

1. Резонансный усилитель

Параллельный колебательный LC-контур с добротностью $Q \gg 1$:

традиционная модель колебательного контура, физическая природа потерь;
модуль и аргумент полного сопротивления как функции частоты в окрестности резонансной частоты;
параллельная схема замещения;
шунтирование LC-контура омической нагрузкой.

Дифференциальный усилитель:

схема и свойства дифференциального усилителя с одним входом на биполярных транзисторах
(дифференциальный усилитель как последовательно включенные эмиттерный повторитель
и схема с общей базой).

Резонансный усилитель на основе дифференциального усилителя.

2. LC-генератор гармонических колебаний

Общий случай: баланс фаз и баланс амплитуд в установившемся режиме.

LC-генератор синусоидальных колебаний на основе дифференциального усилителя
с емкостной обратной связью:

самовозбуждение с точки зрения требуемых баланса фаз и коэффициента усиления усилителя;
условие самовозбуждения: временной подход;
амплитуда генерируемых колебаний.

3. Стабилизация частоты с помощью кварца

Измерение времени в физическом эксперименте.

Минимальные сведения о кварце.

Принцип стабилизации частоты LC-генератора на основе дифференциального усилителя с помощью кварца.

4. Трёхточечные схемы, схемы генераторов на биполярных транзисторах

Баланс фаз в индуктивной трёхточке.

Емкостная трёхточка.

Особенности LC-генераторов на биполярных транзисторах:

учет входного сопротивления усилителя;
автоматическое смещение в цепях с p - n -переходами;
паразитная генерация схем, не предназначенных служить генераторами гармонических колебаний.

Мягкий и жесткий режимы самовозбуждения (генерации).

Параллельный колебательный LC-контур при $Q \gg 1$:

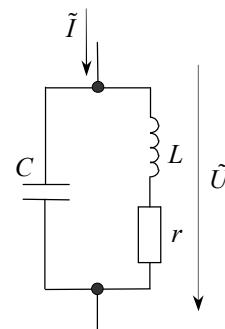
Схемы, состоящие из параллельно включенных катушки индуктивности и конденсатора часто встречаются в устройствах, предназначенных для работы в диапазоне частот от сотен килогерц до примерно 50 мегагерц.

Традиционная модель колебательного контура**Физическая природа потерь.**

По традиции рассмотрение свойств параллельного колебательного LC-контура чаще всего осуществляется путем анализа схемы, представленной на рисунке справа. В этой модели индуктивность L и емкость C предполагаются идеальными, то есть не имеющими потерь, а все реальные потери отображаются резистором с сопротивлением r в ветви, содержащей индуктивность.

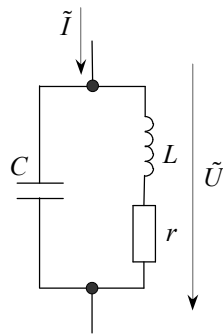
В реальном контуре потери происходят из-за конечного омического сопротивления проводов, которыми намотана катушка индуктивности **с учетом скин-эффекта**, рассеяния энергии, потребляемой от источника воздействия, переменным магнитным полем, создаваемым током, протекающим по катушке индуктивности, и из-за потерь в диэлектрике между пластинами конденсатора.

На самом деле с тем же успехом потери можно изобразить резистором в цепи, содержащей емкость, или вообще представить потери двумя резисторами r_1 и r_2 в каждой из цепей с суммарным сопротивлением, равным r .



Модуль и аргумент полного сопротивления как функции частоты в окрестности резонансной частоты

Параллельный LC-контур



$$\tilde{U} = \tilde{I} \cdot z$$

По определению

 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – резонансная частота, $\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристическое сопротивление, $Q = \rho/r$ – добротность контура;

обозначение:

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0.$$

Рассматривается поведение контура в окрестности резонансной частоты, то есть при $|\Delta\omega| \ll \omega_0$, при условии, что

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{\omega_0 C r} \gg 1.$$

$$z = \frac{(r + j\omega L) \cdot \frac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \approx \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{r \cdot \left[1 + j \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]} = \frac{\frac{\rho^2}{r}}{1 + jQ \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega}} \approx \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{1 + jQ \frac{\Delta\omega \cdot (2\omega_0)}{(\omega_0)^2}} = \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{1 + jQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}},$$

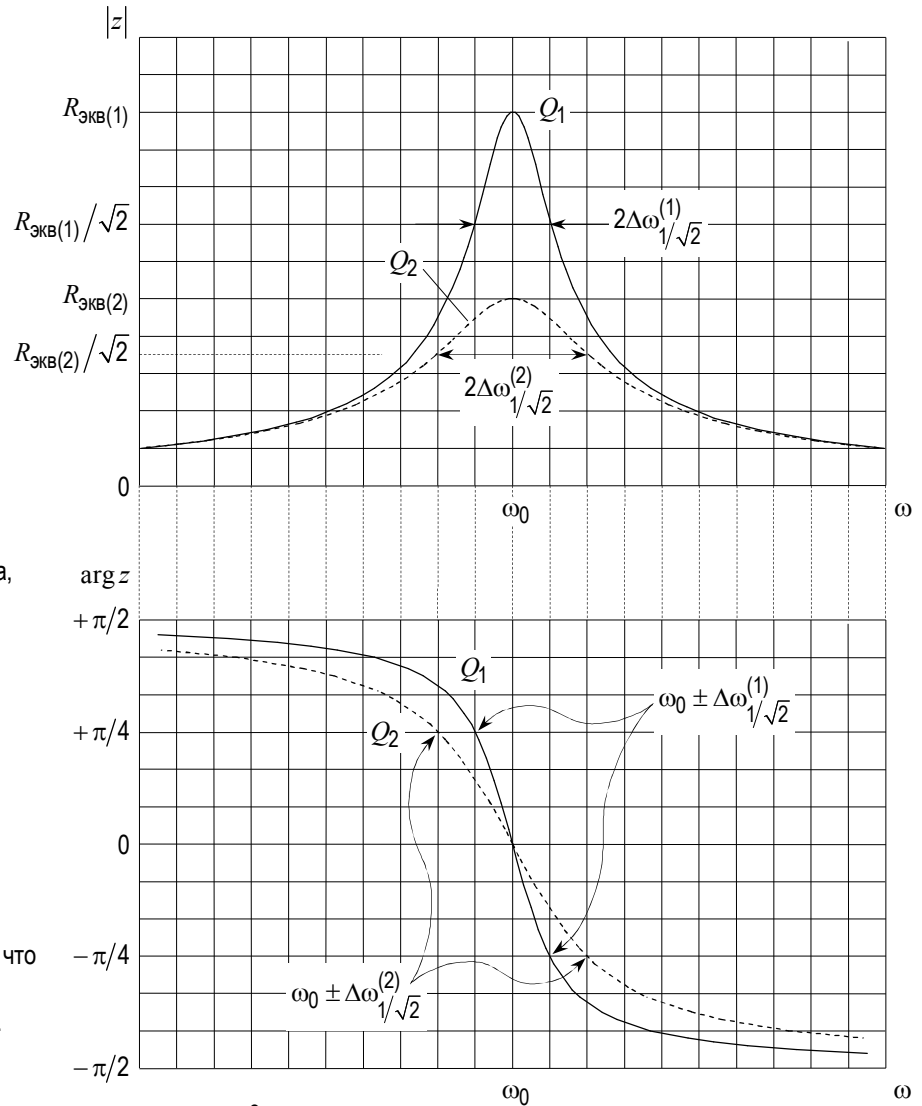
где $R_{\text{ЭКВ}} = \frac{\rho^2}{r} = Q \cdot \rho = \frac{1}{r} \left(\sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2 = \frac{(\omega_0 L)^2}{r} = \frac{1}{(\omega_0 C)^2 r}$ – сопротивление контура z на резонансной частоте ω_0 .

$$|z| = \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2}}, \quad \arg z = -\arctg \left(Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right); \quad \arg z - \text{это сдвиг по фазе напряжения } \tilde{U} \text{ относительно тока } \tilde{I};$$

на рисунке $Q_2 = Q_1/2$.Ширина резонансной кривой $2\Delta\omega_{1/\sqrt{2}}$ – это интервал вдоль оси частот между значениями, на которых $|z| = R_{\text{ЭКВ}}/\sqrt{2}$:

$$\text{в частности, справа от резонансной частоты } \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta\omega_{1/\sqrt{2}}}{\omega_0} \right)^2}} = \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{\sqrt{2}} \Rightarrow Q \frac{2\Delta\omega_{1/\sqrt{2}}}{\omega_0} = 1 \Rightarrow \Delta\omega_{1/\sqrt{2}} = \frac{\omega_0}{2Q};$$

таким образом, $Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega_{1/\sqrt{2}}}$. На частотах $\omega_0 \mp \Delta\omega_{1/\sqrt{2}}$ сдвиг по фазе напряжения относительно тока равен $\pm\pi/4$.



Если \tilde{I}_L – ток, текущий по ветви, содержащей индуктивность, а I_{L_m} – амплитуда этого тока, то

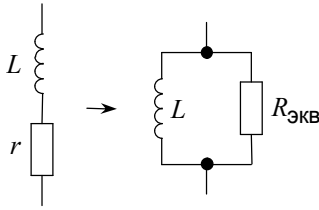
$$Q = \frac{\omega_0 L}{r} \cdot \frac{\frac{I_{L_m}^2}{2}}{\frac{I_{L_m}^2}{2}} = \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{\frac{LI_{L_m}^2}{2}}{\frac{I_{L_m}^2}{2} \cdot r};$$

другими словами, добротность контура равна умноженному на 2π отношению энергии, запасенной в реактивных элементах контура, к энергии, рассеиваемой за период колебаний резонансной частоты.

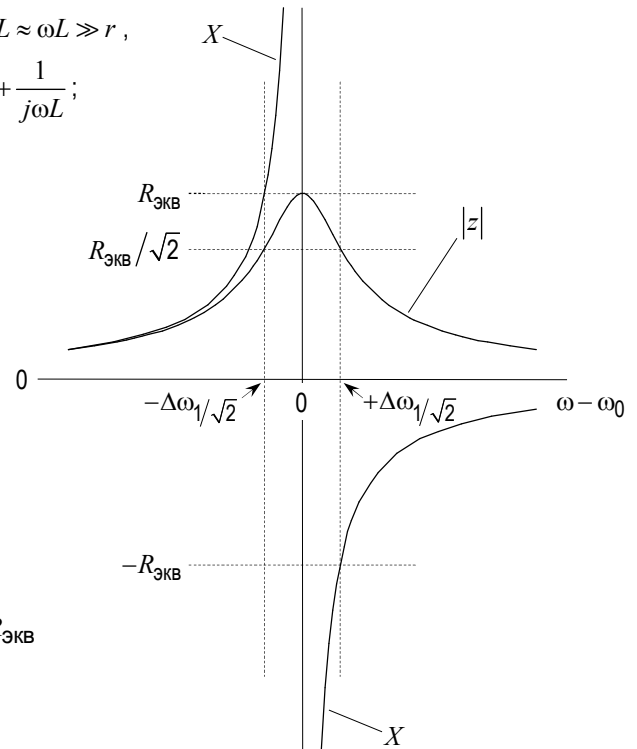
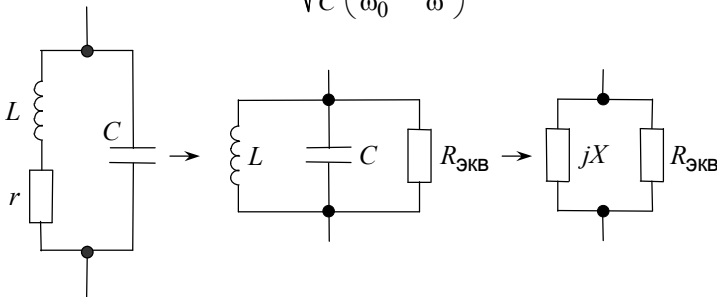
Параллельная схема замещения параллельного колебательного LC-контура

При $\omega \sim \omega_0$, то есть $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$, и $Q \gg 1$, то есть $\rho = \omega_0 L \approx \omega L \gg r$,

$$\frac{1}{r + j\omega L} = \frac{r}{r^2 + (\omega L)^2} - \frac{j\omega L}{r^2 + (\omega L)^2} \approx \frac{r}{(\omega_0 L)^2} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} + \frac{1}{j\omega L};$$



$$X = \frac{1}{j} \cdot \left(j\omega L \parallel \frac{1}{j\omega C} \right) = - \frac{L/C}{\sqrt{L} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \approx - \frac{\rho \omega_0}{2\Delta\omega}.$$



Шунтирование LC-контура омической нагрузкой

Пусть $\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристическое сопротивление, а Q_0 – собственная добротность контура, $Q_0 \gg 1$; если добротность Q колебательной системы, состоящей из данного контура и подключенного параллельного ему резистора с сопротивлением R_H , остается много больше 1, то в окрестности резонансной частоты $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$

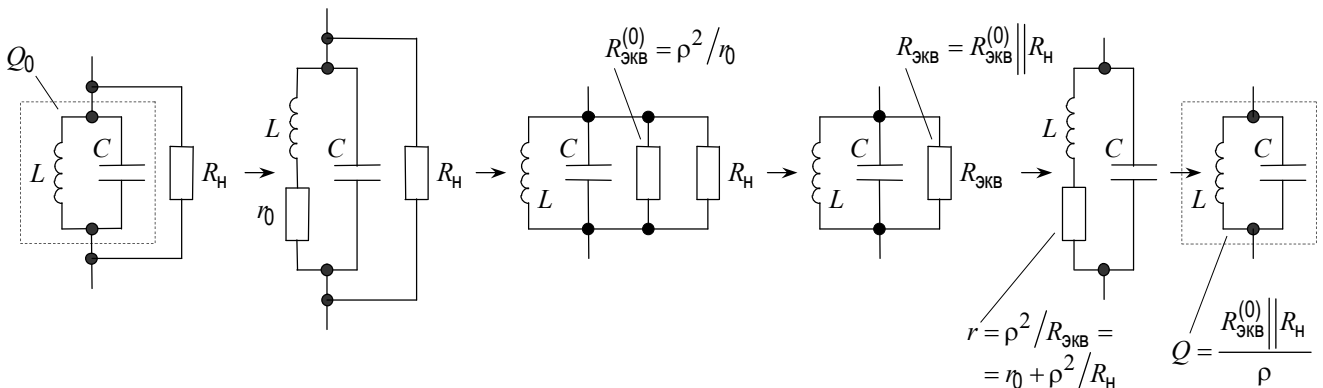
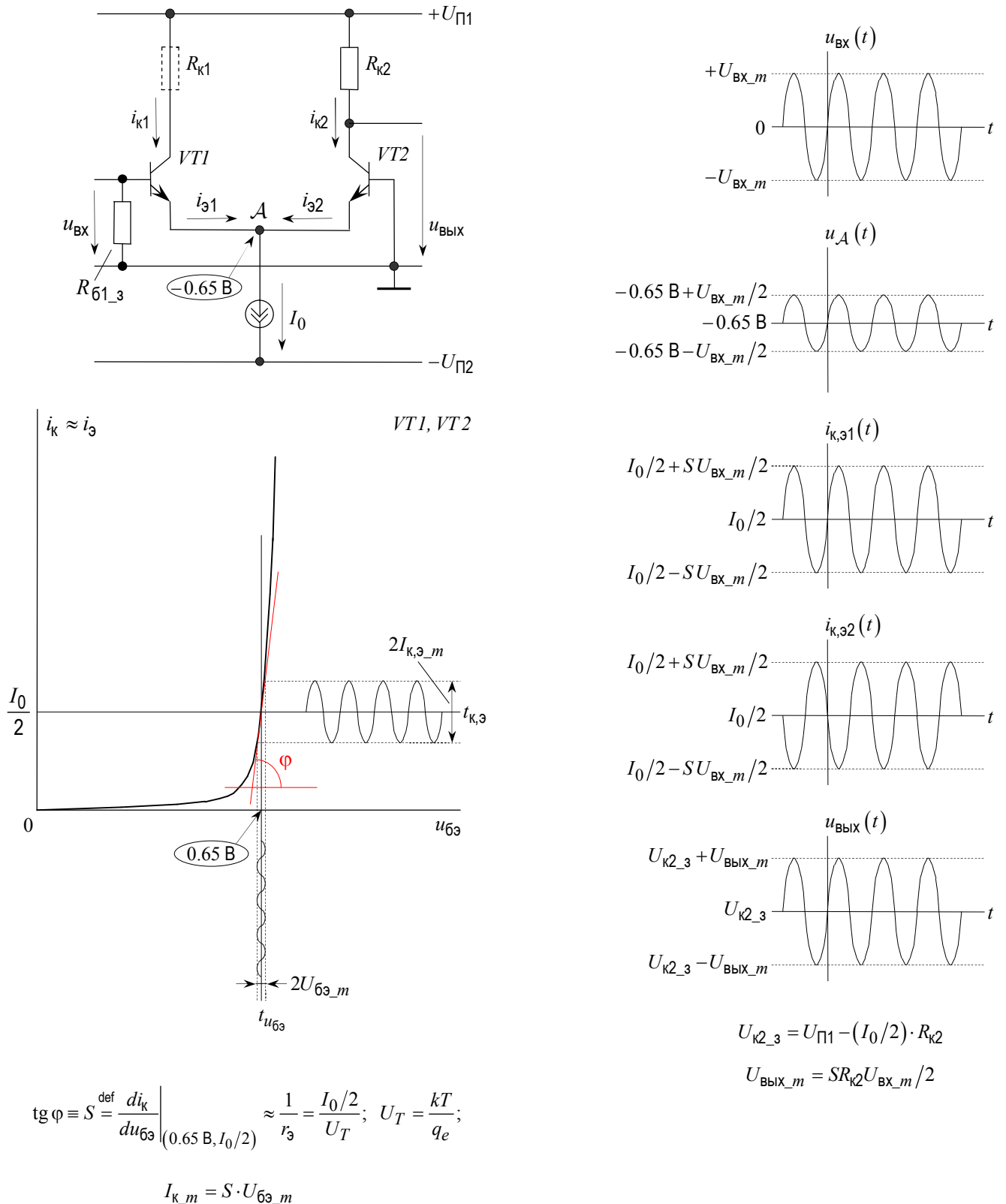
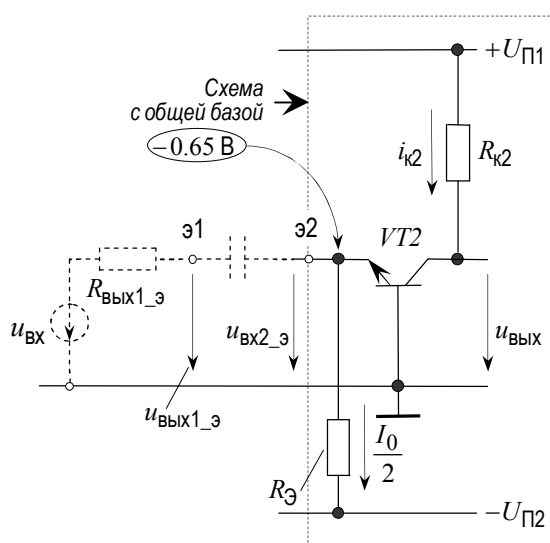
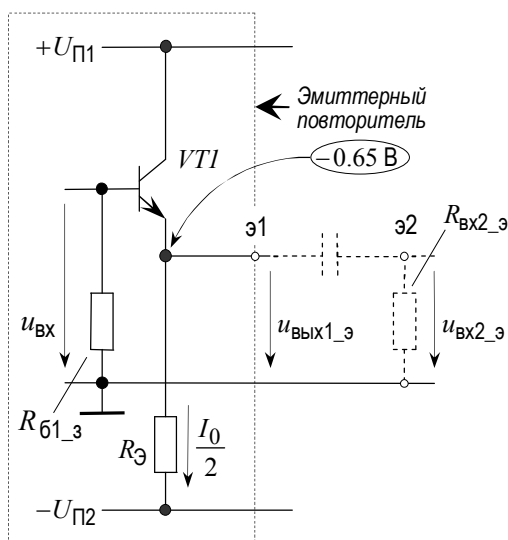
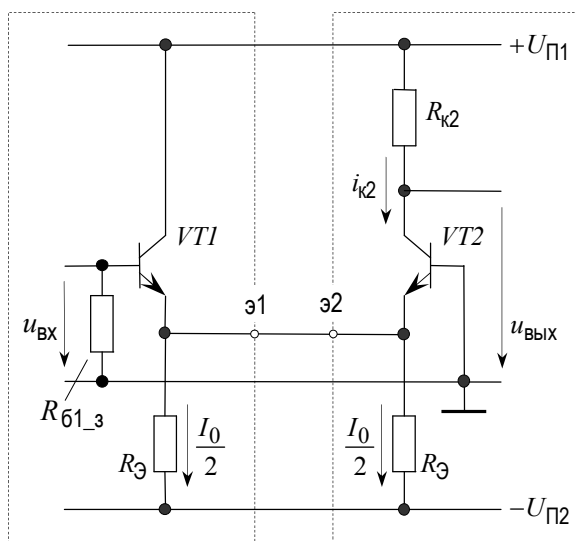


Схема и свойства дифференциального усилителя с одним входом.



Если (а) транзисторы $VT1$ и $VT2$ абсолютно одинаковы, (б) источник тока, включенный между эмиттерами и шиной питания $-U_{П2}$ обеспечивает строго постоянный ток I_0 и (в) сигнал $u_{ВХ}$ достаточно мал, чтобы можно было воспользоваться линеаризацией характеристики $i_{K,3}(u_{63})$ в окрестности рабочей точки, **то** напряжение в точке A должно в точности равняться половине $u_{ВХ}$, чтобы в любой момент времени увеличение или уменьшение тока i_{31} компенсировалось точно таким же по величине изменением тока i_{32} в противоположном направлении. В противном случае сумма токов i_{31} и i_{32} не может оставаться постоянной и равной I_0 . (Здесь речь идет о сигналах средних частот, когда инерционность процессов в транзисторах не проявляется.)

Дифференциальный усилитель как последовательно включенные эмиттерный повторитель и схема с общей базой



Иногда бывает удобно представлять схему дифференциального усилителя с одним входом в виде последовательного включения двух каскадов – эмиттерного повторителя и схемы с общей базой.

В каждом из этих каскадов режим транзистора по постоянному току задается достаточно большими по величине напряжением питания $-U_{П2}$ и сопротивлением резистора $R_э$. При малом входном сигнале $u_{вх}$ напряжение на каждом из резисторов $R_э$ изменяется незначительно и у кремниевых транзисторов остается примерно равным $U_{П2} - 0.65$ В, так что ток, текущий по резистору $R_э$, оказывается практически постоянным и равным желаемому значению тока эмиттера в рабочей точке $I_0/2$.

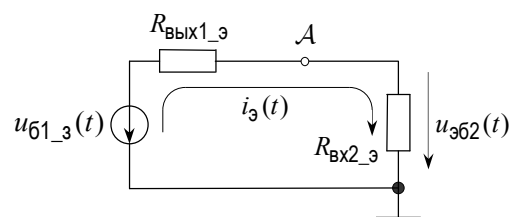
С точки зрения прохождения сигнала через эмиттерный повторитель нагрузкой последнего служит входное сопротивление схемы с общей базой $R_{вх2_э}$, равное

$$h_{116}^{(VT2)} = \frac{h_{113}^{(VT2)}}{h_{213}^{(VT2)} + 1} = r_e^{(VT2)} = \frac{U_T}{I_0/2}.$$

По теореме об эквивалентном генераторе на входе схемы с общей базой включен источник сигнала с э.д.с., равной $u_{вх}$, и внутренним сопротивлением $R_{вых1_э}$, равным выходному сопротивлению эмиттерного повторителя

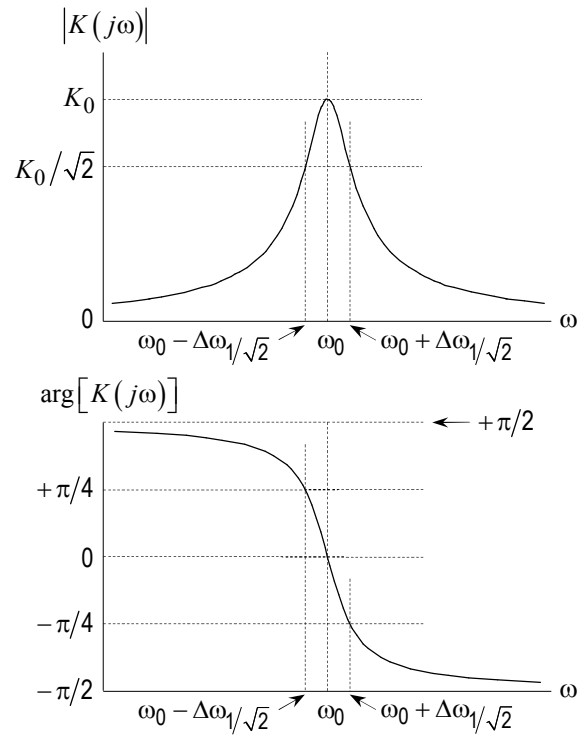
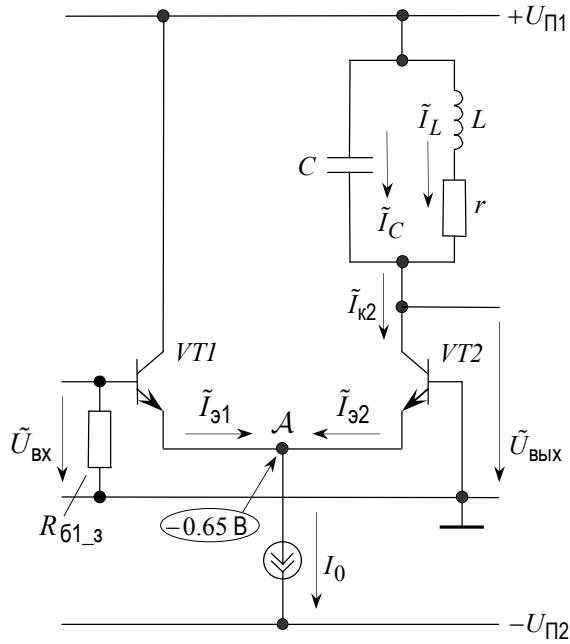
$$\frac{h_{113}^{(VT1)}}{h_{213}^{(VT1)} + 1} = r_e^{(VT1)} = \frac{U_T}{I_0/2}.$$

Таким образом, можно считать, что для эмиттерной цепи дифференциального усилителя справедлива эквивалентная схема, приведенная на следующем рисунке:



где $u_{б1_э}(t) \equiv u_{вх}(t)$ – напряжение между базой транзистора $VT1$ и землей, а ток $i_3(t)$ равен $i_{31}(t)$ и $-i_{32}(t)$.

Резонансный усилитель



$$K(j\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\tilde{U}_{\text{BbIX}}}{\tilde{U}_{\text{BX}}}$$

$$\tilde{U}_{\text{BbIX}} = -\tilde{I}_{k2} \cdot z$$

$$z = \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{1 + jQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}, \Delta\omega = \omega - \omega_0, Q = \rho/r, \rho = \sqrt{L/C}$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{\rho^2}{r} = Q \cdot \rho = \frac{1}{r} \left(\sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2 = \frac{(\omega_0 L)^2}{r} = \frac{1}{(\omega_0 C)^2 r}$$

$$\tilde{I}_{k2} = S \cdot \tilde{U}_{\text{БЗ2}} = -S \cdot \tilde{U}_{\text{ЗБ2}} = -S \cdot \tilde{U}_{\text{А}} = -S \cdot \frac{\tilde{U}_{\text{BX}}}{2}$$

$$\tilde{U}_{\text{BbIX}} = - \left(-S \cdot \frac{\tilde{U}_{\text{BX}}}{2} \right) \cdot \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{1 + jQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}$$

$$K(j\omega) = \frac{SR_{\text{ЭКВ}}/2}{1 + jQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}}$$

$$K_0 \equiv K(j\omega)|_{\omega=\omega_0} = \frac{SR_{\text{ЭКВ}}}{2}$$

$$|K(j\omega)| = \frac{K_0}{\sqrt{1 + \left(Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2}}$$

$$\arg[K(j\omega)] = -\arctg \left(Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega_{1/\sqrt{2}}}$$

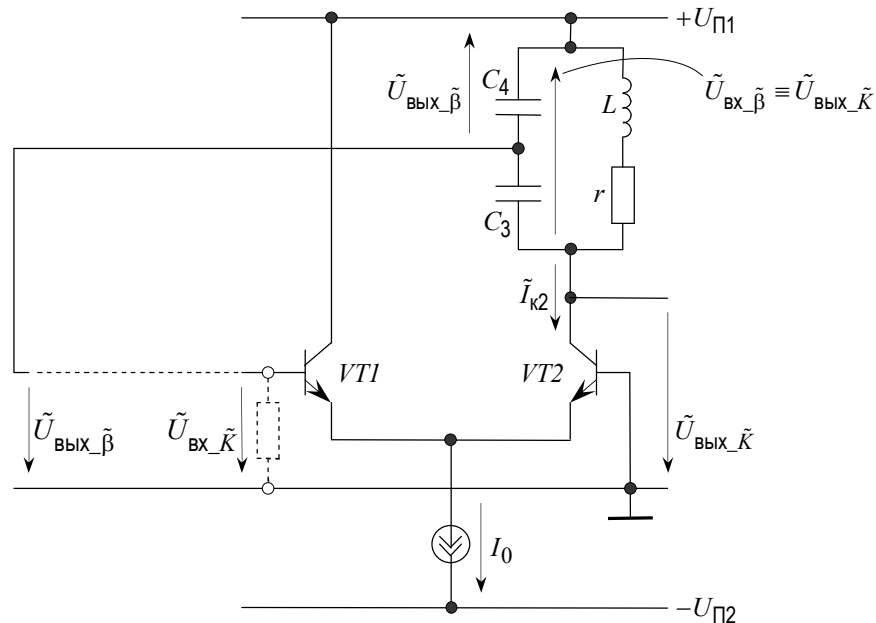
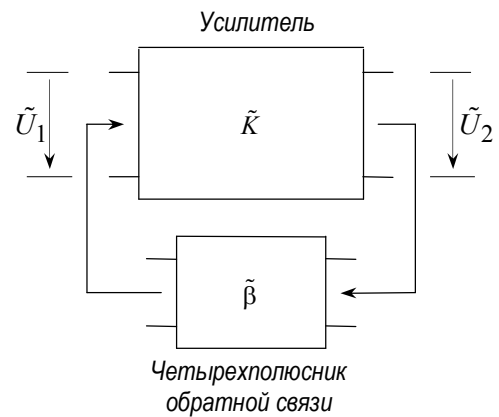
LC-генератор синусоидальных колебаний на основе дифференциального усилителя с емкостной обратной связью

Баланс фаз и баланс амплитуд в установившемся режиме

В общем случае при наличии установившихся гармонических колебаний на входе и на выходе усилителя:

$$\begin{cases} \tilde{U}_2 = \tilde{K} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_1 = \tilde{\beta} \tilde{U}_2 \end{cases} \Rightarrow \tilde{U}_1 = \tilde{K} \tilde{\beta} \tilde{U}_1 \Rightarrow \tilde{K} \tilde{\beta} = 1$$

$$\tilde{K} \tilde{\beta} = 1 \Rightarrow \begin{cases} |\tilde{K}| \cdot |\tilde{\beta}| = 1 & \text{— условие баланса амплитуд} \\ \arg \tilde{K} + \arg \tilde{\beta} = n \cdot 2\pi & \text{— условие баланса фаз} \end{cases}$$



В данной схеме последовательно включенные конденсаторы C_3 и C_4 одновременно выполняют две функции: с одной стороны, они являются частью колебательного контура, служащего нагрузкой в коллекторной цепи транзистора $VT2$, а с другой стороны, они образуют четырехполюсник обратной связи, осуществляющий — при замыкании петли обратной связи — подачу на вход усилителя части выходного напряжения $\tilde{U}_{\text{вых_}\tilde{K}}$. Параллельно конденсатору C_4 включено входное сопротивление усилителя, но при достаточно большом значении емкости C_4 этим можно пренебречь, и тогда коэффициент передачи четырехполюсника обратной связи оказывается равным

$$\tilde{\beta} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\tilde{U}_{\text{вых_}\tilde{\beta}}}{\tilde{U}_{\text{вх_}\tilde{\beta}}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_4}}{\frac{1}{j\omega C_3} + \frac{1}{j\omega C_4}} = \frac{C_3}{C_3 + C_4}.$$

Поскольку $\tilde{\beta}$ является действительным числом, сдвиг по фазе между $\tilde{U}_{\text{вых_}\tilde{\beta}}$ и $\tilde{U}_{\text{вх_}\tilde{\beta}}$ равен нулю на всех частотах. На резонансной частоте контура, равной $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, где $C = C_3 C_4 / (C_3 + C_4)$, нагрузка в коллекторной цепи транзистора $VT2$ представляет собой чисто омическое сопротивление $R_{\text{эКВ}} = \rho^2 / r = (\sqrt{L/C})^2 / r$ и поэтому сдвиг по фазе между $\tilde{U}_{\text{вых_}\tilde{K}}$ и $\tilde{U}_{\text{вх_}\tilde{K}}$ на этой частоте тоже равен нулю; следовательно, на этой частоте условие баланса фаз выполняется. На частоте, отличной от ω_0 , из-за комплексного характера сопротивления колебательного контура $\arg[K(j\omega)] \neq 0$, баланс фаз нарушен и в установившемся режиме колебания существовать не могут.

Условие самовозбуждения

$$\begin{aligned}
 i_C + i_L = i_{k2} &\Rightarrow i_L = i_{k2} - i_C \\
 i_{k2} = -S \cdot \frac{1}{2} u_{б1_3} &\Rightarrow i_{k2} = -\frac{1}{2} S p u_{ВЫХ} \\
 \frac{1}{C} \int i_C dt = -u_{ВЫХ} &\Rightarrow i_C = -C \frac{du_{ВЫХ}}{dt} \\
 u_{б1_3} = p \cdot u_{ВЫХ} \\
 -L \frac{di_L}{dt} - i_L r = u_{ВЫХ} \\
 -L \frac{d(i_{k2} - i_C)}{dt} - r(i_{k2} - i_C) = u_{ВЫХ} \\
 -L \frac{d}{dt} \left(-\frac{1}{2} S p u_{ВЫХ} + C \frac{du_{ВЫХ}}{dt} \right) - r \left(-\frac{1}{2} S p u_{ВЫХ} + C \frac{du_{ВЫХ}}{dt} \right) = u_{ВЫХ} \\
 -LC \frac{d^2 u_{ВЫХ}}{dt^2} - \left(rC - \frac{1}{2} L S p \right) \frac{du_{ВЫХ}}{dt} - \left(1 - \frac{1}{2} S r p \right) u_{ВЫХ} = 0 \\
 \frac{d^2 u_{ВЫХ}}{dt^2} + \frac{r}{L} \left(1 - \frac{1}{2} S \frac{1}{r} \left(\sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2 \cdot p \right) \frac{du_{ВЫХ}}{dt} + \left(1 - \frac{1}{2} S r p \right) \frac{1}{LC} u_{ВЫХ} = 0 \\
 \frac{1}{r} \left(\sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2 = R_{ЭКВ}; \quad \frac{1}{2} S R_{ЭКВ} = K_0; \quad \frac{r}{L} (1 - K_0 \cdot p) = 2\alpha \\
 \left(1 - \frac{1}{2} S r p \right) \frac{1}{LC} = \omega_0^2
 \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\alpha \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$$

$$y = A_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega^* t + \varphi_0), \quad A_0, \varphi_0 - \text{из начальных условий}$$

$$\omega^* = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$\text{Условие самовозбуждения: } \boxed{\alpha < 0}$$

Числовой пример для схемы на рис. 19 в описании лабораторной работы № 05 (в отсутствие кварца):

$$L = 50 \text{ мкГн}$$

$$C = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} = 500 \text{ пФ}$$

$$Q = 50$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{10} \cdot 10^2 = 300 \text{ Ом}$$

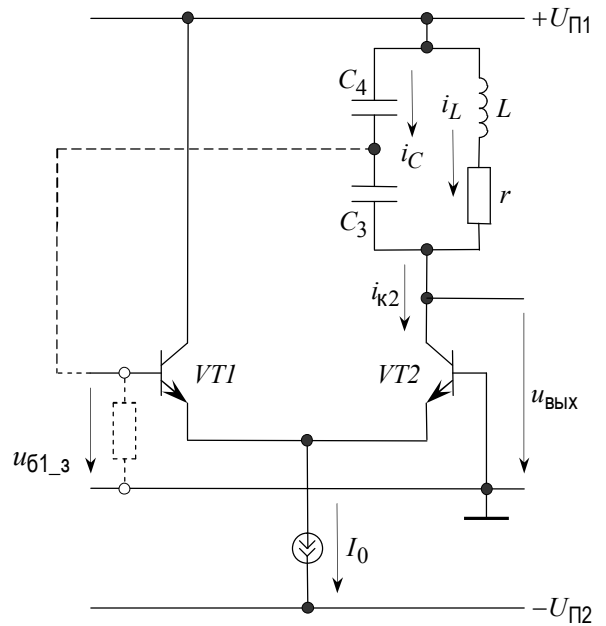
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{10^7}{6.28 \cdot \sqrt{2.5}} = 10^6 \text{ Гц}$$

$$r = \frac{\rho}{Q} = 6 \text{ Ом}$$

$$R_{ЭКВ} = \rho \cdot Q = 15 \text{ кОм}$$

$$\frac{1}{2} S R_{ЭКВ} = \frac{1}{2} \cdot 25 \frac{\text{мА}}{\text{В}} \cdot 15 \text{ кОм} = \frac{375}{2} \approx 200$$

$$\frac{1}{2} S r p = \frac{1}{2} \cdot 0.025 \frac{\text{А}}{\text{В}} \cdot 6 \frac{\text{В}}{\text{А}} \cdot \frac{1}{7} = \frac{0.15}{14} \approx 0.01$$



$$I_0 = \frac{12 \text{ В} - 0.65 \text{ В}}{9.1 \text{ кОм}} = 1.2 \text{ мА}$$

$$S = \frac{I_0/2}{U_T} = \frac{0.6 \text{ мА}}{2.5 \cdot 10^{-2} \text{ В}} = 25 \frac{\text{мА}}{\text{В}}$$

$$U_T = \frac{kT}{q_e}, \quad k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \quad (\text{К} - \text{Кельвин})$$

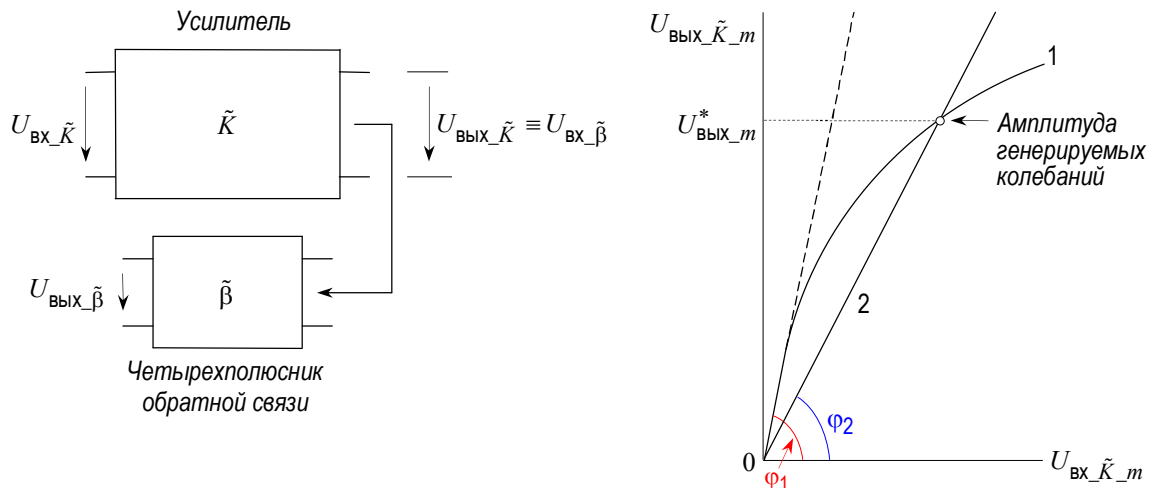
$$[\text{Дж}] = [\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}]$$

$$q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \quad (\text{Кл} - \text{Кулон}; 1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \times 1 \text{ с})$$

$$p = \frac{\frac{1}{j\omega C_4}}{\frac{1}{j\omega C_3} + \frac{1}{j\omega C_4}} = \frac{C_3}{C_3 + C_4} = \frac{j\omega C_4}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{C}{C_4} \approx \frac{1}{7}$$

Амплитуда генерируемых колебаний

(1)



Часто амплитуду генерируемых колебаний $U_{\text{ВЫХ}_m}^*$ определяют по точке пересечения колебательной характеристики усилителя $U_{\text{ВЫХ}_K_m} = f(U_{\text{ВХ}_K_m})$ (кривая 1 на рисунке сверху справа) и линии обратной связи $U_{\text{ВЫХ}_\beta_m} = f(U_{\text{ВХ}_\beta_m})$ (линия 2 на том же рисунке), где $U_{\text{ВХ}_\beta_m} \equiv U_{\text{ВЫХ}_K_m}$, а $U_{\text{ВЫХ}_\beta_m} \equiv U_{\text{ВХ}_K_m}$ при замыкании петли обратной связи. Обе зависимости на указанном графике должны быть построены – умозрительно или в результате измерений – на частоте генерируемых колебаний ω_0 , $\text{tg } \varphi_1$ – это коэффициент усиления резонансного усилителя в линейном режиме, равный K_0 , а $\text{tg } \varphi_2 = 1/|\tilde{\beta}|$.

При выполнении таких построений считается, что сигнал на выходе усилителя $u_{\text{ВЫХ}}(t)$ остается синусоидальным по форме даже при таких значениях амплитуды входного сигнала $U_{\text{ВХ}_K_m}$, когда зависимость $U_{\text{ВЫХ}_K_m} = f(U_{\text{ВХ}_K_m})$ перестает быть линейной, а коэффициент передачи четырехполюсника обратной связи является действительной постоянной β (по крайней мере на частоте ω_0).

На рисунке изображен случай, когда $K_0 = \text{tg } \varphi_1$ больше, чем $\frac{1}{\beta} = \text{tg } \varphi_2$, то есть выполнено условие самовозбуждения.

Мягкий и жесткий режимы самовозбуждения (генерации)

(2)

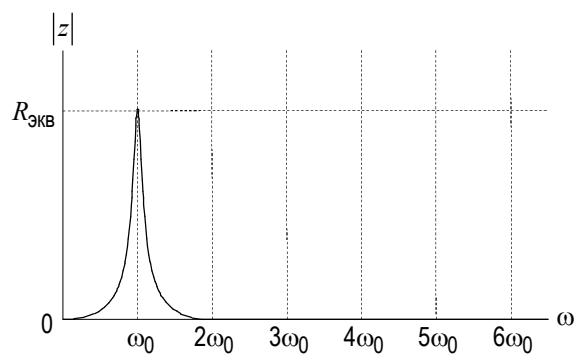
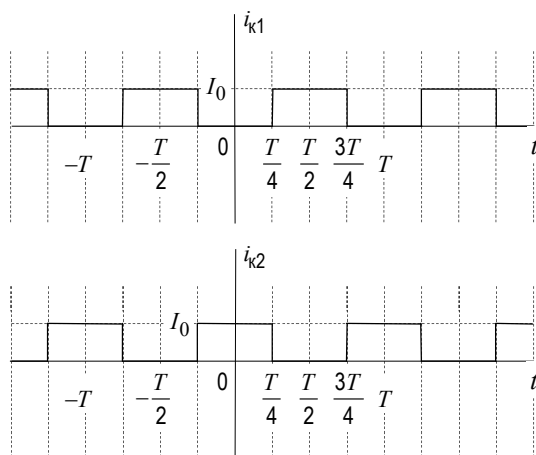
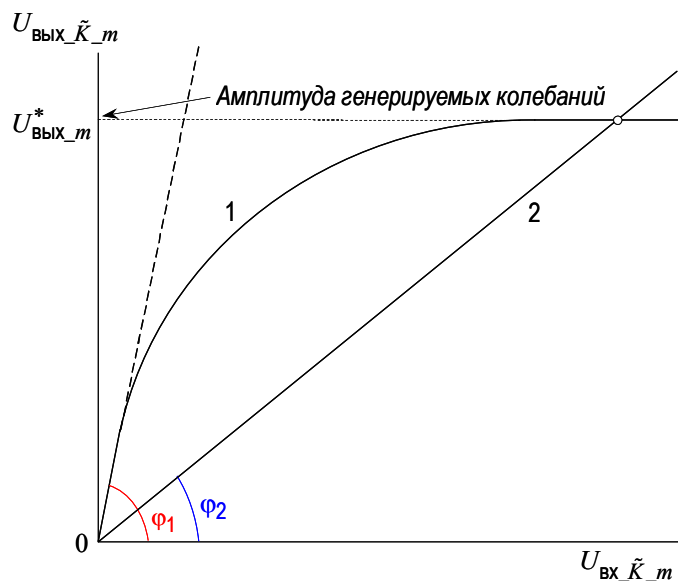
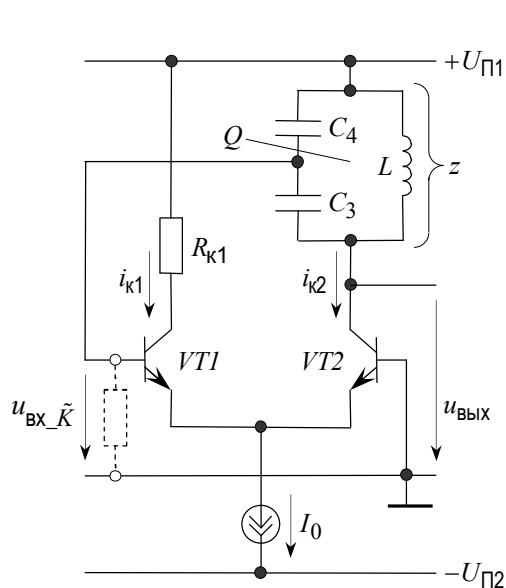
Если у LC-генератора на основе дифференциального усилителя сигнал $u_{\text{ВХ}_K}$ на входе усилителя в *установившемся режиме* достаточно велик, скажем, заметно больше, чем $2U_T$, $U_T = kT/q_e$, то транзисторы VT1 и VT2 работают в так называемом режиме переключений, когда в течение одного полупериода транзистор VT2 заперт и весь ток I_0 течет по открытому транзистору VT1, а в другой полупериод транзистор VT1 заперт и весь ток I_0 течет по транзистору VT2.

В этом случае зависимость коллекторных токов транзисторов от времени в *установившемся режиме* становится прямоугольным колебанием с периодом $T = 2\pi/\omega_0$ и с размахом от 0 до I_0 ; в частности, для тока $i_{k2}(t)$, питающего колебательный контур в коллекторной цепи транзистора VT2 справедливо следующее представление в виде ряда Фурье:

$$i_{k2}(t) = \left[0.5 + \frac{2}{\pi} \cdot \left(\cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \frac{1}{7} \cos 7\omega_0 t + \dots \right) \right] \cdot I_0$$

Только на частоте $\omega_0 = 2\pi/T$ первой гармоники тока $i_{k2}(t)$ сопротивление нагрузки в цепи коллектора транзистора отлично от нуля (оно равно $R_{\text{ЗКВ}} = Q \cdot \rho = (\sqrt{L/C})^2 / r$) и при $Q \gg 1$ практически равно нулю на частотах всех других гармоник. Поэтому амплитуда сигнала на выходе генератора в *установившемся режиме* имеет свое предельное значение $U_{m_{\text{out_макс}}}$ и равна

$$U_{\text{ВЫХ}_m}^* = (2/\pi) \cdot I_0 \cdot R_{\text{ЗКВ}}.$$



Вспомогательный резистор $R_{к1}$ не играет никакой роль в выполнении генератором своей основной функции – порождении синусоидальных колебаний частоты ω_0 . Он полезен только для того, чтобы, наблюдая сигнал на коллекторе транзистора $VT1$, получить наглядное представление о форме коллекторных токов транзисторов в *установившемся режиме*.

Измерение времени в физическом эксперименте

Точность измерения времени определяется стабильностью частоты периодического процесса, который служит часами.

О стабильности частоты источника такого сигнала можно судить, проведя, например, серию из N испытаний, в каждом из которых подсчитывается число периодов наблюдаемого сигнала в пределах точно известного интервала времени, скажем, в

пределах 1 секунды¹. Если f_i результат i -го испытания, $\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i$ – среднее значение частоты, найденное в этом

эксперименте, а $\Delta f = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - \bar{f})^2}$ – среднеквадратическое отклонение частоты в одиночном измерении от среднего

значения, то $\frac{\Delta f}{\bar{f}}$ – относительная нестабильность частоты в описываемом эксперименте.

	Относительная нестабильность частоты ² $\Delta f / \bar{f}$
Простейший генератор гармонических колебаний, собранный в лабораторных условиях из часто встречающихся в повседневной практике компонентов, без принятия каких-либо специальных мер по стабилизации частоты.	10^{-3}
Собранный в лабораторных условиях генератор с кварцевой стабилизацией частоты.	10^{-6}
Генератор с кварцевой стабилизацией частоты, у которого кварц помещен в термостат или приняты те или иные схемотехнические меры для компенсации температурных уходов параметров кварца.	10^{-9}
Мобильный цезиевый стандарт частоты на спутниках GPS.	10^{-13}
Национальные центры стандартов времени и частоты ³ .	$10^{-16} - 10^{-17}$

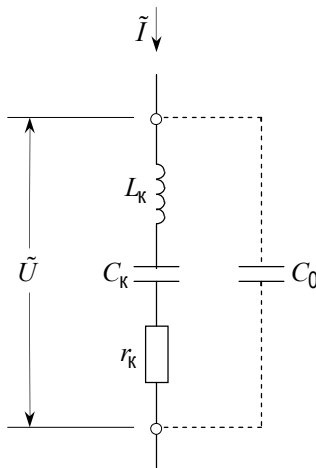
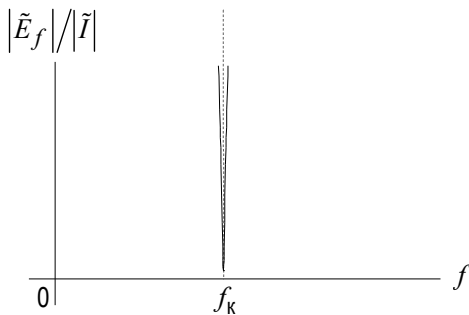
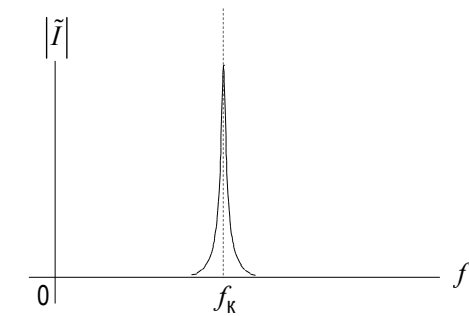
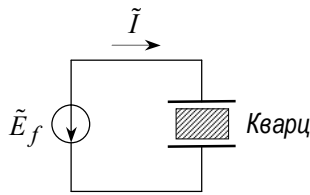
Данная лабораторная работа позволяет студенту непосредственно убедиться в том, что одно и то же дестабилизирующее действие (изменение напряжения питания или резонансной частоты LC-контура) в схеме с кварцем вызывает изменение частоты генерируемых колебаний в 10^3 раз меньше, чем в схеме без кварца.

¹ Время, равное 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия 133, находящегося в покое при температуре 0 К. (13-я Генеральная конференция по мерам и весам, 1967, с поправкой Международного комитета мер и весов 1997 года.)

² Здесь речь идет о так называемой кратковременной нестабильности частоты. Бывает еще долговременная нестабильность частоты, например, из-за эффектов типа старения.

³ В Российской Федерации функции Главного метрологического центра Государственной службы времени и частоты осуществляет Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений (ВНИИФТРИ) в поселке городского типа Менделеево Солнечногорского района Московской области.

Минимальные сведения о кварце



Если на пластины, между которыми помещен кварц, подать переменное напряжение \tilde{E}_f частоты f , то по подводящим проводам потечет ток \tilde{I} , который по мере приближения к определенной частоте f_k будет становиться все большей величины. У зависимости амплитуды тока \tilde{I} от частоты f наблюдается острый резонанс.

Это означает, что на определенных частотах кристаллическая решетка кварца начинает совершать механические колебания большой амплитуды. Таких частот на самом деле много, просто здесь речь пойдет об одной из них. Вследствие пьезоэлектрического эффекта, который в данном случае называется обратным, достаточно, в принципе, совсем слабого воздействия на такой частоте, чтобы раскачать кристаллическую решетку до больших колебаний. При этом мощность, потребляемая от источника электрического воздействия, которая переходит в энергию этих механических колебаний, оказывается довольно большой.

С электрической точки зрения на частоте резонанса кварц оказывает внешнему источнику колебаний очень малое сопротивление.

Точно так же ведет себя последовательный колебательный LC-контур, который, таким образом, может служить хорошей моделью поведения кварца в зависимости от частоты при подходящем выборе значений параметров такой модели.

Производители кварцев, предназначенных для применения в электронике, всегда сопровождают свою продукцию технической документацией (*data sheets*), которая содержит параметры такой модели L_k , C_k и r_k для каждого типа изделий такого рода.

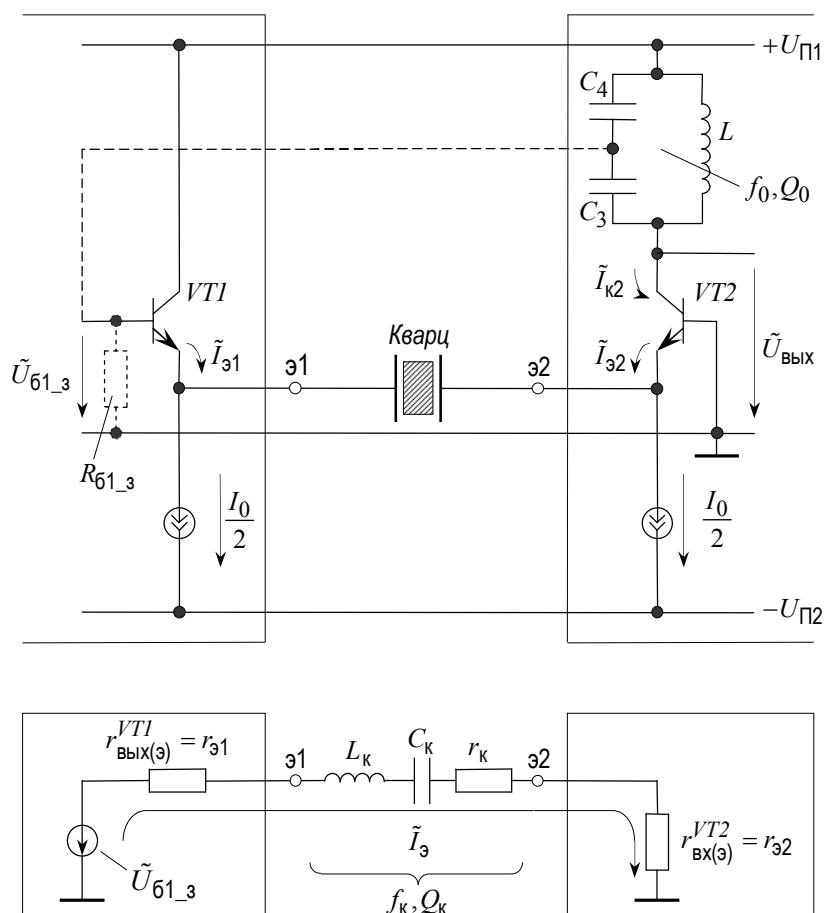
$f_k = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_k C_k}}$ – частота последовательного резонанса кварца,

$Q_k = \frac{1}{r_k} \sqrt{\frac{L_k}{C_k}}$ – собственная добротность кварца.

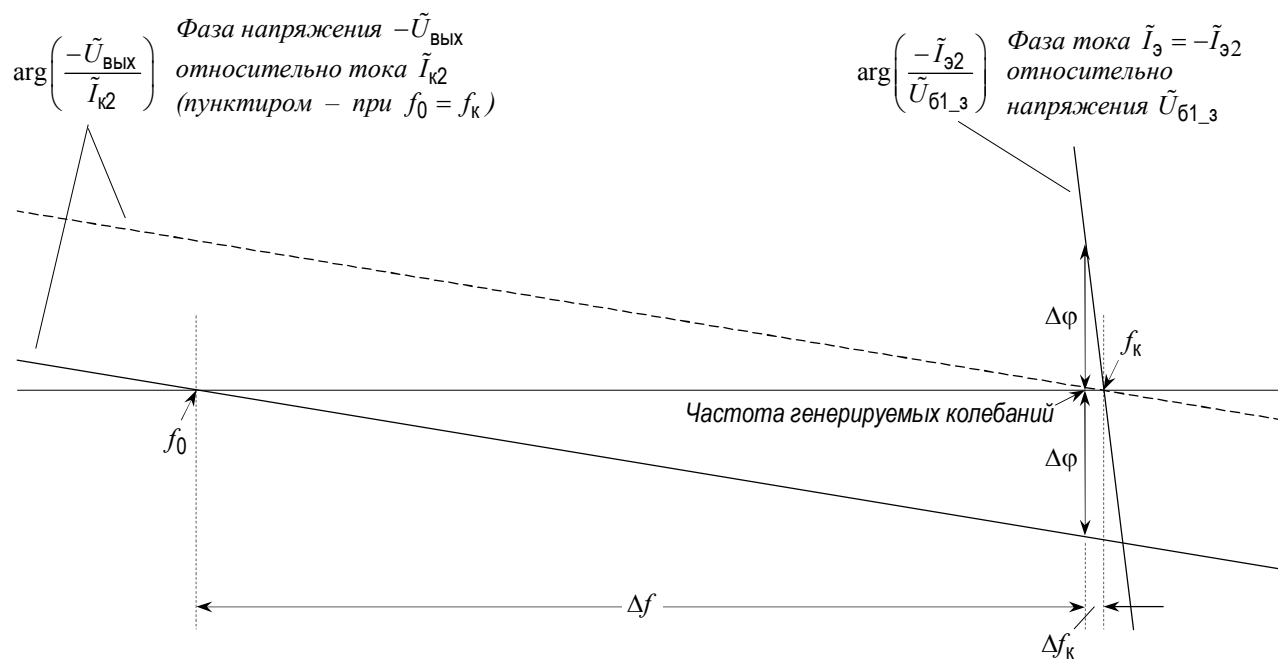
C_0 – емкость конденсатора, образуемого электродами, посредством которых происходит включение кварца в электрическую цепь. Обычно $C_0 \gg C_k$ и в случае, если имеется в виду использовать только последовательный резонанс в кварце, наличие емкости C_0 можно не учитывать.

Принцип стабилизации частоты LC-генератора на основе дифференциального усилителя с помощью кварца

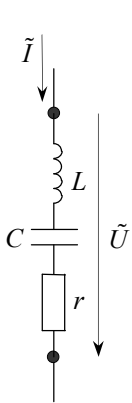
Схема с кварцем и эквивалентная схема эмиттерной цепи:



Баланс фаз в схеме с кварцем ($\tilde{I}_{к2} \approx \tilde{I}_{э2}$):

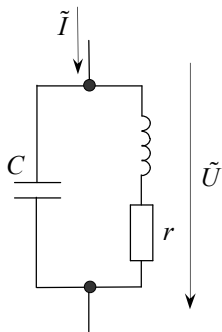


Соотношение между добротностью контура в коллекторной цепи второго транзистора и добротностью кварца, следующее из условия баланса фаз:



Последовательный LC-контур
(в эмиттерной цепи)

$$\begin{aligned} z_s(def) &= \frac{\tilde{U}}{\tilde{I}} = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \\ &= r + j\sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx \\ &\approx r \cdot \left(1 + jQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right) \\ \arg z_s &= \arctg \left(Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right) \approx Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \\ \left. \frac{d(\arg z_s)}{d\Delta\omega} \right|_{\omega_0} &= \frac{2Q}{\omega_0} \end{aligned}$$



Параллельный LC-контур
(в коллекторной цепи транзистора VT2)

$$\begin{aligned} z_p(def) &= \frac{\tilde{U}}{\tilde{I}} = \frac{(r + j\omega L) \cdot \frac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \approx \\ &\approx \frac{\frac{1}{r} \left(\sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2}{1 + j\frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \approx \\ &\approx \frac{R_{ЭКВ}}{1 + jQ \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}} \\ \arg z_p &= \arctg \left(-Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \right) \approx -Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \\ \left. \frac{d(\arg z_p)}{d\Delta\omega} \right|_{\omega_0} &= -\frac{2Q}{\omega_0} \end{aligned}$$

Пусть $Q_{эц}$ – добротность последовательного контура в эмиттерной цепи, $Q_{эц} = \rho_k / (r_k + r_{э1} + r_{э2})$,

Q_k – добротность кварца, $Q_k = \rho_k / r_k$, $\rho_k = \sqrt{L_k / C_k}$ и

$\varphi_{эц} = \arg \left(\frac{-\tilde{I}_{э2}}{\tilde{U}_{б1-3}} \right)$ – сдвиг по фазе тока $\tilde{I} = -\tilde{I}_{э2}$

в эмиттерной цепи относительно напряжения $\tilde{U}_{б1-3}$, тогда

$$\Delta\varphi = \left| \frac{d\varphi_{эц}}{df} \right|_{f_k} \cdot \Delta f_k.$$

С другой стороны, если Q – добротность параллельного LC-контура, являющегося нагрузкой в коллекторной цепи

транзистора VT2, и $\varphi_{к2} = \arg \left(\frac{-\tilde{U}_{вых}}{\tilde{I}_{к2}} \right)$ – сдвиг по фазе

напряжения $-\tilde{U}_{вых}$ относительно тока $\tilde{I}_{к2} \approx \tilde{I}_{э2}$, то

$$\Delta\varphi = \left| \frac{d\varphi_{к2}}{df} \right|_{f_0} \cdot \Delta f.$$

Следовательно,

$$\frac{\left| \frac{d\varphi_{эц}}{df} \right|_{f_k}}{\left| \frac{d\varphi_{к2}}{df} \right|_{f_0}} = \Delta f / \Delta f_k.$$

Но

$$\left| \frac{d\varphi_{эц}}{df} \right|_{f_k} = \frac{2Q_{эц}}{2\pi f_k}, \text{ а } \left| \frac{d\varphi_{к2}}{df} \right|_{f_0} = \frac{2Q}{2\pi f_0},$$

поэтому – в той мере, в какой справедливо неравенство $|f_k - f_0| \ll f_k \approx f_0$ и $\Delta f \approx f_k - f_0$, –

$$Q_{эц} \approx \frac{\Delta f}{\Delta f_k} \cdot Q.$$

Подставляя $r_k = \rho_k / Q_k$ в формулу для $Q_{эц}$, получим

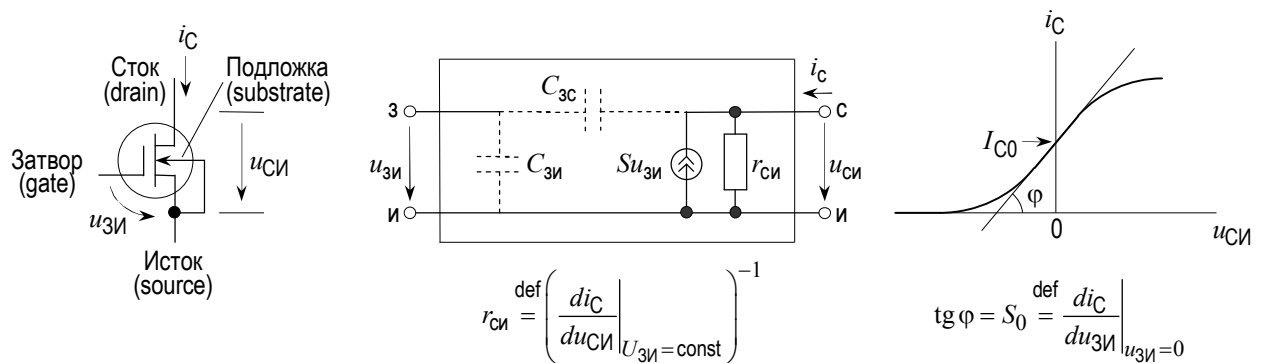
$Q_{эц} = \rho_k / (\rho_k / Q_k + r_{э1} + r_{э2})$, откуда

$$Q_k = \frac{\rho_k}{\rho_k / Q_{эц} - (r_{э1} + r_{э2})}$$

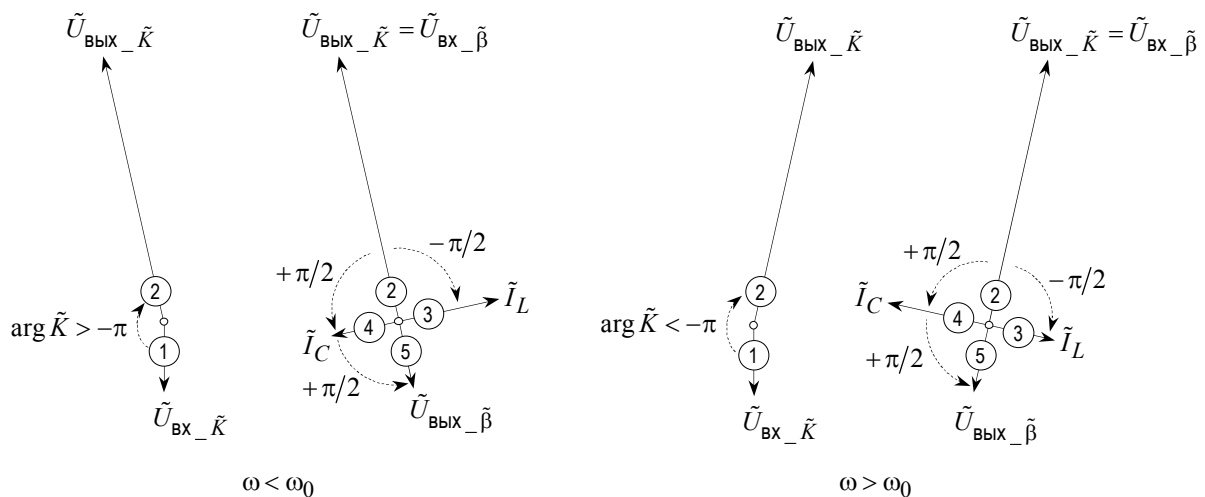
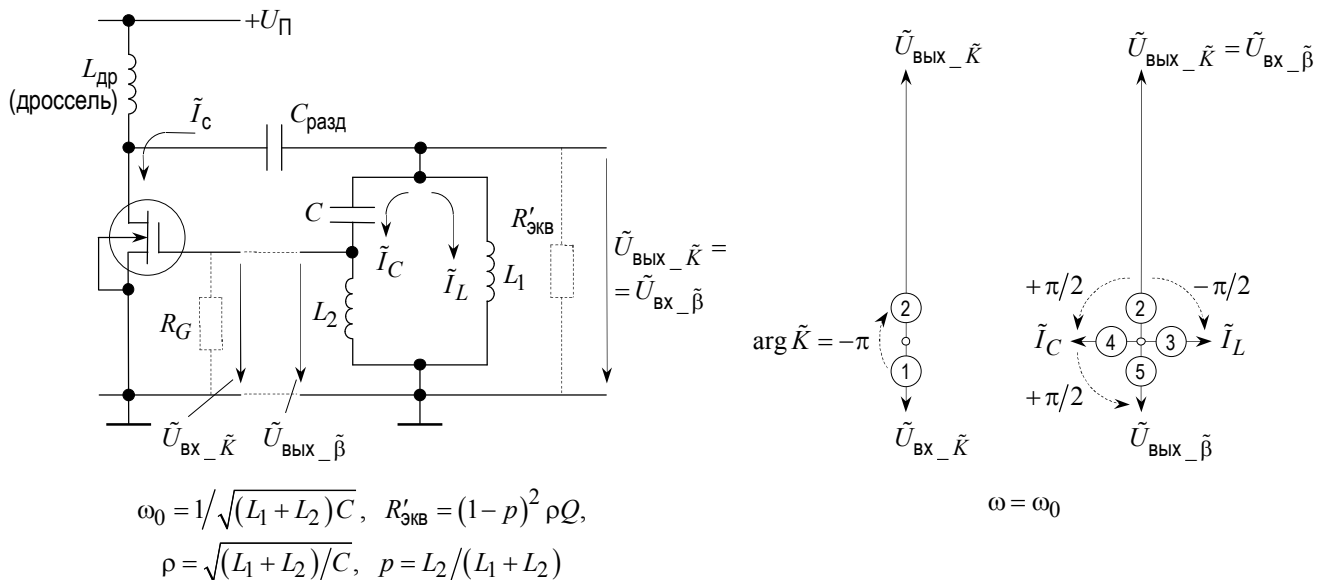
и $r_k = \rho_k / Q_k$.

Трёхточечные схемы LC-генераторов

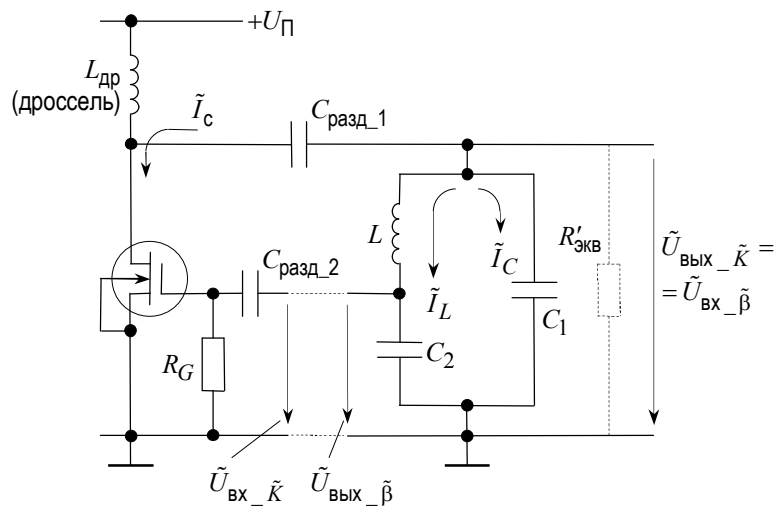
- (1) Графическое обозначение, эквивалентная схема для малых сигналов и проходная характеристика полевого транзистора с изолированным затвором со встроенным каналом n -типа



- (2) Индуктивная трёхточка: $\tilde{K}|_{\omega=\omega_0} = S_0 R'_{\text{экв}}$, $\tilde{\beta} = L_2/L_1$; L_1, L_2 и C – идеальные; $r_{\text{си}}$, если это необходимо, может быть учтено в $R'_{\text{экв}}$ (паразитные емкости полевого транзистора $C_{\text{зи}}$ и $C_{\text{зс}}$ в данном случае не приняты во внимание)



(3) Емкостная трёхточка



$$\omega_0 = 1 / \sqrt{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$R'_{\text{экв}} = (1 - p)^2 \rho Q$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C_1 C_2 / (C_1 + C_2)}}$$

$$p = C_1 / (C_1 + C_2)$$

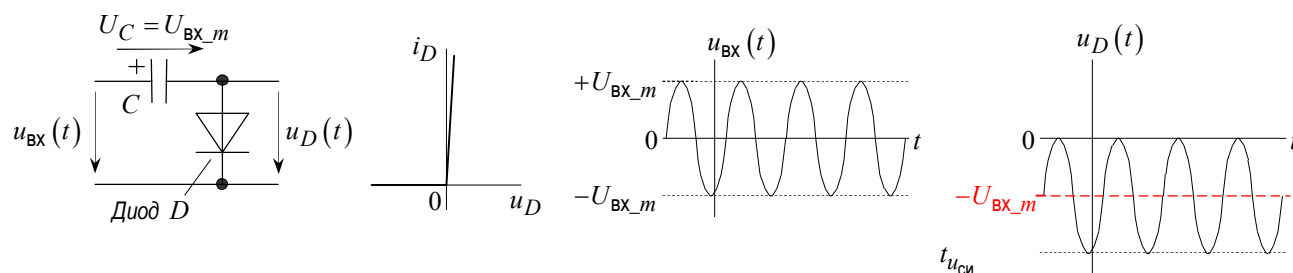
$$\beta = C_1 / C_2$$

- (4) Индуктивная трёхточка – схема (генератор) Хартли.
 Емкостная трёхточка – схема (генератор) Колпитца.
 Схема с трансформаторной обратной связью – генератор Мейс(с)нера (Майснера).

(5) Особенности LC-генераторов на биполярных транзисторах:

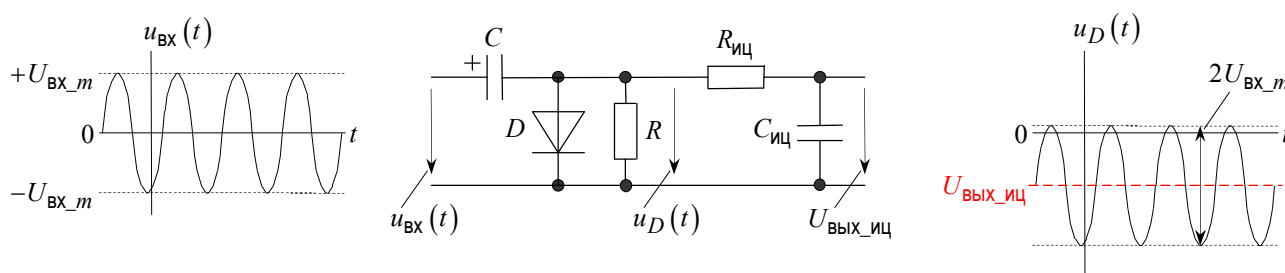
- входное сопротивление усилителя – при замкнутой петле обратной связи – вносит потери в колебательный LC-контур и их необходимо учитывать при оценке коэффициента усиления усилителя на резонансной частоте;
- в цепях с $p-n$ -переходами (база–эмиттер или эмиттер–база) может происходить автоматическое смещение, из-за которого – при неудачном выборе емкостей конденсаторов – может возникать нежелательная прерывистая генерация.

**Формирование постоянного отрицательного напряжения,
равного текущему значению амплитуды переменного сигнала**



Если в схеме, состоящей из конденсатора C и диода D с указанной вольтамперной характеристикой, сопротивление диода в прямом направлении мало, а сопротивление в обратном направлении равно бесконечности, то за короткое время после того, как на вход схемы начнет поступать периодический сигнал $u_{BX}(t)$, конденсатор зарядится до напряжения, равного амплитуде U_{BX_m} входного сигнала за счет электронов, составлявших ток диода в те отрезки времени, когда он был открыт, и поступивших на правую обкладку конденсатора, тогда как стекать этим электронам в рассматриваемой схеме некуда.

В предположении, что сигнал $u_{BX}(t)$ продолжает поступать на вход схемы неограниченно долго, напряжение $u_D(t)$ на диоде оказывается сдвинутым относительно нуля вниз на амплитуду входного сигнала; при этом у сигнала $u_D(t)$ возникает постоянная составляющая, равная $-U_{BX_m}$.



Когда параллельно диоду включен резистор с большим сопротивлением R , таким, что R значительно превосходит сопротивление открытого диода, и постоянная времени RC много больше периода сигнала $u_{BX}(t)$, напряжение $u_D(t)$ сдвинуто вниз по отношению к нулю на величину чуть меньшую, чем U_{BX_m} . В пределах каждого периода входного сигнала диод на небольшое время приоткрывается и конденсатор C подзарядается ровно настолько, насколько он успевает разрядиться через резистор R за остальную часть периода.

Чем больше отношение R к сопротивлению диода в прямом направлении, тем ближе отрицательное по знаку среднее значение сигнала $u_D(t)$ к амплитуде входного сигнала U_{BX_m} .

К выходу схемы с диодом D , конденсатором C и резистором R подключается интегрирующая цепь с граничной частотой $1/(R_{ИЦ}C_{ИЦ})$ много меньшей, чем частота генерируемого сигнала на выходе ОУ, однако постоянная времени интегрирующей цепи $R_{ИЦ}C_{ИЦ}$ все же выбирается такой, чтобы напряжение на ее выходе $U_{ВЫХ_ИЦ}$ поспевало за изменением амплитуды U_{BX_m} сигнала на входе $u_{BX}(t)$. При выполнении указанных условий и при подаче на вход схемы с диодом D , конденсатором C и резистором R сигнала $u_{BX}(t)$ будет приближенно (с точностью до знака) следовать за амплитудой U_{BX_m} сигнала $u_{BX}(t)$.

Схема с диодом D , конденсатором C , резистором R и интегрирующей цепью носит название параллельного диодного детектора и применяется для выделения огибающей амплитудно-модулированного сигнала.

	Индуктивные трёхточки (w_1, w_2 – число витков между отводом и концами катушки индуктивности)	Емкостные трёхточки
Транзистор включен по схеме с общим эмиттером		
Транзистор включен по схеме с общей базой		
Транзистор включен по схеме с общим коллектором		