

Работа 1.2.5
Сибгатуллин Булат, Б01-007

Исследование вынужденной регулярной прецессии гироскопа

Цель работы: исследовать вынужденную прецессию гироскопа; установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующих на ось гироскопа; определить скорость вращения ротора гироскопа и сравнить ее со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии.

В работе используются: гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

Гироскопом принято называть тело, для которого, например,

$$I_z \omega_z \gg I_x \omega_x, I_y \omega_y,$$

где I_x, I_y, I_z - главные моменты инерции, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - компоненты вектора угловой скорости $\vec{\omega}$. Уравновешенным гироскопом называют гироскоп, у которого центр масс неподвижен.

Выясним, какие силы нужно приложить к гироскопу, чтобы изменить направление его оси. Пусть:

$$\omega_z = \omega_0, \quad \omega_x = 0, \quad \omega_y = 0.$$

$$L_\Omega \ll L_{\omega_0}. \quad (1)$$

Здесь Ω - угловая скорость такого вращения.

Выполнив вычисления получим:

$$\vec{M} = \vec{\Omega} \times \vec{L} \quad (2)$$

Формула (2) справедлива, если выполнено условие (1). Под действием момента \vec{M} внешних сил ось гироскопа медленно вращается вокруг оси y с угловой скоростью Ω . Такое движение называют регулярной прецессией гироскопа. Для гироскопа массой m_z , у которого ось собственного вращения наклонена на угол α от вертикали, скорость прецессии, происходящей вокруг вертикальной оси под действием силы тяжести, равна

$$\Omega = \frac{M}{I_x \omega_0 \sin \alpha} = \frac{m_z g l_u \sin \alpha}{I_z \omega_0 \sin \alpha} = \frac{m_z g l_u}{I_z \omega_0}, \quad (3)$$

где l_u - расстояние от точки подвеса до центра масс гироскопа, т.е. скорость прецессии не зависит от угла α .

Для изучения регулярной прецессии уравновешенного гироскопа к его оси подвешивают дополнительные грузы. Это смещает общий центр масс и создает момент сил тяжести, вызывающий прецессию. Скорость прецессии в этом случае равна

$$\Omega = \frac{mgl}{I_z \omega_0}, \quad (4)$$

где m - масса груза, l - расстояние от центра карданова подвеса до точки крепления груза на оси гироскопа (рис. 1).

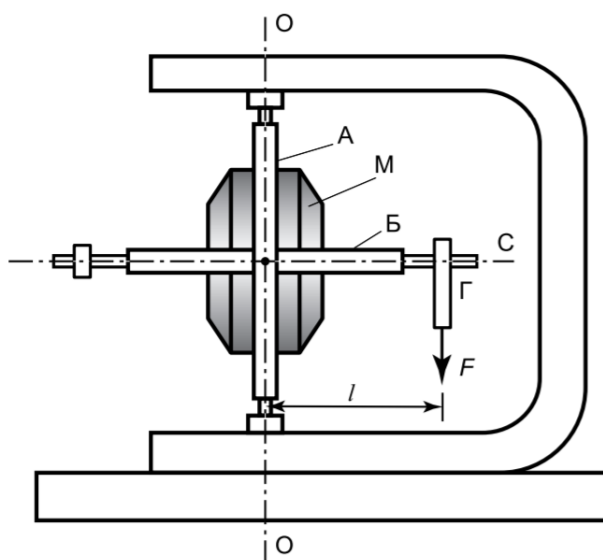


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Измерение скорости прецессии гироскопа позволяет вычислить скорость вращения его ротора. Расчет производится по формуле (4). Момент инерции ротора относительно оси симметрии I_0 измеряется по крутильным колебаниям точной копии ротора, подвешиваемой вдоль оси симметрии на жесткой проволоке. Период крутильных колебаний T_0 зависит от момента инерции I_0 и модуля кручения проволоки f :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{f}}. \quad (5)$$

Чтобы исключить модуль кручения проволоки, вместо ротора гироскопа к той же проволоке подвешивают цилиндр правильной формы с известными размерами и массой, для которого можно легко вычислить момент инерции I_u . Для определения момента инерции ротора имеем

$$I_0 = I_u \frac{T_0^2}{T_u^2}, \quad (6)$$

здесь T_u - период крутильных колебаний цилиндра.

Скорость вращения ротора гироскопа можно измерить и не прибегая к исследованию прецессии. У используемых в работе гироскопов статор имеет две обмотки, необходимые для быстрой раскрутки гироскопа. В данной работе одну обмотку используют для раскрутки гироскопа, а вторую - для измерения числа оборотов ротора.

Кратковременное воздействие на вращающийся гироскоп.

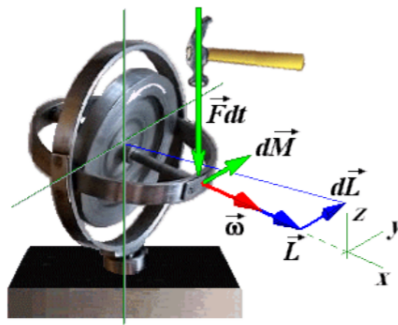


Рис. 2. Удар по гироскопу

Если сообщить гироскопу импульс $\vec{F} dt$, то создаваемый кратковременный момент внешних сил $d\vec{M}$ и приращение момента импульса $d\vec{L}$ перпендикулярны оси вращения и вектору \vec{L}

Поскольку гироскоп вращается очень быстро, а время ударного воздействия мало, то отношение $d\vec{L}/\vec{L}$ также очень мало и направление оси вращения не изменится.

В качестве примера можем рассмотреть номер 11.7 из задачника по физике.

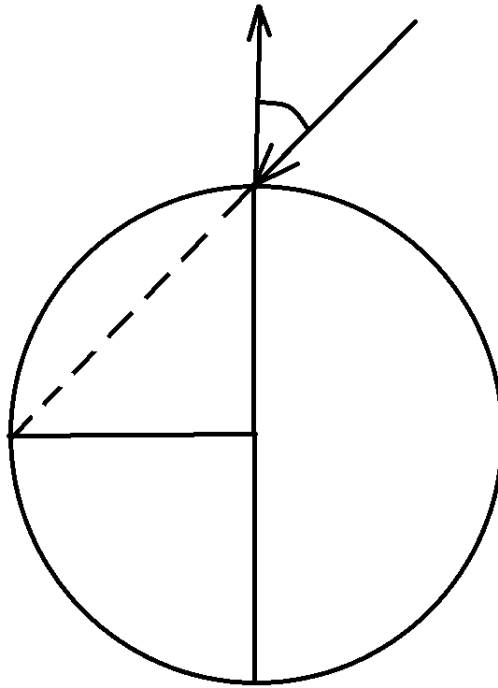


Рис. 3. Задача 11.7

$$L_{\parallel} = I\omega = \frac{2\pi MR^2}{5T}$$

$$L_{\perp} = mVR \sin \varphi = \frac{mVR}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = \frac{L_{\perp}}{L_{\parallel}} = \frac{mVR}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5T}{4\pi MR^2} = 1,27 \cdot 10^{-17} \text{ рад}$$

Можем заметить, что такое кратковременное воздействие сдвинуло Землю всего лишь на $1,27 \cdot 10^{-17}$ радиан.

Теперь же рассмотрим воздействие на гироскоп кратковременной но очень большой по модулю силы. Она вызовет временное несовпадение оси вращения и главной оси инерции и мы сможем наблюдать колебания оси (нутацию), которые будут затухать в результате трения.