

Московский Физико-Технический Институт
(государственный университет)

Измерение магнитного поля Земли

Сибгатуллин Булат, ФРКТ

Работа 3.1.3

Цель работы:

определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются:

неодимовые магниты, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала, деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики и неодимовые магниты в форме параллелепипедов, набор гирь и разновесов.

Теория

Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \vec{P}_m тонкого витка площадью S с током I равен

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n}, \quad (1)$$

где $\vec{S} = S \vec{n}$ – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3} \quad (2)$$

В магнитном поле с индукцией B на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}. \quad (3)$$

Под действием вращающего момента \vec{M} виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда \vec{P}_m и \vec{B} параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ($M = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B}) \quad (4)$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m \vec{\nabla}) \vec{B} \quad (5)$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты $P_1 = P_2 = P_m$ двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4}. \quad (6)$$

Неодимовые магнитные шары

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

1) шары намагничены однородно;

2) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Полный магнитный момент \vec{P}_m постоянного магнита определяется намагниченностью \vec{p}_m вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность – это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V}. \quad (7)$$

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции $B_r = 4\pi p_m$. Индукция магнитного поля \vec{B}_p на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами

$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r. \quad (8)$$

Описание работы

Определение величины магнитного момента магнитных шариков

Метод А Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max} , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$

Метод Б Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром d с магнитными моментами P_m равна:

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4} \quad (9)$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен: $F \approx 1.08F_0$. Тогда

$$P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}$$

Определение величины магнитного поля Земли

Горизонтальная составляющая Магнитная «стрелка» образована из n сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0, \quad (10)$$

где P_0 – магнитный момент стрелки, B_h – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, $I_n \approx \frac{1}{12} n^3 m d^3$, тогда

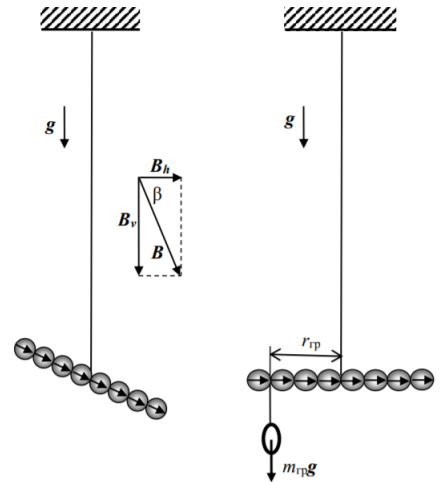
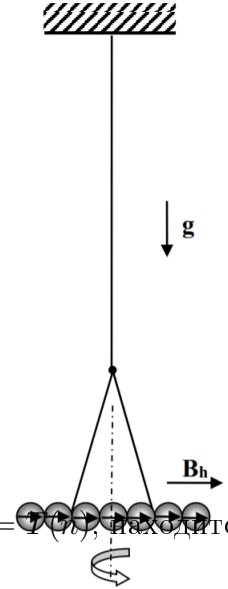
период колебаний $T = kn$, где $k = \pi \sqrt{\frac{m d^2}{3 P_m B_h}}$. Измеряя зависимость $T = T(n)$, находится B_h :

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m}$$

Вертикальная составляющая Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор \vec{B} индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол β , зависящим от географической широты φ места, где проводится опыт. Величина угла β называется магнитным наклоном.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент M силы тяжести уравновешивающего груза пропорционален числу n шариков, образующих магнитную «стрелку» $M(n) = An$, $A = P_m B_v$, то есть

$$B_v = \frac{A}{P_m}$$



Ход работы

1. Определим вес и диаметр неодимовых магнитов, с помощью весов и штангенциркуля соответственно:

$$M_m = 480 \pm 1 \text{ мг}$$

$$d = 2,45 \pm 0,1 \text{ мм}$$

С помощью магнетометра измерим индукцию поля на полюсах шарика:

$$B_p = 22,4 \pm 0,1 \text{ Гс}$$

Определим максимальное расстояние, на котором магниты будут притягиваться (метод А):

$$R_{max} = 14,6 \pm 0,1 \text{ мм}$$

Также определим максимальный вес, который может удерживать магнит (метод Б):

$$M_z = 226,426 \pm 0,002 \text{ г}$$

По формулам приведенным в теории найдем намагниченность для методов А и Б:

$$A : \quad M = 309,8 \pm 22,3 \text{ Эрг}/(\text{Гс} \cdot \text{см}^3)$$

$$B : \quad M = 728,9 \pm 57,8 \text{ Эрг}/(\text{Гс} \cdot \text{см}^3)$$

Вычислим магнитную индукцию:

$$A : \quad 3891 \pm 287 \text{ Гс}$$

$$B : \quad 9156 \pm 734 \text{ Гс}$$

2. В дальнейших измерениях будем использовать значение для магнитной индукции полученной при помощи метода Б. Соберем крутильный маятник используя 12 магнитов свернутых в кольцо. Убедимся, что силу упругости при расчете периода колебаний можно не учитывать.

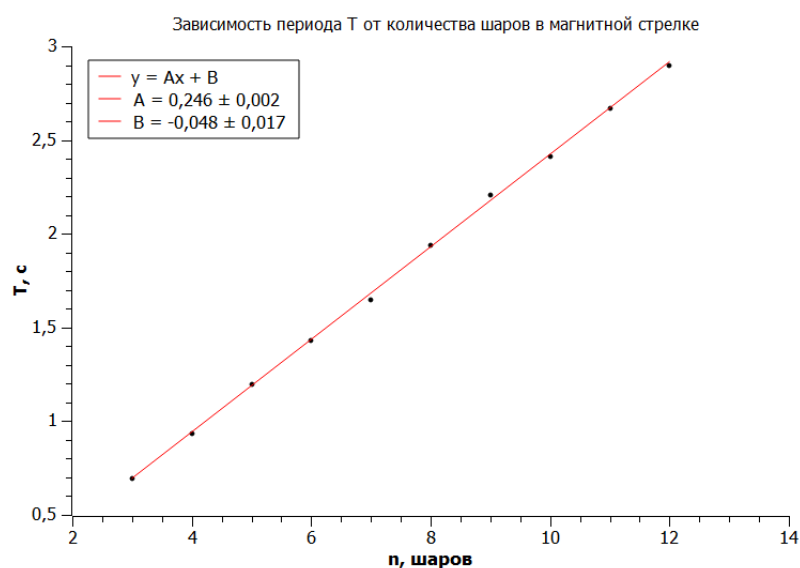
Исследуем зависимость периода крутильных колебаний от количества магнитных шариков составляющих стрелку. Построим таблицу по получившимся измерениям.

п, шаров	T, с
3	0,6925
4	0,935
5	1,199
6	1,4285
7	1,645263
8	1,937
9	2,207
10	2,413
11	2,67
12	2,9

Аналогично соберем магнитную стрелку из четного числа шариков и подвесим ее за середину на штативе. При помощи дополнительных грузиков уравновесим данную стрелку, чтобы она приняла горизонтальное положение. Аналогично проведем измерения для четных значений $n = 4, \dots, 12$. Запишем данные в таблицу.

n	M, дин	m, г	n, радиусов
4	73,01	0,149	2
6	126,42	0,129	4
8	174,93	0,119	6
10	233,24	0,119	8
12	366,52	0,187	8

Построим графики зависимости $M(n)$ и $T(n)$.





Зная значения коэффициентов наклона рассчитаем величины B_{\perp} и B_{\parallel} по формулам:

$$B_{\perp} = \frac{A}{m}$$

$$B_{\parallel} = \frac{4\pi^2 m R^2}{3mA}$$

Запишем получившиеся значения:

$$B_{\perp} = 0,593 \pm 0,017 \quad Tл$$

$$B_{\parallel} = 0,344 \pm 0,0015 \quad Tл$$

Посчитаем значение для магнитного поля и угла:

$$B = 0,681 \pm 0,036 \quad Гс$$

$$\beta = 60,1^{\circ} \pm 3,2^{\circ}$$

Вывод

Мы вычислили магнитное наклонение и итоговую индукцию магнитного поля. Магнитное поле Земли находится в диапазоне 0,6 - 0,65 Гс, что совпадает с нашим значением в пределах погрешности.