


BAB II

FUNGSI DAN GRAFIK (2)





OPERASI FUNGSI


$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$


$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$


$$(f * g)(x) = f(x) * g(x)$$


$$(f/g)(x) = f(x)/g(x)$$


$$f^n(x) = [f(x)]^n$$

Contoh

1) Jika $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ dan $g(x) = \frac{1}{x+5}$

Tentukan :

- a) $(f + g)(x)$
- b) $(f - g)(x)$
- c) $(f \cdot g)(x)$
- d) $(f/g)(x)$
- e) $f^2(x)$

Maple

```
> f:=x->(2*x-1)^(1/2);  
> g:=x->1/(x+5);  
> (f+g)(x);  
> (f-g)(x);  
> (f*g)(x);  
> (f/g)(x);  
> (f^2)(x);
```

2) Jika $f(x) = x^2 + 3$ dan $g(x) = 2x + 2$

Hitung :

- a. $(f + g)(2)$
- b. $(f - g)(3)$
- c. $(f \cdot g)(0)$
- d. $(f/g)(-2)$
- e. $f^3(1)$

3. Diketahui :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{jika } x \leq 0 \\ x & \text{jika } x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -2x & \text{jika } x < 1 \\ 1 - x & \text{jika } x \geq 1 \end{cases}$$

Carilah $(f - g)(x)$

KOMPOSISI FUNGSI


$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$


$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Maple

$(f@g)(x);$

$(g@f)(x);$

Contoh :

1) Diketahui $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$

a. $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}-3}{2}$

b. $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x-3}{2}\right)$
 $= \sqrt{\frac{x-3}{2}}$

2) Jika $f(x) = \frac{x}{x+1}$ dan $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$

Tentukan :

a. $(f \circ g)(x)$

b. $(g \circ f)(x)$

3) Jika $f(x) = \frac{4x}{x^2-5}$ dan $g(x) = \sqrt{2x+1}$

Hitung:

a. $(f \circ g)(4)$

b. $(g \circ f)(5)$

4) Diketahui $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ dan $g(x) = 2x^2$ Tentukan $(f \circ g)(x)$ dan $(g \circ f)(x)$

5. Jika $f(x) = 1/(2x - 1)$ dan
 $(f \circ g)(x) = x/(3x - 2)$
Tentukan $g(x)$!



6. Jika $g(x) = x + 1$ dan
 $(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + 1$
maka tentukan $f(x)$!



Tentukan fog (x) jika diketahui:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x & \text{jika } x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{jika } x > 1 \\ 2x - 1 & \text{jika } x \leq 1 \end{cases}$$

Fungsi Invers

1. Tentukan fungsi invers :

$$f(x) = 2x - 3$$

$$y = 2x - 3$$

$$2x = y + 3$$

$$x = \frac{y+3}{2}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$$

Fungsi Invers

2. Tentukan fungsi invers : $f(x) = \frac{2x}{3x-1}$

$$y = \frac{2x}{3x-1}$$

$$y(3x - 1) = 2x$$

$$3xy - y = 2x$$

$$3xy - 2x = y$$

$$x(3y - 2) = y$$

$$x = \frac{y}{3y-2} \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y}{3y-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{3x-2}$$

Fungsi Invers

3. Tentukan fungsi invers f^{-1} jika diketahui

$$f(x) = 1 - \frac{x-1}{3x+2}$$

■ Penyelesaian :

$$y = f(x) = 1 - \frac{x-1}{3x+2}$$

$$1 - y = \frac{x-1}{3x+2}$$

$$(1-y)(3x+2) = x-1$$

$$3x - 3xy - 2y + 2 = x - 1$$

$$2x - 3xy = 2y - 3$$

$$x(2 - 3y) = 2y - 3$$

$$x = \frac{2y-3}{2-3y} = f^{-1}(y) \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x-3}{2-3x}$$

GRAFIK FUNGSI

Langkah-langkah menggambar grafik fungsi :

- Buat tabel untuk mendapatkan koordinat titik yang memenuhi persamaan
- Tentukan letak titik tersebut dalam bidang koordinat kartesius
- Hubungkan titik tersebut dengan sebuah kurva mulus.

GRAFIK LINEAR

$$y = ax + b \quad \rightarrow \text{Garis lurus}$$

Cara membuat grafik :

■ cari titik potong sumbu x

$$y = 0 \rightarrow x = \dots ?$$

■ cari titik potong sumbu y

$$x = 0 \rightarrow y = \dots ?$$

Atau Tabel :

x	0	?
y	?	0

Contoh :

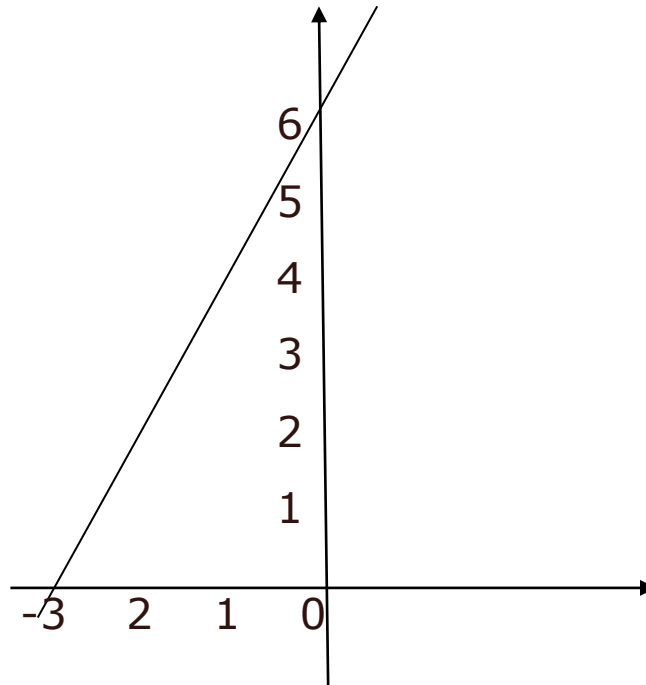
1. Gambarkan Grafik $y = 2x + 6$

x	0	-3
y	6	0

MAPLE :

```
> y:=2*x+6;
```

```
> plot(y,'x'=-3..1);
```



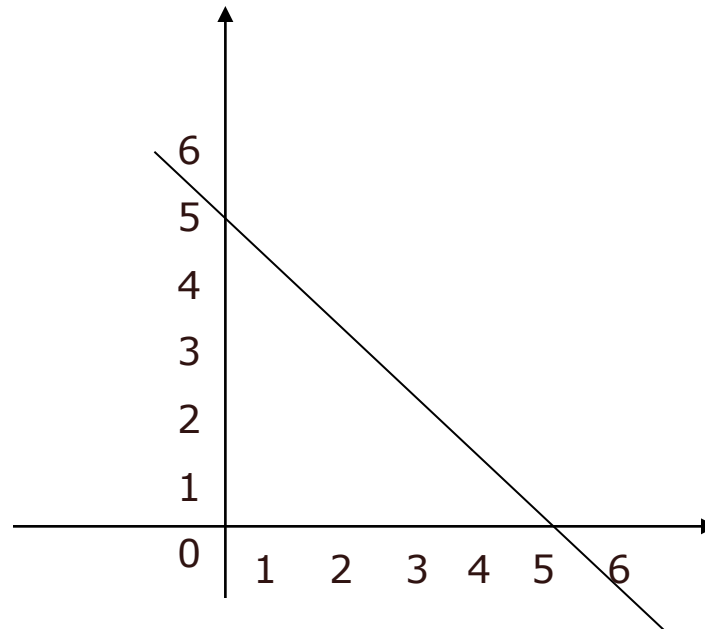
2. Gambarkan Grafik $y = -x + 5$

x	0	5
y	5	0

MAPLE :

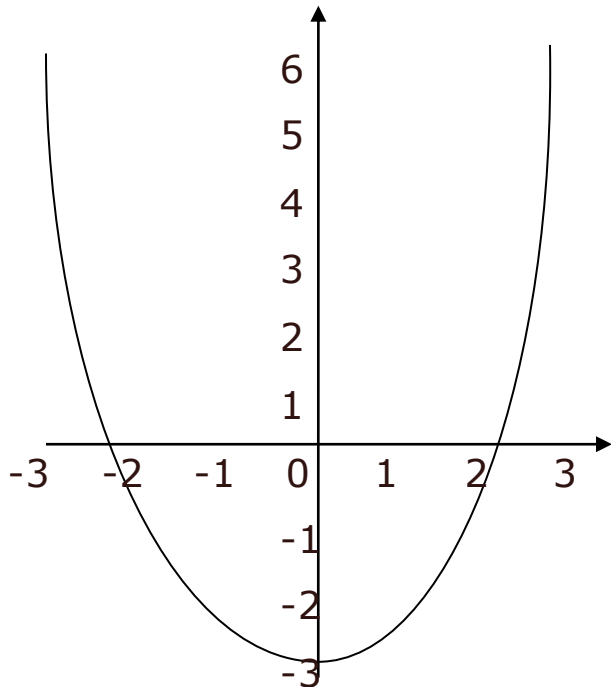
> $y := -x + 5;$

> $\text{plot}(y, 'x' = -1..6);$



3. Gambarkan grafik $y = x^2 - 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	1	-2	-3	-2	1	6



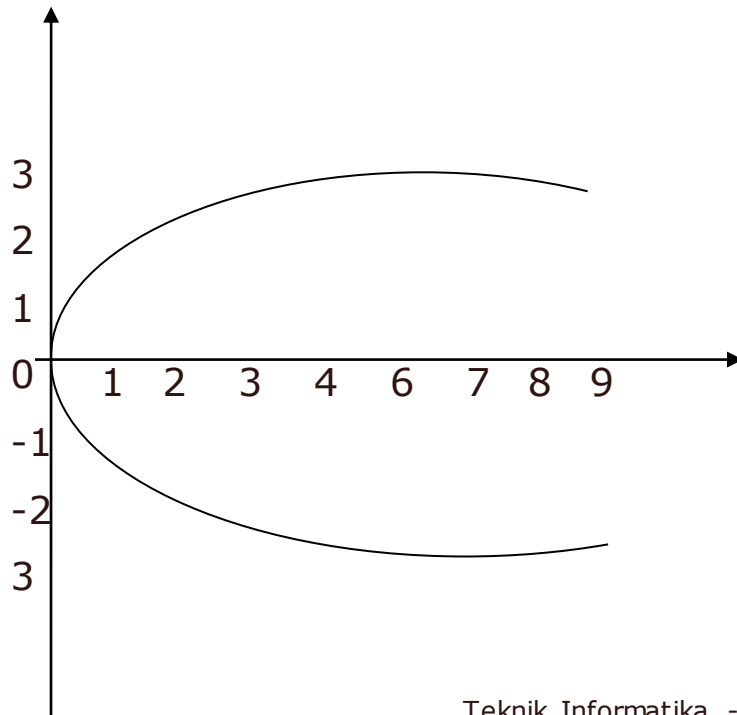
MAPLE :

```
> y:=x^2-3;
```

```
> plot(y,'x'=-3..3);
```

Gambarkan grafik $x = y^2$

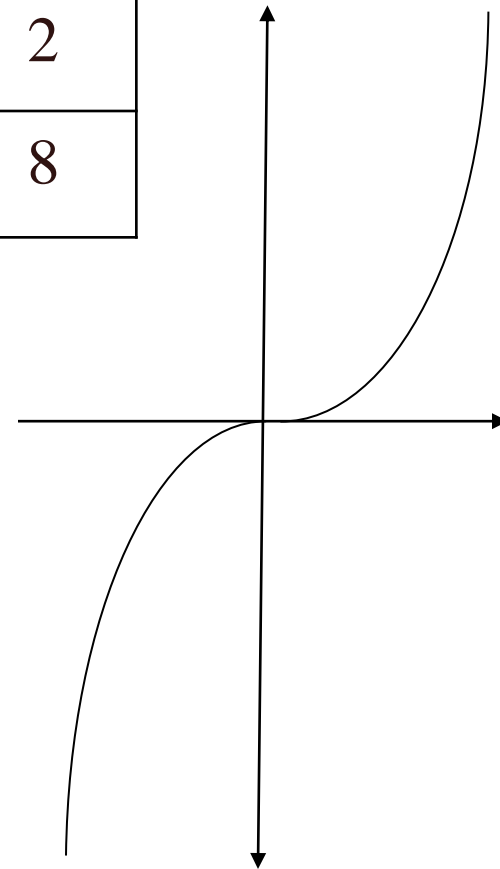
x	9	4	1	0	1	4	9
y	-3	-2	-1	0	1	2	3



MAPLE :
> $x := y^2$;
> plot(x,y);

Gambarkan grafik $y = x^3$

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8



MAPLE :

```
> y:=x^3;
```

```
> plot(y,'x'=-2..2);
```


Soal

Lukislah grafik dari fungsi :

$$y = |x^2 - 4|$$

MAPLE :

```
> y:=abs(x^2-4);  
> plot(y,'x'=-3..3);
```

Perpotongan 2 kurva

Contoh :

Cari titik – titik perpotongan garis $y = -2x + 2$ dan parabola $y = 2x^2 - 4x - 2$


Jawab :

$$2x^2 - 4x - 2 = -2x + 2$$

$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -1 \quad x = 2$$


$$y = 4$$

$$y = -2$$

Titik : $(-1, 4)$ dan $(2, -2)$

MAPLE :

```
> y:={-2*x+2, 2*x^2-4*x-2};
```

```
> plot(y,'x'=-2..4);
```

GRAFIK LINEAR

Jika diketahui titik A (x_1, y_1) dan B (x_2, y_2) , maka jarak antara titik A dan B adalah

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Persamaan garis yang melalui 2 titik tersebut :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Contoh :

■ Tentukan persamaan garis yang melalui titik (2,1) dan (4,7) dan tentukan jarak antara 2 titik tersebut

Jawab

Persamaan garis :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{7 - 1}{4 - 2} (x - 2)$$

$$y - 1 = 3(x - 2) \rightarrow y = 3x - 5$$

■ Jarak antara titik (2,1) dan (4,7)

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (7 - 1)^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

Titik Tengah (midpoint) :

$$= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = (3, 4)$$

Soal latihan

1) Jika $f(x) = x^3 + 2$ dan $g(x) = \frac{2}{x-1}$, tentukan :

- a. $(f + g)(x)$
- b. $(g/f)(x)$
- c. $(f \circ g)(x)$
- d. $(g \circ f)(x)$

2) Jika $f(x) = x^2 + x$ dan $g(x) = \frac{2}{x+3}$, Hitung :

- a. $(f - g)(2)$
- b. $(f/g)(1)$
- c. $(g \circ f)(1)$
- d. $(f \circ g)(1)$
- e. $(g \circ f)(3)$
- f. $g^2(3)$