

Контрольная работа по курсу

”Основы теории вероятностей”

02 октября 2022 года

Вариант 1

Необходимо при решении задач явно обозначать соответствующие события, а не ограничиваться арифметическими выкладками без пояснений. Желательно отмечать, сколько времени ушло на решение каждой задачи.

1. На бесконечную шахматную доску со стороной клетки a упал диск диаметра $2r < a$. Найти вероятности событий $A_k = \{\text{диск пересекается ровно с } k \text{ клетками}\}$.
2. Стрелок А попадает в цель с вероятностью $1/2$, стрелки В и С – с вероятностями p и q соответственно, причем $p + q = 1/2$. При одновременном залпе оказалось 2 попадания. В каких пределах может быть заключена условная вероятность попадания А при этом залпе?
3. Студент Незнайкин выучил n билетов из общего количества $N > n$. Он стоит k -тым в очереди из $m \leq N$ одногруппников к столу экзаменатора, где каждый студент случайным образом получает один из остающихся билетов. Какова вероятность, что Незнайкину достанется билет, ему известный?
4. Из десяти студентов, сдающих зачет, один выучил половину вопросов, трое знают $3/4$ вопросов, остальные – всю программу. При ответе на известный вопрос вероятность зачета равна α , а на неизвестный β . Какова вероятность получить зачет первому отвечающему, случайно выбранному из списка, если $\alpha = 0.7$, а $\beta = 0.2$?
5. В 4-х ящиках лежит по 1000 лампочек, причем в ящике с номером $k = 0, 1, 2, 3$ ровно k перегоревших. В наудачу выбранном ящике (номер которого неизвестен) верхние 100 лампочек оказались исправны. Какова вероятность, что и остальные лампочки в нем исправны?
6. Вероятность выигрыша на один лотерейный билет равна $1/5$. Считая, что выигрыши на разные билеты независимы, найти, при каком числе билетов n вероятность хотя бы одного выигрыша не меньше 0.9.
7. Электрическая схема "мостик" состоит из 5 занумерованных блоков. Первые 4 блока являются сторонами квадрата, полюса цепи – вершины одной из диагоналей квадрата, а другой диагональю является 5-й блок. Считая, что события $A_k = \{k\text{-й блок проводит ток}\}$, $k = 1, \dots, 5$, независимы и все $P(A_k) = 1/2$, найти вероятности $P(A_k|C)$, где событие $C = \{\text{цепь проводит ток}\}$.
8. Привести (с обоснованием) пример вероятностного пространства, доказав, что таковым является всякое конечное ВП, в частности, модель классического задания вероятности.
9. Привести (с обоснованием) пример независимых (в вероятностном смысле) событий.
10. Доказать, что счетная аддитивность вероятности эквивалентна ее аддитивности в сочетании с непрерывностью.