

## **Examen**

### **Exercice 1.**

Calculer, les limites des suites suivantes :

$$u_n = \cos\left(\frac{5+\pi n^3}{4n^3+3n+5}\right) ; \quad v_n = \frac{1}{1+4n^2-\sqrt{16n^4+3n^2+3}}$$

### **Exercice 2.**

1) Calculer, lorsqu'elles existent, les dérivées des fonctions suivantes :

$$a) y = x^5 \arctan 3x ; \quad b) y = \frac{\ln(5-\cos(x^2))}{e^{\sqrt{x^2+1}}} ; \quad c) y = \frac{\sin(x^2+1)}{7} ; \quad d) y = (x^6+3)^{x^2};$$

2) Calculer, à l'aide de la règle de l'Hospital, les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+x^2)}{e^x - x - 1} \right) ; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{1/\sin x}$$

3) Ecrire l'équation de la tangente de la courbe :  $x^4 + y^3 + x^2 y^2 - e^{xy} - 7 = 0$  au point  $(0,2)$ .

### **Exercice 3.**

a) Etudier la continuité de la fonction suivante sur  $\mathbb{R}$  :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 2|} & \text{si } x \neq 2 \\ 2 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

b) Peut on prolonger la fonction  $g$  suivante par continuité au point  $0$ ? Si oui, donner l'expression du prolongement:

$$g(x) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{(\sin x)^2}$$

### **Exercice 4.**

Soit  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5$

- Determiner les intervalles de monotonie de  $f$
- Trouver les extrémums locaux (relatifs) de la fonction  $f$
- Trouver les extrémums globaux (absolus) de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-1, 3]$
- Edudier la convexité et la concavité de  $f$  et déterminer les points d'inflexions de  $f$ .

**Bon courage**