

Теория
Сибгатуллин Булат, Б01-007

**Практика применения построения графиков и
методов определения параметров теоретической
зависимости (данные были взяты из работы 1.3.2).**

Формулы используемые при выполнении работы:

$$M = \frac{\pi R^4 G}{2l} \varphi = f \varphi \quad (1)$$

$$f = \frac{\pi R^4 G}{2l} \quad (2)$$

1. Познакомимся с установкой, проверим, видно ли в зрительной трубе отражение шкалы в зеркальце. Измерим расстояние(l) от зеркальца до шкалы, определим диаметр стержня(D) и шкива($D_{\text{шк}}$).

l , см	133,2	133,2	133,3	133,5	133,4	133,4	133,2	133,2	133,3	133,5
D , мм	5,95	5,93	5,95	5,95	5,94	5,95	5,94	5,95	5,95	5,94
$R_{\text{шк}}$, см	10,1	10,11	10,1	10,11	10,11	10,1	10,1	10,1	10,1	10,1

Вычислим средние значения по формуле:

$$l = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i \quad (3)$$

Здесь N - это количество измерений, тогда средние значения будут равны:

$$L = 133,32 \text{ см} \quad R = 2,973 \text{ мм} \quad R_{\text{шк}} = 10,103 \text{ см}$$

Систематические погрешности узнаем из характеристик прибора, а случайные вычислим по формуле:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (l_i - l)^2} \quad (4)$$

$$\sigma_{l_{\text{сист}}} = 0,1 \text{ см} \quad \sigma_{l_{\text{сл}}} = 0,37 \text{ см}$$

$$\sigma_{D_{\text{сист}}} = \sigma_{R_{\text{сист}}} = 0,01 \text{ мм} \quad \sigma_{D_{\text{сл}}} = \sigma_{R_{\text{сл}}} = 0,002 \text{ мм}$$

$$\sigma_{R_{\text{шк сист}}} = 0,05 \text{ мм} \quad \sigma_{R_{\text{шк сл}}} = 0,02 \text{ мм}$$

Зная случайные и систематические погрешности вычислим погрешности измерений по формуле:

$$\sigma_l = \sqrt{\sigma_{l_{\text{сист}}}^2 + \sigma_{l_{\text{сл}}}^2} \quad (5)$$

$$\sigma_l = 0,38 \text{ см} \quad \sigma_{R_{\text{шк}}} = 0,054 \text{ мм} \quad \sigma_R = 0,01 \text{ мм}$$

Увеличивая нагрузку на нитях снимем зависимость $x = x(m)$, где x , смещение координат на шкале, отражающей в зеркале, а m масса груза, подвешенного на нити:

m , г	198	396	594	792	594	396	198
x , см	9,4	17,8	26,5	34,8	27,9	17,8	9,1
x , см	9,1	17,8	26	36	28	17,7	9,4
x , см	9,1	17	26	35	27,2	17,2	9,2
x , см	9,2	17,6	25,7	34,9	28,3	17,9	9

Зная x и l можем посчитать угол φ по формуле:

$$\tan \varphi = \frac{x}{l}$$

По полученным данным построим зависимость $\varphi = \varphi(M)$, где $M = mgR_{\text{шк}}$:

M , Н · м	0,1962	0,3925	0,5887	0,7850	0,5887	0,3925	0,1962
φ_1 , рад	0,0704	0,1327	0,1962	0,2553	0,2062	0,1327	0,0681
φ_1 , рад	0,0681	0,1327	0,1926	0,2637	0,2070	0,1320	0,0704
φ_1 , рад	0,0681	0,1268	0,1926	0,2567	0,2013	0,1283	0,0689
φ_1 , рад	0,0689	0,1312	0,1904	0,2560	0,2092	0,1335	0,0674

Вычислим средние значения φ_1 по формуле (3), для каждого момента сил, и построим таблицу:

M , Н · м	0,1962	0,3925	0,5887	0,7850	0,5887	0,3925	0,1962
φ_1 , рад	0,0688	0,1309	0,1930	0,2579	0,2059	0,1316	0,0687

Угол φ используемый в формуле (1) равен:

$$\varphi = \frac{\varphi_1}{2}$$

Тогда построим аналогичную таблицу для угла φ :

M , Н · м	0,1962	0,3925	0,5887	0,7850	0,5887	0,3925	0,1962
φ , рад	0,0344	0,0655	0,0965	0,1290	0,1030	0,0659	0,0344

Погрешность момента сил определяется только погрешностью измерения $R_{\text{шк}}$ и равна:

$$\sigma_M = M_{\text{ср}} \cdot \frac{\sigma_{R_{\text{шк}}}}{R_{\text{шк}}} = 0,0017 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Погрешность измерения φ будет складываться из случайной и систематической погрешности. Случайную погрешность можем определить по формуле (4), а систематическую погрешность по формуле:

$$\frac{\sigma_{\varphi_{\text{сисм}}}}{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$

M , Н · м	0,1962	0,3925	0,5887	0,7850	0,5887	0,3925	0,1962
$\sigma_{\varphi_{\text{сисм}}}$, рад	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$5,3 \cdot 10^{-4}$	$6,6 \cdot 10^{-4}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$	$6,9 \cdot 10^{-4}$	$5,3 \cdot 10^{-4}$	$4,2 \cdot 10^{-4}$
$\sigma_{\varphi_{\text{сл}}}$, рад	$9,4 \cdot 10^{-4}$	$24,2 \cdot 10^{-4}$	$20,8 \cdot 10^{-4}$	$33,7 \cdot 10^{-4}$	$28,9 \cdot 10^{-4}$	$19,9 \cdot 10^{-4}$	$11,2 \cdot 10^{-4}$

Погрешность σ_φ найдем по формуле:

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\sigma_{\varphi_{\text{сл}} \text{ наиб}}^2 + \sigma_{\varphi_{\text{сист}} \text{ наиб}}^2} = 0,0035 \text{ рад}$$

При помощи метода наименьших квадратов построим график зависимости $\varphi = \varphi(M)$:

$$\varphi = kM$$

,

Где k найдем по формуле:

$$k = \frac{\langle M\varphi \rangle}{\langle M^2 \rangle} = \frac{0,081}{0,242} = 0,161$$

По формуле (1) определим значение f :

$$f = \frac{1}{k} = 6,253 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Погрешность f будет находиться по формуле:

$$\sigma_f = f \sqrt{\left(\frac{\sigma_\varphi}{\varphi_{\text{ср}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_M}{M}\right)^2} = 0,015 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Используя формулу (2) вычислим значение модуля сдвига G :

$$G = \frac{6,253 \cdot 2 \cdot 1,3332}{(2,973 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 1,1415} = 6,791 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$$

И погрешность модуля сдвига рассчитаем по формуле:

$$\sigma_G = G \sqrt{\left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(4 \frac{\sigma_R}{R}\right)^2} = 2,87 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$$

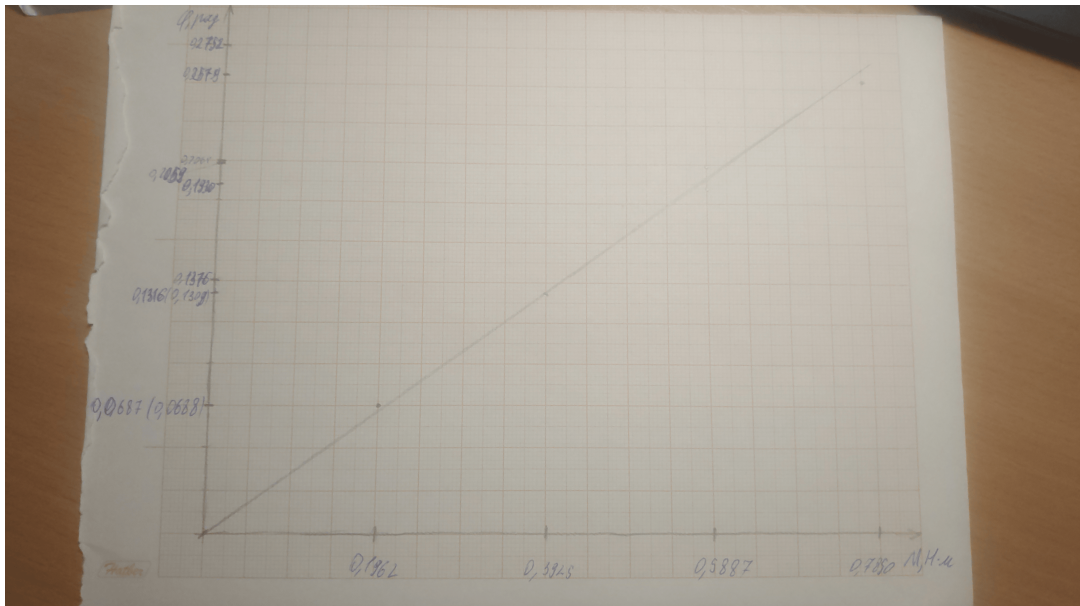


Рис. 1. График зависимости $\varphi = \varphi(M)$