

# Оглавление

1.	Введение . . . . .	2
----	--------------------	---

# 1. Введение

## 1.1. Координатная запись

1 уравнение:  $H_t + 0.5(V\hat{H}_{\dot{x}} + (V\hat{H})_{\dot{x}} + HV_{\dot{x}}) = 0$

Распишем его в приведенных выше обозначениях, и выделим коэффициенты при  $H$  и  $V$  на  $n + 1$  временном слое:

$$\frac{H_m^{n+1} - H_m^n}{\tau} + \frac{V(\hat{H}_{m+1}^n - \hat{H}_{m-1}^n)}{4h} + \frac{(V\hat{H})_{m+1}^n - (V\hat{H})_{m-1}^n}{4h} + \frac{H(V_{m+1}^n - V_{m-1}^n)}{4h} = 0$$

$$H_{m-1}^{n+1} \left( -\frac{(V_m^n + V_{m-1}^n)}{4h} \right) + H_m^{n+1} \left( \frac{1}{\tau} \right) + H_{m+1}^{n+1} \left( \frac{V_m^n + V_{m+1}^n}{4h} \right) = H_m^n \left( \frac{1}{\tau} - \frac{(V_{m+1}^n - V_{m-1}^n)}{4h} \right)$$

2 уравнение:

$$H_{t,0} + 0.5((V\hat{H})_{x,0} + H_0V_{x,0}) - 0.5h((HV)_{x\bar{x},1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},2} +$$

$$+ H_0(V_{x\bar{x},1} - 0.5V_{x\bar{x},2})) = 0$$

Распишем его в приведенных выше обозначениях, и выделим коэффициенты при  $H$  и  $V$  на  $n + 1$  временном слое:

$$\frac{H_0^{n+1} - H_0^n}{\tau} + 0.5 \left( \frac{V_1^n H_1^{n+1} - V_0^n H_0^{n+1}}{h} + H_0^n \left( \frac{V_1^n - V_0^n}{h} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left( \frac{H_0^n V_0^n - 2H_1^n V_1^n + H_2^n V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{H_1^n V_1^n - 2H_2^n V_2^n + H_3^n V_3^n}{h^2} \right) \right) -$$

$$- \frac{h}{2} \left( H_0 \left( \frac{V_0^n - 2V_1^n + V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{V_1^n - 2V_2^n + V_3^n}{h^2} \right) \right) \right) = 0$$

$$H_0^{n+1} \left( \frac{1}{\tau} - \frac{V_0^n}{2h} \right) + H_1^{n+1} \left( \frac{V_1^n}{2h} \right) = \frac{H_0^n}{\tau} - \frac{H_0^n (V_1^n - V_0^n)}{2h} +$$

$$+ \frac{h}{2} \left( \frac{H_0^n V_0^n - 2H_1^n V_1^n + H_2^n V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{H_1^n V_1^n - 2H_2^n V_2^n + H_3^n V_3^n}{h^2} \right) \right) +$$

$$+ \frac{h}{2} \left( H_0 \left( \frac{V_0^n - 2V_1^n + V_2^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{V_1^n - 2V_2^n + V_3^n}{h^2} \right) \right) \right) = 0$$

3 уравнение:

$$H_{t,M} + 0.5((V\hat{H})_{\bar{x},M} + H_M V_{\bar{x},M}) + 0.5h((HV)_{x\bar{x},M-1} - 0.5(HV)_{x\bar{x},M-2} +$$

$$+ H_M (V_{x\bar{x},M-1} - 0.5V_{x\bar{x},M-2})) = 0$$

Распишем его в приведенных выше обозначениях, и выделим коэффициенты при  $H$  и  $V$  на  $n + 1$  временном слое:

$$\begin{aligned}
& \frac{H_M^{n+1} - H_M^n}{\tau} + 0.5 \left( \frac{V_M^n H_M^{n+1} - V_{M-1}^n H_{M-1}^{n+1}}{h} + H_M^n \left( \frac{V_M^n - V_{M-1}^n}{h} \right) \right) + \\
& + \frac{h}{2} \left( \frac{H_{M-2}^n V_{M-2}^n - 2H_{M-1}^n V_{M-1}^n + H_M^n V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{H_{M-3}^n V_{M-3}^n - 2H_{M-2}^n V_{M-2}^n + H_{M-1}^n V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) + \\
& + \frac{h}{2} \left( H_M \left( \frac{V_{M-2}^n - 2V_{M-1}^n + V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{V_{M-3}^n - 2V_{M-2}^n + V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& H_M^{n+1} \left( \frac{1}{\tau} + \frac{V_M^n}{2h} \right) + H_{M-1}^{n+1} \left( -\frac{V_{M-1}^n}{2h} \right) = \frac{H_M^n}{\tau} - \frac{H_M^n (V_M^n - V_{M-1}^n)}{2h} - \\
& - \frac{h}{2} \left( \frac{H_{M-2}^n V_{M-2}^n - 2H_{M-1}^n V_{M-1}^n + H_M^n V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{H_{M-3}^n V_{M-3}^n - 2H_{M-2}^n V_{M-2}^n + H_{M-1}^n V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) - \\
& - \frac{h}{2} \left( H_M \left( \frac{V_{M-2}^n - 2V_{M-1}^n + V_M^n}{h^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{V_{M-3}^n - 2V_{M-2}^n + V_{M-1}^n}{h^2} \right) \right) \right)
\end{aligned}$$

4 уравнение:

$$V_t + \frac{1}{3}(V\hat{V}_{\hat{x}} + (V\hat{V})_{\hat{x}}) + \frac{p(H)_{\hat{x}}}{H} = \tilde{\mu}\hat{V}_{x\bar{x}} - \left(\tilde{\mu} - \frac{\mu}{H}\right)V_{x\bar{x}} + f$$

Распишем его в приведенных выше обозначениях, и выделим коэффициенты при  $H$  и  $V$  на  $n+1$  временном слое:

$$\begin{aligned}
& \frac{V_m^{n+1} - V_m^n}{\tau} + \frac{1}{3} \left( V_m^n \frac{V_{m+1}^{n+1} - V_{m-1}^{n+1}}{2h} + \frac{V_{m+1}^n V_{m+1}^{n+1} - V_{m-1}^n V_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) + \\
& + \frac{p(H)_{m+1}^n - p(H)_{m-1}^n}{2hH_m^n} - \tilde{\mu} \frac{V_{m-1}^{n+1} - 2V_m^{n+1} + V_{m+1}^{n+1}}{h^2} + \left( \tilde{\mu} - \frac{\mu}{H_m^n} \right) \frac{V_{m-1}^n - 2V_m^n + V_{m+1}^n}{h^2} - f_m^n = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& V_{m-1}^{n+1} \left( -\frac{V_m^n + V_{m-1}^n}{6h} - \frac{\tilde{\mu}}{h^2} \right) + V_m^{n+1} \left( \frac{1}{\tau} + \frac{2\tilde{\mu}}{h^2} \right) + V_{m+1}^{n-1} \left( \frac{V_m^n + V_{m+1}^n}{6h} - \frac{\tilde{\mu}}{h^2} \right) = \\
& \frac{V_m^n}{\tau} - \frac{p(H)_{m+1}^n - p(H)_{m-1}^n}{2hH_m^n} - \left( \tilde{\mu} - \frac{\mu}{H_m^n} \right) \frac{V_{m-1}^n - 2V_m^n + V_{m+1}^n}{h^2} + f_m^n = 0
\end{aligned}$$

Table of times

$\tau/h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	8.580e-04	1.526e-03	1.949e-02	2.003e-01
1.000e-02	1.016e-03	1.885e-02	1.555e-01	8.970e-01
1.000e-03	2.114e-02	1.974e-01	7.778e-01	3.687e+00
1.000e-04	2.013e-01	9.031e-01	3.373e+00	1.511e+01

Table of C norms (H)

$\tau/h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	1.857e+12	1.561e+30	6.434e+58	3.105e+00
1.000e-02	7.447e+09	6.507e+38	nan	nan
1.000e-03	5.110e+20	1.520e+84	2.895e+299	nan
1.000e-04	2.305e+27	7.378e+114	nan	nan

Table of L2 norms (H)

$\tau/h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	1.857e+12	1.561e+30	6.434e+58	3.105e+00
1.000e-02	7.447e+09	6.507e+38	nan	nan
1.000e-03	5.110e+20	1.520e+84	2.895e+299	nan
1.000e-04	2.305e+27	7.378e+114	nan	nan

Table of W21 norms (H)

$\tau/h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	1.857e+12	1.561e+30	6.434e+58	3.105e+00
1.000e-02	7.447e+09	6.507e+38	nan	nan
1.000e-03	5.110e+20	1.520e+84	2.895e+299	nan
1.000e-04	2.305e+27	7.378e+114	nan	nan

Table of C norms (V)

$\tau/h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	3.812e+01	1.488e+01	4.465e+01	1.846e+00
1.000e-02	8.755e+01	2.010e+01	nan	nan
1.000e-03	2.460e+02	9.041e+02	3.785e+03	nan
1.000e-04	6.004e+06	6.129e+03	nan	nan

Table of L2 norms (V)

$\tau/h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	3.812e+01	1.488e+01	4.465e+01	1.846e+00
1.000e-02	8.755e+01	2.010e+01	nan	nan
1.000e-03	2.460e+02	9.041e+02	3.785e+03	nan
1.000e-04	6.004e+06	6.129e+03	nan	nan

Table of W21 norms (V)

$\tau/h$	1.000e-01	1.000e-02	1.000e-03	1.000e-04
1.000e-01	3.812e+01	1.488e+01	4.465e+01	1.846e+00
1.000e-02	8.755e+01	2.010e+01	nan	nan
1.000e-03	2.460e+02	9.041e+02	3.785e+03	nan
1.000e-04	6.004e+06	6.129e+03	nan	nan