

## Devoir

### Exercice 1.

Calculer les limites des suites suivantes :

$$a_n = \frac{3^n + 4^n}{5^n - 2^n}; \quad b_n = (-1)^n \frac{(n+1)^4}{4^n}; \quad u_n = 3n + 1 - \sqrt{9n^2 + 5n + 6};$$

$$v_n = \ln(12n^3 - 1) - \ln(3n^3 + 7n^2 + 10)$$

### Exercice 2.

Montrer, à partir de la définition de limite, que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{5+2n^2} = 2$

### Exercice 3.

Soit  $\{u_n\}$  la suite réelle définie par : 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{(u_n)^2 + 3}{4} \end{cases}$$

- 1) Calculer  $u_2$  et  $u_3$
- 2) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$  on a :  $1 < u_n \leq 2$
- ~~3) Montrer que  $\{u_n\}$  est monotone~~
- 4) En déduire que  $\{u_n\}$  converge et déterminer sa limite.

### Exercice 4.

Calculer, lorsqu'elles existent, les limites des fonctions suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$  ;

2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{2x+5}-3}$  ;

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x}}$  ;

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin|x|}{x}$