

# **CALCULUS PREDICATE, SENTENCES REPRESENTATION**



## **LECTURE 8**

DR. Herlina Jayadianti., ST., MT

# Materi

- Apa itu kalkulus predikat
- Simbol, term, proposisi, kalimat
- Subterm, subkalimat
- Representasi kalimat
- Variabel bebas/erikat

# Pendahuluan

Kalimat pada kalkulus proposisi tidak dapat menjelaskan *konsep objek* dan *relasi antar objek*.

Contoh

***Batuan di Mars berwarna putih***

**atau**

***Batuan di Mars tidak berwarna putih***

Dengan aturan kalkulus proposisi, pernyataan tersebut dapat dibuat menjadi skema kalimat

*(p or not p)*

dan selanjutnya dapat ditentukan nilai kebenarannya

## Pendahuluan <sub>2</sub>

Jika ada pernyataan lain,

*Ada batuan di Mars berwarna putih*  
atau

*Semua batuan di Mars berwarna putih*



maka pernyataan di atas tidak dapat dibentuk menjadi skema kalimat kalkulus proposisi.

Hal ini disebabkan karena pernyataan tersebut mengandung kuantisasi dari objek.

Oleh karena itu dibutuhkan bahasa baru yang mengenal adanya konsep objek dan relasi antar objek, yaitu menggunakan Kalkulus Predikat.

# Pendahuluan <sub>3</sub>

Dengan kalkulus predikat maka pernyataan tersebut diubah menjadi :

**(for some x) (p(x) and q(x))**  
**or**  
**(for all x)(if p(x) then q(x))**

dimana :

$p(x)$  = x adalah batuan di Mars

$q(x)$  = x adalah batuan berwarna putih

“for some x” disebut kuantifier (simbol :  $\exists x$ )

“for all x” disebut kuantifier (simbol :  $\forall x$ )

# Simbol yang digunakan

Kalimat dalam kalkulus predikat dibuat dari simbol-simbol berikut :

- Simbol Kebenaran : *true* dan *false*
- Simbol Konstanta :  $a, b, c, a_1, b_1, \dots$
- Simbol variabel :  $x, y, z, x_1, x_2, \dots$
- Simbol fungsi :  $f, g, h, g_1, f_1, h_1, \dots$

Setiap simbol fungsi mempunyai arity yang menyatakan banyaknya parameter/ argumen yang harus dipenuhi.

- Simbol Predikat (menyatakan relasi) :  $p, q, r, s, p_1, q_1, r_1, \dots$   
Setiap simbol predikat juga memiliki arti

Catatan :

Objek didalam kalkulus predikat dinyatakan sebagai konstanta atau variabel

# Definisi Term

Term adalah sebuah **ekspresi yang menyatakan objek**. Term dibangun berdasarkan aturan-aturan sebagai berikut :

- Semua konstanta adalah term
- Semua variabel adalah term
- Jika  $t_1, t_2, \dots, t_n$  adalah term dengan  $(n \geq 1)$  dan  $f$  adalah fungsi dengan arity =  $n$ , maka fungsi  $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$  adalah term
- Jika  $A$  adalah kalimat, sedang  $s$  dan  $t$  adalah term, maka kondisional if  $A$  then  $s$  else  $t$  adalah term

# Definisi Term<sub>2</sub>

Contoh :

- $f(a,x)$  adalah term, karena  
a adalah simbol konstanta, dan semua konstanta adalah term,  
x adalah simbol variabel, dan semua variabel adalah term,  
f adalah simbol fungsi dan semua fungsi adalah term
- $g(x, f(a,x))$  adalah term, karena  
a adalah simbol konstanta, dan semua konstanta adalah term,  
x adalah simbol variabel, dan semua variabel adalah term,  
f dan g adalah simbol fungsi dan semua fungsi adalah term



# Definisi Proposisi

Proposisi digunakan untuk **merepresentasikan relasi antar objek**

Proposisi dibangun berdasarkan aturan sebagai berikut :

- Simbol kebenaran adalah proposisi
- Jika  $t_1, t_2, \dots, t_n$  adalah term dan  $p$  adalah simbol predikat dengan  $n$ -ary maka  $p(t_1, t_2, \dots, t_n)$  adalah proposisi

Contoh :

$p(a, x, f(a, x))$  adalah proposisi, karena

$a$  adalah simbol konstanta dan  $x$  adalah simbol variabel, dan  $f$  adalah simbol fungsi, dan semua konstanta, variabel, dan fungsi adalah term dan  $p$  adalah simbol predikat 3-ary

# Definisi Kalimat

Kalimat dalam kalkulus predikat dibangun dengan aturan,

- Setiap proposisi adalah kalimat,
- Jika  $A, B, C$  adalah kalimat maka
  - **Negasi** ( $\neg A$ ) adalah kalimat
  - **Konjungsi**  $A$  dengan  $B$ :  $(A \wedge B)$  adalah kalimat
  - **Disjungsi**  $A$  dengan  $B$  :  $(A \vee B)$  adalah kalimat
  - **Implikasi** (If  $A$  then  $B$ ) adalah kalimat
  - **Ekivalensi**  $A$  dan  $B$  ( $A$  if and only if  $B$ ) adalah kalimat
  - **Kondisional** if  $A$  then  $B$  else  $C$  adalah kalimat.
- Jika  $A$  adalah kalimat dan  $x$  adalah variabel maka,
  - **(For all  $x$ )  $A$**  adalah kalimat
  - **(For some  $x$ )  $A$**  adalah kalimat

Catatan : kemunculan  $A$  dikatakan berada dalam lingkup kuantifier

# Definisi Kalimat

Contoh :

1. if (for all  $x$ )  $p(a, b, x)$  then  $g(y)$  else  $f(a, y)$  adalah kalimat, karena

- $a$  dan  $b$  adalah simbol konstanta,
- $x$  dan  $y$  adalah simbol variabel,
- $f$  dan  $g$  adalah simbol fungsi, dan
- Semua konstanta, variabel dan fungsi adalah term.
- $p$  adalah simbol predikat.
- (for all  $x$ )  $p(a, b, x)$  adalah kalimat,
- $g(y)$  dan  $f(a, y)$  adalah kalimat, maka kondisional if (for all  $x$ )  $p(a, b, x)$  then  $g(y)$  else  $f(a, y)$  adalah kalimat

# Kalkulus Predikat-Definisi Kalimat

2. if (for all  $x$ )  $p(a, b, x)$  then (for some  $y$ )  $q(y)$  else not  $p(a, b, c)$  adalah kalimat

- $a$  dan  $b$  adalah simbol konstanta,
- $x$  dan  $y$  adalah simbol variabel,
- Semua konstanta dan variabel adalah term,
- $p$  dan  $q$  adalah simbol predikat,
- (for all  $x$ )  $p(a, b, x)$  dan (for some  $y$ )  $q(y)$  adalah kalimat,
- if (for all  $x$ )  $p(a, b, x)$  then (for some  $y$ )  $q(y)$  else not  $p(a, b, c)$  adalah kalimat

# Definisi Ekspresi

Suatu ekspresi dalam kalkulus predikat dapat berupa kalimat atau term

Contoh :

$x$	merupakan ekspresi
$f(x,y)$	merupakan ekspresi
$(\text{for some } x) p(x)$	merupakan ekspresi

# Subterm, subkalimat

- **Subterm** dari term  $t$  atau dari kalimat  $A$  adalah setiap term antara yang digunakan untuk membangun  $t$  atau  $A$
- **Subkalimat** adalah setiap kalimat antara yang digunakan untuk membangun term atau kalimat yang lebih luas
- **Subekspresi** adalah subterm atau subkalimat yang terdapat pada sebuah ekspresi

# Contoh

Contoh :

Sebutkan semua subterm dan subkalimat yang terdapat pada ekspresi berikut :

**E : if (for all x) q (x, f(a)) then f (a) else b**

Subterm :

a, x, f(a), b, q (x, f(a)) , if (for all x) q (x, f(a)) then f (a) else b

Subkalimat :

q(x, f(a)), (for all x) q (x, f(a)) , if (for all x) q (x, f(a)) then f (a) else b

Semuanya merupakan subekspresi dari E

# Representasi Kalimat – Contoh 1

Contoh representasi bahasa alami ke dalam Kalkulus Predikat

**Ada** apel berwarna merah

(**FOR SOME x**) (Apel(x) AND Merah(x))

**Semua** apel berwarna merah

(**FOR ALL x**) ( IF Apel(x) THEN Merah(x))

**Setiap** orang mencintai **seseorang**

(**FOR ALL x**) (**FOR SOME y**) LOVES(x,y)

Ani dicintai **banyak** orang

(**FOR ALL x**) LOVES(x, Ani)





## Representasi Kalimat – Contoh 2

**Semua** Apel berwarna merah terasa manis

(**FOR ALL x**) (IF apel(x) AND merah(x) THEN manis(x))

(**FOR ALL x**) (IF apel(x) THEN (IF merah(x) THEN manis(x)))

**Tidak semua** apel berwarna merah terasa manis

NOT [(**FOR ALL x**) (IF apel(x) AND merah(x) THEN manis(x)) ]

[NOT (**FOR ALL x**)] [NOT (IF apel(x) AND merah(x) THEN manis(x))]

(**FOR SOME x**) (apel(x) AND merah(x) AND NOT manis(x))

# Representasi Kalimat – Contoh 3

**Semua** Komunis itu tidak bertuhan

$\forall x$  [IF Komunis(x) THEN NOT Bertuhan(x)]

Tidak **ada** gading yang tidak retak

NOT ( $\exists x$ ) [Gading(x) AND NOT Retak(x)]

**Ada** gajah yang jantan , **ada** juga yang betina :

( $\exists x$ ) [ (Gajah(x) AND Jantan(x)) OR (Gajah(x) AND Betina(x)) ]

**Tidak semua** pegawai negeri itu manusia korup

( $\exists x$ ) [Pegawai\_Negeri(x) AND Manusia(x) AND NOT Korup(x)]

# Representasi Kalimat – Contoh 4

**Hanya polisilah** yang berwenang mengadakan penyidikan, kalau **ada** orang yang melanggar hukum

$\exists x \forall y$  [IF Orang(x) AND MelanggarHukum(x) THEN  
Polisi(y) AND penyidikan(y)]

**Semua** orang komunis itu bukan pancasilais.

**Ada** orang komunis yang anggota tentara.

Jadi, ada anggota tentara yang bukan pancasilais.

$\forall x$  [If Komunis(x) then Not Pancasilais(x)];

$\exists x$  [Komunis(x) and Tentara(x)];

$\exists x$  [(Tentara(x) and Not Pancasilais(x))]

## Representasi Kalimat – Contoh 4

**Barang siapa** meminjam barang orang lain dan tidak mengembalikannya adalah penipu. **Ada** penipu yang begitu lihai, sehingga tidak ketahuan. Kalau **orang** menipu dan itu tidak ketahuan, ia tidak dapat dihukum. Jadi **ada** penipu yang tidak dapat dihukum

$\forall x$  [IF Meminjam(x) AND NOT Mengembalikan(x) THEN Penipu(x)];

$\exists x$  [Penipu(x) AND Lihai(x) AND NOT Ketahuan(x)]

$\forall x$  [IF Penipu(x) AND NOT Ketahuan(x) THEN NOT Hukum(x)]

$\exists x$  [Penipu(x) AND Not Hukum(x)]

# Variabel Bebas/Terikat

- Suatu variabel dikatakan terikat dalam sebuah ekspresi jika sedikitnya ada satu kemunculan terikat pada ekspresi tersebut
- Sebaliknya dikatakan variabel bebas jika sedikitnya ada satu kemunculan bebas dalam ekspresi tersebut.

Contoh :

$(\text{FOR ALL } x) [p(x,y) \text{ AND } (\text{FOR SOME } y) q(y,z)]$

x pada  $p(x, y)$  adalah terikat

y pada  $p(x, y)$  adalah bebas

y pada  $q(y, z)$  adalah terikat

z pada  $q(y, z)$  adalah bebas

# Variabel Bebas/Terikat

Kemunculan variabel terikat dipengaruhi oleh kemunculan kuantifier yang paling dekat.

Contoh :

$(\text{FOR ALL } x) [p(x) \text{ OR } (\text{FOR SOME } x) (\text{FOR ALL } y) r(x, y)]$

variabel  $x$  pada  $p(x)$  dipengaruhi kuantifier  $\text{FOR ALL } x$

variabel  $x$  pada  $r(x, y)$  dipengaruhi kuantifier  $\text{FOR SOME } x$

Catatan,

Perbedaan antara variabel Bebas dan Variabel Terikat adalah

Variabel Bebas, Nilainya diberikan oleh interpretasi

Variabel Terikat, Nilainya terbatas dari interpretasi yang diberikan

# Simbol Bebas

**Simbol bebas** dari ekspresi A adalah :

- variabel-variabel bebas
- semua konstanta
- semua simbol fungsi
- semua simbol predikat

dari ekspresi A

# Latihan 1

Ubahlah menjadi ekspresi logika

- a. Ada seseorang yang mengenal setiap orang
- b. Rumah yang bernilai lebih dari 1M adalah mahal
- c. Ada mahasiswa IF yang dapat berbicara bahasa Inggris tetapi tidak menguasai Borland Delphi
- d. Semua pejuang kemerdekaan Indonesia adalah gagah berani
- e. Untuk setiap pahlawan, ada musuh yang harus dibasmi dan gadis cantik yang harus diselamatkan
- f. Semua orang mengakui Spiderman adalah pahlawan, tetapi beberapa dari mereka tidak menyukainya
- g. Setiap penduduk Jogja dapat berbicara bahasa Indonesia dan bahasa Jawa



# Latihan 2

Terjemahkan pernyataan berikut dalam logika predikat, dengan domain himpunan bilangan bulat

- a. *Jika  $x$  adalah bilangan antara 1 dan 2, dan jika  $y$  antara 2 dan 3, maka selisih antara  $x$  dan  $y$  tidak lebih dari 3. Gunakan predikat  $b(x,y,z)$  untuk “ $x$  antara  $y$  dan  $z$ ” dan  $d(x,y,z)$  untuk “selisih  $x$  dan  $y$  lebih besar  $z$ ”*
- b. *Jika  $x$  habis dibagi 3 maka  $x$  bukan bilangan prima. Gunakan  $d(x,y)$  untuk “ $x$  habis dibagi  $y$ ” dan  $p(x)$  untuk “ $x$  bilangan prima”.*
- c. *“ $x+y=z$  dan  $x+z=u$ ”. Gunakan  $s(x,y,z)$  untuk “ $x+y=z$ ”*

# Latihan 3

Untuk domain himpunan bilangan asli, nyatakan kalimat berikut dalam kalkulus proposisi. Gunakan  $P(x)$  untuk " $x$  adalah bilangan prima" dan  $Q(x)$  untuk " $x$  genap", dan  $R(x,y)$  untuk " $x < y$ "

- a. Ada bilangan prima yang genap
- b. Semua bilangan genap lebih besar dari 1
- c. Bilangan genap adalah prima hanya jika kurang dari 3
- d. Tidak ada bilangan prima yang kurang dari 3.

# Latihan 4

Tentukan mana yang merupakan variabel bebas dan variabel terbatas dalam pernyataan

(for all  $x$ ) (for some  $y$ ) ( $P(x,y,z)$  and  $Q(y,z)$ ) and  $R(x)$

# Latihan 5

Rubahlah kalimat berikut dalam logika predikat. Diberikan singkatan atau simbol yang digunakan untuk menunjukkan proposisi dan predikat.

- a. Semua orang punya leluhur, tetapi tidak semua orang punya keturunan. Gunakan  $A(x,y)$  jika  $x$  adalah leluhur  $y$ , dan formulasikan keturunan menggunakan predikat  $A$ . Semesta pembicaraan adalah himpunan semua orang yang hidup.
- b. Ada bilangan yang lebih besar dari yang lainnya, tetapi semua bilangan kecuali 0 lebih besar dari 0.

# Terimakasih