Контрольная работа
по Кратным интегралам и теории поля
осенний семестр 2021–2022 учебного года

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка

1. ⑤ Решить уравнение, введя новые независимые переменные u и v:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}, \qquad u = y - x^2, \quad v = y + x^2, \quad x > 0.$$

2. ⑤ Исследовать на экстремум функцию $u = x^2 + xy + y^2$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.

3. ③ Доказать, что функция $w = f(x,y) = \begin{cases} 1, & x, y \in \mathbb{Q}; \\ 0, & \text{в остальных точках;} \end{cases}$ не интегрируема на $X = [0,\,1] \times [0,\,1]$.

4. ⑤ Переставить пределы интегрирования в интеграле $\int\limits_1^3 dx \int\limits_x^{2x} f(x,\,y)\,dy$.

5. ⑤ Найти площадь области, ограниченной кривыми $y = \cos x$, $y = \cos 2x$, $0 \leqslant x \leqslant 2\pi/3$.

6. ② Сформулировать теорему о неявных функциях, заданных системой уравнений.

7. ② Сформулировать теорему о сведении кратного интеграла к повторному.

8. ⑤ Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_G (x+z)\,dx\,dy\,dz$, где G ограничена следующими плоскостями: $x + y = 1$, $x - y = 1$, $x + z = 1$, $z = 0$, $x = 0$.

вариант — 13

Контрольная работа
по Кратным интегралам и теории поля
осенний семестр 2021–2022 учебного года

№ группы	Фамилия студента	Сумма баллов	Оценка

1. ⑤ Преобразовать уравнение, принимая u и v за новые независимые переменные:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\,\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \qquad u = x^2, \quad v = x + y.$$

2. ⑤ Исследовать на экстремум функцию $u = 2x^2 + 12xy + y^2$ при условии $x^2 + 4y^2 = 25$.

3. ③ Доказать, что функция $w = f(x, y) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{J}; \\ y, & x \in \mathbb{Q}; \end{cases}$ не интегрируема на квадрате $X = [0,\,1] \times [0,\,1]$.

4. ⑤ В двойном интеграле $\iint\limits_G f(x, y)\,dx\,dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования в одном и другом порядке, если $G = \{a^2 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant 2ax\}$.

5. ⑤ Найти площадь области, ограниченной кривыми $xy = a^2$, $xy = b^2$, $x = py$, $x = qy$ $(x > 0,\ b > a > 0,\ q > p)$, сделав соответствующую замену переменных.

6. ② Сформулировать теорему о достаточных условиях существования локального экстремума.

7. ② Сформулировать теорему о необходимых условиях существования локального экстремума.

8. ⑤ Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_G (x^2 - z^2)\,dx\,dy\,dz$, где G ограничена плоскостями $y = -x$, $z = y$, $z = x$, $z = 1$.

вариант — 14