Institut Supérieur du Numérique

1ere Année — Année universitaire 2022-2023

Analyse

Devoir

Exercice 1.

Montrer, a partir de la définition de limite, que $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$

Exercice 2.

Soit $\{u_n\}$ la suite réelle définie par : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1+3u_n}{3+u_n} \end{cases}$

1) Claculer u_2 *et* u_3

2) Montrer par réccurence que pour tout entier naturel n on a : $u_n > 1$

3) Montrer que $\{u_n\}$ est décroissante

4) En déduire que $\{u_n\}$ converge et déterminer sa limite.

Exercice 3.

Calculer les limites des suites suivantes :

$$a_n = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+k^2}; \qquad b_n = \frac{n^3}{3^n}; \qquad c_n = \sqrt{4n^2+8n+9} - 2n - 3;$$

$$d_n = ln(2e^{2n} + 3e^n + 5) - 2\,ln(e^n + 1)$$

Exercice 4.

Etudier la continuité des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x} - 2e^x + 1}{e^x - 1} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$; 2) $g(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-1)}{x-\sqrt{2-2x+x^2}} & si\ x \neq 1 \\ 0 & si\ x = 1 \end{cases}$

Exercice 5. Peut on prolonger les fonctions suivantes par continuité aux points proposés? Si oui, donner l'expression du prolongement.

$$a)\ f(x) = \frac{sin4x}{tan5x}\ en\ x = 0 \quad ; \quad b)\ g(x) = \frac{x^2 + 2|x|}{x}\ en\ x = 0$$

Bon courage