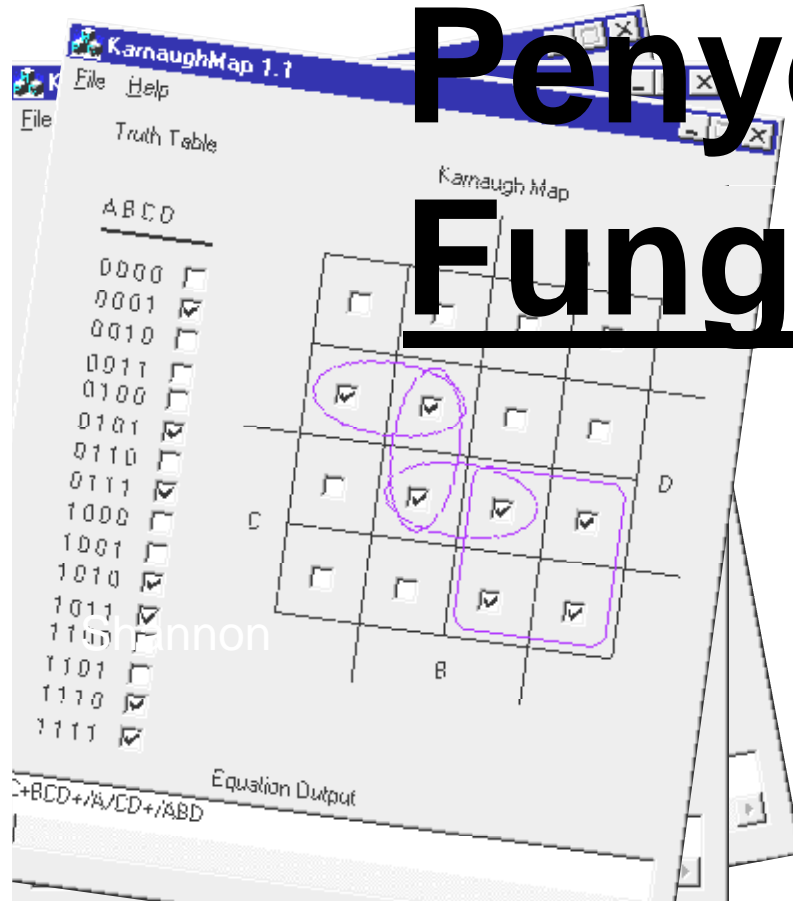


Penyederhanaan Fungsi Boolean



Abstract...

- Kompleksitas fungsi boolean berdampak pada kerumitan rangkaian sehingga biaya implementasi mahal.
- Fungsi boolean bisa disederhanakan tanpa mengurangi nilai kebenarannya
- Metode yang bisa digunakan diantaranya dengan postulat/teorema, peta karnough, dan tabulasi

Peta Karnaugh

- Merepresentasikan fungsi dalam matriks persegi panjang dengan banyak sel 2^n (n adalah banyak literal)
- Tiap minterm punya nomor yang tersusun dari bilangan biner sesuai dengan indeks literal penyusunnya

Peta Karnaugh 2 literal minterm

$x \backslash y$	0	1
0	$x'y'$	$x'y$
1	xy'	xy

$x \backslash y$	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

Peta Karnaugh 3 literal

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
1	$xy'z'$	$xy'z$	xyz	xyz'

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

Peta Karnaugh 4 literal

wx\yz	00	01	11	10
00	$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz$	$w'x'yz'$
01	$w'xy'z'$	$w'xy'z$	$w'xyz$	$w'xyz'$
11	$wxy'z'$	$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz'$
10	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$

wx\yz	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

Peta Karnaugh 5 Literal

$vwxyz$	00	01	11	10
000	$v'w'x'y'z'$	$v'w'x'y'z$	$v'w'x'yz$	$v'w'x'yz'$
001	$v'w'xy'z'$	$v'w'xy'z$	$v'w'xyz$	$v'w'xyz'$
011	$v'wxy'z'$	$v'wxy'z$	$v'wxyz$	$v'wxyz'$
010	$v'wx'y'z'$	$v'wx'y'z$	$v'wx'yz$	$v'wx'yz'$
110	$vwx'y'z'$	$vwx'y'z$	$vwx'yz$	$vwx'yz'$
111	$vwxy'z'$	$vwxy'z$	$vwxyz$	$vwxyz'$
101	$vw'xy'z'$	$vw'xy'z$	$vw'xyz$	$vw'xyz'$
100	$vw'x'y'z'$	$vw'x'y'z$	$vw'x'yz$	$vw'x'yz'$

Peta Karnaugh 5 Literal Minterm

$vwx \backslash yz$	00	01	11	10
000	m_0	m_1	m_3	m_2
001	m_4	m_5	m_7	m_6
011	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
010	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}
110	m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}
111	m_{28}	m_{29}	m_{31}	m_{30}
101	m_{20}	m_{21}	m_{23}	m_{22}
100	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}

Langkah Pereduksian

- Kelompokkan sel bertetangga bernilai 1 menjadi bentuk persegi panjang dengan jumlah sel 2^n .
Tiap sel boleh menjadi anggota lebih dari satu persegi panjang.
- Dari persegi panjang yang terbentuk, cari literal antar sel yang punya nilai sama. Literal antar sel yang tidak sama dihilangkan.
- Hasil pereduksian adalah gabungan dari literal antar sel yang mempunyai nilai sama

Sel Bertetangga

- Sel-sel yang berdekatan
- Sel-sel sudut persegi panjang yang berada dalam satu kolom atau satu baris
- Sel-sel baris terluar yang berada dalam satu kolom
- Sel-sel kolom terluar yang berada dalam satu baris

$$F(x,y)=(m_0,m_1,m_3)$$

x\y	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

x/y	0	1
0	1	1
1	0	1

- Persegi panjang mendatar merah (2 sel) menghasilkan x' karena nilai $x=0$ dan nilai y tidak sama
- Persegi panjang vertikal biru (2 sel) menghasilkan y karena $y=1$ dan nilai x tidak sama
- Hasil Reduksi = $F(x,y) = x' + y$

$$F(x,y,z)=(m_1, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7)$$

x\yz	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

x/yz	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	1

- Persegi kotak biru (4 sel) menghasilkan z, sebab $z=1$ dan nilai x,y tidak ada yang sama
- Persegi panjang merah (4 sel) menghasilkan x, sebab $x=1$ dan nilai y,z tidak ada yang sama
- Hasil Reduksi = $F(x,y,z)=x+z$

$$F(x,y,z)=(m_0, m_1, m_6, m_7)$$

x\yz	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

x/yz	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1

- Persegi panjang merah (2 sel) menghasilkan $x'y'$, sebab nilai $x=0$ dan $y=0$
- Persegi panjang biru (2 sel) menghasilkan xy , sebab $x=1$ dan $y=1$
- Hasil Reduksi = $F(x,y,z)=x'y'+x+y$

$$F(w,x,y,z)=(m_0,m_1,m_3,m_4,m_6,m_9,m_{11},m_{12},m_{14})$$

wx\yz	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

wx\yz	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

- Persegi hijau (2 sel) menghasilkan $w'x'y'$
- Persegi mendatar biru (4 sel) menghasilkan xz'
- Persegi vertikal merah (4 sel) menghasilkan $x'z$
- Fungsi Reduksi $F(w,x,y,z) = w'x'y' + x'z + xz'$

$$F(w,x,y,z) = \Sigma(0,2,4,6,9,11,13,15,17,21,25,27,29,31)$$

vwx\yz	00	01	11	10
000	m_0	m_1	m_3	m_2
001	m_4	m_5	m_7	m_6
011	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
010	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}
110	m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}
111	m_{28}	m_{29}	m_{31}	m_{30}
101	m_{20}	m_{21}	m_{23}	m_{22}
100	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}

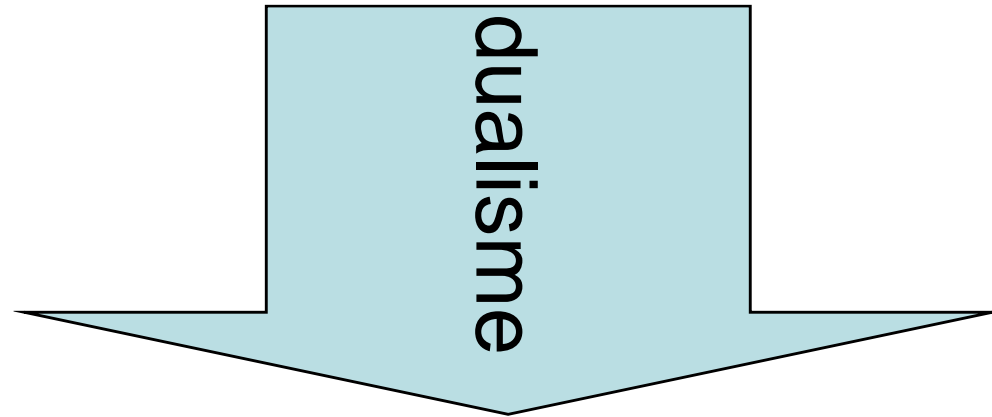
vwx\yz	00	01	11	10
000	1	0	0	1
001	1	0	0	1
011	0	1	1	0
010	0	1	1	0
110	0	1	1	0
111	0	1	1	0
101	0	1	0	0
100	0	1	0	0

- Persegi mendatar biru (4 sel) menghasilkan $v'w'z'$
- Persegi kotak merah (8 sel) menghasilkan wz
- Persegi vertikal hijau (4 sel) menghasilkan $vy'z$
- Fungsi Reduksi $F(w,x,y,z) = v'w'z' + wz + vy'z$

Peta Karnough dengan Maxterm

- Metode ini kurang disukai karena lebih rumit
- Langkah paling sederhana dengan disubstitusi dengan metode minterm dengan sifat dualisme

$$F(w,x,y,z) = \Pi(3,4,6,7,11,12,13,14,15)$$



$$F(w,x,y,z) = \Sigma(0,1,2,5,8,9,10)$$

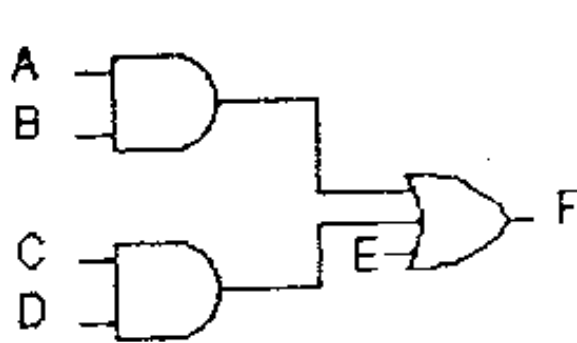
Implementasi NAND & NOR

- Rangkaian digital umumnya terbentuk dari AND, OR, NAND, dan NOR.
- Pada faktanya, IC yang dibuat pabrik hanya mengacu pada satu gerbang
- Untuk mengantisipasi, harus dibuat rangkaian ekuivalen yang hanya terdiri dari salah satu gerbang AND, OR, AND, dan NAND saja

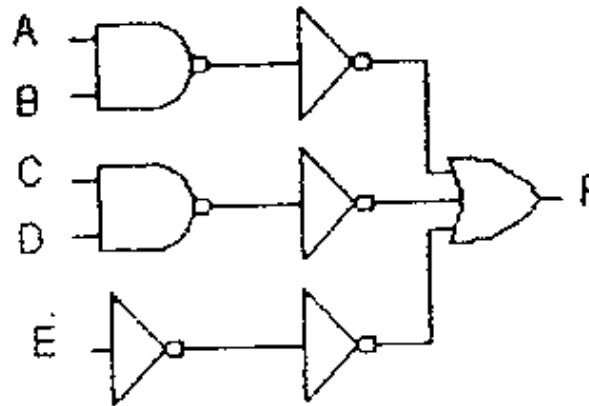
Implementasi Gerbang NAND

- Sederhanakan
- Gambar Rangkaian Fungsinya
- Paksaan gerbang AND menjadi NAND dengan memberi Inverter 2 kali
- Ubah gerbang OR dengan input inverter menjadi gerbang NAND
- Rangkaian terakhir hanya terdiri dari NAND

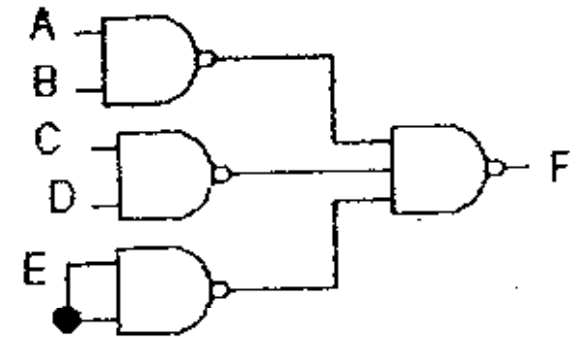
$$F = AB + CD + E$$



Rangkaian asal



Rangkaian dengan
Inverter 2 x

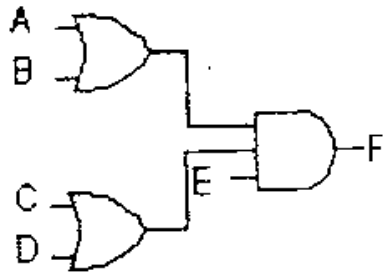


Dengan Input Inverter
Gerbang OR diganti
Gerbang NAND

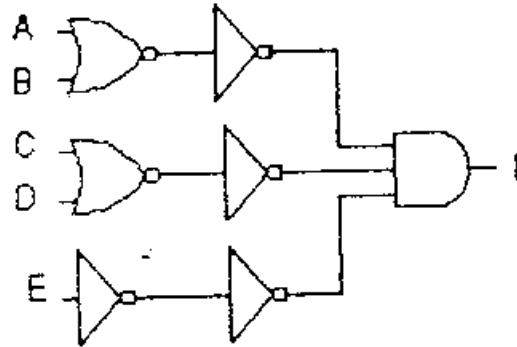
Implementasi NOR

- Sederhanakan
- Gambar rangkaian fungsinya
- Paksaan gerbang OR menjadi gerbang NOR dengan memberi inverter 2 kali
- Ubang gerang AND dengan input inverter menjadi gerbang NOR
- Rangkaian terakhir hanya terdiri dari gerbang NOR

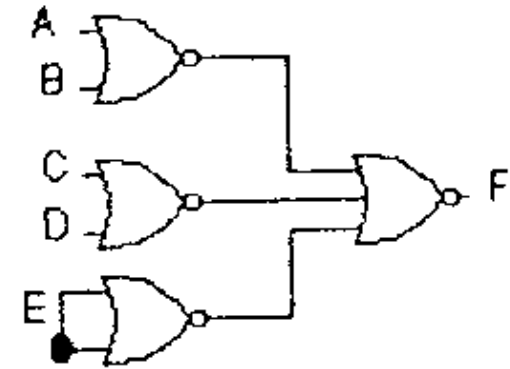
$$F(A+B)(C+D)E$$



Rangkaian asal



Rangkaian dengan
Inverter 2 x



Dengan Input Inverter
Gerbang AND diganti
Gerbang NOR

Don't Care Condition

- Nilai suatu fungsi boolean sangat ditentukan oleh kombinasi literal input yang menghasilkan 1
- Dalam kasus tidak semua kombinasi literal diperlukan, nilai dari kombinasi yang tidak diperlukan tidak mempengaruhi nilai fungsi

- Fungsi boolean $F(A,B,C,D)=\Sigma(1,3,7,11,15)$
dan fungsi *don't care* $d(A,B,C,D)=\Sigma(0,2,5)$

AB\CD	00	01	11	10
00	x	1	1	x
01	0	x	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

Persegi Merah (4 sel) menghasilkan = $A'D$

Persegi Biru (4 sel) menghasilkan = CD

Fungsi reduksi menjadi $F = A'D + CD$

Operasi Logika Lain (1)

Fungsi Boolean	Simbol	Nama	Makna
$F_0 = 0$		Null	Fungsi konstan 0
$F_1 = xy$	$x.y$	AND	x AND y
$F_2 = xy'$	x/y	Inhibitasi	x tapi tidak y
$F_3 = x$		Transfer	x
$F_4 = x'y$	y/x	Inhibitasi	y tapi tidak x
$F_5 = y$		Transfer	y
$F_6 = xy' + x'y$	$x \oplus y$	Eksklusif OR	x atau y atau tidak keduanya
$F_7 = x + y$	$x + y$	OR	x atau y
$F_8 = (x + y)'$	$x \downarrow y$	NOR	Tidak OR

Operasi Logika Lain (2)

Fungsi Boolean	Simbol	Nama	Makna
$F_9 = xy' + x'y$	$x \otimes y$	Ektivakeb	x sama dengan y
$F_{10} = y'$	y'	Komplemen	Tidak y
$F_{11} = x + y'$	$x y$	Implikasi	Jika x maka y
$F_{12} = x'$	x'	Komplemen	Tidak x
$F_{13} = x'y$	$x y$	Implikasi	Jika y maka x
$F_{14} = (xy)'$	$x \uparrow y$	NAND	Tidak AND
$F_{15} = 1$		Identitas	Fungsi Konstan 1

IC Digital

- Gerbang logika yang dipaket dalam sebuah wadah
- Sebuah IC terdiri dari sejumlah gerbang yang sama