#### 3. Дифференциальный усилитель

Под дифференциальным усилителем понимают схему, основу которой образуют два более или менее одинаковых транзистора, соединенных между собой эмиттерами (рис. 3.1). Название  $\partial u \phi \phi$ еренциальный происходит от английского слова difference (разностиный усилитель): имеется в виду, что при наличии двух входных сигналов  $u_{61} \equiv u_{\text{BX1}}$  и  $u_{62} \equiv u_{\text{BX2}}$  выходной сигнал ( $u_{\text{K1}} \equiv u_{\text{BыX1}}$ ,  $u_{\text{K2}} \equiv u_{\text{BыX2}}$  или  $u_{\text{BыX1}} - u_{\text{BыX2}}$ ) пропорционален их разности. (Здесь и далее  $u_{61}$  и  $u_{62}$  — переменные составляющие напряжений на базах

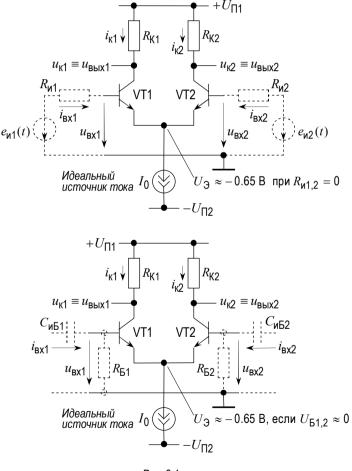


Рис. 3.1

транзисторов VT1 и VT2 относительно земли, а  $u_{K1}$  и  $u_{K2}$  — переменные составляющие напряжений на коллекторах транзисторов относительно земли.)

Во входных цепях дифференциального усилителя должно быть предусмотрено наличие пути для протекания постоянной составляющей базовых токов транзисторов, например, как показано пунктиром в схемах на рис. 3.1.

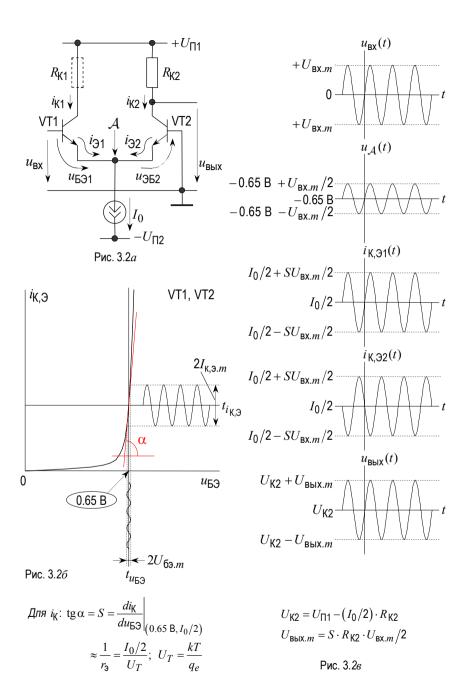
#### 3.1. Дифференциальный усилитель с одним входом

Основные свойства дифференциального усилителя нагляднее всего продемонстрировать на примере с одним входом между базой транзистора VT1 и землей при заземленной базе транзистора VT2 (рис. 3.2a).

Рассмотрим вначале режим транзисторов по постоянному току. Пусть  $u_{\rm BX}=0$ , транзисторы одинаковы и выполнено условие, что падением напряжения на внутреннем сопротивлении источника сигнала  $u_{\rm BX}$  от протекания по нему постоянной составляющей базового тока транзистора VT1 можно пренебречь. Тогда, вследствие равенства нулю напряжения на базах обоих транзисторов относительно земли, постоянное напряжение  $U_{\mathcal{A}}$  в точке  $\mathcal{A}$  должно быть приблизительно равно – 0.65 В, напряжения база—эмиттер  $U_{\rm E91}$  и  $U_{\rm E92}$  у обоих транзисторов одинаковы, и поэтому ток  $I_0$  делится поровну между эмиттерами транзисторов. Таким образом, в исходном состоянии в каждом из транзисторов VT1 и VT2 течет эмиттерный и примерно равный ему коллекторный ток величиной  $I_0/2$  при  $U_{\rm E91}=U_{\rm E92}\approx 0.65$  В .

Предположим теперь, что на вход между базой транзистора VT1 и землей подан переменный сигнал  $u_{\rm BX}(t)$  с настолько малой амплитудой  $U_{\rm BX,m}$ , что можно воспользоваться линеаризацией характеристики  $i_{\rm K,9}(u_{\rm B3})$  в окрестности рабочей точки (рис. 3.26). Тогда переменное напряжение в точке  ${\cal A}$  должно в точности равняться половине  $u_{\rm BX}(t)$ , чтобы в любой момент времени увеличение или уменьшение тока  $i_{\rm 31}$  компенсировалось точно таким же по величине изменением  $i_{\rm 32}$  в противоположном направлении. В противном случае сумма токов  $i_{\rm 31}$  и  $i_{\rm 32}$  не может оставаться постоянной и равной  $I_{\rm 0}$ .

Из этого следует, что при синусоидальном воздействии переменные составляющие напряжений  $u_{631}(t)$  и  $u_{362}(t)$  равны и переменные эмиттерный и коллекторный токи в транзисторе VT2 противоположны по фазе переменным эмиттерному и коллекторному токам в транзисторе VT1 (рис. 3.26), а напряжение на выходе  $u_{\text{вых}}(t)$  совпадает по фазе (в области средних частот) с входным напряжением и его амплитуда равна  $U_{\text{вых},m} = S \cdot R_{\text{K2}} \cdot U_{\text{вх},m}/2$ .



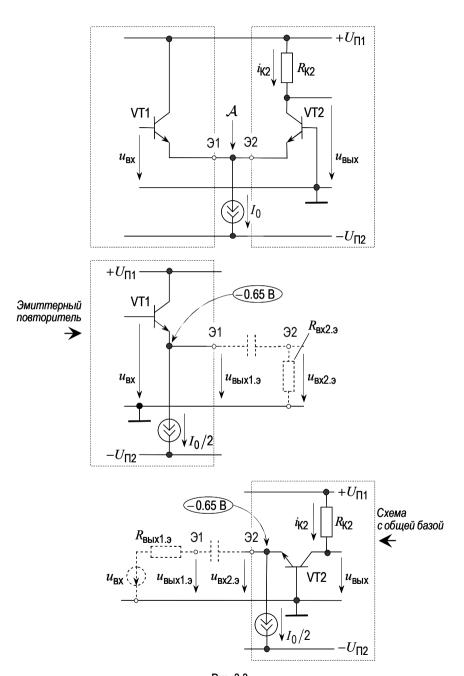


Рис. 3.3

# 3.2. Дифференциальный усилитель как последовательно включенные эмиттерный повторитель и схема с общей базой

Иногда бывает удобно представить схему дифференциального усилителя с одним входом в виде последовательного включения двух каскадов — эмиттерного повторителя и схемы с общей базой (рис. 3.3).

С точки зрения прохождения сигнала через эмиттерный повторитель нагрузкой последнего служит входное сопротивление схемы с общей базой  $R_{\rm BX2.3}$ , равное

$$h_{116}^{(2)} = \frac{h_{113}^{(2)}}{h_{213}^{(2)} + 1} = r_{32} = \frac{U_T}{I_0/2}$$
.

По теореме об эквивалентном генераторе на входе схемы с общей базой включен источник сигнала с ЭДС, равной  $u_{\rm BX}$ , и внутренним сопротивлением  $R_{\rm BbX1,3}$ , равным выходному сопротивлению эмиттерного повторителя:

$$R_{\text{Bbix1.9}} = \frac{h_{119}^{(1)}}{h_{219}^{(1)} + 1} = r_{91} = \frac{U_T}{I_0/2}$$
.

Таким образом, можно считать, что для эмиттерной цепи дифференциального усилителя справедлива эквивалентная схема, приведенная на рис. 3.4, где  $u_{\rm BX}(t)$  — напряжение между базой транзистора VT1 и землей, а ток  $i_3(t)$  равен переменной составляющей  $i_{31}(t)$  эмиттерного тока транзистора VT1 и переменной составляющей  $-i_{32}(t)$  эмиттерного тока транзистора VT2 (со знаком 'минус').

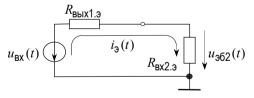


Рис. 3.4

Поскольку  $R_{\mathrm{BbIX}1.3} = R_{\mathrm{BX}2.9}$ ,  $u_{\mathcal{A}}(t) = u_{\mathrm{362}}(t) = u_{\mathrm{BX}}(t)/2$  и, следовательно, для  $u_{\mathrm{BbIX}}(t)$  в схемах на рис. 3.2a и 3.3 выполняется соотношение  $u_{\mathrm{BbIX}}(t) = -i_{\mathrm{K2}}(t) \cdot R_{\mathrm{K2}} = -Su_{\mathrm{592}}(t) \cdot R_{\mathrm{K2}} = -S[-u_{\mathrm{362}}(t)] \cdot R_{\mathrm{K2}} = SR_{\mathrm{K2}}u_{\mathrm{BX}}(t)/2$ .

## 3.3. Коэффициенты усиления

Найденный нами коэффициент пропорциональности между переменными напряжениями на базе транзистора VT1 и на коллекторе транзистора VT2 в терминах двух входов и двух выходов, указанных на рис. 3.1, можно назвать «коэффициентом усиления от входа 1 к выходу 2», введя соответствующее обозначение:

$$K_{12}(def) = \frac{u_{\text{BbIX2}}}{u_{\text{BX1}}} \bigg|_{u_{\text{BY2=0}}} = \frac{1}{2} SR_{\text{K2}}.$$
 (3.1)

В тех же условиях при наличии резистора  $R_{\rm K1}$  в коллекторной цепи транзистора VT1 (см. рис. 3.2*a*) переменный ток  $i_{K1}(t) \approx i_{31}(t)$  приведет к возникновению напряжения  $u_{\text{вых1}}(t)$ , равного  $-i_{\text{K1}}(t) \cdot R_{\text{K1}}$ . Полагая попрежнему, что транзисторы одинаковы и для каждого из транзисторов справедлива линеаризация зависимости  $i_{K,\Im}(u_{\mathsf{Б}\Im})$  в окрестности рабочей точки, получим «коэффициент усиления от входа 1 к выходу 1»:

$$K_{11}(def) = \frac{u_{\text{BbiX}1}}{u_{\text{BX}1}}\bigg|_{u_{\text{BX}2=0}} = -\frac{1}{2}SR_{\text{K1}}.$$
 (3.2)

Рассмотрение переменных токов и напряжений в дифференциальном усилителе, подобное тому, какое выполнено в 3.1 и 3.2, легко перенести на случай, когда подаваемый извне сигнал действует только на базе транзистора VT2 при заземленной базе транзистора VT1, и тогда для «коэффициентов усиления от входа 2 к выходам 1 и 2» будут справедливы соотношения, аналогичные (3.1) и (3.2):

$$K_{21}(def) = \frac{u_{\text{BbIX1}}}{u_{\text{BX2}}} \bigg|_{u_{\text{BX1=0}}} = \frac{1}{2} SR_{\text{K1}},$$

$$K_{22}(def) = \frac{u_{\text{BbIX2}}}{u_{\text{BX2}}} \bigg|_{u_{\text{BA2}}} = -\frac{1}{2} SR_{\text{K2}}.$$
(3.3)

$$K_{22}(def) = \frac{u_{\text{BbIX2}}}{u_{\text{BX2}}} \bigg|_{u_{\text{BX1=0}}} = -\frac{1}{2} SR_{\text{K2}}.$$
 (3.4)

Тот факт, что коэффициенты усиления  $K_{12}$  и  $K_{21}$  положительны, означает, что при прохождении сигнала от базы какого-либо транзистора к коллектору другого транзистора фаза сигнала остается той же самой (в области средних частот), а знак «минус» у коэффициентов  $K_{11}$  и  $K_{22}$  указывает на то, что фаза сигнала на коллекторе того же транзистора отличается от фазы сигнала на базе этого транзистора на  $\pi$  (при заземленной базе другого транзистора).

Коль скоро дифференциальный усилитель при малых по величине переменных токах и напряжениях ведет себя как линейное устройство, к нему применим *принцип суперпозиции*, согласно которому «отклик на сумму воздействий равен сумме откликов на каждое из воздействий порознь». Поэтому при одновременном наличии входных сигналов  $u_{\rm BX1}(t)$  и  $u_{\rm BX2}(t)$  на базах транзисторов VT1 и VT2 на коллекторе каждого из транзисторов возникает переменное напряжение, представляющее собой сумму результатов прохождения к этому коллектору каждого из входных сигналов:

$$\begin{split} u_{\rm BbIX1} &= K_{11} \cdot u_{\rm BX1} + K_{21} \cdot u_{\rm BX2} = \frac{1}{2} S R_{\rm K1} \cdot \left( -u_{\rm BX1} + u_{\rm BX2} \right), \\ u_{\rm BbIX2} &= K_{12} \cdot u_{\rm BX1} + K_{22} \cdot u_{\rm BX2} = \frac{1}{2} S R_{\rm K2} \cdot \left( u_{\rm BX1} - u_{\rm BX2} \right). \end{split}$$

Пусть  $R_{K1} = R_{K2} = R_{K}$  и по определению

$$K_{\mathrm{Дифф.1}}(\mathit{def}) = u_{\mathrm{вых1}} / \left(u_{\mathrm{BX1}} - u_{\mathrm{BX2}}\right)$$
 и  $K_{\mathrm{Дифф.2}}(\mathit{def}) = u_{\mathrm{вых2}} / \left(u_{\mathrm{BX1}} - u_{\mathrm{BX2}}\right)$ 

— коэффициенты усиления по отношению к разностному (дифференциальному) сигналу  $u_{\text{BX1}}-u_{\text{BX2}}$  для выходов 1 и 2 соответственно. Тогда  $u_{\text{BыX1}}=K_{\text{дифф.1}}\cdot (u_{\text{BX1}}-u_{\text{BX2}})$  и  $u_{\text{BыX2}}=K_{\text{дифф.2}}\cdot (u_{\text{BX1}}-u_{\text{BX2}})$  с

$$K_{\text{дифф.1}} = -\frac{1}{2} S R_{\text{K}} \ \text{и} \ K_{\text{дифф.2}} = \frac{1}{2} S R_{\text{K}} \ .$$

На практике довольно часто вслед за дифференциальным усилителем бывает включена схема, реагирующая на разность напряжений на коллекторах транзисторов VT1 и VT2. В таком случае характеристикой дифференциального усилителя по отношению к разностному сигналу  $u_{\text{BX1}} - u_{\text{BX2}}$  служит коэффициент усиления  $K_{\text{дифф}}(def) = \left(u_{\text{ВыX1}} - u_{\text{ВыX2}}\right)/\left(u_{\text{BX1}} - u_{\text{BX2}}\right)$ , вдвое больший по модулю по сравнению с  $K_{\text{дифф.1}}$  и  $K_{\text{дифф.2}}$  (при выполнении оговоренных условий).

# 3.4. Входные сопротивления

Входное сопротивление схемы, приведенной на рис. 3.5, — это отношение переменного напряжения  $u_{\rm BX1}$  на входе 1 к переменной составляющей  $i_{61}$  базового тока транзистора VT1:

$$R_{\rm BX1}(\textit{def}) = \frac{u_{\rm BX1}}{i_{\rm 61}} = \frac{u_{\rm BX1}}{u_{\rm 631} \big/ h_{\rm 119}^{(1)}} = \frac{u_{\rm BX1}}{u_{\rm BX1}/2} \cdot h_{\rm 119}^{(1)} = 2 \cdot h_{\rm 119}^{(1)} \; ,$$

где 
$$h_{113}^{(1)} = \left(h_{213}^{(1)} + 1\right) \cdot r_{31}$$
,  $r_{31} = U_T / \left(I_0 / 2\right)$ .

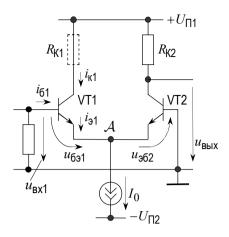


Рис. 3.5

Тот же самый результат можно получить, воспользовавшись формулой (1.2) для входного сопротивления эмиттерного повторителя на транзисторе VT1 (см. п. 3.2, рис. 3.3) в предположении, как и ранее, что транзисторы VT1 и VT2 одинаковы и поставлены в один и тот же режим по постоянному току, вследствие чего  $h_{213}^{(2)} = h_{213}^{(1)}$  и  $h_{113}^{(2)} = h_{113}^{(1)}$ :

$$R_{\rm BX1} = h_{113}^{(1)} + \left(h_{213}^{(1)} + 1\right) \cdot R_{\rm BX2.3} = h_{113}^{(1)} + \left(h_{213}^{(1)} + 1\right) \cdot \frac{h_{113}^{(2)}}{h_{213}^{(2)} + 1} = 2 \cdot h_{113}^{(1)}.$$

Точно так же при подаче сигнала  $u_{\rm BX2}$  на вход 2 и заземленной базе транзистора VT1 входное сопротивление со стороны базы транзистора VT2 равно

$$R_{\text{BX2}}(def) = \frac{u_{\text{BX2}}}{i_{\text{f2}}} = 2 \cdot h_{\text{119}}^{(2)},$$

где 
$$h_{119}^{(2)} = \left(h_{219}^{(2)} + 1\right) \cdot r_{32}$$
,  $r_{32} = U_T / \left(I_0 / 2\right)$ .

## 3.5. Источники стабильного тока в эмиттерной цепи

На рис. 3.6a и 3.6b представлены дифференциальные усилители с двумя самыми простыми вариантами схем источников суммарного эмиттерного тока  $I_0$ . О том, в какой степени реальная схема, включенная между точкой  $\mathcal A$  и шиной питания  $-U_{\Pi 2}$ , является по своим свойствам приближением к идеальному источнику тока, можно судить, сравнивая переменную составляющую тока, возникающего в этой схеме с переменной составляющей тока в эмиттерах транзисторов VT1 и VT2.

В исходном состоянии при нулевом напряжении на базах транзисторов VT1 и VT2 в точке  $\mathcal A$  устанавливается постоянное напряжение  $U_{\mathcal A}=-U_{\mathsf E3}$  , обеспечивающее протекание постоянных токов  $I_0/2$  в каждом из транзисторов VT1 и VT2 в предположении их идентичности ( $U_{\mathsf E3}\sim 0.65\,\mathsf B$ ). Если на базах этих транзисторов имеются переменные напряжения  $u_{\mathsf BX1}(t)$  и  $u_{\mathsf BX2}(t)$  , то возникает переменная составляющая  $u_{\mathcal A}(t)$  напряжения в точке  $\mathcal A$  относительно земли. Поэтому суммарный ток эмиттеров транзисторов VT1 и VT2, строго говоря, не остается постоянным.

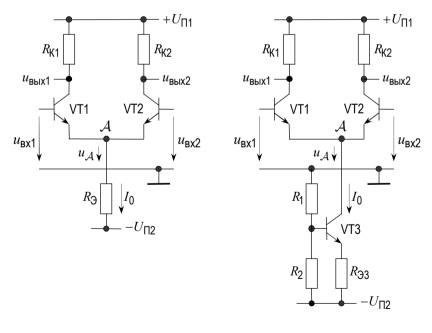


Рис. 3.6*a* Рис. 3.6*б* 

В схеме на рис. 3.6a при подаче сигнала  $u_{\rm BX1}(t)$  на базу транзистора VT1 и при заземленной базе транзистора VT2 переменная составляющая напряжения в точке  $\mathcal{A}$  равна  $u_{\mathcal{A}}(t) \approx u_{\rm BX1}(t)/2$ ; следовательно, по резистору  $R_{\mathfrak{Z}}$  течет переменный ток  $i_{R_{\mathfrak{Z}}}(t)$ , равный  $u_{\mathcal{A}}(t)/R_{\mathfrak{Z}}$ . В то же время в эмиттере транзистора VT1 возникает переменная составляющая тока

$$i_{31}(t) \approx S \cdot u_{631}(t)$$
, где  $u_{631}(t) \approx u_{8X1}(t)/2$ .

Можно сказать, что резистор  $R_{\Im}$  удовлетворительно играет роль источника постоянного тока  $I_0 = \left(U_{\Pi 2} - \left|U_{\mathcal{A}}\right|\right) / R_{\Im}$ , примерно равного  $U_{\Pi 2} / R_{\Im}$  при условии, что  $U_{\Pi 2} >> \left|U_{\mathcal{A}}\right|$ , если ток  $i_{\Im 1}(t)$  много больше тока  $i_{R_{\Im}}(t)$ . Таким образом, можно пренебречь током  $i_{R_{\Im}}(t)$ , если справедливо соотношение

$$S \cdot \frac{u_{\mathsf{BX1}}(t)}{2} >> \frac{u_{\mathsf{BX1}}(t)/2}{R_{\mathsf{P}}}$$

или, с учетом того, что  $S \approx 1/r_3 = (I_0/2)/U_T$  и  $R_3 \approx U_{\Pi 2}/I_0$ , достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$U_{\Pi 2} >> 2U_T$$
.

При  $U_{\Pi 2}=$  10 В и  $U_{T}\approx$  0.025 В при комнатной температуре величина  $2U_{T}$  составляет 0.5 % от  $U_{\Pi 2}$ . Именно с такой погрешностью в этой схеме выполняется приближенное равенство токов  $i_{31}(t)$  и  $\left|i_{32}(t)\right|$  и пропорциональность выходных сигналов  $u_{\text{ВЫХ}1}, u_{\text{ВЫХ}2}$  и  $u_{\text{ВЫХ}1}-u_{\text{ВЫХ}2}$  разности входных сигналов  $u_{\text{ВХ}1}-u_{\text{ВХ}2}$ .

Источник тока  $I_0$  на транзисторе VT3 с делителем в цепи базы и резистором в цепи эмиттера в схеме на рис.  $3.6\delta$  дает лучшие результаты за счет слабой зависимости коллекторного тока транзистора VT3 от напряжения на его коллекторе.

При достаточно малых  $R_1$  и  $R_2$  ток  $I_0$  в схеме на рис.  $3.6\delta$  равен

$$\frac{h_{219}^{(3)}}{h_{219}^{(3)}+1} \cdot \frac{U_{\Pi 2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{533}}{R_{33}} ,$$

где  $U_{\mathsf{D}33} \approx \mathsf{0.65}\,\mathsf{B}\,$  [при выполнении условия, что  $U_{\mathsf{\Pi}2}/(\mathit{R}_1+\mathit{R}_2\,) >> I_0/\mathit{h}_{213}^{(3)}\,$ ].

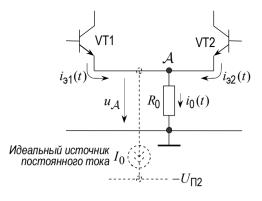


Рис. 3.7

На рис. 3.7 приведена эквивалентная схема для переменных составляющих токов и напряжений в эмиттерной цепи дифференциального усилителя, где реальный источника тока  $I_0$  представлен идеальным источником постоянного тока  $I_0$  (показан пунктиром) и резистором  $R_0$ , сопротивление которого по определению равно отношению переменной составляющей  $u_{\mathcal{A}}(t)$  напряжения в точке  $\mathcal{A}$  относительно земли к переменной составляющей  $i_0(t)$  суммарного тока эмиттеров транзисторов VT1 и VT2, равной  $i_{31}(t)+i_{32}(t)$ , где  $i_{32}(t)\approx -i_{31}(t)$ ,  $\left|i_{32}(t)\right|< i_{31}(t)$ . Чем больше  $R_0$ , тем ближе реальная схема, — в частности, схема на транзисторе VT3 на рис. 3.6 $\delta$ , — к идеальному источнику постоянного тока.

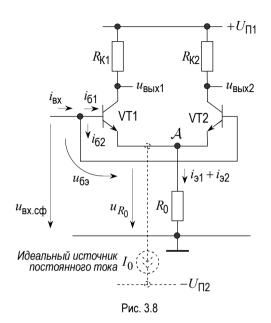
У схемы с резистором  $R_{\Im}$  на рис. 3.6 $a\ R_0 = R_{\Im}$ .

# 3.6. Входное сопротивление и коэффициент передачи для синфазного сигнала

Когда у входных сигналов  $u_{\rm BX1}(t)$  и  $u_{\rm BX2}(t)$  имеется не равная нулю общая составляющая  $(u_{\rm BX1}(t)+u_{\rm BX2}(t))/2$ , называемая синфазным сигналом, она вносит свою долю в выходные сигналы  $u_{\rm BЫX1}(t)$  и  $u_{\rm BЫX2}(t)$ , делая их не строго пропорциональными разности входных сигналов  $u_{\rm BX1}(t)-u_{\rm BX2}(t)$ .

Для количественной оценки действия синфазного сигнала мысленно, путем моделирования или на реальной схеме проводят эксперимент, в котором

тестовый синфазный сигнал  $u_{\text{вх.сф}}$  подается на соединенные вместе базы транзисторов VT1 и VT2, как показано на рис. 3.8.



Одной из характеристик, относящихся к синфазному сигналу, является входное сопротивление для синфазного сигнала  $R_{\rm BX,C\Phi}$ , равное по определению отношению напряжения  $u_{\rm BX,C\Phi}$  к входному току  $i_{\rm BX}$ .

О результате прохождения синфазного сигнала судят по переменным напряжениям  $u_{\text{вых1}}$  и  $u_{\text{вых2}}$ , возникающим в таком эксперименте на коллекторах транзисторов. Отношение  $u_{\text{вых1}}$  к  $u_{\text{вх.сф}}$  называют коэффициентом передачи синфазного сигнала  $K_{\text{сф.1}}$  для выхода 1, а отношение  $u_{\text{вых2}}$  к  $u_{\text{вх.сф}}$  – коэффициентом передачи синфазного сигнала  $K_{\text{сф.2}}$  для выхода 2.

В простейшем случае, когда транзисторы VT1 и VT2 обладают точно одинаковыми характеристиками и находятся в одинаковом исходном состоянии с точки зрения их режима по постоянному току, входное сопротивление для синфазного сигнала оказывается равным

$$\begin{split} R_{\text{BX.C}\Phi} &= \frac{u_{\text{BX.C}\Phi}}{i_{\text{BX}}} = \frac{u_{\text{63}} + \left(i_{\text{31}} + i_{\text{32}}\right) \cdot R_0}{i_{\text{61}} + i_{\text{62}}} = \frac{u_{\text{63}} + 2 \cdot \left(h_{\text{213}} + 1\right) \cdot \frac{u_{\text{63}}}{h_{\text{113}}} \cdot R_0}{2 \cdot \frac{u_{\text{63}}}{h_{\text{113}}}} = \\ &= \frac{h_{\text{113}}}{2} + \left(h_{\text{213}} + 1\right) \cdot R_0 \; . \end{split}$$

 $R_{\rm BX,CC} \approx \left(h_{213}+1\right) \cdot R_0$ , если  $h_{113}/2 << \left(h_{213}+1\right) R_0$ . Как правило,  $R_{\rm BX,CC}$  много больше  $R_{\rm BX1,2}$ .

Тот же результат можно было получить и иначе, воспользовавшись формулой (1.2) для входного сопротивления эмиттерного повторителя. Однако необходимо подчеркнуть, что приведенное выражение для  $R_{\rm BX.Cф}$ , так же как (1.2) для входного сопротивления эмиттерного повторителя, справедливо только при условии, что можно не принимать во внимание внутритранзисторные связи коллектор—база и коллектор—эмиттер, как об этом говорится во Введении. При увеличении сопротивления  $R_3$  в эмиттерном повторителе и сопротивления  $R_0$  в дифференциальном усилителе влияние внутритранзисторных связей все в большей степени сказывается на сопротивлениях  $R_{\rm BX}$  эмиттерного повторителя и  $R_{\rm BX.Cф}$ , приводя к значительно меньшим значениям, чем  $h_{213}R_3$  и  $h_{213}R_0$  соответственно.

Коэффициент передачи  $K_{\mathsf{C} \diamondsuit. \mathsf{1}}$ , очевидно, равен

$$K_{\text{C}\text{$\circlearrowleft$},1} = \frac{u_{\text{BbIX}1}}{u_{\text{BX},\text{C}\text{$\circlearrowleft$}}} = \frac{-i_{\text{K}1} \cdot R_{\text{K}1}}{i_{\text{BX}} \cdot R_{\text{BX},\text{C}\text{$\circlearrowleft$}}} = \frac{-h_{\text{213}} \cdot i_{\text{61}} \cdot R_{\text{K}1}}{2i_{\text{61}} \cdot \left\lceil h_{\text{113}} / 2 + \left(h_{\text{213}} + 1\right) R_{0} \right\rceil} \approx -\frac{R_{\text{K}1}}{2R_{0}}.$$

Аналогичное соотношение справедливо и для коэффициента  $K_{\mathsf{CD},2}$  .

Обычно  $K_{\text{сф.1}}$  и  $K_{\text{сф.2}}$  по величине на один–два порядка меньше коэффициентов усиления  $K_{\text{дифф.1}}$  и  $K_{\text{дифф.2}}$  разностного (дифференциального) сигнала.

# 3.7. Токовое зеркало в качестве источника тока

Токовым зеркалом называют пару транзисторов VT3 и VT4 на рис. 3.9, включенных таким образом, чтобы коллекторный ток ведомого (выходного) транзистора VT4 был зеркальным отображением коллекторного тока другого транзистора в этой паре. Равенство коллекторных токов транзисторов VT3 и VT4 следует из того, что их напряжения база—эмиттер  $U_{\mathsf{E}33}$  и  $U_{\mathsf{E}34}$  тожде-

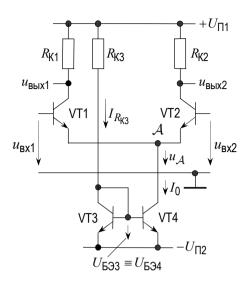


Рис. 3.9

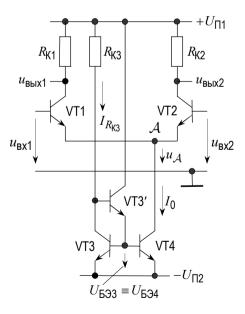


Рис. 3.10

ственно равны, а сами транзисторы специально подобраны (или изготовлены в одном технологическом процессе) так, чтобы быть одинаковыми.

Постоянный коллекторный ток  $I_{K3}$  транзистора VT3 приблизительно равен току, текущему по резистору  $R_{K3}$  :

$$I_{R_{K3}} = (U_{\Pi 1} + U_{\Pi 2} - U_{E33})/R_{K3}$$
.

Из равенства коллекторных токов транзисторов VT3 и VT4 следует, что коллекторный ток транзистора VT4, в данном случае обозначенный как  $I_0$ , должен практически не зависеть от переменного напряжения  $u_{\mathcal{A}}$  на его коллекторе. Значит, токовое зеркало в эмиттерной цепи транзисторов VT1 и VT2, образующих дифференциальный усилитель, может служить хорошим источником суммарного эмиттерного тока этих транзисторов с исключительно малой переменной составляющей.

Ток  $I_{R_{K3}}$  больше тока  $I_{K3}$  на сумму базовых токов транзисторов VT3 и VT4. Чтобы приблизить значение тока  $I_0$  к величине тока  $I_{R_{K3}}$ , текущего по резистору  $R_{K3}$ , включают вспомогательный транзистор VT3', как показано на рис. 3.10, в результате чего различие между  $I_{R_{K3}}$  и  $I_{K3}$  уменьшается в  $h_{213}^{(3')}$  +1 раз, где  $h_{213}^{(3')}$  — отношение коллекторного тока транзистора VT3' к току его базы.

# 3.8. Токовое зеркало в качестве нагрузки

Рассматривается случай, когда в коллекторах транзисторов VT1 и VT2, образующих собственно дифференциальный усилитель, вместо резисторов  $R_{\text{K1}}$  и  $R_{\text{K2}}$  включено токовое зеркало на транзисторах VT5 и VT6 типа p-n-p (рис. 3.11); ведомым в этой паре транзисторов является транзистор VT6.

Достоинство этой схемы заключается в высоком выходном сопротивлении вследствие того, что транзисторы VT2 и VT6 обращены к выходу в точке  $\mathcal B$  своими коллекторами. Другими словами, в данном случае дифференциальный усилитель ведет себя по отношению к следующей за ним нагрузке как источник тока  $i_{\text{вых}}$ , и поэтому сигнал в нагрузке с большим сопротивлением может быть большим по величине. Входная цепь части схемы, следующей за дифференциальным усилителем, здесь изображена условно в виде делителя напряжения из резисторов R' и R'', который, с одной стороны, задает исходное значение постоянного напряжения в точке  $\mathcal B$ :

$$U_{\mathcal{B}} = +\frac{R''}{R' + R''} \cdot U_{\Pi 1},$$

а с другой — служит нагрузкой с сопротивлением R' || R'' для переменного тока  $i_{\mathsf{BblX}}$  .

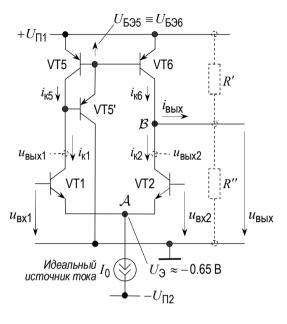


Рис. 3.11

Если справедливо предположение об одинаковости свойств транзисторов VT1 и VT2, то согласно сказанному в 3.1 и 3.3 при наличии на входах дифференциального усилителя сигналов  $u_{\rm BX1}$  и  $u_{\rm BX2}$ , достаточно малых по величине, чтобы можно было характеристики  $i_{\rm K1,2} \left( u_{\rm E31,2} \right)$  считать линейными в окрестности рабочей точки, переменные составляющие  $i_{\rm K1}$  и  $i_{\rm K2}$  коллекторных токов транзисторов VT1 и VT2 равны:

$$i_{\text{K1}} = \frac{1}{2}S(u_{\text{BX1}} - u_{\text{BX2}}) \text{ in } i_{\text{K2}} = -\frac{1}{2}S(u_{\text{BX1}} - u_{\text{BX2}}),$$

где S — крутизна транзисторов VT1 и VT2 (  $di_{\rm K1,2}/du_{\rm E31,2}$  в рабочей точке), равная в данном случае  $(I_0/2)/U_T$  [см. (0.3)].

Коллекторные токи транзисторов VT1 и VT5 — это практически одно и то же (током базы вспомогательного транзистора VT5' пренебрегаем), то есть можно считать, что  $i_{k5} \equiv i_{k1}$ . Но по правилам, относящимся к токовому зеркалу на транзисторах VT5 и VT6, переменная составляющая коллекторного то-

ка транзистора VT6 должна быть зеркальным отражением коллекторного тока транзистора VT5, откуда следует, что  $i_{k6} = i_{k1}$ . Поэтому в результате имеем

$$i_{\rm BbIX} = i_{\rm K6} - i_{\rm K2} = i_{\rm K1} - i_{\rm K2} = \frac{1}{2}S\left(u_{\rm BX1} - u_{\rm BX2}\right) - \left[-\frac{1}{2}S\left(u_{\rm BX1} - u_{\rm BX2}\right)\right] = S\left(u_{\rm BX1} - u_{\rm BX2}\right)$$

И

$$u_{\mathsf{BHX}} = i_{\mathsf{BHX}} \cdot \left( R' \middle| R'' \right) = S \cdot \left( R' \middle| R'' \right) \cdot \left( u_{\mathsf{BX1}} - u_{\mathsf{BX2}} \right) = K_{\mathsf{ДИФФ}} \cdot \left( u_{\mathsf{BX1}} - u_{\mathsf{BX2}} \right),$$

где  $K_{\text{дифф}} = S\left(R'||R''\right)$  — коэффициент усиления этой схемы по отношению к разностному (дифференциальному) сигналу  $u_{\text{BX1}} - u_{\text{BX2}}$ .

#### 3.9. Числовой пример и другие дополнительные сведения

#### I. Числовой пример.

Пусть в схеме на рис. 3.12 сопротивления резисторов, емкости конденсаторов и напряжения питания такие, как указано на рисунке. Кроме того, предположим, что транзисторы одинаковы, постоянные составляющие эмиттерных и коллекторных токов  $I_{\Im 1} \approx I_{\rm K1}$  и  $I_{\Im 2} \approx I_{\rm K2}$  равны 0.5 мА при  $U_{\rm E\Im 1,2}=0.62$  В и  $h_{21\Im}=100$  у обоих транзисторов. Тогда режим по постоянному току (при  $u_{\rm BX1}=0$ ) характеризуется следующими значениями постоянных токов и напряжений:

$$I_0=$$
1 мА,  $U_{\Im}=-$  0.9 В,  $I_{\Im 1}=I_{\Im 2}=$ 0.5 мА,  $I_{\mathsf{E}1}=I_{\mathsf{E}2}=$ 5 мкА,  $U_{\mathsf{E}1}=U_{\mathsf{E}2}=-$  0.28 В,  $U_{\mathsf{E}31}=U_{\mathsf{E}32}=$ 0.62 В,  $U_{\mathsf{K}1}=U_{\mathsf{K}2}=$ 5.45 В.

В данном режиме параметры, характеризующие свойства транзисторов по отношению к малым переменным составляющим, при комнатной температуре приблизительно таковы:

$$r_{31,2}=U_T\left/\left(I_0/2\right),\,S_{1,2}pprox 1\!\!/r_{31,2}=20\,$$
 мА/В,  $h_{113}^{(1,2)}=\left(h_{213}^{(1,2)}+1\right)\cdot r_{31,2}pprox 5\,$  кОм в предположении, что для каждого из транзисторов  $h_{213}=h_{213}$  .

В этих условиях (см. п. 3.4)  $R_{\rm BX1}=2h_{113}=10$  кОм , а с учетом сопротивления резистора  $R_{\rm E1}$  отношение переменного напряжения  $u_{\rm E1}(t)$  на базе транзистора VT1 к входному току  $i_{\rm BX}(t)$  равно  $R'_{\rm BX1}=R_{\rm E1}||R_{\rm BX1}\approx 8.5$  кОм . На частоте f=10 кГц сопротивлением переменному току конденсатора  $C_{\rm NE1}$  указанной емкости по сравнению с  $R'_{\rm BX1}$  можно пренебречь, и поэтому напряжение  $u_{\rm E1}(t)$  не отличается от  $u_{\rm BX}(t)$ .

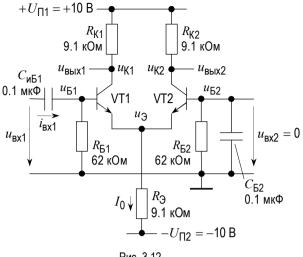
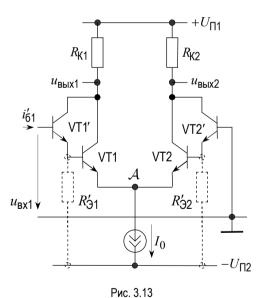


Рис. 3.12



При амплитуде входного напряжения  $U_{{\sf BX1}.m}=$  20 мВ полное напряжение  $u_{\Im}$  в точке соединения эмиттеров будет меняться в пределах  $U_{\Im} \pm U_{\mathsf{BX1}.m}/2$  , то есть в интервале значений – 0.89... – 0.91 В; следовательно, коллекторные токи транзисторов будут меняться в окрестности их исходных значений в

пределах  $\pm SU_{\text{BX1}.m}/2 = \pm 0.2$  мА . Поэтому амплитуды переменных напряжений  $U_{\text{ВЫХ1}.m}$  и  $U_{\text{ВЫХ2}.m}$  на выходах 1 и 2 будут равны  $SR_{\text{K}}U_{\text{BX1}.m}/2 = 0.2$  мА  $\cdot$  9.1 кОм  $\approx$  1.8 В . Таким образом, одинаковые по величине и различающиеся по знаку коэффициенты усиления  $K_{11}$  и  $K_{12}$  согласно (3.1) и (3.2) равны -90 и +90 соответственно.

- II. Дифференциальный усилитель является одной из самых важных составных частей операционного усилителя.
- III. Часто с целью увеличения входного сопротивления со стороны входов 1 и 2 используют схему Дарлингтона (рис. 3.13; см. п. 1.7 и 3.4). Входное сопротивление со стороны каждого из входов при заземленном по переменному току другом входе и при условии одинаковости пар транзисторов VT1', VT1 и VT2', VT2 равно  $2 \cdot \left[ h'_{113} + \left( h'_{219} + 1 \right) h_{113} \right]$ , где  $h'_{113}$  и  $h'_{213}$  соответствующие параметры транзисторов VT1' и VT2', а  $h_{113}$  отношение  $u_{63}$  к  $i_6$  у каждого из транзисторов VT1 и VT2.

#### Задание 3

1. Для схемы на рис. 3.14a выберите  $R_{\Im}$  из интервала 4.7...18 кОм и возьмите  $R_{K1} = R_{K2} = R_{\Im}$ . Соберите эту схему на транзисторах КТ315 (без резистора  $R^*$ , изображенного пунктиром) и подайте напряжения питания  $U_{\Pi 1}$  и  $U_{\Pi 2}$ , равные +10 В и -10 В соответственно.

#### Два важных предупреждения

А) В отличие от того, как обычно поступают на практике, специально подбирая для дифференциального усилителя как можно более близкие по своим свойствам транзисторы, в этой лабораторной работе предлагается изучить свойства данной схемы с транзисторами, которые могут заметно различаться по своим характеристикам. Это потребует более аккуратного проведения измерений, в результате чего студенту предстоит глубже проникнуться логикой рассуждений, посредством которых были сделаны те или иные выводы, относящиеся к изучаемым здесь вопросам.

**Б)** Когда имеющийся в лаборатории компьютерный генератор сигналов непосредственно подключается к базе одного из транзисторов в качестве источника ЭДС, на базе возникает небольшое по величине постоянное напряжение. Чтобы компенсировать его, *перед началом каждой серии измерений* нужно подобрать необходимое постоянное напряжение смещения  $U_{\rm CM}$ , добиваясь того, чтобы напряжение на базе было равно нулю. Достигается это — при нулевом значении амплитуды переменного сигнала — изменением так называемого «Уровня», имеющегося в окне управления генератором.

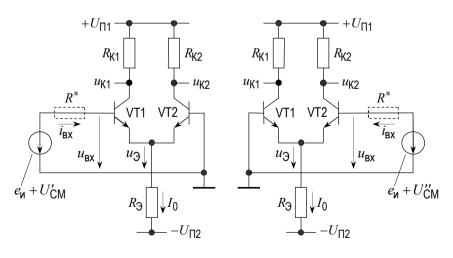


Рис. 3.14*a* 

Puc. 3.146

2. Подключите вход цифрового вольтметра постоянного напряжения к базе транзистора VT1 и подайте от лабораторного генератора (*при равной ну-лю амплитуде*  $\mathcal{E}_{\text{N.}m}$  синусоидального сигнала) такое напряжение смещения  $U'_{\text{CM}}|_{R^*=0}$ , при котором постоянное напряжение  $U_{\text{E1}}$  на базе этого транзистора равно нулю.

Измерьте постоянные напряжения  $U_{\rm K1}$  и  $U_{\rm K2}$  на коллекторах транзисторов VT1 и VT2 и постоянное напряжение  $U_{\rm 3}$  в точке соединения эмиттеров.

Путем расчета найдите токи

$$I_0 = (U_{\Pi 2} - U_{\Im})/R_{\Im}$$
,  $I_{K1} = (U_{\Pi 1} - U_{K1})/R_{K1}$  if  $I_{K2} = (U_{\Pi 1} - U_{K2})/R_{K2}$ .

Считая  $I_{\Im 1} \approx I_{\rm K1}$  и  $I_{\Im 2} \approx I_{\rm K2}$ , вычислите дифференциальные сопротивления  $r_{\Im 1} = U_T/I_{\Im 1}$  и  $r_{\Im 2} = U_T/I_{\Im 2}$  эмиттерных переходов транзисторов VT1 и VT2. Определите ожидаемые значения крутизны каждого из транзисторов VT1 и VT2:  $S_1 \approx 1/r_{\Im 1}$  и  $S_2 \approx 1/r_{\Im 2}$ .

3. Эксперименты, связанные с прохождением синусоидального сигнала, выполняйте на частоте f = 10 кГц.

Задайте амплитуду синусоидального сигнала в источнике  $\mathcal{E}_{\mathsf{N}.m}$  такой, при которой амплитуды переменных напряжений  $U_{\mathsf{K}1.m} \equiv U_{\mathsf{BыX}1.m}$  и  $U_{\mathsf{K}2.m} \equiv U_{\mathsf{BыX}2.m}$  на коллекторах транзисторов VT1 и VT2 приблизительно равны половине постоянных напряжений  $U_{\mathsf{K}1}$  и  $U_{\mathsf{K}2}$  на коллекторах. Измерьте амплитуды переменных напряжений  $U'_{\mathsf{G}1.m}\big|_{R^*=0}$  и  $U'_{\mathsf{3}.m}$  на базе транзистора VT1 и в точке соединения эмиттеров, а также выходных напряжений  $U'_{\mathsf{K}1.m}$  и  $U'_{\mathsf{K}2.m}$ .

(Замечание:  $U_{61.m}'|_{R^*=0}$  может отличаться от значения  $\mathcal{E}_{\mathsf{U}.m}$ , указанного в окне управления генератором, из-за погрешностей в плате сопряжения компьютерного генератора с макетной платой студента и вследствие конечности выходного сопротивления источника сигнала.)

Определите коэффициенты усиления:

$$K_{11} = \frac{U'_{ exttt{K1}.m}}{U'_{ exttt{61}.m}ig|_{R^*=0}}$$
 и  $K_{12} = \frac{U'_{ exttt{K2}.m}}{U'_{ exttt{61}.m}ig|_{R^*=0}}$  .

Найдите амплитуды переменных составляющих коллекторных токов, равные  $I'_{\mathsf{K}^1.m} = U'_{\mathsf{K}^1.m}/R_{\mathsf{K}^1}$  и  $I'_{\mathsf{K}^2.m} = U'_{\mathsf{K}^2.m}/R_{\mathsf{K}^2}$ , и значения крутизны тран-

зисторов VT1 и VT2:  $S_1' = I'_{\mathsf{K}1.m} / \left( U'_{\mathsf{6}1.m} \big|_{R^* = 0} - U'_{\mathsf{3.m}} \right)$  и  $S_2' = I'_{\mathsf{K}2.m} / U'_{\mathsf{3.m}}$ . Сравните значения крутизны  $S_1'$  и  $S_2'$ , следующие из эксперимента, с ожидаемыми значениями  $S_1$  и  $S_2$ .

Убедитесь в том, что разность переменных составляющих коллекторных (эмиттерных) токов  $I'_{\mathsf{K1}.m}-I'_{\mathsf{K2}.m}$  равна переменной составляющей тока, текущего по резистору  $R_{\mathfrak{I}}:I'_{R_{\mathfrak{I}}.m}=U'_{\mathfrak{I},m}/R_{\mathfrak{I}}$ .

4. Включите между источником сигнала и базой транзистора VT1 резистор  $R^*$ , изображенный на рис. 3.14a пунктиром. Сопротивление этого резистора следует выбрать приблизительно равным ожидаемому значению входного сопротивления дифференциального усилителя со стороны входа 1  $R_{\rm BX1} = \left(h_{\rm 213}^{(1)} + 1\right) \cdot \left(r_{\rm 31} + r_{\rm 32}\right)$  в предположении, что коэффициент  $h_{\rm 213}^{(1)}$  у транзистора VT1 равен 100.

Подключите вход цифрового вольтметра постоянного напряжения к базе транзистора VT1 и подайте от лабораторного генератора (при равной нулю амплитуде  $\mathcal{E}_{\text{N.m.}}$  синусоидального сигнала) такое напряжение смещения  $U'_{\text{CM}}|_{R^*\neq\,0}$ , при котором постоянное напряжение  $U_{\text{E1}}$  на базе этого транзистора равно нулю.

Задайте амплитуду синусоидального сигнала в источнике  $\mathcal{E}_{\mathsf{N}.m}$  примерно вдвое больше, чем это было сделано в п. 3 настоящего задания.

Измерьте амплитуды сигнала  $\mathcal{E}'_{\mathsf{N}.m}$  и  $U'_{\mathsf{61}.m}\big|_{R^* \neq \, 0}$  слева и справа от резистора  $R^*$ . Вычислите амплитуду входного тока (переменной составляющей базового тока транзистора VT1)  $I'_{\mathsf{BX}.m} = \left(\mathcal{E}'_{\mathsf{N}.m} - U'_{\mathsf{61}.m}\big|_{R^* \neq \, 0}\right) \Big/ R^*$  и найдите действительное значение входного сопротивления дифференциального усилителя со стороны входа 1:  $R'_{\mathsf{BX}1} = \frac{U'_{\mathsf{61}.m}\big|_{R^* \neq \, 0}}{I'_{\mathsf{BX}.m}}$ .

(Замечание:  $\mathcal{E}'_{\mathsf{N}.m}$  может отличаться от значения  $\mathcal{E}_{\mathsf{N}.m}$ , указанного в окне управления генератором из-за погрешностей в плате сопряжения компьютерного генератора с макетной платой студента и вследствие конечности выходного сопротивления источника сигнала.)

Определите фактическое значение коэффициента  $h_{219}^{(1)}$  транзистора VT1:  $h_{219}^{(1)} = R'_{\text{BX1}}/(r'_{91} + r'_{92}) - 1$ , где  $r'_{91} = 1/S'_{1}$  и  $r'_{92} = 1/S'_{2}$ , а  $S'_{1}$  и  $S'_{2}$  — найденные экспериментально ранее (в п. 3 настоящего задания) значения кругизны транзисторов VT1 и VT2.

5. Перейдите к схеме на рис. 3.146. Выполните действия, предусмотренные в п. 2 этого задания после того, как будет выставлено необходимое напряжение смещения  $U''_{\mathsf{CM}}|_{R^*=0}$  в источнике сигнала. Убедитесь в том, что постоянные напряжения и токи в этой схеме такие же по величине, какими они были в схеме на рис. 3.14a.

Повторите со схемой на рис. 3.146 измерения, аналогичные измерениям, выполненным в п. 3 этого задания для схемы на рис. 3.14a. Рекомендуется в рабочих записях, относящихся к новой схеме, измеренные напряжения и результаты расчетов, выполненные на их основе, помечать двумя штрихами. Результатом выполнения со схемой на рис. 3.146 действий, аналогичных указанным в п. 4 задания, должно быть экспериментальное определение входного сопротивления  $R_{\rm BX2}$  дифференциального усилителя со стороны входа 2 и коэффициента  $h_{213}^{(2)}$  для транзистора VT2.

6. В этом упражнении предстоит измерить входное сопротивление и коэффициенты передачи дифференциального усилителя для синфазного сигнала.

В предыдущей схеме (рис 3.14a, $\delta$ ) соедините базы транзисторов, как показано на рис. 3.15, и включите резистор  $R^{**}$  между источником сигнала и входом схемы (точкой, в которой соединены базы транзисторов). Сопротивление резистора  $R^{**}$  возьмите равным 68...130 кОм. Подайте от генератора синусоидальный сигнал с амплитудой  $\mathcal{E}_{\mathsf{N},m}$  из интервала 1...4 В.

Измерьте напряжения  $\mathcal{E}'_{\mathsf{N}.m}$  и  $U_{\mathsf{BX}.m}$  слева и справа от резистора  $R^{**}$  и переменные напряжения  $U_{\mathsf{K1}.m}$  и  $U_{\mathsf{K2}.m}$  на коллекторах транзисторов.

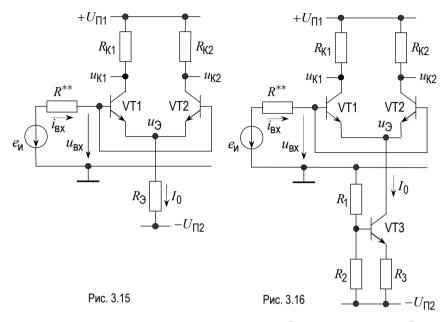
Найдите входное сопротивление для синфазного сигнала

$$R_{\mathrm{BX.C} \diamondsuit} = \left[ U_{\mathrm{BX.}m} / (\mathcal{E}'_{\mathrm{N.}m} - U_{\mathrm{BX.}m}) \right] \cdot R^{**}$$

и коэффициенты передачи  $K_{\mathsf{C} \varphi, 1} = U_{\mathsf{K} 1.m}/U_{\mathsf{BX}.m}$  и  $K_{\mathsf{C} \varphi, 2} = U_{\mathsf{K} 2.m}/U_{\mathsf{BX}.m}$ . (При измерении  $K_{\mathsf{C} \varphi, 1}$  и  $K_{\mathsf{C} \varphi, 2}$  имеет смысл подавать сигнал  $e_{\mathsf{U}}$  непосредственно в точку соединения баз транзисторов, удаляя резистор  $R^{**}$  или замыкая его накоротко.)

7. (Факультативно.) Видоизмените схему, предназначенную для измерения характеристик дифференциального усилителя по отношению к синфазному сигналу (рис. 3.15), дополнив ее генератором стабильного тока на транзисторе VT3 (рис. 3.16). Сопротивления резисторов  $R_1$  и  $R_2$  в базе транзистора VT3 возьмите одинаковыми и равными нескольким килоомам, а со-

противление резистора  $R_3$  необходимо подобрать таким, чтобы постоянный ток  $I_0$  в эмиттерной цепи дифференциального усилителя имел то же значение, что и во всех предыдущих экспериментах в этом задании.



Измерьте входное сопротивление  $R_{\mathsf{BX.C}\varphi} = \left[U_{\mathsf{BX.}m} / (\mathcal{E}'_{\mathsf{N.}m} - U_{\mathsf{BX.}m})\right] \cdot R^{**}$  для синфазного сигнала схемы с генератором стабильного тока на транзисторе VT3 и коэффициенты передачи  $K_{\mathsf{C}\varphi,1} = U_{\mathsf{K}1.m} / U_{\mathsf{BX.}m}$  и  $K_{\mathsf{C}\varphi,2} = U_{\mathsf{K}2.m} / U_{\mathsf{BX.}m}$ . Сравнивая полученные здесь значения  $K_{\mathsf{C}\varphi,1}$  и  $K_{\mathsf{C}\varphi,2}$  со значениями этих коэффициентов из предыдущего пункта задания (для схемы с  $R_{\mathfrak{G}}$  в цепи эмиттеров), найдите оценку эквивалентного сопротивления  $R_{0}$  по переменному току со стороны коллектора транзистора VT3.

Рассчитайте величину переменной составляющей коллекторного тока транзистора VT3, равную  $U_{\mathfrak{I},m}/R_{\mathfrak{I}}$ , и сравните ее с разностью переменных составляющих эмиттерных токов транзисторов VT1 и VT2 в одной из схем с резистором  $R_{\mathfrak{I}}$  в цепи эмиттера (рис. 3.14a и 3.14b), которая была найдена ранее (например, при выполнении п. 3 настоящего задания:  $I'_{\mathfrak{K}1,m}-I'_{\mathfrak{K}2,m}\approx U'_{\mathfrak{I},m}/R_{\mathfrak{I}}$ ).