SENTENCES INTERPRETATION AND VALIDITY

Lecture 9-10

DR. Herlina Jayadianti., ST., MT

- **Semua** binatang **ada** yang jantan ada yang betina (KURANG TEPAT)
- **Semua** orang sholat **ada** yang pakai dzikir **ada** yang pakai doa

- Semua mahluk hidup terdiri atas jantan dan betina
- Not for all x dimana x adalah orang dan x berdoa setelah sholat dan not for all x dimana x adalah orang dan x berzikir setelah sholat

- (For ALL X)(For SOME Y) (IF mahluk_hidup (x) THEN Jantan (Y) OR Betina (Y))

- Tidak Semua buah nikmat dimakan saat matang pohon.
- = ada beberapa jenis buah yang enak dimakan ketika matang phon dan ada beberapa buah yang enak dimakan ketika tidak matang di pohon.

- Tidak Semua buah tumbuh dari batangnya.
- Ada beberapa buah yang tumbuh tidak dari batang.

Review

- Apa itu kalkulus predikat
- Simbol, term, proposisi, kalimat
- Subterm, subkalimat
- Representasi kalimat
- Variabel bebas/terikat

REVIEW 1

Setiap anak sekolah berpikir bahwa Matematika mata pelajaran yang sulit

Solusi .
Kalimat diformulasikan kembali menjadi :
Untuk semua x, jika x adalah anak sekolah maka x berpikir bahwa matematika mata pelajaran yang sulit

Andaikan :
- Anak_sekolah(x) adl "x adl anak sekolah",
- Sulit(x,m) adl "x berpikir bahwa m adl mata pelajaran yg sulit"
- m adalah "Matematika"

Maka kalimat menjadi :

$\forall$x (if Anak_sekolah(x) then Sulit(x,m))

Setiap mahasiswa informatika berpikir bahwa algoritma adalah mata kuliah yang sulit

For all x if x mhs then x sulit algo

For all x (IF mhs(x) then sulit (x, algo))

Sulit adalah : predikat

Setiap mahasiswa informatika berpikir bahwa beberapa mata kuliah yang sulit

For all x, dimana x mahasiswa, DAN for some y dimana y mata kuliah

Semua Mahasiswa (x) kesulitan beberapa mka (y)

For all x for some y (IF mhs(x) then sulit (x, y))

Beberapa *mahasiswa informatika berpikir bahwa* ***algoritma*** *adalah mata kuliah yang sulit dan* ***beberapa lainnya*** *kesulitan kalkulus.*

For some x (mhs(x) and sulit (x, Algo)
And
For some y (mhs(y) and sulit (y, kal)

∀x (if Anak_sekolah(x) then Sulit(matematika))
KURANG TEPAT

∀x (if Anak_sekolah(x) then Sulit(x,matematika))

Setiap mahasiswa informatika menganggap bahwa algoritma adalah pelajaran yang sulit tetapi logika tidak.
∀x (if mahasiswa_IF(x) then Sulit(x,algoritma) and NOT sulit (x, Logika))

Semua orang mengakui bahwa Spiderman adalah hebat tetapi beberapa tidak menyukainya.
∀x (if orang(x) then mengakui(x,spiderman hebat)
ᴲx (orang (x) and not menyukai (x,spiderman))

REVIEW 1

Setiap *anak sekolah berpikir bahwa Matematika mata pelajaran yang sulit*

Tidak ada *anak sekolah yang berpikir bahwa Matematika mata pelajaran yang sulit*

Setiap *anak sekolah berpikir bahwa* ***beberapa*** *mata pelajaran sulit*

Setiap *anak sekolah berfikir bahwa matematika sulit tetapi bahasa Indonesia tidak.*

Tidak ada *satupun anak sekolah yang bisa matematika.*

Beberapa *anak sekolah beranggapan matematika sulit dan* ***beberapa*** *anak sekolah beranggapan bahasa inggris sulit*

Beberapa pemain sepakbola tak akan pernah bermain dalam Liga Utama atau pada Divisi Papan atas

$\exists x$ (Pemain_SB(x) $\wedge \neg$(Liga_UT(x) $\vee$ Divisi_PA(x)))

atau dgn hukum de morgan

$\exists x$ (Pemain_SB(x) $\wedge \neg$(Liga_UT(x)) ^ $\neg$ (Divisi_PA(x)))

Beberapa pemain sepakbola tak akan pernah bermain dalam Liga Utama atau pada Divisi Papan atas

Pemain_SB(x) adl x pemain sepak-bola, **Liga_UT(x)** adl "x akan bermain di Liga Utama", dan **Div_PA(x)** adl "x bermain di Divisi Papan-atas"

Maka kalimat menjadi :

$\exists x$ (Pemain_SB(x) $\wedge \neg$(Liga_UT(x) $\vee$ Divisi_PA(x)))

atau dgn hukum de morgan

$\exists x$ (Pemain_SB(x) $\wedge \neg$(Liga_UT(x)) ^ $\neg$ (Divisi_PA(x)))

REVIEW 2

Beberapa pemain sepakbola tak akan pernah bermain dalam Liga Utama atau pada Divisi Papan- atas

Solusi .

Kalimat diformulasikan kembali menjadi :

"Terdapat x sedemikian sehingga x adalah pemain sepak bola dan x tak akan pernah bermain di Liga Utama atau pada Divisi Papan-atas"

Andaikan :

Pemain_SB(x) adl x pemain sepak-bola, **Liga_UT(x)** adl "x akan bermain di Liga Utama", dan **Div_PA(x)** adl "x bermain di Divisi Papan-atas"

Maka kalimat menjadi :

$\exists x$ (Pemain_SB(x) $\wedge \neg$(Liga_UT(x) $\vee$ Divisi_PA(x))) atau dgn hukum de morgan

$\exists x$ (Pemain_SB(x) $\wedge \neg$(Liga_UT(x)) $\wedge \neg$ (Divisi_PA(x)))

REVIEW 3

"Ada peserta kuliah Logika informatika mendapat nilai A"

Formulasi:

Untuk beberapa x dimana x adalah peserta kuliah logika, dan x mendapat nilai A

Maka kalimat menjadi :

$(\exists x)\ A(x)$

$(\exists x)\ NilaiA(x)$

Materi

- Arti /interpretasi kalimat
- Interpretasi yang diperluas
- **Aturan semantik**
- Kecocokan
- Validitas

Arti Kalimat

- Arti kalimat ditentukan oleh interpretasi yang diberikan. Tetapi karena dalam kalkulus predikat mengandung pengertian objek, maka interpretasi dalam kalimat predikat harus juga mendefinisikan suatu <u>**domain yaitu himpunan objek yang memberi arti pada term**</u>.
- Suatu interpretasi harus memberi nilai pada setiap simbol bebas pada kalimat tersebut.

Arti Kalimat

Misalkan ada kalimat tertutup :

A : IF (FOR ALL x) (FOR SOME y) p(x, y) THEN p(a, f(a))

Interpretasi untuk kalimat A harus

- Mendefinisikan Domain
- Memberikan nilai untuk simbol bebas dalam hal ini Konstanta a, Simbol fungsi f, Simbol p

Contoh :

Diberikan interpretasi I dengan Domain D adalah himpunan bilangan integer positif, dimana :

a = 0

p = relasi **"lebih besar"** yaitu : p(x, y) = (x > y)

f = fungsi suksesor yaitu f(a) = a + 1

berdasarkan interpretasi I, kalimat tersebut dapat diartikan sebagai :

If untuk setiap integer x terdapat integer y sedemikian sehingga x > y

Then **0 > 0 + 1**

Arti Kalimat

Misalkan interpretasi J dengan domain bilangan integer positif, yang akan memberi nilai :

a = 0

p = relasi "ketidaksamaan" yaitu : p(d1, d2) = (d1 $\neq$ d2)

f = fungsi predesesor yaitu f(d) = d - 1

Berdasarkan interpretasi J, kalimat tersebut dapat diartikan sebagai :

IF untuk setiap integer x ada integer y sedemikian sehingga $x \neq y$ THEN $0 \neq 0 - 1$

Contoh Arti Kalimat

Contoh Soal :
Diberikan Ekspresi :

E = IF p (x , f (x)) THEN (FOR SOME y) p (a , y)

Tentukan arti kalimat
Misalkan I adalah interpretasi untuk E dengan Domain bilangan real; dimana

- a = $\sqrt{2}$
- x = Π
- f = fungsi “dibagi 2” yaitu : f1(d1) = d1/2
- p = relasi “lebih besar atau sama dengan” yaitu p(d1, d2) = (d1 $\geq$ d2)

Misalkan J adalah interpretasi untuk E dengan Domain semua orang; dimana

- a = Soeharto
- x = Soekarno
- f = fungsi “Ibu dari” yaitu : f1(d1) = ibu dari d1
- p = relasi “anak dari” yaitu p(d1, d2) = d1 adalah anak dari d2

Apakah arti ekspresi E berdasarkan interpretasi I dan interpretasi J ?

Aturan Semantik

Misal A adalah suatu ekspresi dan I adalah interpretasi untuk A yang meliputi domain tak kosong D.

Maka nilai dibawah I ditentukan berdasarkan aturan semantik sebagai berikut :

a. Nilai suatu konstanta a adalah elemen domain D
b. Nilai variabel x adalah elemen domain D
c. Nilai aplikasi $f_1(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ adalah elemen domain D dimana $f_1(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ adalah fungsi yang diberikan kepada f dan $t_1, t_2, \ldots, t_n$ adalah nilai term berdasarkan interpretasi I
d. Nilai Term kondisional *if A then s else t* adalah nilai term s jika A bernilai TRUE dan sama dengan nilai term t jika A bernilai FALSE
e. Nilai proposisi $p_1(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ adalah nilai kebenaran TRUE atau FALSE dimana p adalah relasi yang diberikan oleh interpretasi I dan nilai dari $t_1, t_2, \ldots, t_n$ berdasarkan I.
f. Aturan untuk penghubung logik (not, or, dsb) sama dengan aturan pada kalkulus proposisi

Interpretasi yang diperluas

Misal I adalah suatu interpretasi yang mencakup domain D maka untuk sembarang variabel s dan elemen d pada domain D, interpretasi yang diperluas

< x ← d > o I

adalah interpretasi yang mencakup domain D dimana :

Variabel x diberikan nilai elemen domain D

1. Setiap variabel y (selain x) diberi nilai sama dengan elemen domain y_1 (yaitu nilai berdasar interpretasi D. jika y tidak mempunyai nilai berdasar I maka y juga tidak mempunyai nilai berdasar < x ← d > o I
2. Setiap konstanta a, simbol fungsi f, dan simbol predikat p diberi nilai sesuai dengan nilai aslinya yaitu a_I, f_I, p_I krn yang didefinisikan hanya x, < x ← d > o I

Sifat interpretasi yang diperluas

Jika I adalah interpretasi untuk kalimat berbentuk

(FOR ALL x) A atau (FOR SOME x) A,

maka < x ← d > o I adalah interpretasi yang berlaku untuk A juga

Contoh Interpretasi yang diperluas

Contoh :

1. I adalah interpretasi yang meliputi bilangan integer, dengan

   x = 1

   y = 2

   Maka perluasan interpretasi terhadap I :

   < x ← 3 > o I

   akan memberikan nilai :

   x = 3

   y = 2

2. I adalah interpretasi yang meliputi bilangan integer, dengan

   f adalah simbol fungsi biner,

   + adalah fungsi penambahan integer

   maka :

   < f ← + > o I adalah interpretasi yang meliputi domain bilangan integer dengan f fungsi penambahan +.

Aturan Semantik Untuk Kuantifier

Aturan FOR ALL

- Kalimat (FOR ALL x) A bernilai TRUE berdasarkan interpretasi I jika :
  Untuk setiap elemen d dari domain D menyebabkan subkalimat A bernilai TRUE berdasarkan interpretasi yang diperluas < x ← d> o I
- Kalimat (FOR ALL x) A bernilai FALSE berdasarkan interpretasi I jika :
  Ada elemen d dari domain D sedemikian sehingga subkalimat A bernilai FALSE berdasarkan interpretasi yang diperluas < x ← d> o I

Aturan FOR SOME

- Kalimat (FOR SOME x) A bernilai FALSE berdasarkan interpretasi I jika :
  Untuk setiap elemen d dari domain D menyebabkan subkalimat A bernilai FALSE berdasarkan interpretasi yang diperluas < x ← d> o I
- Kalimat (FOR SOME x) A bernilai TRUE berdasarkan interpretasi I jika :
  Ada elemen d dari domain D sedemikian sehingga subkalimat A bernilai TRUE berdasarkan interpretasi yang diperluas < x ← d> o I

Contoh 1

A : (FOR SOME x) p(x,y)

Diberikan interpretasi I yang meliputi himpunan bilangan integer positif

y = 2

p : relasi “kurang dari”, yaitu p1(d1, d2) = d1 < d2

Berdasarkan aturan (FOR SOME x) maka

(FOR SOME x) p(x, y) bernilai TRUE jika ada elemen dari D sehingga nilai p(x, y) bernilai TRUE berdasarkan interpretasi < x ← d > o I

Misal diambil d = 1 maka perluasan interpretasi menjadi < x ← 1 > o I sehingga berdasarkan aturan proposisi diperoleh bahwa

p(1, 2) yaitu 1 < 2 adalah TRUE

Contoh 2

B : IF (FOR ALL x) (FOR SOME y) p(x, y) THEN p(a, f(a))

Misal I adalah interpretasi untuk B yang meliputi domain bilangan real positif dimana:

a = 1

f : fungsi "akar dari" yaitu f1(d) = $\sqrt{d}$

p : relasi "tidak sama dengan", yaitu $p1(d_1, d_2) = d_1 \neq d_2$

Misal diasumsikan bahwa B bernilai FALSE

Maka harus diperhatikan bahwa :

Antisenden : (FOR ALL x) (FOR SOME y) p(x, y) bernilai TRUE

Konsekuen : p(a, f(a)) bernilai FALSE

Aturan Semantik Untuk Kuantifier

Untuk lebih mudahnya, dimulai dari Konsekuen karena bentuknya lebih sederhana. Berdasarkan aturan proposisi, maka nilai konsekuen p(a, f(a)) yaitu $1 \neq \sqrt{1}$ adalah FALSE berdasarkan I

Antisenden : berdasarkan Aturan (FOR ALL x)

Untuk setiap elemen d_1 dari D, subkalimat (for some y) p(x,y) bernilai TRUE berdasarkan $< x \leftarrow d_1 > \circ I$

Berdasarkan Aturan (FOR SOME y)

Ada elemen d_1 dari D, ada elemen d_2 sedemikian sehingga p(x,y) bernilai TRUE berdasarkan $< y \leftarrow d_2 > \circ < x \leftarrow d_1 > \circ I$

Misal ambil sembarang elemen domain dan $d_2 = d_1 + 1$

Maka berdasarkan aturan proposisi, nilai p(x,y) yaitu $p(d_1, d_2)$

Berarti $p(d_1, d_1+1)$ menyatakan bahwa $d_1 \neq d_1 + 1$ adalah TRUE

berdasarkan $< y \leftarrow d_2 > \circ < x \leftarrow d_1 > \circ I$

Jadi dapat disimpulkan bahwa kalimat B bernilai FALSE berdasarkan I

Kecocokan

- Dua interpretasi dikatakan cocok jika keduanya memberi nilai yang sama untuk simbol-simbolnya atau keduanya tidak memberi nilai untuk simbol-simbolnya
- Dua interpretasi I dan J cocok untuk ekspresi A jika nilai A berdasarkan I sama dengan nilai A berdasarkan J atau I dan J bukan interpretasi untuk A

Contoh Kecocokan

Contoh :
Misalkan I adalah interpretasi yang meliputi bilangan integer dengan :
a → 0
b → 2
x → -1
f → fungsi suksessor $f_1(d) = d + 1$

dan interpretasi J yang meliputi integer dengan :
a → 0
x → 1
f → fungsi predesesor $f_1(d) = d – 1$

- I dan J cocok untuk konstanta a
- I dan J cocok untuk simbol predikat p
- I dan J tidak cocok untuk variabel x
- I dan J cocok untuk ekspresi f(x)
- I dan J cocok untuk ekspresi f(y)
- I dan J tidak cocok untuk ekspresi f(b), karena I adalah interpretasi untuk f(b) tetapi tidak untuk J

Validitas

Validitas di dalam kalkulus predikat didefinisikan **hanya untuk kalimat tertutup, yaitu kalimat yang tidak memiliki variabel bebas.**

Definisi

Sebuah kalimat A dikatakan <u>valid</u> jika kalimat tersebut bernilai TRUE berdasarkan setiap interpretasi untuk A

Pembuktian validitas kalimat dapat menggunakan :

1. Dengan membuktikan bahwa kalimat tertutup A adalah VALID

   (biasanya lebih "enak" untuk kalimat-kalimat yang memiliki penghubung logik : if and only if, AND, NOT)
2. Dengan membuktikan bahwa kalimat tertutup A adalah TIDAK VALID dengan cara mencari satu interpretasi tertentu yang menyebabkan kalimat tersebut bernilai FALSE.

   (biasanya untuk kalimat-kalimat yang memiliki penghubung logik : IF-THEN, OR)

Validitas $_2$

Cara 1

Misalkan ingin dibuktikan validitas kalimat A berikut :

A : [NOT (FOR ALL x) p(x)] if and only if [(FOR SOME x) NOT p(x)]

Berdasarkan aturan if and only if, cukup diperlihatkan bahwa :

NOT (FOR ALL x) p(x)] dan [(FOR SOME x) NOT p(x)] memiliki nilai kebenaran yang sama berdasarkan setiap interpretasi,

Validitas $_3$

A : [NOT (FOR ALL x) p(x)] IFF [(FOR SOME x) NOT p(x)]

Misalkan terdapat sebarang interpretasi I untuk A, maka
NOT (FOR ALL x) p(x) bernilai TRUE berdasarkan I
Tepat bila (berdasarkan aturan NOT)
(FOR ALL x) p(x) bernilai FALSE berdasarkan I
Tepat bila (berdasarkan (FOR ALL x))
Ada elemen d di dalam domain D
Sehingga p(x) bernilai FALSE berdasarkan $< x \leftarrow d >$ o I
Tepat bila (berdasarkan aturan NOT)
Ada elemen d di dalam domain D
sehingga NOT p(x) bernilai TRUE berdasarkan $< x \leftarrow d >$ o I
Tepat bila (berdasarkan aturan (FOR SOME x))
(FOR SOME x) NOT p(x) bernilai TRUE berdasarkan Interpretasi I

Validitas $_4$

Cara 2

Misalkan ingin dibuktikan validitas kalimat B berikut :

B : IF (FOR SOME y) (FOR ALL x) q(x, y) THEN
(FOR ALL x) (FOR SOME y) q(x, y)

Asumsikan bahwa B tidak valid, sehingga bahwa untuk suatu interpretasi I untuk B :

- Jika Antisenden : (FOR SOME y) (FOR ALL x) q(x, y) bernilai TRUE berdasarkan I
- maka konsekuen : (FOR ALL x) (FOR SOME y) q(x, y) bernilai FALSE berdasarkan I

Validitas $_5$

Karena Antisenden bernilai TRUE berdasarkan I,

maka (berdasarkan aturan FOR SOME y)

Ada elemen d_1 di dalam domain D sehingga (FOR ALL x) q(x, y) bernilai TRUE berdasarkan $< y \leftarrow d_1 > o$ I

Tepat bila (berdasarkan aturan FOR ALL x)

Ada elemen d_1 di dalam domain D sedemikian sehingga untuk setiap elemen d_2 di dalam domain D sedemikian sehingga q(x, y) bernilai TRUE

berdasarkan $< x \leftarrow d_2 > o < y \leftarrow d_1 > o$ I ……………………… (1)

Karena konsekuen bernilai FALSE berdasarkan I,

Maka (berdasarkan aturan FOR ALL x)

Ada elemen e_1 di dalam domain D sehingga (FOR SOME y) q(x, y) bernilai FALSE berdasarkan $< x \leftarrow e_1 > o$ I

Tepat bila (berdasarkan aturan FOR SOME y)

Ada elemen e_1 di dalam domain D sedemikian sehingga untuk semua elemen e_2 di dalam domain D sedemikian sehingga q(x, y) bernilai FALSE

berdasarkan $<y \leftarrow e_2 > o < x \leftarrow e_1 > o$ I ……………………………(2)

Validitas $_6$

Berdasarkan (1) dan (2) kita dapat mengambil nilai elemen d_1 sama dengan e_2 dan d_2 sama dengan e_1, sehingga dari (1) diperoleh :

q(x, y) bernilai TRUE berdasarkan $< x \leftarrow e_1 > o < y \leftarrow d_1 > o\ I$ .... (3)

dan dari (2) diperoleh

q(x, y) bernilai FALSE berdasarkan $<y \leftarrow d_1 > o < x \leftarrow e_1 > o\ I$ ....(4)

Karena variabel x dan y berbeda, maka interpretasi

$< x \leftarrow e_1 > o < y \leftarrow d_1 > o\ I$ dan $< y \leftarrow d_1 > o < x \leftarrow e_1 > o\ I$

adalah identik, sehingga terlihat bahwa (3) dan (4) saling berkontradiksi.

Berarti asumsi bahwa B tidak valid adalah tidak benar, sehingga B <u>VALID</u>

COBA KERJAKAN

- Jika Siti mirip Dewi dan Dewi mirip Santi, maka Siti mirip Santi.
- Badu sangat sibuk, tetapi Dito tidak.
- Amir kenal Bapak Bowo, tetapi Pak Bowo tidak kenal Amir.
- Tidak semua orang kaya raya.
- Semua harimau adalah pemangsa.
- Ada harimau yang hanya memangsa kijang.

Jika Siti mirip Dewi dan Dewi mirip Santi, maka Siti mirip Santi.

Term: S=Siti, D=Dewi, N=Santi

Predikat: M=Mirip

Fungsi: $(M(S,D) \wedge M(D,N)) \rightarrow M(S,N)$

Badu sangat sibuk, tetapi Dito tidak.

Term: B-Badu, D=Dito

Predikat: S=sibuk

Fungsi: $S(B) \wedge \sim S(D)$

Amir kenal Bapak Bowo, tetapi Pak Bowo tidak kenal Amir.

Term : A=Amir, B=Bowo

Predikat : K=kenal

Fungsi: $K(A,B) \wedge \sim K(B,A)$

Tidak semua orang kaya raya.

Term : O(x)=orang

Predikat : K(x)=kaya raya

$\sim\forall x\ O(x) \rightarrow K(x)$

Not for all (x) (ifO(x) then K(x))

for some (x) $O(x) \rightarrow K(x)$

Semua harimau adalah pemangsa.

Term: H(x)= Harimau

Predikat: P(x) = Pemangsa

Fungsi: $\forall x$ (if H(x) then P(x))

Semua harimau adalah pemangsa dan suka makan daging

Term: H(x)= Harimau

Predikat: P(x) = Pemangsa

Predikat: D(x) = Makan_Daging

Fungsi: ∀x (if H(x) then P(x) Then D(X))

Fungsi: ∀x (if H(x) and P(x) Then D(X))

Ada harimau yang hanya memangsa kijang.

Term: $H(x)$= Harimau, $K(x)$=kijang

Predikat: $P(x)$ = Pemangsa

Fungsi: $\exists(x)H(x) \land P(x) \rightarrow K(x)$

Atau:

Term: $H(x)$= Harimau, k=kijang

$\exists(x)H(x) \rightarrow pemangsa(x,k)$

REFERENSI

Zohar Manna. *The Logical Basis For Computer Programming. Addison Wesley Publishing. 1985*

Rosen, Kenneth H.,*Discrete Mathematic and Its ,* edition, McGraw Hill International Editions, 1999th *Applications, 4*

Norvig, Russell, *Artificial Intelligent A Modern Approach, Prentice-Hall , New Jersey, 1995.*

LATIHAN 1

Setiap laki-laki harus wajib militer

Ada beberapa laki-laki yang tidak wajib militer.

Ditulis:

- Untuk setiap x, jika x laki-laki maka x harus wajib militer
- Terdapat x sehingga x laki-laki dan x tidak wajib militer.

Term : laki laki = p

Predikat : wajib militer =q

Fungsi :

$(\forall x)($ if $p(x)$ then $q(x))$

$(\exists x)p(x) \wedge \sim q(x)$ OR $(\exists x)p(x) \wedge q(x)$

$(\exists x)p(x) \rightarrow \sim q(x)$

$(\exists x)p(x) \rightarrow q(x)$

LATIHAN 2

“Semua orang tua mempunyai rambut putih”

“Untuk semua x, jika x orang tua maka x mempunyai rambut putih”

$\forall$x (if Orangtua(x) then Rambutputih(x)

LATIHAN 4

Untuk semua orang yang berada pada pacuan kuda maka kehilangan uang

"*Untuk semua* x, *jika* x berada pada pacuan kuda *maka* x kehilangan uang"

- Pacu_kuda = h
- Hilang_uang=p

Sehingga didapat hasilnya :

$\forall$(x) (if Pacu_kuda(x) **then** Hilang_uang(x))

$\forall$(x) (if h(x) **then** p(x))

LATIHAN 5

"Beberapa orang yg berada di pacuan kuda kehilangan uang tetapi beberapa orang yang cerdik tak kehilangan"

Predikat yang diperlukan adalah :

Pacuan_kuda(x)   x orang yg berada di pacuan kuda

Hilang_uang(x)   x orang yang kehilangan uang

Cerdik(y)   y orang yang cerdik

Maka

" Ada x sedemikian sehingga x berada di pacuan kuda dan x kehilangan uang, dan ada y sedemikian sehingga y berada pada pacuan kuda, y cerdik dan tidak kehilangan uang"

Dengan demikian maka didapat formula :

$\exists x$ (Pacuan_kuda(x) $\wedge$ Hilang_uang(x) $\wedge$ $\exists y$ (Pacuan_kuda(y) $\wedge$ Cerdik(y) $\wedge$ $\neg$Hilang_uang(y))

LATIHAN 6

Setiap Mahasiswa mempunyai seorang kawan belajar.

Solusi

Jika kalimat diatas ditafsirkan *"Untuk setiap mahasiswa x ada maha siswa lain y, dimana y adalah kawan belajar x"* , maka jelaslah bahwa *predikat* dapat dicirikan sehingga didapat : " y adalah kawan belajar x" yg disajikan dengan **Kawan_belajar(y,x).**

- **∀x ∃y (Kawan_belajar(y,x))**

LATIHAN 7

"Untuk setiap mahasiswa x ada mahasiswa lain y, dimana y adalah kawan belajar x dan jika ada mahasiswa z maka jika z bukan y maka z bukan kawan belajar dengan x"

maka jelaslah bahwa *predikat* dapat dicirikan sehingga didapat : " y adl kawan belajar x" yg disajikan dng **Kawan_belajar(y,x),** selanjut nya dapat dideduksikan bahwa terdapat *kuantor* "Untuk semua", "Ter dapatlah ", penggandeng logis "negasi", "konjungsi", sehingga didapat bentuk formula :

$$\forall x \, \exists y \, \forall z \, (\text{Kawan\_belajar}(y,x) \wedge ((z \neq y) \rightarrow \neg \text{Kawan\_belajar}(z,x)))$$

LATIHAN 8

Diketahui himpunan semesta = {a,b,c} dan sebuah predikat P, dimana P(x,x) bernilai benar untuk semua kemungkinan nilai x, P(a,c)=T. Selain itu P(x,y) bernilai salah. Tentukan nilai kebenaran dari

a. P(a,b) and P(a,c)
b. P(c,b) or P(a,c)
c. P(b,b) and P(c,c)
d. If P(c,a) then P(c,c)

LATIHAN 9

Sebuah domain terdiri dari individu a,b, dan c. Untuk tiap individu ini, suatu predikat Q(x,y) didefinisikan dan nilai kebenarannya diberikan oleh tabel berikut

Q	a	b	c
a	T	F	T
b	F	T	T
c	F	T	T

Tentukan nilai kebenaran dari

a. (for all x) (for some y) Q (x,y)
b. (for all y) Q (y,b)
c. (for all y) Q (y,y)
d. (for some x) not Q(a,x),
e. (for all y) Q(b,y),
f. (for all y) Q(y,y) and (for some x) (for all y) Q(x,y)

LATIHAN 11

Perhatikan kalimat-kalimat berikut

1. p(x,a)
2. p(a,x) and p (x,f(x))
3. (for some y) p(y,x)
4. (for some y)[p(y,a) or p(f(y),y)]
5. (for all x) (for some y) p(x,y)
6. (for some y) (for all x) p(x,y)

Misal I merupakan interpretasi atas domain himpunan bilangan-bilangan bulat tak-negatif dimana

A <- 0

X <- 1

F <- fungsi "successor" (yaitu, f1(d)=d+1)

P <- relasi "kurang-dari" (yaitu, p1(d1,d2) adalah d1 < d2).

Tentukan nilai-nilai kebenaran dari masing-masing kalimat di atas, di bawah interpretasi I dan di bawah interpretasi J.

LATIHAN 12

Himpunan semesta = {John, Mary, Jane}.

Ketiga orang itu adalah mahasiswa dan tidak ada yang kaya.

John pria, Mary dan Jane wanita.

Misalkan M menyatakan mahasiswa, P untuk pria, W wanita dan K untuk kaya.

a. Berikan pemberian nilai untuk M,P,W,K (dalam bentuk tabel)
b. Tentukan $\forall x M(x)$, $\forall x W(x) \vee \forall x P(x)$, $\forall x(P(x) \vee W(x))$, $\exists x K(x)$ dan $\exists x(W(x) \Rightarrow K(x))$
c. Misalkan R = T dan S = F. Tentukan $\forall x R$, $\forall x S$, $\exists x(R \wedge W(x))$, $\exists x(R \vee W(x))$ dan $\exists x(S \vee W(x))$.

Catatan

Soal ini menggunakan notasi konvensional

$\forall x$: *for all x*

$\exists x$: *for some x*

LATIHAN 13

Misalkan P(x,y) : “x adalah orang tua y”. Gunakan predikat ini untuk menyatakan “x dan y saudara kandung”. Catatan bahwa x bukan saudara kandung x sendiri.

LATIHAN 14

Formulasikan pernyataan berikut dalam kalkulus predikat. Domain-domain pada latihan diberikan dalam tanda kurung di awal tiap pernyataan. Catatan bahwa pernyataan tersebut mengandung beberapa **kalimat konjungsi.**

a. **(Ada)** Profesor itu memberi tugas pada hari Senin dan berikutnya pada hari Rabu. **Semua** murid keberatan dan **beberapa** murid tidak dapat menyelesaikan tugas mereka.
b. (himpunan {0,1,…}) Sebuah bilangan antara a dan b jika dan hanya jika bilangan itu lebih besar dari a tetapi kurang dari b.

- Profesor itu memberi tugas pada hari Senin dan berikutnya pada hari Rabu.
- **Semua** murid keberatan.
- **Ada** yang menyelesaikan tugas dan ada yang tidak

SOLUSI:

Hari senin = a

Hari rabu = b

Profesor = x

For some professor (x) {memberikan (x,Tugas hari senin) and memberikan (x,Tugas hari rabu) }

∃x {memberikan (x,senin) ^ memberikan(x,rabu) and not disukai}

For all student y keberatan (K)

Y mengerjakan (M) OR y tidak mengerjakan (~M)

∀y {IF K(y) then M(y, tugas) or ~M(y,tugas)}

∃y (M(y,tugas)

∃y (~M(y,tugas)

Remember...

Barang siapa meminjam barang orang lain dan tidak mengembalikannya adalah penipu. **Ada** penipu yang begitu lihai, sehingga tidak ketahuan. Kalau **orang** menipu dan itu tidak ketahuan, ia tidak dapat dihukum. Jadi **ada** penipu yang tidak dapat dihukum

- $\forall$**x** [IF Meminjam(x) AND NOT Mengembalikan(x) THEN Penipu(x)];
- $\exists$**x** [Penipu(x) AND Lihai(x) AND NOT Ketahuan(x)]
- $\forall$**x** [IF Penipu(x) AND NOT Ketahuan(x) THEN NOT Hukum(x)]
- $\exists$**x** [Penipu(x) AND Not Hukum(x)]

LATIHAN 15

Perlihatkan validitas dari kalimat-kalimat berikut

a. (for all *)[f and g] if and only if
   [(for all *) f and (for all *) g]
b. If (for all *)[if f then g] then
   [if(for all *) f then (for all *) g]

LATIHAN 16

Jhon mengagumi mAry dan Jane. Mary mengagumi Jhon dan Jane mengagumi Mary dan dirinya sendiri.

Solusi:

"Ada orang atau ada seseorang"...yang mengagumi semua orang"

Himpunan domain = {Jhon, Mary, Jane}

Predikat yang dipakai Q(x,y)

Q = mengagumi, ***"x mengagumi y"***

"Ada seseorang" ∃x [x mengagumi semua orang]

Pernyataan ***"x mengagumi semua orang"*** *dapat dinyatakan sebagai* ∀xQ(x,y) sehingga **"ada seseorang yang mengagumi semua orang"**

∀x{mengagumi(x,y)}

"Ada orang yang mengagumi semua orang"

Himpunan domain = {Jhon, Mary, Jane}

Predikat yang dipakai Q(x,y)

*Q = mengagumi, **"x mengagumi y"***

Dapat dilihat pada table

	Jhon	Mary	Jane	∀yQ(x,y)	∃yQ(x,y)
John	**F**	**T**	**T**	F	T
Mary	**T**	**F**	**F**	F	T
Jane	**F**	**T**	**T**	F	T
∀xQ(x,y)	F	F	F		
∃xQ(x,y)	T	T	T		

- $\forall y Q(x,y)$ pernyataan tersebut bernilai F untuk semua x, karena jhon dan mary tidak mengagumi dirinya sendiri, dan Jane tidak mengagumi jhon.
- $\forall y Q(x,y)$ salah untuk semua niai x karena tidak ada x yang menyebabkan $\forall y Q(x,y)$ bernilai benar maka :

$\exists x \forall y Q(x,y)$ bernilai salah.

$\exists x \forall y Q(x,y)$ dan **$\forall y \exists x Q(x,y)$** adalah dua proposisi yang berbeda.

"untuk semua orang ada seseorang yang dikagumi"

X=Jhon, x=Mary dan x=Jhon

- Jhon = marry dan jane , tp tidak dirinya
- Mary = Jhon, tapi tidak dirinya dan juga tidak jane
- Jane = suka marry dan dirinya, tp tidak suka jhon

- Ada beberapa orang yang suka semua orang
- **$\exists x \forall y Q(x,y$**) SALAH

Semua orang disukai beberapa orang

(dari marry, jhon dan jane)

dan **$\forall y \exists x Q(x,y)$ BENAR**

MAKA

Solusi:

“Ada orang atau ada seseorang”...yang mengagumi semua orang” SALAH

Semua orang disukai beberapa orang

LATIHAN 17

- **Buktikan bahwa Paul anak Laki-laki dari Jhon**

Jhon adalah ayah Paul

Paul bukan anak perempuan Jhon

Orang yang punya ayah Jhon, seharusnya anak laki-laki atau anak perempuan Jhon.

A(x,y) x ayah dari y

L(x,y) x anak laki-laki dari y

W(x,y) x anak perempuan dari y

- Dan juga berlaku untuk :

J untuk Jhon

P untuk Paul

A(J,P) J ayah dari P

~W(P,J) P bukan anak perempuan dari J

$\forall x(A(J,x) \rightarrow L(x,J) \vee W(x,J))$

L(P,J)

- **Buktikan bahwa:**

$\forall x(A(J,x) \rightarrow L(x,J) \vee W(x,J)$

$A(J,P)$

$\sim W(P,J)$

Maka $L(P,J)$

Homework

- Semua kesatria pembrani adalah pahlawan
- Beberapa orang berpikir bahwa Gudeg makanan khasYogya
- Terdapat beberapa orang yang berpikir bahwa Mahesa Jenar dan Kamandoko keduanya adalah raja silat.
- Richard III adalah seorang raja yang baik tetapi beberapa orang berpikir tidak

- Semua kesatria pembrani adalah pahlawan

Untuk semua x dimana x adalah kesatria pemberani maka x adalah pahlawan.

- Beberapa orang berpikir bahwa Gudeg makanan khasYogya

- Terdapat beberapa orang yang berpikir bahwa Mahesa Jenar dan Kamandoko keduanya adalah raja silat.
- Richard III adalah seorang raja yang baik tetapi beberapa orang berpikir tidak

Terimakasih