Institut Supérieur du Numérique

Analyse

Semestre 1 A. U. 2022-2023

Examen de la session de rattrapage

Exercice 1.

Soit $\{u_n\}$ la suite réelle définie par : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1+3u_n}{3+n} \end{cases}$

- 1) Claculer uz et us
- 2) Montrer par réccurence que pour tout entier naturel n on a : $u_a > 1$
- 3) Montrer que {u_n} est décroissante
- En déduire que {u_n} converge et déterminer sa limite.

Exercice 2.

1) Calculer, à l'aide de la règle de L'Hôpital, les limites suivantes :

a)
$$\lim_{x \to +\infty} (1 + e^{5x})^{\frac{1}{x}}$$
; b) $\lim_{x \to 1} \frac{\sin \pi}{\ln x}$

b)
$$\lim_{x\to 1} \frac{\sin \pi x}{\ln x}$$

2) Calculer, lorsqu'elles existent, les dérivées des fonctions suivantes :

a)
$$y = x^5 \ln(e^{x^2} + 1)$$
; b) $y = \frac{\arctan(x^5 + 1)}{(x^2 + 3)^4}$; c) $y = \frac{\cos 3x}{5}$

3) Pour quelles valeurs de a et b la fonction f, définie ci-après, est-elle continue sur IR?

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & si |x| < 1\\ ax^2 + bx - 1 & si |x| \ge 1 \end{cases}$$

Exercice 3.

Soit $f(x) = \ln(1+x)$. Donner le développement limité d'ordre 5 de f au point 0 et déduire la série de Taylor de f en 0.

Exercice 4.

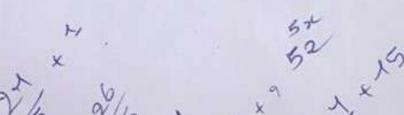
Soit $f(x) = x^5 - 15x^3 + 2$

- a) Determiner les intervalles de monotonie de f
- b) Trouver les extrémums locaux de la fonction f
- c) Trouver les extrémums globaux de la fonction f dans l'intervalle [-1,4]
- d) Edudier la convexité et la concavité de f et determiner les points d'inflexions de f.

Exercice 5.

Calculer les integrales suivantes :

1)
$$\int_0^1 \left(18x^5 - 3\pi \sin \pi x + \frac{4}{x^2} + 7\right) dx$$
 ; 2) $\int \frac{e^{2x} + 3}{e^{2x} + 6x + 2} dx$



Bon courage