

# Crypto\_p1

---

## 开始

### 内容分布

- 总体介绍 - p1
- 古典密码 - p2
- 对称密码 - p3
- 数学基础 - p4 p5 p6 p7
- 非对称密码 - p8 p9 p10 p14 p18
- 哈希函数 - p11
- MAC - p12
- 数字签名 - p9 p10 p17 p18 p19(ElGamal签名)
- 密钥管理 - p13 p15 p16
- 认证 - p20 p21 p22

### 常见概念

- CIA: 机密性、完整性和可用性, Confidentiality, Integrity, and Availability
- 密码编码学: 设计密码系统, Cryptography - Study of encryption principles/methods.
- 密码分析学: 破解密码系统, Cryptanalysis (codebreaking) - Study of principles/ methods of deciphering Ciphertext without knowing key.
- Kerckhoffs 原则: 一个密码系统的安全性应该只取决于密钥的保密性, 而不是算法的隐秘性。
- 无条件安全: 基于信息论的安全, 即使攻击者的资源是无限的, 依然无法破解, 一次一密。
- 计算安全: 使得有限资源的攻击者无法破解, 或者攻击者破解密码所需资源远大于资源本身。

### 工具

#### Python

- 安装方式参考: <https://www.python.org/>
- 第三方推荐: ipython, pycryptodome, gmpy2

#### sage

- 安装方式参考: <https://www.sagemath.org/>
- 临时使用: <https://sagecell.sagemath.org/>

## 古典密码

如何安全的传递信息, 从公元前至今都是经典问题。

补充一下公开课没有详细讲的爱情故事:

```
密文: ****-/*****-/-----*/*****-/*****-/*****-/*****-/*****-/*****-/
****-/*****-/*****-/*****-/*****-/*****-/*****-/*****-/*****-/
```

第一层：4194418141634192622374

第二层：41 94 41 81 41 63 41 92 62 23 74

第三层：gzgtgogxncs

第四层：otoeoiouyvl

第五层：i love you too

## 常见非加密技术

### 编码

- 编码通常没有密钥
- 编码的目的不是为了保护机密性
- 常见的编码：摩斯密码、hex编码、base64编码

### 隐写

- 用于隐藏秘密信息，但是和加密算法的思想不同
- 加密算法将信息加密成攻击者读不懂的密文
- 隐写则是为了让攻击者察觉不到信息的存在
- 常见隐写：图片低比特隐写、盲水印技术

## 代替和置换

- 代替：位置不变，内容变
- 置换：内容不变，位置变

## 凯撒密码

- 其实不应该算密码，因为没有密钥
- 但是老师ppt上的算，因为有密钥：)
- $p, c$  属于  $[0, 26)$
- $c = p + k \bmod 26$
- $p = c - k \bmod 26$
- $p_1$ (长度32) 使用  $k$  加密，得到  $c_1$ (长度32)
- $p_2$ (长度1) 使用  $k$  加密，得到  $c_2$ (长度1)

攻击者已知  $p_2, c_2, c_1$

- $c - p = k \bmod 26$
- $k = c_1 - p_1 \bmod 26$

- 根据  $k$  和  $c_1$  解密得到  $p_1$
- 已知明文-密文对可以快速分析
- 频率分析

### 仿射密码\*

- key为  $(a, b)$
- $p, c$  属于  $[0, 26)$
- $c = a * p + b \bmod 26$
- $p = (c - b) * \text{inverse}(a) \bmod 26$
- 需要一点点数学知识
- $c = a * p + b \bmod 26$ 
  - $c - b = a * p \bmod 26$
  - $(c - b) * \text{inverse}(a) = a * \text{inverse}(a) * p \bmod 26$
  - $(c - b) * \text{inverse}(a) = p \bmod 26$
- $E_k = (a, b)$
- $D_k = (a', b) \# a' = \text{inverse}(a, 26)$

```
假设 b = 0, a = 17
c = 17 * p mod 26
p = c * 23 mod 26
  = (17 * p mod 26) * 23 mod 26
  = 17 * p * 23 mod 26
  = 391 * p mod 26
  = 1 * p mod 26
```

```
在此基础上, 已知 p2 = 1, c2 = 17
17 = a + b mod 26
不足以分析出key
额外的, 知道 p3 = 2, c3 = 8
17 = a + b mod 26
8 = 2*a + b mod 26
```

### 代替表

- 使用替换表作为 key, 创建加密表和解密表 (类似密码本)
- 加密和解密都是查表操作

例子:

- 简化的语言仅有ABC三个字母 key = 'CBA' (其实解密表也是 'CBA')

- $p1 = \text{"AACBBA"}$   $c1 = \text{"CCABBC"}$

## 维吉尼亚密码

- 类似凯撒，加上密钥
  - plain "aaabcbcbdefefef"
  - key "abc" -> "0 1 2"
  - cipher "abcbdd"
- key会被循环利用
- 如果key和明文等长，类似一次一密

## 简单的置换-栅栏

- 纵向写，横向读。
- key为栅栏深度
- 加密

```
明文: abcdefg
2层栅栏:
a c e g
b d f
密文: acegbdf
-----
明文: ls rm clear
栅栏:
l mcer
sr la
密文: l mcersr la
```

## 复杂的置换

- 类比栅栏，可以认为是纵向写，横向按照特定顺序读
- key的长度为栅栏深度，key的内容为读的顺序
- 加密

```
明文: abcdefg
key为: [2,1]
加密:
2 a c e g
1 b d f
密文: bdfaceg
对于一个密钥长度为n的置换加密，n!。
```

## 希尔密码\*

- key为一个可逆矩阵
- $c = A * p$
- $(A^{-1})c = (A^{-1}) * A * p$
- $p = A^{-1} * c$
- plain: [1, 3, 8, 5, 6, 7, 2, 4, 9]

```
[[1,5,2],
[3,6,4],
[8,7,9]]
```

- $K(3 \times 3)$
- $C(3 \times 3) = K(3 \times 3) * P(3 \times 3)$
- $K'(3 \times 3) * C(3 \times 3) = K' * K * P(3 \times 3)$

单位阵:

```
1 0 0
0 1 0
0 0 1
```

K:

```
0 1 0
1 0 0
0 0 1
```

P:

```
1 5 2
3 6 4
8 7 9
```

(加密) $C = K * P$ :

```
3 6 4
1 5 2
8 7 9
```

(解密) $P = (K^{-1}) * C$

## 补充内容

如何求逆元?

我们的目标是对于 A 和 N 找到 A 的逆元 B, 使得  $A * B = 1 \pmod{N}$ 。扩展欧几里得算法对于给定 (a,b) 扩展欧几里得算法可以计算出  $a * x + b * y = \gcd(a, b)$ , 那么, 只要  $\gcd(A, N) == 1$ , 令 (a,b) 为 (A, N), 可以计算  $A * x + b * N = 1$ , 则  $A * x = 1 \pmod{N}$ , x 即为一个满足条件的 B。

扩展欧几里得算法是怎样求出 x, y 的?

```
gcd(a, b) == gcd(b, a % b)
```

假设 $a, b$ 最大公因数为 $X$ , gcd递归下降的终点为 $1 \cdot X + 0 \cdot y == X$ , 在gcd算法向上回溯的过程中总有:

$$X = nx \cdot a + ny \cdot b$$

$$X = x \cdot b + y \cdot (a \% b)$$

这里  $a \% b$  写成  $a - k \cdot b$ , 其中  $k = a // b$ , 则

$$X = b \cdot x + a \cdot y - k \cdot b \cdot y$$

$$X = b \cdot x + (a - k \cdot b) \cdot y$$

$$X = b \cdot x + a \cdot y - k \cdot b \cdot y$$

$$X = a \cdot [y] + b \cdot [(x - k \cdot y)]$$

那么  $nx, ny = y, (x - a // b \cdot y)$ , 由此递推计算 $x, y$

下面是 Python 代码实现:

```
def XGCD(a, b):
    if (b == 0):
        return a, 1, 0
    gcd, x, y = XGCD(b, a % b)
    return gcd, y, x - a // b * y

def inverse(a, n):
    gcd, x, y = XGCD(a, n)
    return x % n if gcd == 1 else None
```