

Institut Supérieur du Numérique  
Devoir d'Algèbre

UGEM

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés

Durée 1 h 30 mn

**Exercice 1**

Soit le raisonnement suivant :

- Quand il fait soleil, je mets mes lunettes ou je ne sors pas.
- Je ne reste à la maison que sans lunettes et par temps gris.

Donc si je ne mets pas mes lunettes, c'est qu'il fait gris.

1) Formaliser ce raisonnement en utilisant les variables suivantes :

S : il fait soleil, L : je mets mes lunettes, M : je reste à la maison.

2) Montrer que le raisonnement ci-dessus est correct (valide) en utilisant la table de vérité.

**Exercice 2**

Soient  $E = [0, 1]$ ,  $F = [-1, 1]$ , et  $G = [0, 2]$  trois intervalles de  $\mathbb{R}$ .

Considérons l'application  $f$  de  $E$  dans  $G$  définie par :  $f(x) = 2 - x$ , et l'application  $g$  de  $F$  dans  $G$  définie par :  $g(x) = x^2 + 1$

1. Déterminer  $f\left(\left\{\frac{1}{2}\right\}\right)$ ;  $f^{-1}(\{0\})$ ;  $g([-1, 1])$ ;  $g^{-1}([0, 2])$ .
2. L'application  $f$  est-elle bijective ? Justifier.
3. L'application  $g$  est-elle bijective ? Justifier.

**Exercice 3**

On définit sur  $\mathbb{R}^2$  la relation  $\mathcal{R}$  par :  $(x, y)\mathcal{R}(x', y') \Leftrightarrow x + y \neq x' + y'$

1. Montrer que  $\mathcal{R}$  une relation d'équivalence.
2. Trouver la classe d'équivalence du couple  $(0, 0)$ .