



# METHOD OF PROOF

## Lecture 7

DR. Herlina Jayadianti, ST.MT

# Review Sifat Kalimat dan Substitusi

1. Valid sentence / Tautology
2. Satisfiable sentence
3. Contingent sentence
4. Contradictory sentence / Kontradiksi
5. Implies sentence
6. Equivalent sentence
7. Total Substitution
8. Partial Substitution
9. Plural Substitution

# Review Cerita Cinta

Andaikan dua pernyataan berikut bernilai True

1. Saya mencintai Ayu atau Bunga.
2. Jika saya cinta Ayu, maka saya cinta Bunga.

Pertanyaan

1. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Ayu”
2. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Bunga” ?

Petunjuk : gunakan tabel kebenaran.



# Cara penyelesaian

Dibuat proposisi

A : Saya mencintai Ayu

B : Saya mencintai Bunga

Maka kalimat pada latihan dapat dinyatakan

1. A or B
2. if A then B

Dinyatakan kalimat tersebut True, maka pertanyaan

1. Apakah dapat dinyatakan bahwa “Saya mencintai Ayu” ?  
dapat diformulasikan dengan membuktikan validitas  
P1 : if (A or B) and ( if A then B ) then A
2. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Bunga” ?  
dapat diformulasikan dengan membuktikan validitas  
P2 : if (A or B) and ( if A then B ) then B

# Tabel kebenarannya

A	B	A or B	If A then B	(A or B) and ( if A then B )	P1	P2
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F	T
F	F	F	T	F	T	T

P1 : if (A or B) and ( if A then B ) then A **TIDAK VALID**

Tidak bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Ayu” ?

P2 : if (A or B) and ( if A then B ) then B **VALID**

Bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Bunga” ?



# Materi

- Pohon Semantik
- Falsifikasi

# Pohon Semantik

- Metode untuk pengujian (*testing*) validitas suatu kalimat,
- Lebih efisien dibanding dengan metode tabel kebenaran
- Berbentuk pohon / tree pada setiap simbol proposisinya
- Setiap proposisi membentuk cabang kiri (true) dan cabang kanan (false)

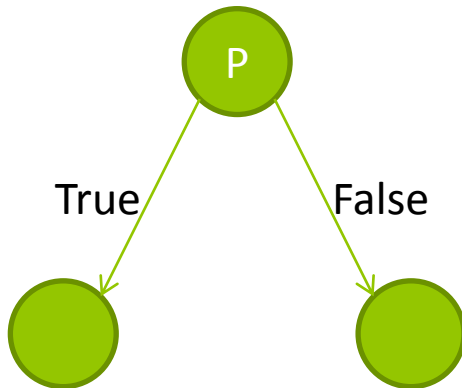
# Contoh <sub>1</sub>

Buktikan bahwa kalimat berikut *valid*

$\mathcal{Q}$  : if(if P then Q)then ( if(not P)then (not Q)),



$\mathcal{Q}$  : if(if P then Q)then ( if(not P)then (not Q)),



P bernilai true dalam cabang kiri

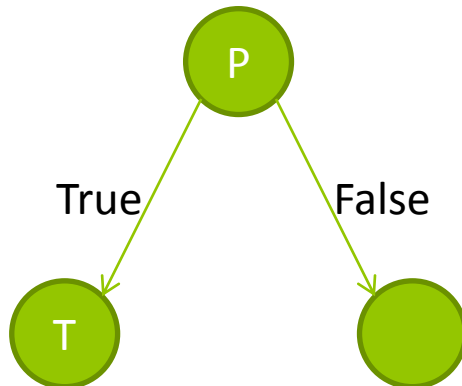
Selanjutnya tandai setiap pemunculan P dalam kalimat  $\mathcal{Q}$  dengan huruf **T** (dari true).

# Cabang kiri, P : True

$G$  : if(if P then Q)then ( if(not P)then (not Q))

**T** **T**

**T** **F** **T**



Telusuri

P : True

Not P : False

if(not P)then (not Q) : True

Kesimpulan

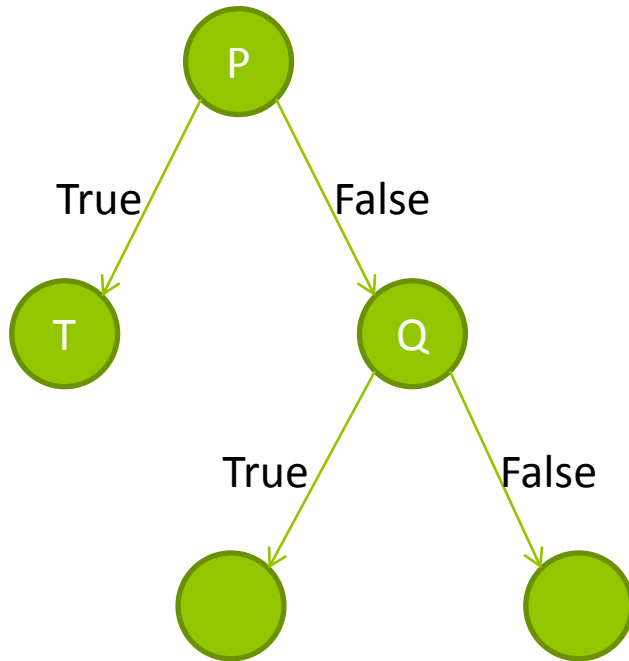
G : True

# Cabang kanan, P : False

$Q$  : if(if P then Q)then ( if(not P)then (not Q))

? T F

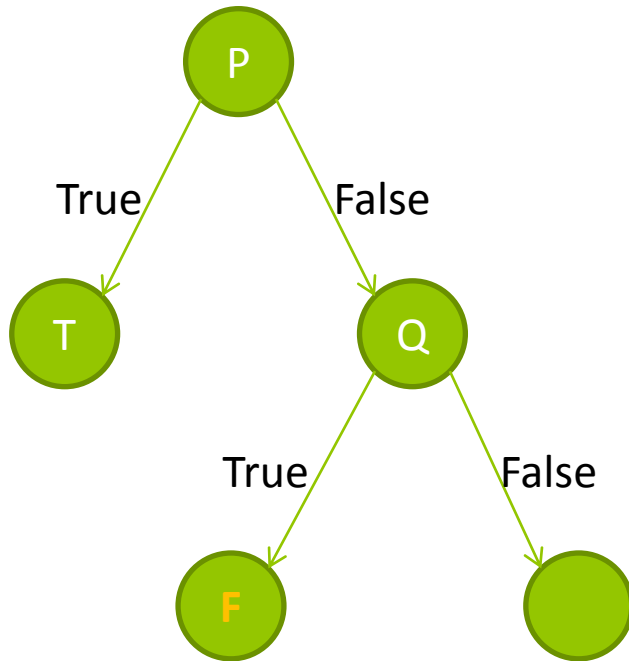
? T F



- jika *antecedent* dari suatu implikasi bernilai true, aturan *if-then* belum bisa digunakan untuk menentukan nilai kebenaran suatu implikasi tanpa terlebih dahulu mengetahui apakah *consequent* nya bernilai true atau false.
- Belum bisa mengetahui nilai kebenaran, apabila Q tidak diketahui nilainya.
- Posisi *inconclusive*

# P : False, Q : True

$\mathcal{Q}$  : if(if P then Q)then ( if(not P)then (not Q))  
F T F T F T F T



Anteseden

if P then Q : True

Konsekwen

if(not P)then (not Q)) : False

Kesimpulan

$\mathcal{Q}$  : false

Kalimat **TIDAK VALID**

# P : False, Q : False

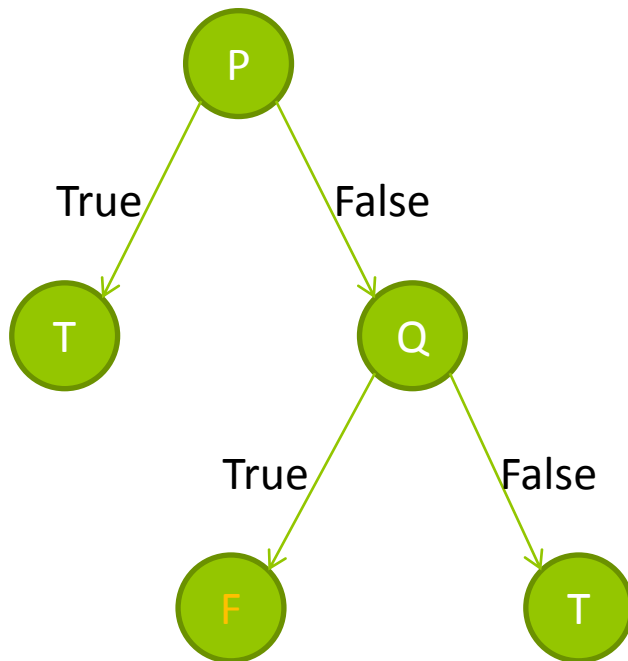
$\mathcal{Q}$  : if(if P then Q)then ( if(not P)then (not Q))

T T F

F

T T F

T F



Kesimpulan

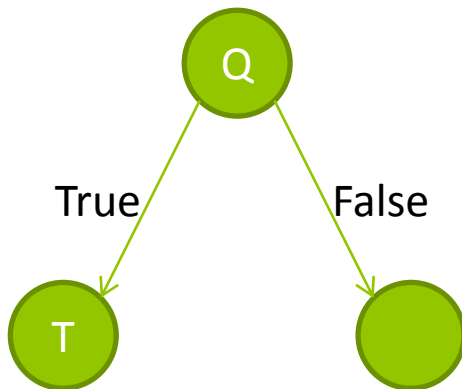
VALID : Semua daun True

TIDAK VALID : Ada daun False

## Contoh 2

$\mathcal{Q}$  : If Q then (if P then Q)

T   **T**   T   **T**



Cabang kiri

$Q : T$

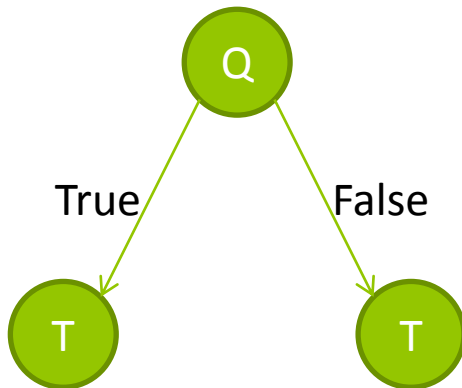
If P then Q : T

$\mathcal{Q} : T$

$\mathcal{Q}$  : If Q then (if P then Q)

T F

F



Cabang Kanan

Q : F

$\mathcal{Q}$  : T

Kesimpulan

$\mathcal{Q}$  valid

# Contoh 3

$\mathcal{Q}$  : (if P then (if Q then R)) if and only if (if (P and Q) then R )  
B1 B2

B1	B2	B1 if-and-only-if B2
T	T	T
F	F	T

Disimplifikasikan

B1 : (if P then (if Q then R))

B2 : (if (P and Q) then R )

$\mathcal{Q}$  : B1 if and only if B2

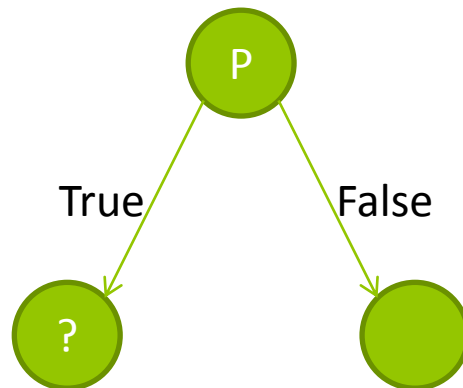


**$\mathcal{G}$**  : (if P then (if Q then R)) if and only if (if (P and Q) then R )

? T

?

? T



Cabang kiri

P : True

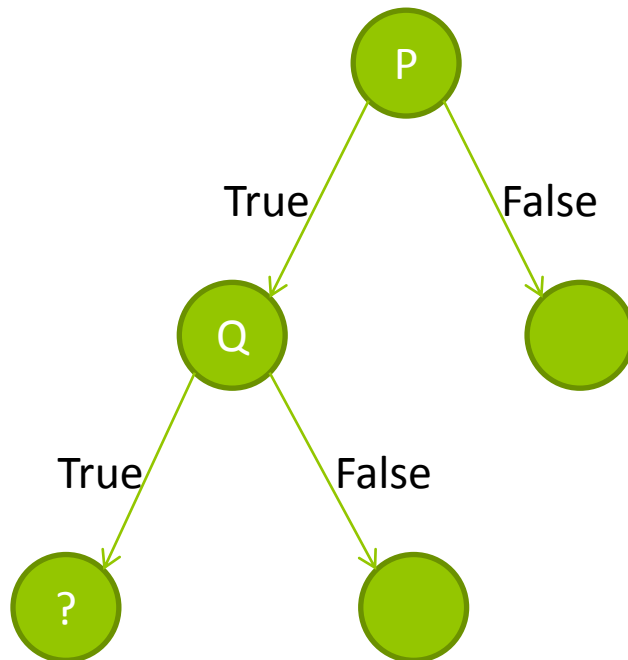
B1 : (if P then (if Q then R))

B2 : (if (P and Q) then R )

$\mathcal{G} : B1 \text{ if and only if } B2$

$\mathcal{Q}$  : (if P then (if Q then R)) if and only if (if (P and Q) then R )

? T T ? ? T T



P : True ; Q : True

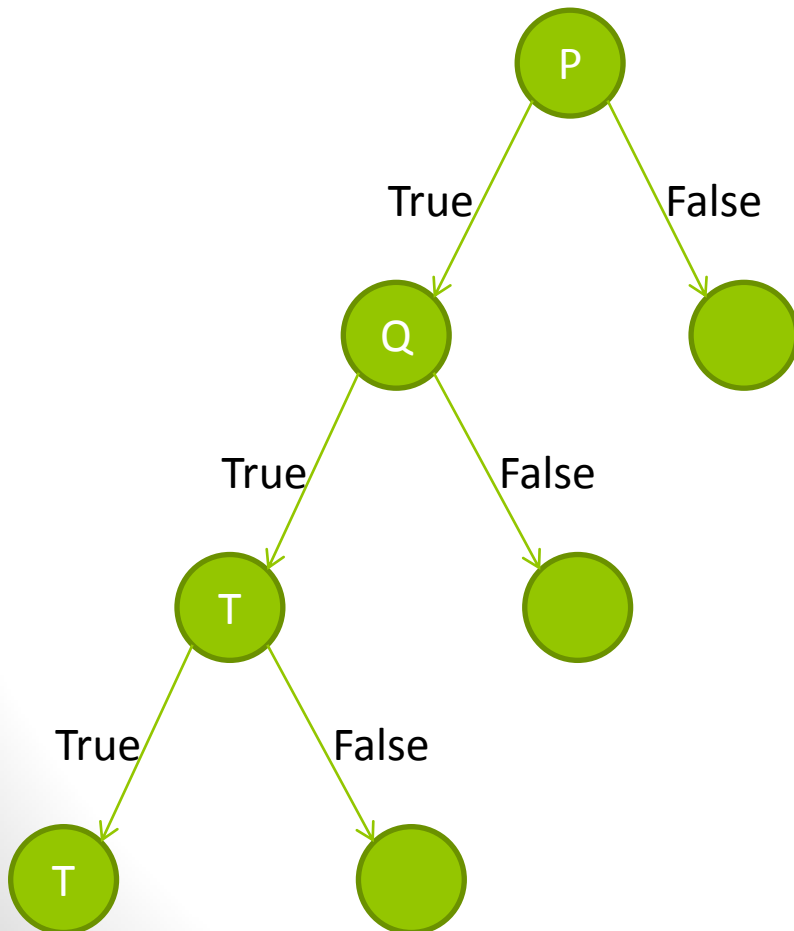
B1 : T

B2 : T

$\mathcal{Q}$  : T

$\mathcal{Q}$  : (if P then (if Q then R)) if and only if (if (P and Q) then R )

T T T T T T T T T



P : True ; Q : True ; R : True

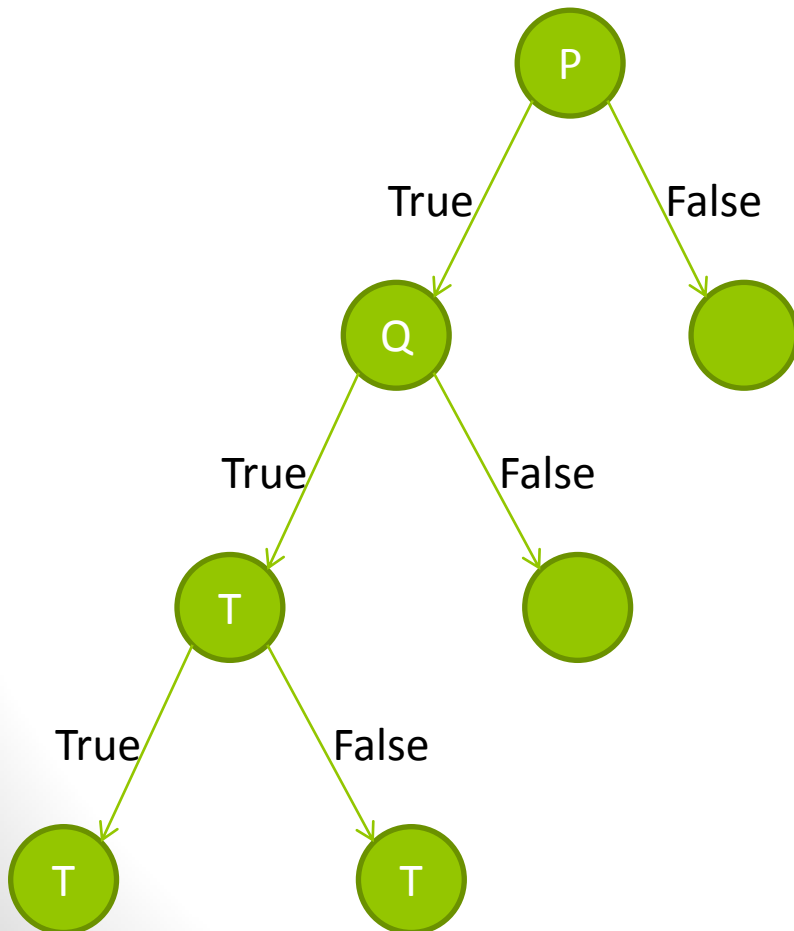
B1 : T

B2 : T

$\mathcal{Q}$  : T

$\mathcal{Q}$  : (if P then (if Q then R)) if and only if (if (P and Q) then R )

F T      F T      F      T      F T T T      F



P : True ; Q : True ; R : False

B1 : F

B2 : F

$\mathcal{Q}$  : T

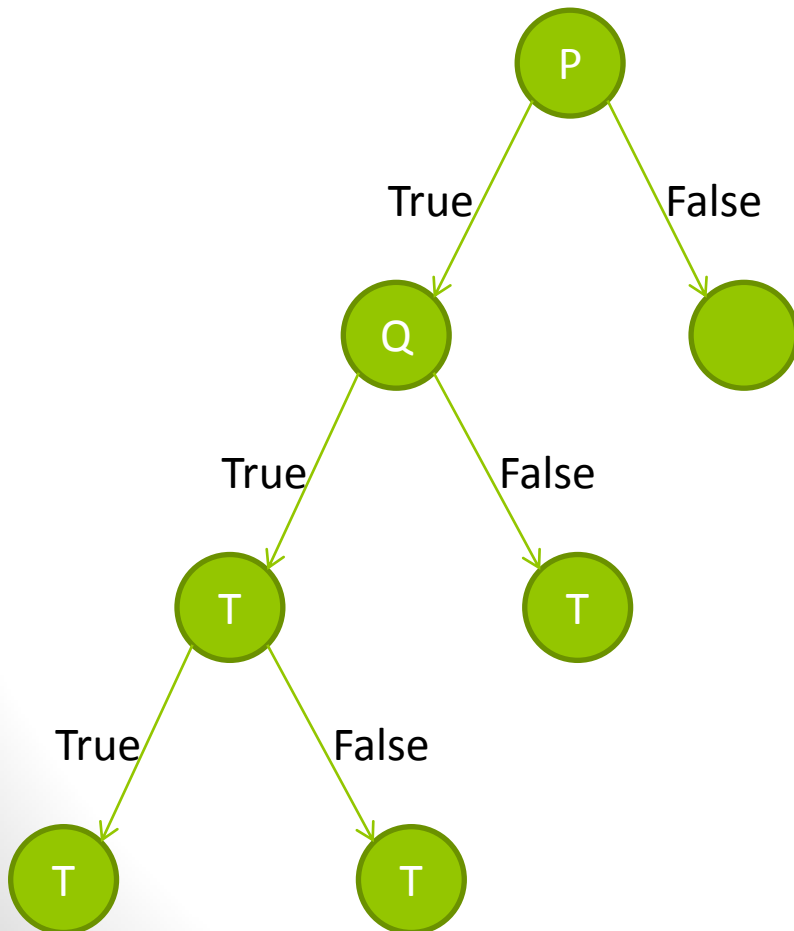
$\mathcal{Q}$  : (if P then (if Q then R)) if and only if (if (P and Q) then R )

T T

T F

T

T T F F



P : True ; Q : False

Apapun nilai R, didapat

B1 : T

B2 : T

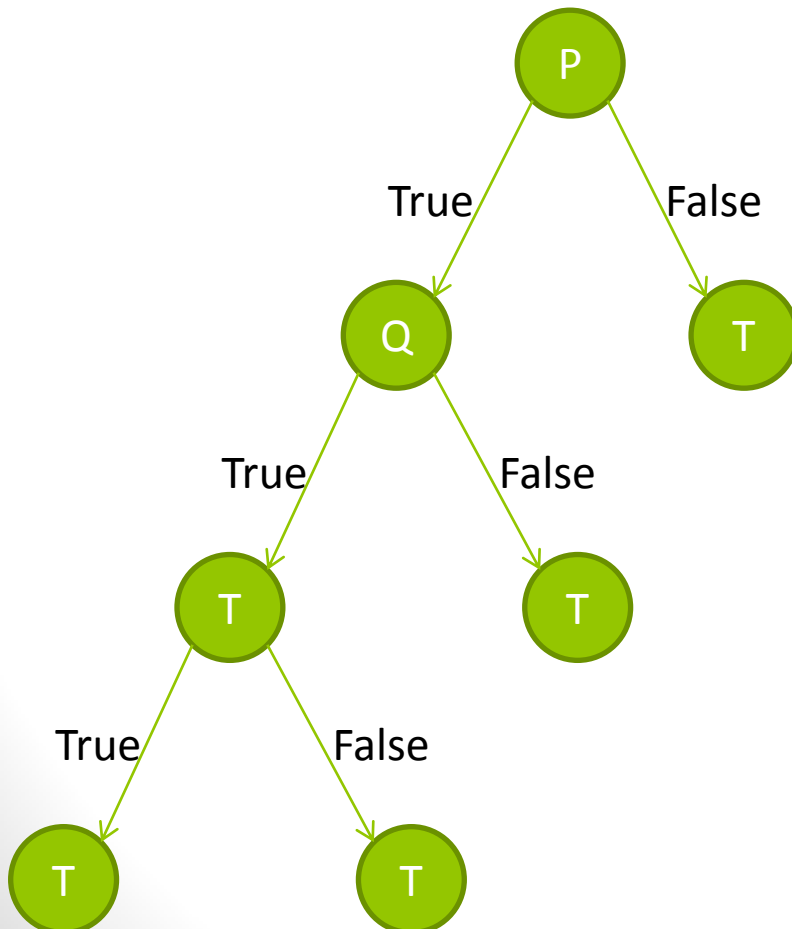
$\mathcal{Q}$  : T

$\mathcal{Q}$  : (if P then (if Q then R)) if and only if (if (P and Q) then R )

T F

T

T F F



$P$  : False;

Apapun nilai  $Q$  dan  $R$

$B1$  : T

$B2$  : T

$\mathcal{Q}$  : T

Kesimpulan

$\mathcal{Q}$  valid

# Falsifikasi / Asumsi Salah

1. Diasumsikan kalimat tidak *valid*
2. Kalimat bernilai *false* di bawah suatu *interpretation I*
3. Tunjukan dengan memberi catatan (*annotation*) dibawah konektif dengan huruf **F**
4. Dengan aturan-aturan konektif akan diusahakan untuk bisa menunjukan suatu kontradiksi

# Contoh 4

G : If ( ( not P ) or ( not Q ) ) then ( not ( P and Q ) )

F                      T                                      F

Diasumsikan kalimat bernilai false,

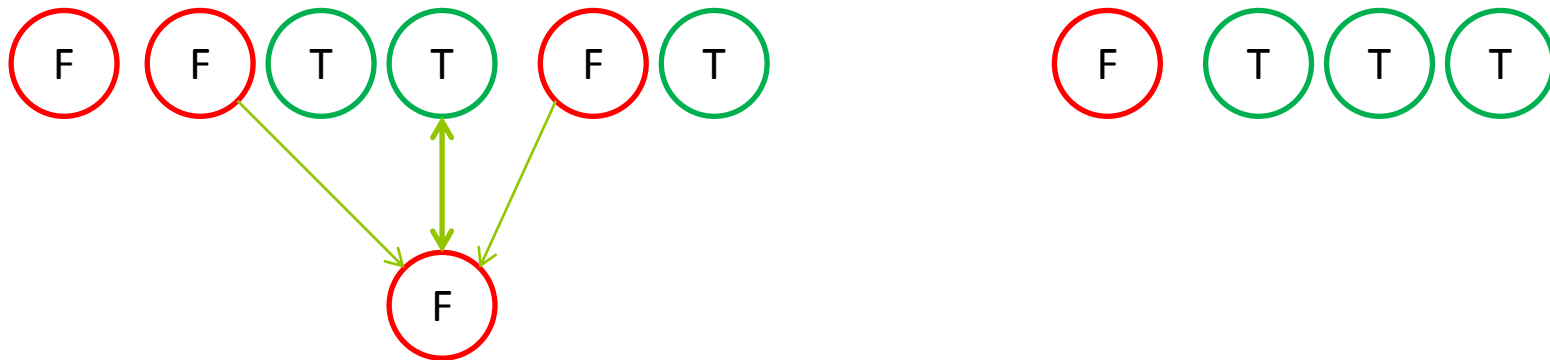
( not P ) or ( not Q ) : True

not ( P and Q ) : False

G : False



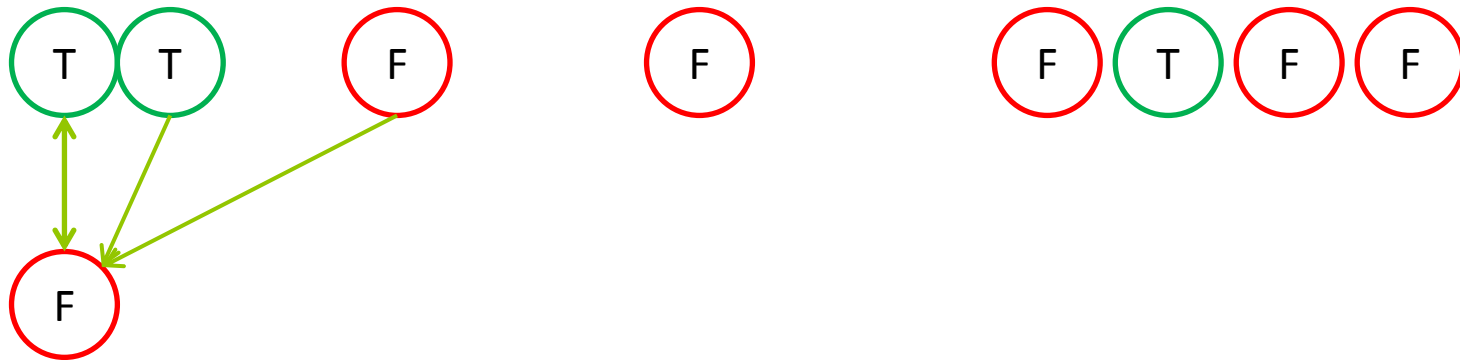
If (( not P ) or ( not Q ) ) then ( not ( P and Q ) )



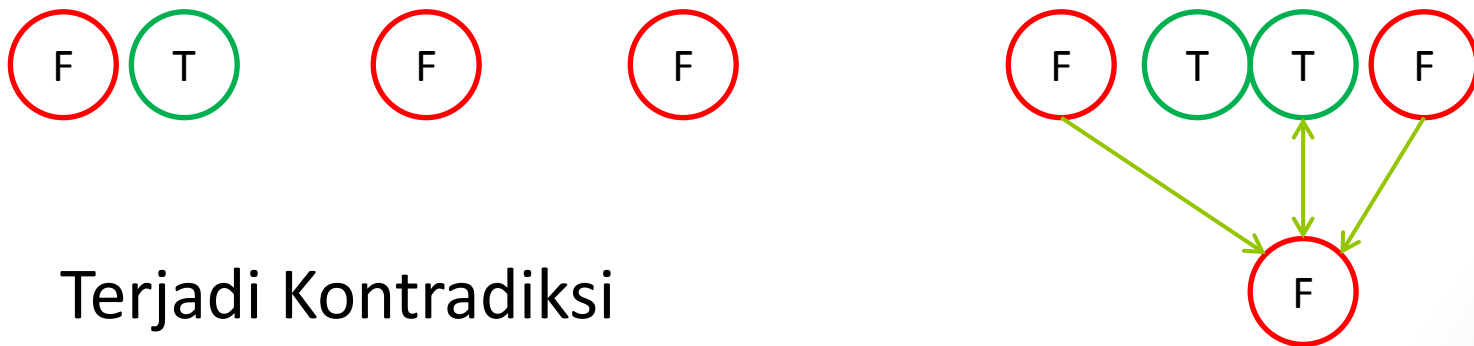
Terjadi pertentangan (*contradiction*) dengan asumsi awal  
Argumen asumsi yang dibuat tidak benar, berarti kalimat *valid*.

# Contoh 5

(if P then Q) if and only if ( (not P ) or Q )



(if P then Q) if and only if ( (not P ) or Q )

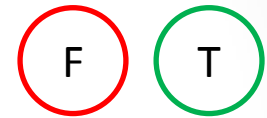
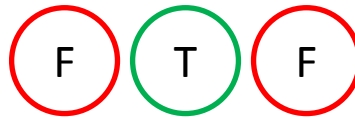
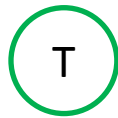


Terjadi Kontradiksi

Berarti kalimat **VALID**

# Contoh 6

If ( if P then Q) then ( if ( not P) then (not Q))



Tidak terjadi kontradiksi

Kalimat **TIDAK VALID**

# Latihan 1

Tentukan apakah kalimat berikut valid

1.  $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$
2.  $(\neg Q) \vee \neg [P \rightarrow (\neg Q) \wedge P]$
3.  $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg (P \wedge Q)$
4.  $[P \rightarrow (Q \vee R)] \leftrightarrow [P \wedge (\neg Q) \rightarrow R]$
5.  $[P \wedge (Q \rightarrow R)] \leftrightarrow [(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge R)]$

# Latihan 2 (kalimat yang menyeramkan)

if  $\left[ \begin{array}{l} \text{if } P1 \text{ then } (P2 \text{ or } P3) \text{ else } (P3 \text{ or } P4) \\ \text{and} \\ \left[ \text{if } P3 \text{ then } (\text{not } P6) \text{ else } (\text{if } P4 \text{ then } P1) \right] \\ \text{and} \\ \text{not } (P2 \text{ and } P5) \text{ and } (\text{if } P2 \text{ then } P5) \end{array} \right] \text{ then } (\text{not}(\text{if } P3 \text{ then } P6))$

Apakah kalimat tersebut VALID ?

Latihan ini sangat menarik bagi Anda yang tertantang dengan dunia logika.

# Latihan 3 (Bis Terlambat)

Andaikan diberikan tiga pernyataan berikut dianggap semua benar :

A1 : jika Dewi memakai bis, maka jika Bis terlambat , Dewi ingkar janji

A2 : Jika Dewi ingkar janji dan Dewi merasa putus asa, Dewi tidak akan kembali ke rumah

A3 : jika Dewi tidak mendapat pekerjaan maka Dewi merasa putus asa dan Dewi kembali ke rumah

Manakah pernyataan berikut yang juga benar :

G1 : Jika Dewi memakai bis dan Bis terlambat, maka Dewi tidak akan mendapat pekerjaan

G2 : jika Dewi ingkar janji dan Dewi kembali ke rumah, maka Dewi mendapatkan pekerjaan

G3 : Jika bisnya terlambat, maka Dewi tidak memakai bis, atau Dewi bisa menepati janjinya

G4 : Jika bisnya terlambat atau jika Dewi ingkar janji maka Dewi merasa putus asa

G5 : Jika Dewi kembali ke rumah dan Dewi memakai bis, maka Dewi tidak merasa putus asa jika bisnya terlambat.



# Petunjuk

## Dibuat proposisi

P1 : Dewi memakai Bis

P2 : Bis terlambat.

P3 : Dewi ingkar Janji

P4 : Dewi putus asa

P5 : Dewi mendapat pekerjaan

P6 : Dewi pulang ke rumah

Untuk masing-masing kalimat  $G_i$ ,  $i=1..5$  perhatikan kalimat

if (A1 and A2 and A4) then  $G_i$

Jika kalimat valid maka terbukti, jika tidak maka beri suatu interpretasi kalimat bernilai false

# Soal Cerita Cinta <sub>1</sub>

Andaikan 2 pernyataan berikut adalah true :

- Saya cinta Ayu atau saya cinta Bunga
- Jika saya cinta Ayu, maka saya cinta Bunga.

Pertanyaan :

1. Apakah bisa langsung disimpulkan bahwa "saya cinta Ayu?"
2. Apakah bisa langsung disimpulkan bahwa "saya cinta Bunga"



# Soal Cerita Cinta 2

Seandainya seseorang menanyai saya

“apakah sungguh-sungguh benar bahwa jika kamu cinta Ayu, maka kamu juga cinta Bunga?”

Saya menjawab,

“jika benar, maka saya mencintai Ayu.”

Pertanyaan

1. Apakah bisa disimpulkan bahwa saya cinta Ayu?
2. Apakah bisa disimpulkan bahwa saya cinta Bunga?

# Soal Cerita Cinta <sub>3</sub>

Seandainya seseorang menanyai saya,

“apakah sungguh-sungguh benar bahwa jika kamu mencintai Ayu, maka kamu juga mencintai Bunga?”

Saya menjawab,

“jika benar, maka saya mencintai Ayu, dan jika saya mencintai Ayu, maka benar.”

Mana yang saya cintai?

**Thank you**  
**See you next week**