 01$ | $1.313e - 02$ | $1.237e + 02$ | nan |
| | $2.089e + 02$ | $1.777e + 00$ | $1.770e + 05$ | |
| 1.000e-04 | $7.905e + 01$ | $1.048e - 02$ | $2.261e - 03$ | $2.311e - 03$ |
| | $4.418e + 01$ | $2.817e - 03$ | $6.061e - 04$ | $6.073e - 04$ |
| | $7.942e + 02$ | $2.426e - 01$ | $7.027e - 02$ | $7.104e - 02$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010 \quad C = 1.0000, \gamma = 1.4000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1.000e-01 | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 1.000e-02 | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 1.000e-03 | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 1.000e-04 | $nan \quad -nan$ | $1.478e - 02$ | $6.906e - 04$ | $nan \quad -nan$ |
| | $-nan$ | $4.869e - 03$ | $2.724e - 04$ | $-nan$ |
| | | $5.349e - 01$ | $5.368e - 03$ | |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010 \quad C = 1.0000, \gamma = 1.4000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------------------------------|---|---|---------------------------------------|
| 1.000e-01 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e-02 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e-03 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e-04 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $7.856e-03$ $2.837e-03$ $2.038e-01$ | $2.161e-04$ $1.035e-04$ $1.978e-03$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---|---|--|--|
| 1.000e-01 | $6.013e+14$ $2.706e+14$ $3.824e+15$ | $1.607e+10$ $1.666e+09$ $2.356e+11$ | $4.220e+09$ $1.903e+08$ $2.664e+11$ | $4.359e+07$ $2.195e+06$ $3.422e+10$ |
| 1.000e-02 | $2.665e+45$ $1.748e+45$ $3.661e+46$ | $4.685e+85$ $5.991e+84$ $9.016e+86$ | $4.683e+114$ $2.446e+113$ $4.284e+116$ | $6.480e+133$ $2.914e+132$ $4.297e+136$ |
| 1.000e-03 | $5.090e+239$ <i>inf inf</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e-04 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| 1.000e-01 | $7.861e + 02$ | $5.704e + 02$ | $2.101e + 04$ | $2.321e + 03$ |
| | $2.878e + 02$ | $1.111e + 02$ | $1.848e + 03$ | $5.309e + 01$ |
| | $4.036e + 03$ | $1.640e + 04$ | $2.993e + 06$ | $2.917e + 05$ |
| 1.000e-02 | $9.696e + 01$ | $7.356e + 02$ | $6.314e + 04$ | $2.356e + 06$ |
| | $6.559e + 01$ | $1.340e + 02$ | $6.865e + 03$ | $1.027e + 05$ |
| | $9.539e + 02$ | $2.280e + 04$ | $1.127e + 07$ | $1.386e + 09$ |
| 1.000e-03 | $3.646e + 02$ | <i>nan nan</i> | <i>nan -nan</i> | <i>nan nan</i> |
| | $2.570e + 02$ | <i>nan</i> | <i>-nan</i> | <i>nan</i> |
| | $3.815e + 03$ | | | |
| 1.000e-04 | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> |
| | <i>nan</i> | <i>nan</i> | <i>nan</i> | <i>nan</i> |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|----------------|---------------|-----------------|-----------------|
| 1.000e-01 | $2.542e + 05$ | $1.920e + 03$ | $1.463e + 03$ | $2.767e + 02$ |
| | $1.075e + 05$ | $3.960e + 02$ | $4.806e + 01$ | $1.104e + 01$ |
| | $2.196e + 06$ | $7.949e + 04$ | $8.785e + 04$ | $2.032e + 05$ |
| 1.000e-02 | $2.070e + 21$ | $6.209e + 57$ | $1.553e + 59$ | $1.167e + 15$ |
| | $1.228e + 21$ | $7.450e + 56$ | $1.705e + 58$ | $5.468e + 13$ |
| | $2.673e + 22$ | $1.364e + 59$ | $2.382e + 61$ | $7.926e + 17$ |
| 1.000e-03 | $3.535e + 73$ | $6.788e+146$ | <i>nan -nan</i> | <i>nan -nan</i> |
| | $8.893e + 72$ | $9.242e+145$ | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> |
| | $1.600e + 74$ | $2.193e+148$ | | |
| 1.000e-04 | $2.105e+242$ | $3.099e - 03$ | $4.080e - 04$ | $4.225e - 04$ |
| | <i>inf inf</i> | $1.747e - 03$ | $1.875e - 04$ | $1.939e - 04$ |
| | | $2.052e - 02$ | $1.195e - 03$ | $1.259e - 03$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| 1.000e-01 | $3.427e + 01$ | $5.251e + 02$ | $4.618e + 01$ | $2.094e + 01$ |
| | $1.789e + 01$ | $9.267e + 01$ | $1.580e + 01$ | $1.441e + 01$ |
| | $3.061e + 02$ | $6.304e + 03$ | $2.530e + 02$ | $8.389e + 01$ |
| 1.000e-02 | $5.253e + 01$ | $3.163e + 02$ | $1.658e + 04$ | $7.173e + 03$ |
| | $3.615e + 01$ | $6.291e + 01$ | $9.771e + 02$ | $2.858e + 02$ |
| | $5.333e + 02$ | $4.817e + 03$ | $1.461e + 06$ | $1.341e + 06$ |
| 1.000e-03 | $7.549e + 01$ | $4.865e + 01$ | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> |
| | $5.210e + 01$ | $2.581e + 01$ | <i>nan</i> | <i>nan</i> |
| | $7.720e + 02$ | $3.436e + 03$ | | |
| 1.000e-04 | $1.668e + 02$ | $4.256e - 03$ | $3.347e - 04$ | $3.547e - 04$ |
| | $1.170e + 02$ | $2.137e - 03$ | $1.346e - 04$ | $1.384e - 04$ |
| | $1.739e + 03$ | $3.014e - 02$ | $1.084e - 03$ | $1.166e - 03$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $6.341e + 02$ | $1.603e + 02$ | $2.713e + 02$ | $2.776e + 02$ |
| | $2.059e + 02$ | $1.229e + 01$ | $1.446e + 01$ | $8.667e + 00$ |
| | $4.781e + 03$ | $1.775e + 03$ | $4.703e + 03$ | $6.197e + 04$ |
| 1.000e-02 | $1.638e + 18$ | $3.845e + 08$ | $7.699e + 16$ | $6.520e + 18$ |
| | $5.223e + 17$ | $4.626e + 07$ | $3.185e + 15$ | $6.151e + 16$ |
| | $1.025e + 19$ | $7.748e + 09$ | $1.244e + 18$ | $4.689e + 20$ |
| 1.000e-03 | $1.376e + 13$ | $6.759e - 02$ | $5.158e - 02$ | $5.143e - 02$ |
| | $3.205e + 12$ | $1.503e - 02$ | $1.439e - 02$ | $1.439e - 02$ |
| | $7.492e + 13$ | $8.962e - 01$ | $7.982e - 01$ | $7.974e - 01$ |
| 1.000e-04 | $1.664e + 06$ | $1.717e - 02$ | $4.578e - 03$ | $4.464e - 03$ |
| | $3.859e + 05$ | $4.093e - 03$ | $1.367e - 03$ | $1.371e - 03$ |
| | $8.943e + 06$ | $1.890e - 01$ | $6.947e - 02$ | $6.916e - 02$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $4.935e + 00$ | $4.379e + 00$ | $3.269e + 00$ | $2.984e + 00$ |
| | $2.183e + 00$ | $2.428e + 00$ | $1.889e + 00$ | $1.802e + 00$ |
| | $2.996e + 01$ | $4.956e + 01$ | $1.620e + 01$ | $2.170e + 01$ |
| 1.000e-02 | $1.829e + 01$ | $4.511e + 02$ | $1.656e + 01$ | $8.778e + 00$ |
| | $1.215e + 01$ | $4.938e + 01$ | $4.157e + 00$ | $2.854e + 00$ |
| | $1.798e + 02$ | $4.805e + 03$ | $7.948e + 02$ | $1.292e + 02$ |
| 1.000e-03 | $1.342e + 01$ | $1.390e - 02$ | $1.133e - 02$ | $1.130e - 02$ |
| | $6.587e + 00$ | $4.674e - 03$ | $3.297e - 03$ | $3.288e - 03$ |
| | $9.271e + 01$ | $1.792e - 01$ | $1.662e - 01$ | $1.662e - 01$ |
| 1.000e-04 | $9.423e + 00$ | $5.386e - 03$ | $1.085e - 03$ | $1.056e - 03$ |
| | $4.861e + 00$ | $2.400e - 03$ | $3.234e - 04$ | $3.145e - 04$ |
| | $6.833e + 01$ | $4.538e - 02$ | $1.475e - 02$ | $1.475e - 02$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|-------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $nan - nan$ | $nan - nan$ | $nan - nan$ | $nan - nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 1.000e-02 | $nan - nan$ | $nan - nan$ | $nan - nan$ | $nan - nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 1.000e-03 | $nan - nan$ | $5.800e - 03$ | $7.351e - 03$ | $8.709e - 03$ |
| | $-nan$ | $3.199e - 03$ | $2.605e - 03$ | $2.689e - 03$ |
| | | $5.127e - 02$ | $5.011e - 02$ | $5.119e - 01$ |
| 1.000e-04 | $nan - nan$ | $5.154e - 03$ | $6.410e - 04$ | $6.856e - 04$ |
| | $-nan$ | $3.071e - 03$ | $2.412e - 04$ | $2.526e - 04$ |
| | | $4.441e - 02$ | $3.784e - 03$ | $3.957e - 03$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------------------------------|---|---|---|
| 1.000e-01 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e-02 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e-03 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $5.621e-03$ $2.678e-03$ $3.853e-02$ | $2.122e-03$ $8.342e-04$ $1.695e-02$ | $2.094e-03$ $8.282e-04$ $5.154e-02$ |
| 1.000e-04 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $4.061e-03$ $2.251e-03$ $3.296e-02$ | $2.287e-04$ $8.859e-05$ $1.602e-03$ | $2.008e-04$ $7.835e-05$ $1.549e-03$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---|---|---|--|
| 1.000e-01 | $1.091e+08$ $3.948e+07$ $7.057e+08$ | $1.747e+05$ $4.836e+04$ $7.969e+06$ | $8.058e+04$ $5.224e+03$ $7.998e+06$ | $1.843e+04$ $2.690e+02$ $4.799e+06$ |
| 1.000e-02 | $7.055e+31$ $3.830e+31$ $8.213e+32$ | $1.894e+67$ $2.335e+66$ $4.199e+68$ | $1.794e+101$ $6.181e+99$ $8.807e+102$ | $4.378e+114$ $3.200e+113$ $4.742e+117$ |
| 1.000e-03 | $7.174e+166$ <i>inf inf</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e-04 | $1.348e+232$ <i>inf inf</i> | $3.819e-03$ $2.353e-03$ $2.399e-02$ | $1.866e-04$ $1.346e-04$ $4.009e-04$ | $2.248e-04$ $1.428e-04$ $5.979e-04$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| 1.000e-01 | $3.339e + 01$ | $4.504e + 02$ | $1.053e + 04$ | $1.172e + 02$ |
| | $2.025e + 01$ | $7.770e + 01$ | $9.202e + 02$ | $6.711e + 01$ |
| | $2.383e + 02$ | $1.146e + 04$ | $5.058e + 05$ | $3.003e + 02$ |
| 1.000e-02 | $8.518e + 01$ | $5.107e + 02$ | $2.430e + 04$ | $1.882e + 05$ |
| | $5.685e + 01$ | $1.192e + 02$ | $1.369e + 03$ | $8.192e + 03$ |
| | $1.005e + 03$ | $2.059e + 04$ | $1.909e + 06$ | $1.193e + 08$ |
| 1.000e-03 | $3.047e + 02$ | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> | <i>nan nan</i> |
| | $2.147e + 02$ | <i>nan</i> | <i>nan</i> | <i>nan</i> |
| | $3.185e + 03$ | | | |
| 1.000e-04 | $4.118e + 02$ | $3.323e - 03$ | $1.131e - 04$ | $1.273e - 04$ |
| | $2.897e + 02$ | $1.909e - 03$ | $5.174e - 05$ | $5.836e - 05$ |
| | $4.310e + 03$ | $2.599e - 02$ | $2.932e - 04$ | $4.152e - 04$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $1.098e + 06$ | $1.187e + 02$ | $3.174e + 02$ | $1.523e + 03$ |
| | $2.630e + 05$ | $2.230e + 01$ | $1.371e + 01$ | $1.571e + 01$ |
| | $3.775e + 06$ | $3.618e + 03$ | $2.301e + 04$ | $1.755e + 05$ |
| 1.000e-02 | $1.221e + 20$ | $1.951e + 07$ | $8.669e + 13$ | $3.524e + 02$ |
| | $3.421e + 19$ | $5.104e + 06$ | $7.872e + 12$ | $1.518e + 01$ |
| | $8.649e + 20$ | $1.001e + 09$ | $1.120e + 16$ | $1.437e + 04$ |
| 1.000e-03 | $2.897e + 00$ | $3.349e - 03$ | $4.464e - 03$ | $4.502e - 03$ |
| | $1.424e + 00$ | $2.116e - 03$ | $2.043e - 03$ | $2.056e - 03$ |
| | $2.041e + 01$ | $1.913e - 02$ | $1.222e - 02$ | $1.237e - 02$ |
| 1.000e-04 | $1.560e + 00$ | $4.435e - 03$ | $4.035e - 04$ | $4.412e - 04$ |
| | $7.376e - 01$ | $2.304e - 03$ | $1.904e - 04$ | $2.025e - 04$ |
| | $1.059e + 01$ | $2.423e - 02$ | $1.065e - 03$ | $1.212e - 03$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $2.738e + 01$ | $1.947e + 01$ | $2.007e + 01$ | $3.650e + 00$ |
| | $1.215e + 01$ | $7.508e + 00$ | $1.102e + 01$ | $2.328e + 00$ |
| | $1.757e + 02$ | $1.838e + 02$ | $1.134e + 02$ | $2.934e + 01$ |
| 1.000e-02 | $2.981e + 01$ | $2.449e + 01$ | $5.059e + 02$ | $2.571e + 01$ |
| | $2.047e + 01$ | $7.235e + 00$ | $3.319e + 01$ | $1.635e + 01$ |
| | $3.420e + 02$ | $9.146e + 02$ | $4.690e + 04$ | $6.742e + 01$ |
| 1.000e-03 | $5.927e + 00$ | $4.360e - 03$ | $3.065e - 03$ | $3.059e - 03$ |
| | $2.487e + 00$ | $2.429e - 03$ | $1.361e - 03$ | $1.358e - 03$ |
| | $2.139e + 01$ | $2.671e - 02$ | $9.235e - 03$ | $9.250e - 03$ |
| 1.000e-04 | $2.395e + 00$ | $3.182e - 03$ | $3.125e - 04$ | $3.066e - 04$ |
| | $1.058e + 00$ | $1.827e - 03$ | $1.387e - 04$ | $1.347e - 04$ |
| | $8.296e + 00$ | $2.550e - 02$ | $9.413e - 04$ | $9.258e - 04$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $6.007e + 02$ | $1.180e + 02$ | $2.192e + 02$ | $1.965e + 01$ |
| | $3.064e + 02$ | $1.591e + 01$ | $1.018e + 01$ | $6.812e + 00$ |
| | $7.033e + 03$ | $1.615e + 03$ | $5.567e + 03$ | $1.556e + 02$ |
| 1.000e-02 | $7.943e + 08$ | $1.568e + 00$ | $2.048e + 00$ | $2.145e + 00$ |
| | $2.044e + 08$ | $4.277e - 01$ | $4.579e - 01$ | $4.703e - 01$ |
| | $5.075e + 09$ | $2.557e + 01$ | $3.309e + 01$ | $3.455e + 01$ |
| 1.000e-03 | $3.214e + 21$ | $8.436e - 02$ | $7.259e - 02$ | $7.248e - 02$ |
| | $7.368e + 20$ | $2.351e - 02$ | $1.972e - 02$ | $1.969e - 02$ |
| | $1.193e + 22$ | $5.540e - 01$ | $4.754e - 01$ | $4.749e - 01$ |
| 1.000e-04 | $5.689e + 63$ | $1.968e - 02$ | $7.045e - 03$ | $6.945e - 03$ |
| | $1.415e + 63$ | $6.671e - 03$ | $1.939e - 03$ | $1.909e - 03$ |
| | $2.525e + 64$ | $1.406e - 01$ | $4.484e - 02$ | $4.449e - 02$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $5.855e + 00$ | $2.239e + 00$ | $1.067e + 01$ | $1.850e + 00$ |
| | $3.789e + 00$ | $1.058e + 00$ | $5.882e + 00$ | $9.454e - 01$ |
| | $6.347e + 01$ | $3.760e + 01$ | $2.601e + 01$ | $1.013e + 01$ |
| 1.000e-02 | $9.409e + 00$ | $2.318e - 01$ | $2.597e - 01$ | $2.676e - 01$ |
| | $5.648e + 00$ | $7.808e - 02$ | $8.324e - 02$ | $8.564e - 02$ |
| | $8.658e + 01$ | $1.927e + 00$ | $2.107e + 00$ | $2.166e + 00$ |
| 1.000e-03 | $2.178e + 01$ | $1.818e - 02$ | $1.392e - 02$ | $1.388e - 02$ |
| | $1.149e + 01$ | $6.728e - 03$ | $5.080e - 03$ | $5.066e - 03$ |
| | $1.968e + 02$ | $1.157e - 01$ | $9.453e - 02$ | $9.436e - 02$ |
| 1.000e-04 | $4.064e + 01$ | $5.519e - 03$ | $1.376e - 03$ | $1.337e - 03$ |
| | $2.371e + 01$ | $2.421e - 03$ | $5.080e - 04$ | $4.946e - 04$ |
| | $3.205e + 02$ | $3.727e - 02$ | $9.219e - 03$ | $9.061e - 03$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|-------------|---------------|---------------|---------------|
| 1.000e-01 | $nan - nan$ | $nan - nan$ | $nan - nan$ | $nan - nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 1.000e-02 | $nan - nan$ | $1.685e + 00$ | $9.675e - 01$ | $1.351e + 00$ |
| | $-nan$ | $2.629e - 01$ | $1.687e - 01$ | $1.848e - 01$ |
| | | $1.310e + 01$ | $1.871e + 01$ | $2.235e + 01$ |
| 1.000e-03 | $nan - nan$ | $8.272e - 03$ | $1.074e - 02$ | $1.077e - 02$ |
| | $-nan$ | $4.593e - 03$ | $4.336e - 03$ | $4.342e - 03$ |
| | | $4.257e - 02$ | $5.749e - 02$ | $5.779e - 02$ |
| 1.000e-04 | $nan - nan$ | $5.740e - 03$ | $1.004e - 03$ | $1.031e - 03$ |
| | $-nan$ | $2.601e - 03$ | $4.176e - 04$ | $4.221e - 04$ |
| | | $3.858e - 02$ | $5.325e - 03$ | $5.625e - 03$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| τ/h | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 | 1.000e-04 |
|-----------|-----------------------------|---|---|---|
| 1.000e-01 | <i>nan</i> $-nan$ $-nan$ | <i>nan</i> $-nan$ $-nan$ | <i>nan</i> $-nan$ $-nan$ | <i>nan</i> $-nan$ $-nan$ |
| 1.000e-02 | <i>nan</i> $-nan$ $-nan$ | $1.079e-01$ $4.405e-02$ $1.733e+00$ | $8.880e-02$ $2.896e-02$ $1.526e+00$ | $8.242e-02$ $2.863e-02$ $1.415e+00$ |
| 1.000e-03 | <i>nan</i> $-nan$ $-nan$ | $6.253e-03$ $3.009e-03$ $3.736e-02$ | $3.227e-03$ $1.517e-03$ $2.056e-02$ | $3.228e-03$ $1.507e-03$ $2.050e-02$ |
| 1.000e-04 | <i>nan</i> $-nan$ $-nan$ | $3.758e-03$ $1.963e-03$ $2.731e-02$ | $3.241e-04$ $1.593e-04$ $2.093e-03$ | $3.202e-04$ $1.480e-04$ $2.016e-03$ |

3.3. Выводы

По результатам численного эксперимента можно сделать вывод, что схема является условно сходящейся. Также, обратим внимание на то, что сходимость сильно зависит от C , γ , μ . Худшая сходимость при больших и маленьких μ . Обратим внимание на то, что при $\tau < h$ невзяки наименьшие. Сходимость схемы порядка $\tau + h^2$

Вложенная сетка

Table of times.

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|-----------|-----------|-----------|
| 0.000e+00 | 6.300e-05 | 5.076e-03 | 3.549e+00 |
| 1.000e+00 | 9.780e-04 | 4.994e-01 | 3.386e+01 |
| 2.000e+00 | 1.634e-02 | 1.789e+00 | 1.067e+02 |
| 3.000e+00 | 1.031e-01 | 6.765e+00 | 2.565e+02 |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|------------------------|------------------------|
| 0.000e+00 | $2.459e + 09$ | $1.725e + 89$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> |
| | $1.271e + 09$ | $4.601e + 88$ | <i>-nan</i> |
| | $1.787e + 10$ | $7.394e + 90$ | |
| 1.000e+00 | $4.885e + 33$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> |
| | $2.804e + 33$ | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> |
| | $6.004e + 33$ | | |
| 2.000e+00 | $1.328e + 70$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> |
| | $4.628e + 69$ | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> |
| | $6.181e + 70$ | | |
| 3.000e+00 | $5.690e+151$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> |
| | $1.534e+151$ | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> |
| | $2.795e+152$ | | |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|--------------------------|
| 0.000e+00 | $1.034e + 02$ $5.728e + 01$ $8.862e + 02$ | $1.043e + 03$ $3.108e + 02$ $4.887e + 04$ | $nan \quad nan$ nan |
| 1.000e+00 | $9.785e + 00$ $5.707e + 00$ $5.288e + 01$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ | $nan \quad nan$ nan |
| 2.000e+00 | $5.901e + 02$ $2.373e + 02$ $2.618e + 03$ | $nan \quad nan$ nan | $nan \quad nan$ nan |
| 3.000e+00 | $2.592e + 02$ $1.449e + 02$ $1.883e + 03$ | $nan \quad nan$ nan | $nan \quad nan$ nan |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|----------------------------|
| 0.000e+00 | $7.614e + 04$ $3.000e + 04$ $1.997e + 05$ | $1.176e + 60$ $1.967e + 59$ $4.297e + 61$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ |
| 1.000e+00 | $2.300e + 24$ $6.323e + 23$ $6.301e + 24$ | $1.270e+257$ $inf \quad inf$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ |
| 2.000e+00 | $3.389e + 46$ $7.583e + 45$ $1.553e + 47$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ |
| 3.000e+00 | $5.665e + 97$ $1.285e + 97$ $2.245e + 98$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|------------------------------|
| 0.000e+00 | 1.346e + 01 6.953e + 00 9.841e + 01 | 9.486e + 01 1.691e + 01 2.359e + 03 | <i>nan nan</i> <i>nan</i> |
| 1.000e+00 | 1.440e + 02 5.582e + 01 9.199e + 02 | 1.198e + 03 1.838e + 02 1.725e + 04 | <i>nan nan</i> <i>nan</i> |
| 2.000e+00 | 4.522e + 01 1.702e + 01 2.365e + 02 | <i>nan -nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan nan</i> <i>nan</i> |
| 3.000e+00 | 2.609e + 01 1.247e + 01 1.182e + 02 | <i>nan nan</i> <i>nan</i> | <i>nan nan</i> <i>nan</i> |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|---|
| 0.000e+00 | 1.140e + 02 4.643e + 01 6.830e + 02 | 2.865e + 25 3.835e + 24 7.577e + 26 | 6.365e+257 <i>inf inf</i> |
| 1.000e+00 | 2.711e + 07 7.008e + 06 6.578e + 07 | 2.876e+116 2.036e+115 2.955e+117 | 1.706e + 41 6.655e + 39 3.932e + 42 |
| 2.000e+00 | 3.570e + 20 8.480e + 19 1.229e + 21 | 1.518e+182 <i>inf inf</i> | 1.611e - 02 2.921e - 03 3.865e - 01 |
| 3.000e+00 | 1.044e + 50 2.336e + 49 3.300e + 50 | <i>nan -nan</i> <i>-nan</i> | 7.515e - 03 1.434e - 03 1.781e - 01 |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|-----------------|---------------|
| 0.000e+00 | $6.763e + 00$ | $2.136e + 01$ | $3.777e + 03$ |
| | $3.636e + 00$ | $5.103e + 00$ | $1.237e + 02$ |
| | $4.417e + 01$ | $7.108e + 02$ | $1.770e + 05$ |
| 1.000e+00 | $4.853e + 00$ | $4.431e + 01$ | $3.006e + 01$ |
| | $3.463e + 00$ | $7.291e + 00$ | $2.383e + 00$ |
| | $5.611e + 01$ | $9.604e + 02$ | $2.862e + 03$ |
| 2.000e+00 | $8.483e + 00$ | $3.256e + 01$ | $2.910e - 03$ |
| | $3.894e + 00$ | $5.907e + 00$ | $7.636e - 04$ |
| | $4.328e + 01$ | $8.720e + 02$ | $9.087e - 02$ |
| 3.000e+00 | $4.772e + 00$ | $nan \quad nan$ | $1.426e - 03$ |
| | $2.709e + 00$ | nan | $3.763e - 04$ |
| | $4.447e + 01$ | | $4.278e - 02$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.0010 \quad C = 1.0000, \gamma = 1.4000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|------------------|------------------|------------------|
| 0.000e+00 | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 1.000e+00 | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 2.000e+00 | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $-nan$ |
| 3.000e+00 | $nan \quad -nan$ | $nan \quad -nan$ | $2.827e - 02$ |
| | $-nan$ | $-nan$ | $6.570e - 04$ |
| | | | $8.961e - 01$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0010 \quad C = 1.0000, \gamma = 1.4000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---|
| 0.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 2.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 3.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $1.145e - 04$ $5.932e - 05$ $1.482e - 03$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|---------------------------------------|
| 0.000e+00 | $6.013e + 14$ $2.706e + 14$ $3.824e + 15$ | $4.685e + 85$ $5.991e + 84$ $9.016e + 86$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e+00 | $7.036e + 30$ $1.741e + 30$ $2.548e + 31$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 2.000e+00 | $3.575e + 67$ $1.284e + 67$ $1.659e + 68$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 3.000e+00 | $1.355e+133$ $5.307e+132$ $6.232e+133$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|----------------------------|
| 0.000e+00 | $7.861e + 02$ $2.878e + 02$ $4.036e + 03$ | $7.356e + 02$ $1.340e + 02$ $2.280e + 04$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ |
| 1.000e+00 | $1.426e + 02$ $5.667e + 01$ $6.430e + 02$ | $nan \quad nan$ nan | $nan \quad nan$ nan |
| 2.000e+00 | $3.310e + 04$ $1.047e + 04$ $1.824e + 05$ | $nan \quad nan$ nan | $nan \quad nan$ nan |
| 3.000e+00 | $1.090e + 02$ $5.249e + 01$ $6.161e + 02$ | $nan \quad nan$ nan | $nan \quad nan$ nan |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|---|
| 0.000e+00 | $2.542e + 05$ $1.075e + 05$ $2.196e + 06$ | $6.209e + 57$ $7.450e + 56$ $1.364e + 59$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ |
| 1.000e+00 | $1.844e + 24$ $6.615e + 23$ $4.257e + 24$ | $1.310e+233$ $inf \quad inf$ | $3.207e+214$ $inf \quad inf$ |
| 2.000e+00 | $8.888e + 46$ $2.020e + 46$ $3.492e + 47$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ | $5.283e - 04$ $2.425e - 04$ $1.576e - 03$ |
| 3.000e+00 | $3.660e + 86$ $8.184e + 85$ $1.641e + 87$ | $nan \quad -nan$ $-nan$ | $2.639e - 04$ $1.211e - 04$ $7.852e - 04$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100 \quad C = 10.0000, \gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|----------------|----------------|
| 0.000e+00 | $3.427e + 01$ | $3.163e + 02$ | <i>nan nan</i> |
| | $1.789e + 01$ | $6.291e + 01$ | <i>nan</i> |
| | $3.061e + 02$ | $4.817e + 03$ | |
| 1.000e+00 | $4.073e + 01$ | $2.417e + 02$ | $3.392e + 04$ |
| | $1.814e + 01$ | $3.340e + 01$ | $1.206e + 03$ |
| | $2.465e + 02$ | $4.396e + 03$ | $2.096e + 06$ |
| 2.000e+00 | $2.177e + 02$ | <i>nan nan</i> | $4.434e - 04$ |
| | $7.866e + 01$ | <i>nan</i> | $1.730e - 04$ |
| | $9.602e + 02$ | | $1.459e - 03$ |
| 3.000e+00 | $1.572e + 02$ | <i>nan nan</i> | $2.215e - 04$ |
| | $5.424e + 01$ | <i>nan</i> | $8.648e - 05$ |
| | $8.195e + 02$ | | $7.278e - 04$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.000e+00 | $6.341e + 02$ | $3.845e + 08$ | $5.158e - 02$ |
| | $2.059e + 02$ | $4.626e + 07$ | $1.439e - 02$ |
| | $4.781e + 03$ | $7.748e + 09$ | $7.982e - 01$ |
| 1.000e+00 | $1.137e + 06$ | $2.129e - 01$ | $1.140e - 02$ |
| | $2.627e + 05$ | $4.859e - 02$ | $3.454e - 03$ |
| | $4.038e + 06$ | $5.358e + 00$ | $1.766e - 01$ |
| 2.000e+00 | $1.736e + 12$ | $6.767e - 02$ | $5.598e - 03$ |
| | $3.973e + 11$ | $1.826e - 02$ | $1.716e - 03$ |
| | $4.759e + 12$ | $1.003e + 00$ | $8.673e - 02$ |
| 3.000e+00 | $1.018e + 12$ | $3.018e - 02$ | $2.775e - 03$ |
| | $3.208e + 11$ | $8.808e - 03$ | $8.553e - 04$ |
| | $1.929e + 12$ | $4.515e - 01$ | $4.299e - 02$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.000e+00 | $4.935e + 00$ | $4.511e + 02$ | $1.133e - 02$ |
| | $2.183e + 00$ | $4.938e + 01$ | $3.297e - 03$ |
| | $2.996e + 01$ | $4.805e + 03$ | $1.662e - 01$ |
| 1.000e+00 | $5.111e + 00$ | $3.086e - 02$ | $2.670e - 03$ |
| | $2.741e + 00$ | $9.360e - 03$ | $7.923e - 04$ |
| | $4.608e + 01$ | $6.797e - 01$ | $3.754e - 02$ |
| 2.000e+00 | $8.176e + 00$ | $1.426e - 02$ | $1.322e - 03$ |
| | $3.830e + 00$ | $4.178e - 03$ | $3.936e - 04$ |
| | $4.626e + 01$ | $2.087e - 01$ | $1.849e - 02$ |
| 3.000e+00 | $5.474e + 00$ | $6.861e - 03$ | $6.579e - 04$ |
| | $2.989e + 00$ | $2.020e - 03$ | $1.962e - 04$ |
| | $3.523e + 01$ | $9.568e - 02$ | $9.175e - 03$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|------------------------|------------------------|---------------|
| 0.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> | $7.351e - 03$ |
| | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> | $2.605e - 03$ |
| | | | $5.011e - 02$ |
| 1.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> | $1.733e - 03$ |
| | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> | $6.340e - 04$ |
| | | | $1.002e - 02$ |
| 2.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> | $8.586e - 04$ |
| | <i>-nan</i> | <i>-nan</i> | $3.159e - 04$ |
| | | | $4.956e - 03$ |
| 3.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> | $4.447e - 03$ | $4.274e - 04$ |
| | <i>-nan</i> | $1.604e - 03$ | $1.577e - 04$ |
| | | $2.586e - 02$ | $2.466e - 03$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.0100$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------------------------------|---|---|
| 0.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $2.122e - 03$ $8.342e - 04$ $1.695e - 02$ |
| 1.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $5.062e - 04$ $1.977e - 04$ $3.917e - 03$ |
| 2.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $2.513e - 04$ $9.809e - 05$ $1.940e - 03$ |
| 3.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $1.294e - 03$ $5.069e - 04$ $1.010e - 02$ | $1.252e - 04$ $4.886e - 05$ $9.658e - 04$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---|---|---|
| 0.000e+00 | $1.091e + 08$ $3.948e + 07$ $7.057e + 08$ | $1.894e + 67$ $2.335e + 66$ $4.199e + 68$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 1.000e+00 | $7.064e + 38$ $1.580e + 38$ $2.251e + 39$ | $1.511e+285$ <i>inf inf</i> | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> |
| 2.000e+00 | $4.158e + 55$ $1.095e + 55$ $2.586e + 56$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $2.810e - 04$ $1.784e - 04$ $7.467e - 04$ |
| 3.000e+00 | $4.845e+113$ $1.084e+113$ $1.496e+114$ | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $1.406e - 04$ $8.925e - 05$ $3.741e - 04$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 100.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|----------------|----------------|
| 0.000e+00 | $3.339e + 01$ | $5.107e + 02$ | <i>nan nan</i> |
| | $2.025e + 01$ | $1.192e + 02$ | <i>nan</i> |
| | $2.383e + 02$ | $2.059e + 04$ | |
| 1.000e+00 | $3.917e + 02$ | $8.466e + 02$ | <i>nan nan</i> |
| | $1.346e + 02$ | $2.115e + 02$ | <i>nan</i> |
| | $1.737e + 03$ | $2.136e + 04$ | |
| 2.000e+00 | $7.742e + 02$ | <i>nan nan</i> | $1.589e - 04$ |
| | $2.973e + 02$ | <i>nan</i> | $7.291e - 05$ |
| | $3.901e + 03$ | | $5.189e - 04$ |
| 3.000e+00 | $1.953e + 02$ | <i>nan nan</i> | $7.968e - 05$ |
| | $8.124e + 01$ | <i>nan</i> | $3.651e - 05$ |
| | $1.016e + 03$ | | $2.597e - 04$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.000e+00 | $1.098e + 06$ | $1.951e + 07$ | $4.464e - 03$ |
| | $2.630e + 05$ | $5.104e + 06$ | $2.043e - 03$ |
| | $3.775e + 06$ | $1.001e + 09$ | $1.222e - 02$ |
| 1.000e+00 | $6.630e + 12$ | $1.146e - 02$ | $1.105e - 03$ |
| | $1.486e + 12$ | $5.196e - 03$ | $5.069e - 04$ |
| | $2.157e + 13$ | $3.122e - 02$ | $3.033e - 03$ |
| 2.000e+00 | $9.673e + 12$ | $5.599e - 03$ | $5.517e - 04$ |
| | $2.404e + 12$ | $2.561e - 03$ | $2.532e - 04$ |
| | $2.405e + 13$ | $1.530e - 02$ | $1.515e - 03$ |
| 3.000e+00 | $3.191e + 15$ | $2.775e - 03$ | $2.756e - 04$ |
| | $7.135e + 14$ | $1.272e - 03$ | $1.265e - 04$ |
| | $1.012e + 16$ | $7.603e - 03$ | $7.572e - 04$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 10.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.000e+00 | $2.738e + 01$ | $2.449e + 01$ | $3.065e - 03$ |
| | $1.215e + 01$ | $7.235e + 00$ | $1.361e - 03$ |
| | $1.757e + 02$ | $9.146e + 02$ | $9.235e - 03$ |
| 1.000e+00 | $1.872e + 01$ | $7.562e - 03$ | $7.666e - 04$ |
| | $1.037e + 01$ | $3.453e - 03$ | $3.374e - 04$ |
| | $9.498e + 01$ | $2.274e - 02$ | $2.314e - 03$ |
| 2.000e+00 | $2.015e + 01$ | $3.823e - 03$ | $3.832e - 04$ |
| | $1.222e + 01$ | $1.705e - 03$ | $1.685e - 04$ |
| | $1.929e + 02$ | $1.152e - 02$ | $1.157e - 03$ |
| 3.000e+00 | $1.830e + 01$ | $1.913e - 03$ | $1.916e - 04$ |
| | $1.089e + 01$ | $8.470e - 04$ | $8.418e - 05$ |
| | $1.086e + 02$ | $5.778e - 03$ | $5.787e - 04$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.000e+00 | $6.007e + 02$ | $1.568e + 00$ | $7.259e - 02$ |
| | $3.064e + 02$ | $4.277e - 01$ | $1.972e - 02$ |
| | $7.033e + 03$ | $2.557e + 01$ | $4.754e - 01$ |
| 1.000e+00 | $3.181e + 03$ | $1.947e - 01$ | $1.749e - 02$ |
| | $7.419e + 02$ | $5.225e - 02$ | $4.799e - 03$ |
| | $8.624e + 03$ | $1.339e + 00$ | $1.124e - 01$ |
| 2.000e+00 | $1.757e + 00$ | $9.129e - 02$ | $8.691e - 03$ |
| | $8.537e - 01$ | $2.488e - 02$ | $2.389e - 03$ |
| | $1.009e + 01$ | $5.997e - 01$ | $5.570e - 02$ |
| 3.000e+00 | $5.943e - 01$ | $4.440e - 02$ | $4.332e - 03$ |
| | $1.971e - 01$ | $1.216e - 02$ | $1.192e - 03$ |
| | $2.880e + 00$ | $2.859e - 01$ | $2.773e - 02$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.0000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| 0.000e+00 | $5.855e + 00$ | $2.318e - 01$ | $1.392e - 02$ |
| | $3.789e + 00$ | $7.808e - 02$ | $5.080e - 03$ |
| | $6.347e + 01$ | $1.927e + 00$ | $9.453e - 02$ |
| 1.000e+00 | $6.710e + 01$ | $3.701e - 02$ | $3.365e - 03$ |
| | $3.127e + 01$ | $1.330e - 02$ | $1.242e - 03$ |
| | $2.341e + 02$ | $2.537e - 01$ | $2.281e - 02$ |
| 2.000e+00 | $3.947e + 00$ | $1.754e - 02$ | $1.673e - 03$ |
| | $2.138e + 00$ | $6.397e - 03$ | $6.188e - 04$ |
| | $9.851e + 00$ | $1.189e - 01$ | $1.134e - 02$ |
| 3.000e+00 | $9.862e - 02$ | $8.544e - 03$ | $8.341e - 04$ |
| | $4.161e - 02$ | $3.140e - 03$ | $3.088e - 04$ |
| | $5.053e - 01$ | $5.773e - 02$ | $5.653e - 03$ |

Table of norms for H. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
|--------------|-------------------|---------------|---------------|
| 0.000e+00 | <i>nan</i> $-nan$ | $1.685e + 00$ | $1.074e - 02$ |
| | $-nan$ | $2.629e - 01$ | $4.336e - 03$ |
| | | $1.310e + 01$ | $5.749e - 02$ |
| 1.000e+00 | <i>nan</i> $-nan$ | $2.830e - 02$ | $2.595e - 03$ |
| | $-nan$ | $1.129e - 02$ | $1.060e - 03$ |
| | | $1.477e - 01$ | $1.411e - 02$ |
| 2.000e+00 | <i>nan</i> $-nan$ | $1.355e - 02$ | $1.290e - 03$ |
| | $-nan$ | $5.459e - 03$ | $5.281e - 04$ |
| | | $7.179e - 02$ | $7.035e - 03$ |
| 3.000e+00 | $9.378e - 02$ | $6.579e - 03$ | $6.431e - 04$ |
| | $3.781e - 02$ | $2.680e - 03$ | $2.635e - 04$ |
| | $3.758e - 01$ | $3.536e - 02$ | $3.512e - 03$ |

Table of norms for V. $\mu = 0.1000$ $C = 1.0000$, $\gamma = 1.4000$

| | | | |
|--------------|---|---|---|
| $k/\tau = h$ | 1.000e-01 | 1.000e-02 | 1.000e-03 |
| 0.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $1.079e - 01$ $4.405e - 02$ $1.733e + 00$ | $3.227e - 03$ $1.517e - 03$ $2.056e - 02$ |
| 1.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $8.190e - 03$ $3.946e - 03$ $5.295e - 02$ | $8.015e - 04$ $3.715e - 04$ $5.057e - 03$ |
| 2.000e+00 | <i>nan</i> <i>-nan</i> <i>-nan</i> | $4.044e - 03$ $1.909e - 03$ $2.579e - 02$ | $4.003e - 04$ $1.851e - 04$ $2.522e - 03$ |
| 3.000e+00 | $2.354e - 02$ $1.143e - 02$ $1.210e - 01$ | $2.010e - 03$ $9.385e - 04$ $1.272e - 02$ | $2.001e - 04$ $9.241e - 05$ $1.259e - 03$ |

Список литературы