

23042

Institut Supérieur du Numérique
Devoir d'Algèbre
Année Universitaire 2023 / 2024

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés
Durée 1 h 30 mn

Exercice 1

Dites si les formules suivantes sont des tautologies, en justifiant votre réponse.

- i. $P \vee \bar{P}$ (principe du tiers exclu)
- ii. $\overline{P \wedge \bar{P}}$ (principe de non-contradiction)
- iii. $\bar{P} \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$ (le faux implique tout)

Exercice 2

- I. Soient f l'application de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4\}$ dans lui-même définie par :
 $f(1) = 4 ; f(2) = 1 ; f(3) = 2 ; f(4) = 2$
 - 1. Déterminer $f^{-1}(A)$; lorsque $A = \{2\}$, $A = \{1, 2\}$, $A = \{3\}$
 - 2. L'application f est-elle injective, surjective, bijective ? Justifier.
- II. Soient E et F deux ensembles et soit f une application de E dans F . Soient A et B deux parties de E , montrer que : $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

Exercice 3

On définit sur \mathbb{R}^2 la relation \mathcal{R} par : $(a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

- 1. Montrer que \mathcal{R} une relation d'équivalence.
- 2. Décrire la classe d'équivalence du couple (a, b) .

Bonne Chance