

Московский Физико-Технический Институт
(государственный университет)

Работа 26

Сибгатуллин Булат, ФРКТ

1 Выполнение задания

1.1 Фильтры первого порядка

1. Соберем фильтр с полюсом $\mu = 0.7$. Запустим его синтез и посмотрим информацию о синтезированном фильтре.
2. По частотной характеристике измерим коэффициенты передачи фильтра на нулевой частоте и на границе полосы Найквиста:

$$K_0 = 3.33 \quad K_1 = 0,59$$

Измерим граничную частоту фильтра по уровню $-3dB \rightarrow f = 0.057$. Также измерим его постоянную времени τ - время спада до уровня $\frac{1}{e} \rightarrow \tau = 3$. Граничная частота фильтра связана с постоянной времени:

$$\frac{1}{2\pi\tau} \simeq 0.057$$

3. Подадим на вход гармонический сигнал и оценим коэффициенты передачи на частотах $0.05/2$ и $0.95/2$:

$$K_{\frac{0.05}{2}} = 0.92 \quad K_{\frac{0.95}{2}} = 0.175$$

4. Реализуем двукратную децимацию выходного потока фильтра. Посмотрим сигналы на выходе дециматора на частотах $0.05/2$ и $0.95/2$. Полоса Найквиста сузилась в два раза и мы получили две похожие по форме картины с отличающимися амплитудами.
5. Подадим на вход фильтра шум. Оценим уровни подавления шума на границах ± 500 и в середине ± 250 полосы Найквиста:

$$\pm 500 \rightarrow -15dB \quad \pm 250 \rightarrow -12dB$$

Измерим уровни подавления шума в точках $pm250$ после децимации:

$$\pm 250 \rightarrow -12dB$$

6. Вернемся к диалогу настройки фильтра и проанализируем его поведение при стремлении μ к единице ($\mu = 1$). Изучим осциллограммы его импульсной реакции и переходной характеристики (рис. 1).
7. Реализуем дифференцирующее звено с полюсом $\mu = 0.7$. Измерим верхнюю граничную частоту по уровню $-3dB \rightarrow f_0 = 0.054$ и время спада $\tau = 3$. Видим, что формула $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau}$ выполняется. Исследуем изменение временных и частотных характеристик при $\mu \rightarrow 0$. Изучим осциллограммы временных характеристик для двух значений μ (рис. 2).

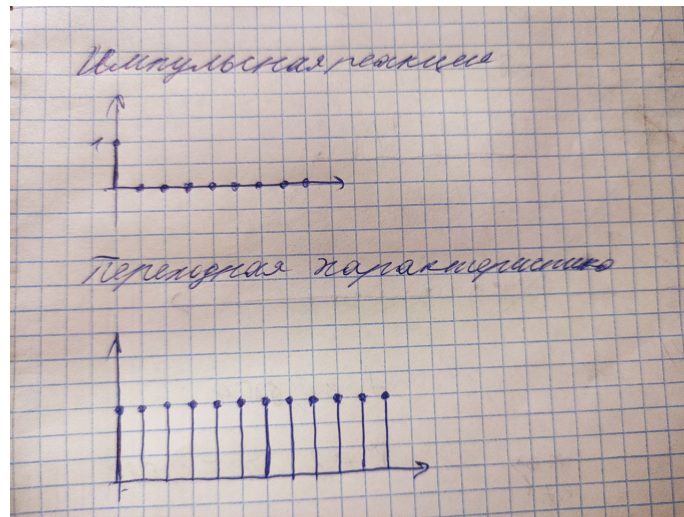
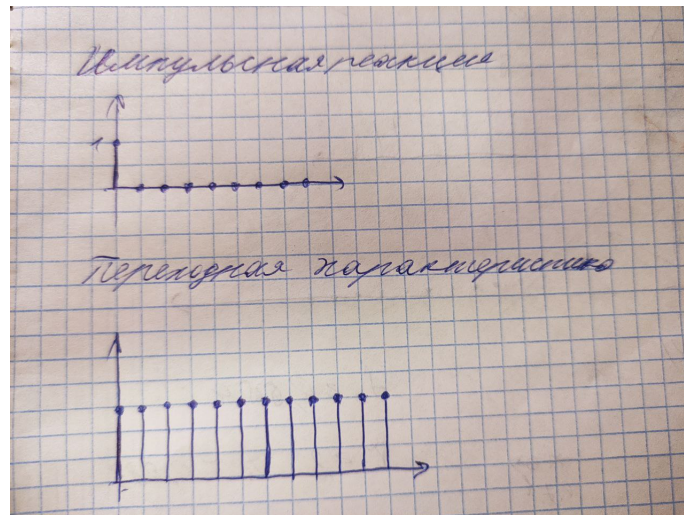


Рис. 1: Импульсная реакция и переходная характеристика

Рис. 2: Осциллограммы временных характеристик для двух значений μ

8. Реализуем цифровой фазовращатель - звено:

$$H(x) = \frac{-\mu + x}{1 - \mu x} \Leftrightarrow H(z) = \frac{1 - \mu z}{z - \mu},$$

с полюсом μ и нулем $\frac{1}{\mu}$. Равномерность частотной характеристики возникает из-за того, что произведения расстояний до всех нулей и произведение расстояний для всех полюсов от точек на единичной окружности одинаковы. ФЧХ при стремлении μ к нулю представляет собой равномерно убывающую линейную функцию с уровнем $-3dB$ на $\frac{9}{10} \frac{\pi}{2}$

1.2 Звенья второго порядка

1. Реализуем полосовое звено с $r_\mu = 0.9$ и $\varphi_\mu = \frac{\pi}{4}$. Оценим резонансную частоту и двухстороннюю полосу пропускания по уровню $-3dB$:

$$f_0 \simeq 0.25 \quad \Delta f = 0.067$$

В таком случае эквивалентная добротность:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 3.73$$

2. Изучим зависимость характеристик фильтра от r_μ приближая его к единице:

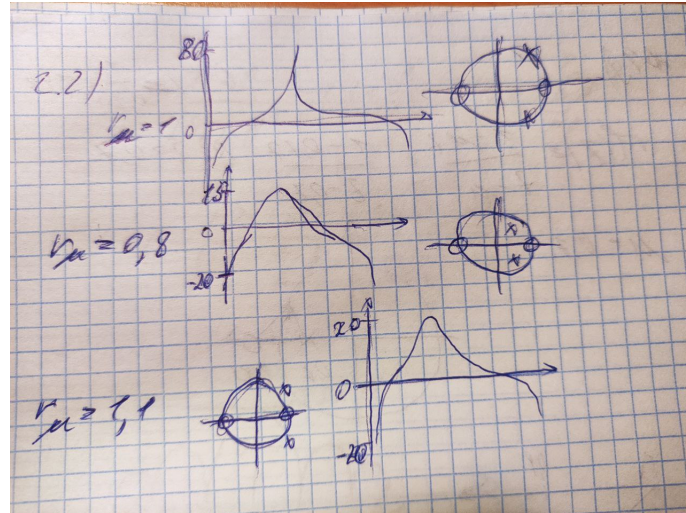


Рис. 3: Зависимость характеристик фильтра от r_μ

3. Реализуем фильтр с парой сопряженных лучей $g = [1 - r_\nu \cdot (2\cos\varphi_\nu)r_\nu^2]$. Изучим последствия изменения r_ν от 0.5 до 4 при $2\cos\varphi_\nu = \sqrt{2}$ и последствия изменения угла $2\cos\varphi_\nu = 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, -1, -\sqrt{2}, -\sqrt{3}$.
4. Подтвердим, что звено с $r_\mu = 0.8$ и $r_\nu = \frac{1}{r_\mu} = 1.25$ является *all pass* фильтром с равномерной частотной характеристикой при любых одинаковых φ_μ, φ_ν .

1.3 Нерекурсивные FIR фильтры

1. Реализуем гребенчатый фильтр порядка $N = 3$ с $H(x) = 1 - x^3$. Заметим, что при увеличении порядка фильтра увеличивается количество пиков.
2. Реализуем фильтр порядка $N = 7$ с прямоугольной импульсной реакцией: $h = [11111111], g = [1]$. Измерим все четыре пиковые значения коэффициента передач:

$$K_1 = 18.1dB \quad K_2 = 5.27dB \quad K_3 = 1.63 \quad K_4 = 0.18dB$$

Убедились, что эти уровни не зависят от порядка N , и что тот же фильтр дают настройки $h = [10000000, -1], g = [1 - 1]$. Посмотрим на временную характеристику (рис. 4).

3. Организуем децимацию выхода этого фильтра по индексу $D = 4$ (рис. 5). Повторим это для фильтра $h = [1111]$ (рис. 6). На рисунках сверху показан спектр после децимации, а снизу до.

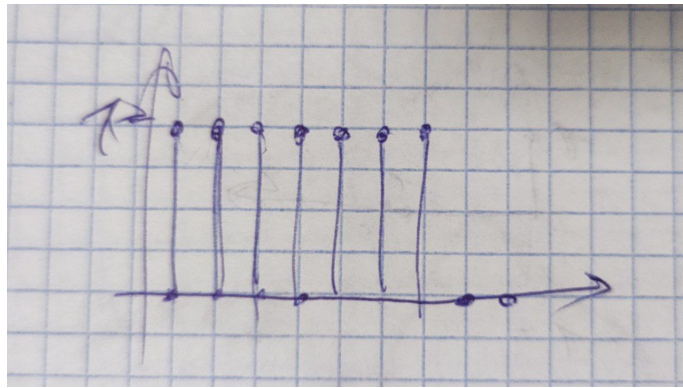
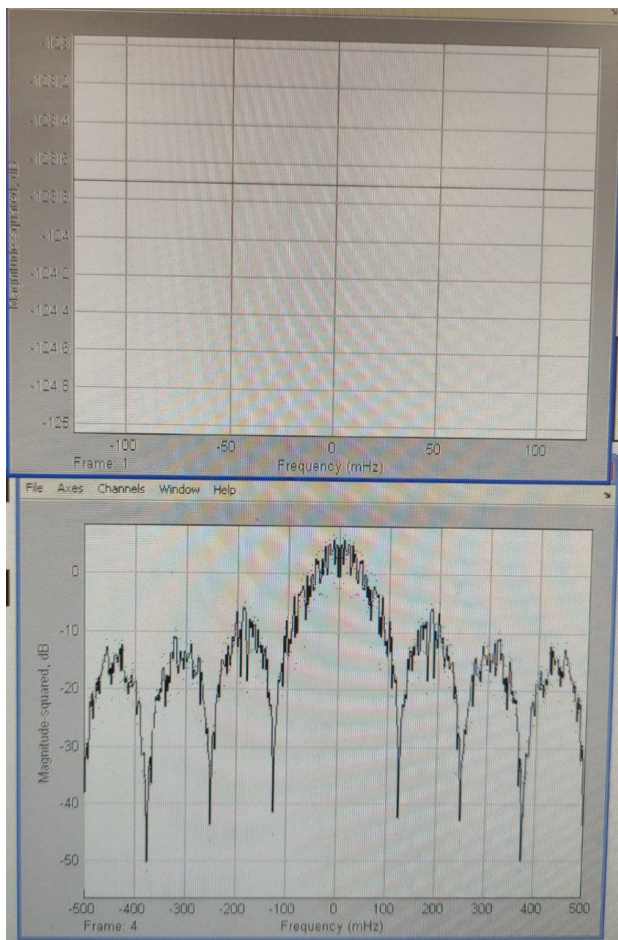
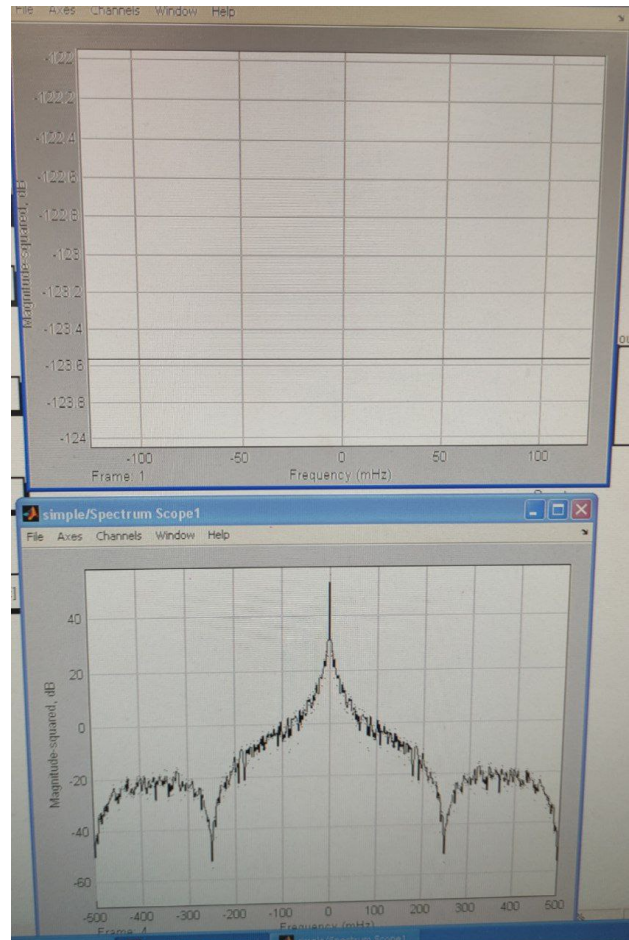


Рис. 4: Временная характеристика

Рис. 5: Фильтр $h = [11111111], g = [1]$ Рис. 6: Фильтр $h = [1111]$

4. Подадим на вход гармонический сигнал частоты $0.126/2$. Оценим коэффициент передачи:

$$K \approx 10$$

Запомним амплитуду и временную форму сигнала после децимации ($D = 4$). То же самое сделаем для сигналов при входных частотах $0.5/2 \pm 0.126/2$ и $1/2 \pm 0.126/2$:

$$2A = 18 \quad K \simeq 10$$

$$2A = 1 \quad K = 0.5$$

$$2A = 0.8 \quad K = 0.4$$

5. Изучим фильтры с временными окнами. Сравним характеристики оконных фильтров порядка $2N + 1 = 41$ с различными типами окон, измерив для каждого из них полуширину главного пика, уровень затухания в главном и побочном пиках:

	Главный	Побочный
Полуширина	0.025	0.024
Уровень затухания	0 dB	-13.3 dB

Сделаем то же самое для $N = 40$:

	Главный	Побочный
Полуширина	0.012	0.012
Уровень затухания	0 dB	-13.4 dB

6. Изучим фильтры с частными окнами. Реализуем фильтр с полосой в половину полосы Найквиста, набрав в поле *Numerator coefficients* `fdw(20,10,10)`. Измерим затухание в первом побочном пике и на границе полосы Найквиста. Повторим эти измерения изменяя интервал сглаживания - $k = 8, 6, 4, 2, 0$ (`fdw(N,k,n)`):

k	Главный пик, dB	Побочный пик, dB
10	-16.3	-29.1
8	-21.9	-37.3
6	-28	-43.5
4	-31.6	-47
2	-34.1	-49.6
0	-36	-51.5

7. Увеличивая порядок N , синтезируем фильтр с $k = \frac{N}{4}, n = \frac{N}{2}$, который обеспечивает затухание 80 dB в дальней зоне - $N = 160$.
8. Откроем модель 4-звенного СИС-фильтра из блоков IC с задержкой $N = 12$. Изучим временные (PULSE, STEP) и частотные (CHIRP) характеристики блоков и фильтра в целом (рис. 7, 8, 9).

По графику спектральной плотности шума оценим ширину главного пика и уровни затухания в первых побочных пиках и пиках вблизи границы полосы Найквиста:

	Главный пик	Побочный пика	На границе
Ширина полосы	85	37.5	—
Уровень затухания	-15 dB	-65 dB	-100 dB

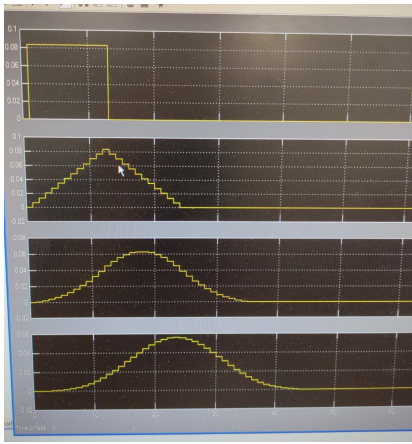


Рис. 7: Временные характеристики (PULSE)

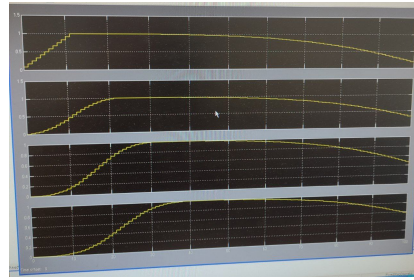


Рис. 8: Временные характеристики (STEP)

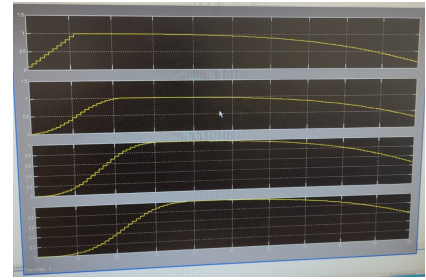


Рис. 9: Частотные характеристики (CHIRP)

Сравнив уровни сигнала на выходе дециматора при частотах $a_1 = 1.01/24$ и $a_2 = 1/6 \pm 1.01/24$:

$$K_{a_1} = 0.17 \quad K_{a_2} = 3 \cdot 10^{-4}$$

1.4 FDATool Matlab

1. Изучим синтезатор *equiripple* FIR-фильтров. Синтезируем фильтр минимального порядка с $w_{pass} = 0.4$, $w_{stop} = 0.5$, $A_{pass} = 1$, $A_{stop} = 60$.
2. Изучим синтезатор типовых IIR-фильтров - Баттерворта, Чебышева типов I и II и эллиптических. Синтезируем фильтры с параметрами $w_{pass} = 0.4$, $w_{stop} = 0.5$, $A_{pass} = 1$, $A_{stop} = 60$, изучим результаты.
3. Синтезируем FIR фильтр с характеристиками $w_{pass} = 0.3$, $w_{stop} = 0.5$, $A_{pass} = 1$, $A_{stop} = 80$ и все четыре варианта IIR фильтров с теми же характеристиками. Запишем количество нулей у каждого фильтра:

Имя фильтра	Количество нулей
Equiripple	25
Butterworth	15
Chebyshev I	9
Chebyshev II	9
Elliptic	6

Заметим, что нам легче синтезировать фильтр с меньшим количеством нулей.

2 Вывод

В ходе данной работы мы научились пользоваться Matlab Simulink. Изучили фильтры первого и второго порядка, посмотрели как они влияют на различного вида сигналы. Узна-

ли, что такое децимация сигнала. Изучили нерекурсивные FIR-фильтры. Изучили синтезатор IIR и FIR фильтров. На примере увидели преимущества IIR решений по сравнению с FIR.