

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ

Для студентов 2-го курса МФТИ

31 мая 2017г.

ФИО	№ группы

**ВАРИАНТ  
А**

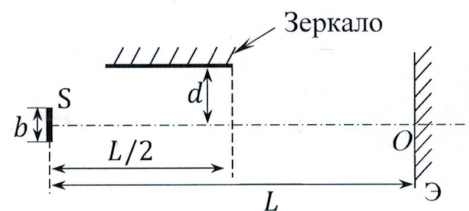
1	2	3	4	5	Σ

задания		Итого
I	II	

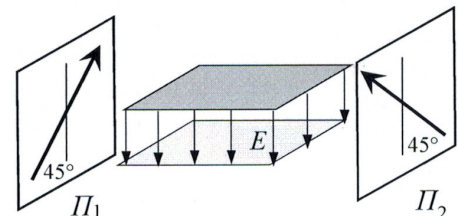
**1А.** Дифракция Фраунгофера наблюдается на двух узких параллельных щелях. Перед щелями установлен светофильтр с относительной полосой пропускания  $\Delta\nu/\nu_0 = 10^{-2}$ , при этом спектральная интенсивность прошедшего света равномерно распределена по частоте на отрезке  $|\nu - \nu_0| \leq \Delta\nu/2$ . Найти номер полосы  $m$ , вблизи которой видность интерференционной картины равна  $V(m) \approx 0,9$ . Видность вблизи нулевой полосы  $V(0) = 1$ .

**2А.** В непрозрачном экране проделано круглое отверстие, освещаемое плоской монохроматической волной с интенсивностью  $I_0$ . Точка наблюдения  $P$ , находящаяся на оси отверстия, соответствует  $m_1 = 1,5$  открытым зонам Френеля. В центре отверстия размещают круглый прозрачный диск с показателем преломления  $n$ , перекрывающий  $m_2 = 0,5$  зон Френеля. Определить наименьшую толщину диска  $d$ , при которой интенсивность света в точке  $P$  оказывается максимальной. Чему равна эта интенсивность?

**3А.** В интерференционной схеме, показанной на рис., используется квазимонохроматический протяженный источник света  $S$ . Средняя длина волны излучения  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см, ширина спектральной линии  $\Delta\lambda = 25 \text{ \AA}$ , размер источника  $b = 25$  мкм, геометрические размеры установки  $d = 0,5$  см,  $L = 1$  м. Определить: 1) ширину интерференционных полос  $\Delta x$  на экране  $\mathcal{E}$ ; 2) минимальный  $m_{\min}$  и максимальный  $m_{\max}$  порядки наблюдаемых интерференционных полос; 3) максимальную видность полос  $V_{\max}$ . При расчетах считать, что размеры зеркала не ограничивают максимальный порядок интерференции.



**4А.** Ячейка Керра, помещённая между двумя скрещенными поляризаторами, используется в качестве электрооптического затвора (прерывателя излучения). Направление напряжённости электрического поля  $E$  в конденсаторе составляет угол  $45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризаторов. Конденсатор заполнен нитробензолом, для которого разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн равна  $\Delta n = \lambda b E^2$ , где  $b$  — константа Керра. Оказалось, что минимальная напряженность электрического поля в конденсаторе, при которой интенсивность прошедшего через систему излучения не изменяется при повороте выходного поляризатора  $\Pi_2$ , равна  $E_0 = 15$  кВ/см. Найти число прерываний света  $N_{\text{пр}}$  за период синусоидально изменяющегося напряжения, поданного на конденсатор, если амплитуда напряженности электрического поля в нем равна  $E_m = 70$  кВ/см. Поглощением излучения пренебречь.



**5А.** Распространение коротких радиоволн (от 4 до 30 МГц) и радиолокация на сверхдальние расстояния осуществляется за счет отражения радиоволн от ионосферы Земли. Найти дальность  $L$  распространения радиолуча вдоль поверхности Земли через ионосферу, показатель преломления которой зависит от вертикальной координаты  $z$  как  $n = \sqrt{1 - \mu z}$ , где  $\mu = \frac{1}{600} \text{ км}^{-1}$ . Нижняя граница ионосферы ( $z = 0$ ) находится на высоте  $H = 150$  км, угол падения луча на неё составляет  $\varphi_0 = 60^\circ$  (см. рис.). До границы с ионосферой считать  $n = 1$ , поверхность Земли считать плоской.





# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ

Для студентов 2-го курса МФТИ

31 мая 2017г.

ФИО	№ группы

**ВАРИАНТ  
Б**

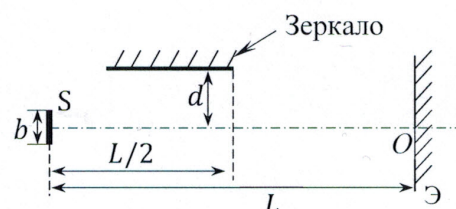
1	2	3	4	5	Σ

задания		Итог
I	II	

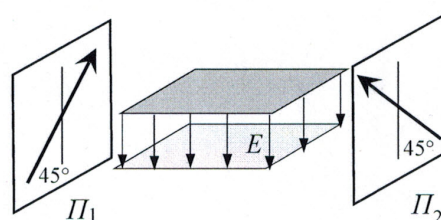
**1Б.** Дифракция Фраунгофера наблюдается на двух узких параллельных щелях. Оказалось, что интенсивность в максимуме десятой полосы ( $m = 10$ ) на 5% меньше интенсивности нулевой полосы ( $m = 0$ ). Видность картины вблизи нулевой полосы  $V(0) = 1$ . Найти относительную ширину  $\Delta\omega/\omega_0$  спектра излучения, падающего на щели. Считать, что спектральная интенсивность равномерно распределена по частоте на отрезке  $|\omega - \omega_0| \leq \Delta\omega/2$ .

**2Б.** Тонкий непрозрачный диск освещается нормально падающей плоской монохроматической волной с интенсивностью  $I_0$ . Точка наблюдения  $P$ , находящаяся на оси диска, соответствует  $m_1 = 1,5$  перекрытым зонам Френеля. В центре диска проделывают круглое отверстие, открывающее  $m_2 = 0,5$  зон Френеля, и перекрывают его прозрачной пластинкой с показателем преломления  $n$ . Определить наименьшую толщину пластинки  $d$ , при которой интенсивность света в точке  $P$  оказывается максимальной. Чему равна эта интенсивность?

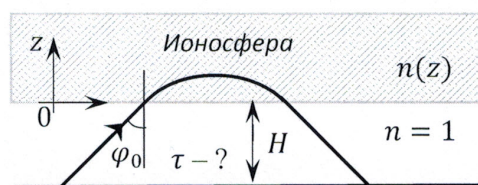
**3Б.** На рис. показана интерференционная схема, в которой используется квазимонохроматический протяженный источник света  $S$ . На экране Э отчётливо наблюдаются  $N = 200$  интерференционных полос шириной  $\Delta x = 50$  мкм каждая, причем максимальная видность полос равна  $V_{\max} = 4/\pi^2$ . Геометрические размеры установки  $d = 5$  мм,  $L = 1$  м. Определить параметры источника света: среднюю длину волны излучения  $\lambda$ , ширину спектральной линии  $\Delta\lambda$ , размер источника  $b$ . Считать, что размеры зеркала не дают ограничение на максимальный порядок интерференции.



**4Б.** Ячейка Керра, помещённая между двумя скрещенными поляризаторами, используется в качестве электрооптического затвора (прерывателя излучения). Направление напряжённости электрического поля  $E$  в конденсаторе составляет угол  $45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризаторов. Длина конденсатора (вдоль оптического тракта)  $L = 5$  см, конденсатор заполнен нитробензолом, постоянная Керра для которого  $b = 2,2 \cdot 10^{-10}$  см/В<sup>2</sup> (разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн равна  $\Delta n = b\lambda E^2$ ). На конденсатор подано синусоидальное напряжение частоты  $\nu = 5$  МГц со значением амплитуды напряжённости поля  $E_m = 75$  кВ/см. Найти число прерываний излучения  $N_{\text{пр}}$  за секунду. Поглощением излучения пренебречь.



**5Б.** Распространение коротких радиоволн (от 4 до 30 МГц) и радиолокация на сверхдальние расстояния осуществляется за счет отражения радиоволн от ионосферы Земли. Найти время  $\tau$  распространения радиоимпульса вдоль трассы «земля—ионосфера—земля» (см. рис.). Зависимость показателя преломления ионосферы от вертикальной координаты  $z$  определяется из соотношения  $n^2 = 1 - z/z_0$ , где  $z_0 = 600$  км. Нижняя граница ионосферы ( $z = 0$ ) находится на высоте  $H = 150$  км, угол падения луча на неё составляет  $\varphi_0 = 45^\circ$ . До границы с ионосферой считать  $n = 1$ , поверхность Земли считать плоской.



*Указание:* в ионосфере групповая и фазовая скорости радиоволн связаны соотношением  $v_{\text{гр}}v_{\text{ф}} = c^2$ .



# Решения задач экзаменационной контрольной работы по физике

Для студентов 2-го курса МФТИ

31 мая 2017г.

## ВАРИАНТ А

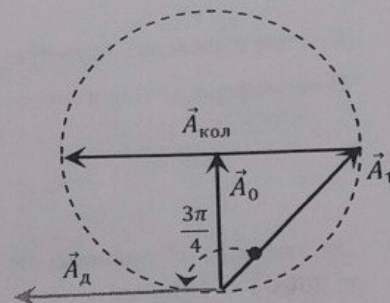
1А. (Овчинкин В.А.) Так как вблизи нулевой полосы  $V(0) = 1$ , то радиус пространственной когерентности  $\rho \rightarrow \infty$ . Поэтому

$$V(\Delta) = \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi \Delta v}{c} \Delta\right)}{\frac{\pi \Delta v}{c} \Delta} \right|, \text{ т. е. } \frac{\sin x}{x} = 0,9.$$

При таком условии синус можно разложить вблизи нуля, откуда  $\frac{\sin x}{x} \approx 1 - \frac{x^2}{6} = 0,9 \rightarrow x = \sqrt{0,6} \approx 0,775$ . Разность хода в одном из максимумов  $\Delta = \lambda_0 m$ . Итого получаем

$$x = \frac{\pi \Delta v}{c} \Delta = \frac{\pi \Delta v}{c} \lambda_0 m = \frac{\pi \Delta v}{c} \frac{c}{v_0} m \rightarrow m = \frac{x v_0}{\pi \Delta v} = \frac{0,775}{\pi} 10^2 \approx 25.$$

2А. (Локишин Г.Р.) Вектор  $\vec{A}_{\text{кол}}$  — амплитуда света, прошедшего через кольцевое отверстие между краем диска (0,5 зоны) и краем отверстия (1,5 зоны).  $|\vec{A}_{\text{кол}}| = 2A_0$ . Вектор  $\vec{A}_1$  — амплитуда света, падающего на диск. Амплитуда после прохождения диска  $\vec{A}_d$  получится поворотом вектора  $\vec{A}_1$  на угол  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)d$ . Интенсивность будет максимальна, когда  $\varphi = 3\pi/4$ . Толщина пластинки равна  $d = \frac{3\lambda}{8(n-1)}$ . Учитывая, что  $|\vec{A}_{\text{пл}}| = \sqrt{2} A_0$ , для максимальной интенсивности получим  $I_{\text{max}} = (2 + \sqrt{2})^2 I_0 = (6 + 4\sqrt{2}) I_0 \approx 11,7 I_0$ .



3А. (Локишин Г.Р.) Зеркало ограничивает область интерференции лучей на экране ниже точки О. Для точки наблюдения А, расположенной ниже т. О на расстоянии  $x$ , разность хода лучей  $P_1A$  и  $P_2A$  равна ( $x \ll L$ ,  $d \ll L$ )

$$\Delta(x) = \frac{(2d+x)^2}{2L} - \frac{x^2}{2L} = \frac{2d(d+x)}{L}.$$

Максимумы интерференционных полос будут наблюдаться при  $\Delta = m\lambda$ . 1) Ширина полосы

$$\Delta x = \lambda \frac{L}{2d} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см.}$$

2) Минимальный порядок интерференции  $m_{\text{min}}$  соответствует минимальной разности хода:

$$m_{\text{min}} = \frac{2d^2}{L\lambda} = \frac{2 \cdot 0,5^2}{100 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 100, \quad \Delta_{\text{min}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см.}$$

Полагая, что отражающее зеркало не ограничивает область пересечения пучков света, для максимального порядка интерференции  $m_{\text{max}}$  имеем

$$m_{\text{max}} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{25 \cdot 10^{-8}} = 200, \quad \Delta_{\text{max}} = 10^{-2} \text{ см.}$$

3) Видность вблизи полосы  $m_{\text{min}}$ , обусловленная протяженностью источника, определяется степенью пространственной когерентности в точках О и В:

$$V_1 = \frac{\sin(x_1)}{x_1}, \quad x_1 = \frac{kb\Omega}{2} = \frac{2\pi bd}{\lambda L} = 2\pi \cdot \frac{25 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5}{5 \cdot 10^{-5} \cdot 100} = \frac{\pi}{2}, \quad V_1 = \frac{2}{\pi}.$$

Видность вблизи полосы  $m_{\text{min}}$ , обусловленная некогерентностью источника:

$$V_2 = \frac{\sin(x_2)}{x_2}, \quad x_2 = \frac{\Delta\omega}{2c} \Delta_{\text{min}} = \pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta_{\text{min}} = \pi \cdot \frac{25 \cdot 10^{-8}}{25 \cdot 10^{-10}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = \frac{\pi}{2}, \quad V_2 = \frac{2}{\pi}.$$

Окончательно  $V = V_1 V_2 = \frac{4}{\pi^2} \approx 0,4$ .

4А. (Крымский К.М., Попов П.В.) Интенсивность прошедшего света не зависит от угла поворота выходного поляризатора в единственном случае, когда свет на выходе из конденсатора имеет круговую



поляризацию. Это означает, что нитробензол эквивалентен пластинке в четверть длины волны, то есть  $Lb\lambda E_0^2 = \frac{\lambda}{4} + \frac{m\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4}$  ( $m = 0$ , т.к.  $E_0$  минимально). Найдём число прерываний излучения за четверть периода изменения напряжённости электрического поля. Поскольку поляризаторы скрещены, то интенсивность равна нулю при условии  $Lb\lambda E^2 = m\lambda$  (ячейка эквивалентна пластинке  $\lambda$ ). Максимальное значение  $m$  есть  $m_{\max} = \frac{1}{4} \frac{E_m^2}{E_0^2} \approx 5,4$  — следует взять целое  $m_{\max} = 5$ . За весь период таких прерываний в 4 раза больше, а также следует учесть еще два прерывания в моменты, когда поле равно нулю. Итого число прерываний за период изменения поля  $N_{\text{пр}} = 4 m_{\max} + 2 = 22$ .

5А. (Данилин В.А.) Поскольку  $\lambda \frac{dn}{dz} \approx \frac{\mu c}{2f} \leq 6 \cdot 10^{-5} \ll 1$ , можно пользоваться приближением геометрической оптики. По закону Снеллиуса имеем  $n(z) \sin \varphi(z) = \sin \varphi_0$ . Для траектории луча получаем:

$$\frac{dx}{dz} = \operatorname{tg} \varphi; \quad dx = \frac{\sin \varphi_0 dz}{\sqrt{n^2(z) - \sin^2 \varphi_0}}$$

В точке отражения луча  $n(z_{\text{отр}}) = \sin \varphi_0 \rightarrow n^2 = 1 - \mu z_{\text{отр}} = \sin^2 \varphi_0 \rightarrow z_{\text{отр}} = \cos^2 \varphi_0 / \mu$ .

В ионосфере до точки отражения

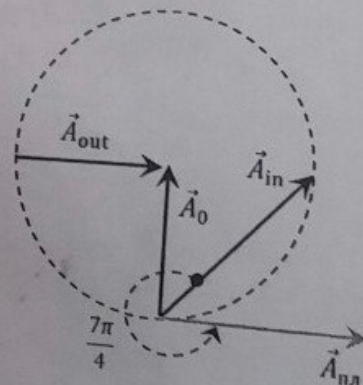
$$x_0 = \int_0^{z_{\text{отр}}} \frac{\sin \varphi_0 dz}{\sqrt{\cos^2 \varphi_0 - \mu z}} = \frac{2 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0}{\mu} = 300\sqrt{3} \text{ км.}$$

До границы с ионосферой  $\Delta x = H \operatorname{tg} \varphi_0 = 150\sqrt{3}$  км. Длина «скачка» луча  $L = 2(x_0 + \Delta x) = 900\sqrt{3} \approx 1560$  км.

## ВАРИАНТ Б

1Б. (Овчинкин В.А.)  $I_{\max} = 2I_0(1 + V)$ ,  $\frac{I_{\max}(10)}{I_{\max}(0)} = \frac{1+V(10)}{1+V(0)} = 0,95$ , откуда  $V(10) = 0,9$ . Далее аналогично задаче 1А из уравнения  $\sin x / x = 0,9$  получим  $x = 0,775$ , где  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{x}{\pi m} = \frac{0,775}{10\pi} \approx 0,025$ .

2Б. (Локишин Г.Р., Филатов Ю.Н.) Вектор  $\vec{A}_{\text{out}}$  — амплитуда света, прошедшего снаружи диска (1,5 зоны Френеля).  $|\vec{A}_{\text{out}}| = A_0$ . Вектор  $\vec{A}_{\text{in}}$  — амплитуда света, прошедшего через кольцевое отверстие в диске (0,5 зоны Френеля).  $|\vec{A}_{\text{in}}| = \sqrt{2} A_0$ . Амплитуда света после прохождения прозрачной пластинки  $A_{\text{пл}}$  получится поворотом вектора  $\vec{A}_{\text{in}}$  на угол  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)d$ . Интенсивность будет максимальной, когда  $\varphi = \frac{7\pi}{4}$ . Толщина пластинки равна  $d = \frac{7\lambda}{8(n-1)}$ . Для максимальной интенсивности получим  $I_{\max} = (1 + \sqrt{2})^2 I_0 = (3 + 2\sqrt{2})I_0 \approx 5,83 I_0$ .



3Б. (Локишин Г.Р., Филатов Ю.Н.) См. 3А. 1) Длина волны

$$\lambda = \frac{2 \Delta x d}{L} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5}{100} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см.}$$

2) Максимальная видность будет наблюдаться вблизи полосы, соответствующей минимальному порядку интерференции (в т. О)

$$m_{\min} = \frac{2d^2}{L\lambda} = \frac{d}{\Delta x} = \frac{0,5}{5 \cdot 10^{-4}} = 100, \quad \Delta_{\min} = m_{\min} \lambda.$$

Количество наблюдаемых полос равно

$$N = m_{\max} - m_{\min} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} - \frac{d}{\Delta x}, \rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{N + \frac{d}{\Delta x}} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{200 + \frac{0,5}{50 \cdot 10^{-4}}} = 25 \cdot 10^{-8} \text{ см.}$$



$$x_2 = 1,9 = 0,6\pi \quad (\text{точно})$$

$$x_2 \approx 1,73 = 0,55\pi \quad (\text{приблиз})$$

Видность вблизи полосы  $m_{\min}$ , обусловленная немнохроматичностью источника:

$$V_{\Delta\lambda} = \frac{\sin(x_1)}{x_1}, \quad x_1 = \frac{\Delta\omega}{2c} \Delta_{\min} = \pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta_{\min} = \pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot m_{\min} = \pi \frac{m_{\min}}{N + m_{\min}} = \frac{\pi}{2}, \quad V_{\Delta\lambda} = \frac{2\sqrt{3}}{2\pi}$$

Для видности, обусловленной протяжённостью источника, получим:

$$V_{\text{пр}} = \frac{\sin(x_2)}{x_2} = \frac{V}{V_{\Delta\lambda}} = \frac{8\sqrt{3}}{\pi \cdot 9} \approx 0,5 \rightarrow x_2 = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi b d}{\lambda L} = \pi \frac{b}{\Delta x}, \quad \rightarrow b = \frac{\Delta x \cdot 0,6}{2} = 25 \text{ мкм. } 30 \text{ мкм.}$$

4Б. (Крымский К.М.) Аналогично 4А найдём число прерываний излучения за четверть периода изменения напряжённости электрического поля. Из  $Lb\lambda E_m^2 = m_{\max}\lambda$  находим  $m_{\max} = LbE_m^2 \approx 6,2$  — следует взять целое  $m_{\max} = 6$ . Число прерываний за период изменения поля  $N = 4m_{\max} + 2 = 26$ .

5Б. (Данилин В.А.) См. 5А. Для приращения длины  $ds$  вдоль траектории луча получаем:  $ds = dz / \cos \varphi(z)$ . Луч пройдет это расстояние за время

$$dt = \frac{ds}{v_{\text{гр}}} = \frac{ds}{nc} = \frac{dz}{c \sqrt{\cos^2 \varphi_0 - z/z_0}}$$

Здесь учтено, что  $v_{\text{гр}} = \frac{c^2}{v_{\text{ф}}} = nc$  и  $n \cos \varphi = \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_0} = \sqrt{\cos^2 \varphi_0 - z/z_0}$ .

Время до точки отражения ( $z_{\text{отр}} = \cos^2 \varphi_0 z_0$ ) луча в ионосфере  $\tau_1 = \int_0^{z_{\text{отр}}} \frac{dz}{c \sqrt{\cos^2 \varphi_0 - z/z_0}} = \frac{2z_0 \cos \varphi_0}{c}$ .

Время до границы с ионосферой  $\tau_2 = \frac{H}{c \cos \varphi_0}$ .

Время распространения радиосигнала  $\tau = 2(\tau_1 + \tau_2) = 2\sqrt{2} \frac{z_0 + H}{c} = \frac{2 \cdot 1,41 \cdot 750 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} \approx 7 \text{ мс.}$

### Вниманию преподавателей!

#### Инструкция для проверяющих

За задачу ставится полных 2 балла, если задача решена верно: приведено обоснованное решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке или знаке величины. В противном случае балл за задачу определяется согласно таблице:

1,5 балла	Ход решения в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит ошибки, не касающиеся физического содержания (арифметические ошибки, влияющие на порядок или знак величины; ошибки в размерности; ошибки в выкладках, не влияющие на ход решения и т. п.).
1 балл	Задача решена частично, либо решение содержит грубые ошибки (напр., имеются вычислительные ошибки, влияющие на ход решения; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т. п.), но все основные законы корректно применены к задаче.
0,5 балла	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении (сформулированы физические законы, на основе которых задача может быть решена).
0 баллов	Задача не решена: основные физические законы применены с грубыми ошибками, перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче / решение задачи не соответствует условию / попытки решить задачу не было.

К баллам за письменную работу добавляются баллы за сданные задания:

отл: + 2 б./задание; хор: + 1 б./задание; удовл.: 0 б./задание; не сдано: - 3 б./задание.

Итоговая сумма округляется до целых. Результат определяет максимальную оценку на устном экзамене (минимальная оценка всегда «неуд(1)»). Примеры заполнения:

1	2	3	4	5	$\Sigma$
0,5	1,0	1,5	1,0	1,0	5,0

Задание		Итог
I	II	
+1	-3	3

1	2	3	4	5	$\Sigma$
1,0	2,0	1,5	2,0	2,0	8,5

Задание		Итог
I	II	
+1	+2	12

В примере слева максимально возможная оценка на устном экзамене — удовл(3), справа — отл(10). Обсуждение замечаний, критериев проверки и результатов — на форуме кафедры [board.physics.mipt.ru](http://board.physics.mipt.ru).

Обсуждение письменного экзамена состоится в понедельник 05.06.2017 в 8 час. 30 мин. в Главной Физической аудитории.