



# Kalkulus (1230012)

## Penggunaan Turunan MENGGAMBAR GRAFIK

Juwairiah, S.Si,M.T  
(juwai\_riah@yahoo.com)

# Sub Pokok Bahasan

---

- ▣ Melukis Grafik Fungsi
  - Titik stasioner
  - Daerah Fungsi naik dan Fungsi turun
  - Maksimum dan Minimum
  - Titik belok
  - Daerah Fungsi Cekung Ke atas dan ke bawah

# Kompetensi Khusus

---

Mahasiswa mampu membuat sketsa grafik fungsi, dengan informasi tentang titik maksimum, minimum, daerah naik, daerah turun, daerah cekung ke atas, daerah cekung ke bawah

# MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI

Langkah – langkah menggambar grafik  $y = f(x)$

---

- 1) Menentukan daerah asal fungsi (domain)
- 2) Menentukan titik – titik potong dengan sumbu koordinat
  - a) Titik potong sb  $x \rightarrow y = 0$
  - b) Titik potong sb  $y \rightarrow x = 0$
- 3) Mencari titik stasioner :  $f'(x) = 0$

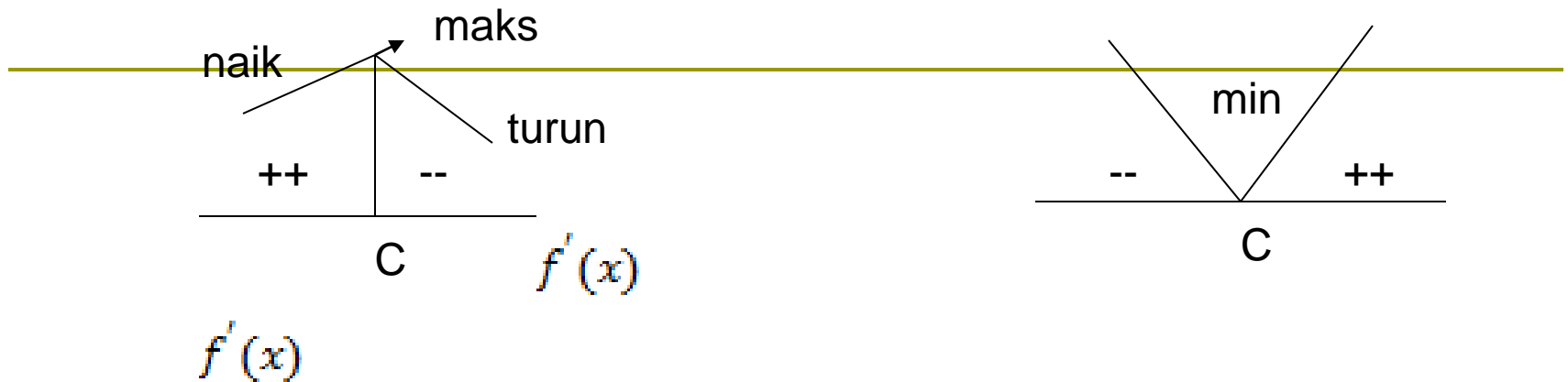
Misal :  $f'(x) = 0 \rightarrow (c, f(c)) = \text{titik stasioner}$

- 4) Menentukan daerah naik dan turun :

$$f'(x) > 0 \Rightarrow \text{fungsi naik}$$

$$f'(x) < 0 \Rightarrow \text{fungsi turun}$$

5) Menentukan titik stasioner maks / min



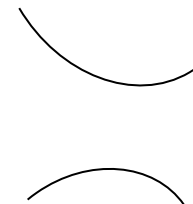
6) Menentukan titik belok :

$f''(x) = 0$  atau  $f''(x)$  tidak ada

7) Menentukan daerah cekung ke atas dan cekung ke bawah :

- Jika  $f''(x) > 0 \rightarrow$  cekung ke atas

- Jika  $f''(x) < 0 \rightarrow$  cekung ke bawah



## Contoh :

---

1) Gambarkan grafik fungsi  $y = f(x) = x^3 - 12x$

Jawab :  $y = f(x) = x^3 - 12x$

$$y = f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f''(x) = 6$$

a) Daerah asal  $f = \mathbb{R}$

b)  $f(x) = x^3 - 12x \rightarrow$  fungsi ganjil  $\rightarrow$  simetri terhadap titik asal 0

c) *Tipot sumbu  $y \Rightarrow x \Rightarrow 0$*   $f(x) = y = 0$  (0,0)

*Tipot sumbu  $x \Rightarrow y \Rightarrow 0 = x^3 - 12x$*

$$x(x^2 - 12) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

---


$$x = 0 \quad x = \pm\sqrt{12}$$

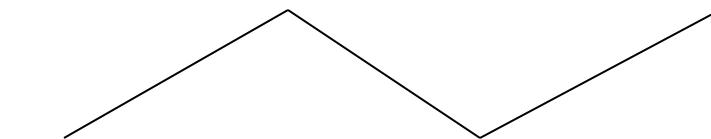
$$= \pm 2\sqrt{3}$$

d) Titik stasioner :  $f'(x) = 0$

$$3x^3 - 12 = 0$$

$$3x^3 = 12$$

$$x^3 = 4 \rightarrow x = \sqrt[3]{4}$$



$$f'(x) = 3x^3 - 12$$

Daerah fungsi naik :  $f'(x) > 0$  untuk  $x < -2$  atau  $x > 2$

---

Daerah fungsi turun :  $f'(x) < 0$  untuk  $-2 < x < 2$

e) Titik ekstrim :

$$x = 2 \rightarrow f(x) = 2^3 - 12 \cdot 2 = 8 - 24 = -16$$

$$x = -2 \rightarrow f(x) = (-2)^3 - 12 \cdot (-2) = -8 + 24 = 16$$

f) Titik belok :

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x = 0$$

$$x = 0 \rightarrow f(x) = 0^3 - 12 \cdot 0 = 0$$

$\therefore$  titik belok (0,0)



g)

$f''(x) = 6x$

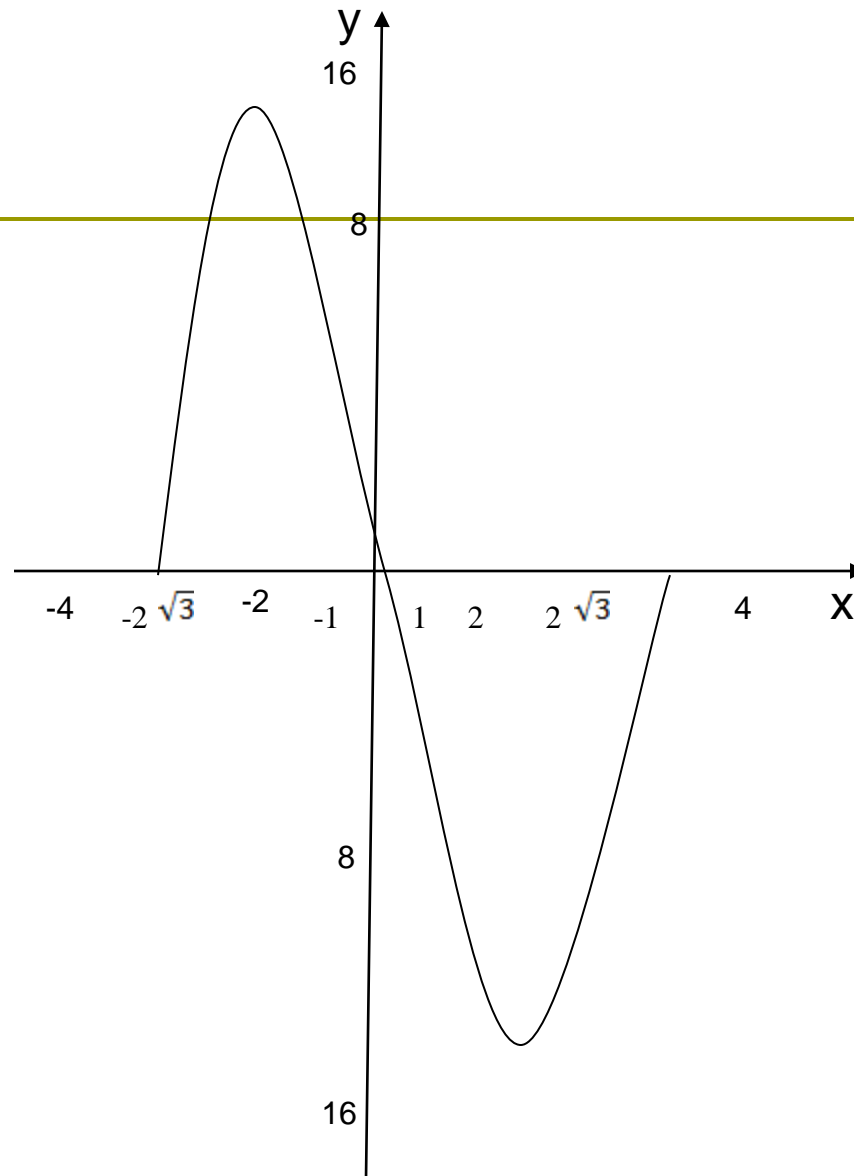
---

0

Daerah cekung ke atas :  $f''(x) > 0$  untuk  $x > 0$

Daerah cekung ke bawah :  $f''(x) < 0$  untuk  $x < 0$

Sketsa :



# Soal - Soal

---

1. Diketahui fungsi  $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$ .  
Tentukan :

- Titik stasioner ( $f'(x) = 0$ )
- Tentukan dimana fungsi tersebut naik dan fungsi turun
- Tentukan titik maksimum dan minimum
- Titik belok ( $f''(x) = 0$ )
- Daerah cekung ke atas dan cekung ke bawah
- Sketsakan grafiknya

---

2. Diketahui fungsi :  $f(x) = x^6 - 3x^4$

Tentukan :

- a. Titik stasioner
- b. Daerah fungsi naik / fungsi turun
- c. Titik ekstrim (Maksimum dan Minimum)
- d. Titik belok
- e. Daerah cekung ke atas / cekung ke bawah
- f. Gambar grafik fungsi

---

3. Diketahui fungsi :  $f(x) = x^2(x-3)$

Tentukan :

- a. Titik stasioner
- b. Daerah fungsi naik / fungsi turun
- c. Titik ekstrim (Maksimum dan Minimum)
- d. Titik belok
- e. Daerah cekung ke atas / cekung ke bawah
- f. Gambar grafik fungsi

---

4. Diketahui fungsi  $y = f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+4}$

Tentukan :

- a. Titik stasioner
- b. Daerah fungsi naik / fungsi turun
- c. Titik ekstrim (Maksimum dan Minimum)
- d. Titik belok
- e. Daerah cekung ke atas / cekung ke bawah
- f. Gambar grafik fungsi

# Referensi

---

- ❑ Purcell, Varberg, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, Penerbit Erlangga, 1993
- ❑ Frank Ayres, *Calculus*, Mc.Graw Hill, New York, 1972
- ❑ J.Salas and Hill, *Calculus One and Several Variables*, John Willey& Sons, NewYork, 1982