



Sentence and Substitution Lecture 4 - 6

DR. Herlina Jayadianti., ST.MT

Operator Priority - Review

Number	Operator	Conventional notation	Zohar Manna* notation
1	“not”, OR “negation”	\neg	Not
2	“and”, OR “conjunction”	\wedge	And
3	“or” , OR “disjunction”	\vee	Or
4	“xor”, OR “exclusive or”	\oplus	
5	“implies”, OR “If ... then...”,	\rightarrow	If-then
6	“If and only if”,	\leftrightarrow	If-and-only-if

Ambiguity? Fully Parenthesized Expression

Computing Truth-Values

- We can use truth tables to determine the truth-value of any compound sentence containing one of the five truth-functional sentence connectives.
- This method can also be used to determine the truth-value of more complicated sentences.
- This procedure is called ***truth table analysis***.

Subject

Valid Sentence / Tautologies / Satisfiable sentence

Contingence sentence

Contradiction sentence / unsatisfiable sentence

Implies sentence

Equivalent sentence

Total substitution

Partial substitution

Plural substitution

Tautology

- *Tautology is a repetitive use of phrases or words which have similar meanings. In simple words, it is expressing the same thing, an idea or saying two or more times. The word tautology is derived from the Greek word “tauto” (the same) and “logos” (a word or an idea)*

Definitions

- **Tautology** – a logical expression that is true for all variable assignments.
- **Contradiction** – a logical expression that is false for all variable assignments.
- **Contingent** – a logical expression that is neither a tautology nor a contradiction.

Valid Sentences - Tautologies

Example:

P or (not P)

P	Not P	P or (not P)
T	F	T
F	T	T

Suatu kalimat φ dikatakan valid jika φ bernilai true dibawah (under) **setiap** interpretasi untuk F . Kalimat valid dalam logika proposisional kadang-kadang disebut *tautologies*

~~Is~~ \neg valid?

\neg : $\text{not}(P \text{ or } Q)$ if and only if $((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q))$

P	Q	$P \text{ or } Q$	not $(P \text{ or } Q)$	$\text{not } P$	$\text{not } Q$	$(\text{not } P)$ and $(\text{not } Q)$	\neg
true	true	true	false	false	false	false	true
true	false	true	false	false	true	false	true
false	true	true	false	true	false	false	true
false	false	false	true	true	true	true	true

P	Q	$P \text{ or } Q$	not $(P \text{ or } Q)$	$\text{not } P$	$\text{not } Q$	$(\text{not } P)$ and $(\text{not } Q)$	\neg
T	T	true	false	false	false	false	true
T	F	true	false	false	true	false	true
F	T	true	false	true	false	false	true
F	F	false	true	true	true	true	true

- $\neg : \text{not}(P \text{ or } Q) \text{ if and only if } ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)))$
- Hukum de morgan
- $\text{not}(P \text{ or } Q) \text{ if and only if } ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)))$
- Not P and not Q **if and only if** (not P) and (not Q)
- $(\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q) \leftrightarrow (\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)$
- valid

Tautologies, Contradictions, and Contingent Sentences

- A sentence that is true in virtue of its logical form is a *tautology*.
- *Contradictions* are sentences that cannot possibly be true.
- The form of a contradiction is a *contradictory sentence form*.

Tautologies

P	$\neg P$	$P \vee \neg P$	$\neg(P \vee \neg P)$
T	F	T	F
F	T	T	F

Since $P \vee \neg P$ is true for all variable assignments, it is a tautology.

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg(P \wedge Q) \vee Q$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

Tautologies and Contradictions

Def: A compound proposition that is always true, regardless of the assignment of truth values to its component propositions, is called a tautology. A compound proposition that is always false is called a contradiction. A proposition that is neither a tautology nor a contradiction is called a contingency.

Ex:

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. “ $p \vee \neg p$ ” is a tautology. | [All T’s in the Truth Table.] |
| 2. “ $p \wedge \neg p$ ” is a contradiction. | [All F’s in the Truth Table.] |
| 3. “ $p \rightarrow \neg p$ ” is a contingency. | [At least one of each in TT.] |

Tautology

- Rain or Not Rain
- Either it will rain tomorrow or it won't rain.
- Bill will win the election or he will not win the election.
- She is brave or she is not brave.
- I will get in trouble or not get in trouble.

Satisfiable Sentences and logical truth

Satisfiable Sentences

Example:

P or (not P)

P	Not P	P or (not P)
T	F	T
F	T	T

Suatu kalimat φ dikatakan valid jika φ bernilai true dibawah (under) **suatu** interpretasi untuk φ .

Satisfiability

- A sentence is said to be **satisfiable** IFF under some circumstances it could be true, on logical grounds.
- In other words, a sentence is **satisfiable** if it doesn't involve a logical contradiction.
- A sentences does not have to be actually true or even physically possible in order to be satisfiable.

Satisfiability

- A set of sentences is satisfiable IFF all of the sentences could be true at the same time, on logical grounds.
- In other words, a set of sentences is unsatisfiable if the truth of one or more sentences in the set precludes the truth of one or more of the others on logical grounds.

Satisfiable Sentences and Sets of Sentences

- George Bush is President of the United States.
- Al Gore is President of the United States.
- My cat is President of the United States.
- x is a tetrahedron.
- $\text{Happy}(\text{Max}) \wedge \text{Happy}(\text{Claire})$



Unsatisfiable Sentences and Sets of Sentences

- x is a round square.
- $\text{Happy}(\text{Max}) \wedge \neg \text{Happy}(\text{Max})$

Logical Truth

- A sentence is said to be logically true if there is no possible world in which the sentence could be false.

$$\text{Home(Claire)} \vee \neg \text{Home(Claire)}$$

will always be true because of the definition of \vee .

Logical Truth

Home(Claire)	\neg Home(Claire)	Home(Claire) $\vee \neg$ Home(Claire)	Home(Claire) and \neg Home(Claire)
T	F	T	F
F	T	T	F

More Truth Tables

- We can determine whether a sentence is logically true, unsatisfiable, or neither by using truth tables.
- In order to build a complex truth table, we must create a column for each atomic sentence and another for the complex sentence we want to analyze.

Relationship

- P is logically true just in case $\neg P$ is unsatisfiable.
- Q is satisfiable just in case $\neg Q$ is not logically true.

Truth Tables

P	Q	$(P \wedge Q)$	$\neg P$	$(P \wedge Q) \vee \neg P$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	T
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F

Contradictory Sentences

Contradictory Sentences

Example :

P and (not P)

P	Not P	P and (not P)
T	F	F
F	T	F

Sentences

- Rain **and** Not Rain = F
- Either it will rain tomorrow **and** it won't rain.
- Bill will win the election **and** he will not win the election.
- She is brave **and** she is not brave.
- I will get in trouble **and** not get in trouble.

Contingent Sentences

***Contingency** is the status of propositions that are neither true under every possible valuation (i.e. tautologies) nor false under every possible valuation (i.e. contradictions). A **contingent** proposition is neither necessarily true nor necessarily false.*

Contingency = that is a proposition that is neither a tautology nor a contradiction

$$P \rightarrow \neg P$$

Contingent Sentences

-is a proposition that is not necessarily true or necessarily false (i.e., is not the negation of a necessary truth). A contingent truth is a true proposition that could have been false; a contingent falsehood is a false proposition that could have been true. This is sometimes expressed by saying that a contingent proposition is one that is true in some possible worlds and not in others. An example of a contingent proposition is the proposition that **human beings have evolved from other forms of life.**

Implies Sentences

Implies Sentences

- The statement “P implies Q” means that if P is true then Q must also be true. The statement “P implies Q” is also written “if P then Q” or sometimes “Q if P”.
- Statement P is called the premise and Q is called the conclusion.

P	Q	P implies Q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Implies Sentences Example

- *If your score 85% or above in this class, then you will get an A*

Continue :

- Suppose you score a 90% in the class. If your final grade is an A, then the promise was kept and Statement 1 is true. If your grade is not an A, then the promise was broken and Statement 1 is false.
- But what if you do not score 85% or above? Is Statement 1 true or false in this case? Statement 1 does not say what grade you will receive if you score less than 85%. If you score 75% in the class and receive a B, you cannot complain that the promise was broken. If you score 84% and end up with an A, you still cannot say that the promise was broken.

Think...

- *If the U.S discovers that the taliban Government is involved in the terrorist attack, then it will retaliate against Afganistan*
- *My thumb will hurt if I hit it with a hammer*
- *$X=2$ implies $x+1 = 3$*

Equivalent Sentences

Equivalent Sentences

Example :

P and *not(not P)*

P	Not P	not (not (P))
T	F	T
F	T	F

Logical Equivalences

Def: Two compound propositions are called logically equivalent if they have the same truth value for every possible truth value assignment to the component propositions.

Ex:

1. “ $p \rightarrow q$ ” is logically equivalent to “ $\neg q \rightarrow \neg p$ ” (as we have seen). [Truth Table] [What is the relationship?]
2. “ $\neg(p \wedge q)$ ” is logically equivalent to “ $\neg p \vee \neg q$ ”. [T Table]

Equivalence	Name
$p \wedge T \equiv p; p \vee F \equiv p$	Identity Laws
$p \wedge F \equiv F; p \vee T \equiv T$	Domination Laws
$p \wedge p \equiv p; p \vee p \equiv p$	Idempotent Laws
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double Negation Law
$p \wedge q \equiv q \wedge p; p \vee q \equiv q \vee p$	Commutative Laws
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	Associative Laws [no need for parens]
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Distributive Laws
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	De Morgan's Laws [generalizes]
$p \vee (p \wedge q) \equiv p; p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption Laws
$p \vee \neg p \equiv T; p \wedge \neg p \equiv F$	Negation Laws

Logical Equivalences Involving



$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q) \quad [\text{Transform}]$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

Homework

Exercise 1

[LIU85] Sebuah pulau didiami oleh dua suku asli. Penduduk suku pertama selalu mengatakan hal yang benar, sedangkan penduduk dari suku lain selalu mengatakan kebohongan. Anda tiba di pulau ini dan bertanya kepada seorang penduduk setempat apakah di pulau tersebut ada emas atau tidak. Ia menjawab, “Ada emas di pulau ini jika dan hanya jika (\leftrightarrow) saya selalu mengatakan kebenaran”. Apakah ada emas di pulau tersebut?

Answer

Ada emas di pulau ini (jika dan hanya jika) \leftrightarrow saya selalu mengatakan kebenaran

Misalkan

p : saya selalu menyatakan kebenaran (orang)

q : ada emas di pulau ini (emas)

Ekspresi logika: $p \leftrightarrow q$

Tinjau dua kemungkinan kasus:

Kasus 1, orang yang memberi jawaban adalah orang dari suku yang selalu menyatakan hal yang benar.

Kasus 2, orang yang memberi jawaban adalah orang dari suku yang selalu menyatakan hal yang bohong.

Answer

p : saya selalu menyatakan kebenaran

q : ada emas di pulau ini

Ekspresi logika: $p \leftrightarrow q$

Kasus 1

- $P(T)$
- $p \leftrightarrow q (T)$
- -----
- $q ?$

Kasus 2

- $P(F)$
- $p \leftrightarrow q (F)$
- -----
- $Q?$

Case 1: orang tersebut selalu menyatakan hal yang benar. Ini berarti p benar, dan jawabannya terhadap pertanyaan kita pasti juga benar, sehingga pernyataan bi-implikasi tersebut bernilai benar. Dari Tabel bi-implikasi kita melihat bahwa bila p benar dan $p \leftrightarrow q$ benar, maka q harus benar. Jadi, ada emas di pulau tersebut adalah benar.

Case 2: orang tersebut selalu menyatakan hal yang bohong. Ini berarti p salah, dan jawabannya terhadap pertanyaan kita pasti juga salah, sehingga pernyataan bi-implikasi tersebut salah. Dari Tabel bi-implikasi kita melihat bahwa bila p salah dan $p \leftrightarrow q$ salah, maka q harus benar. Jadi, ada emas di pulau tersebut adalah benar.

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Dari kedua kasus, kita selalu berhasil menyimpulkan bahwa ada emas di pulau tersebut, meskipun kita tidak dapat memastikan dari suku mana orang tersebut.



Exercise 2 (bhs Indonesia)



If 2 sentences have a T value

1. Saya mencintai Ayu atau Bunga.
2. Jika saya cinta Ayu, maka saya cinta Bunga.

Question

1. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Ayu” ?
(P or Q) and (if P then Q) then **P**
2. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Bunga” ? (P or Q) and (if P then Q) then **Q**

Answer : Use a truth table



Referensi Rinaldi

Review Cerita Cinta

Andaikan dua pernyataan berikut bernilai True

1. Saya mencintai Ayu atau Bunga.
2. Jika saya cinta Ayu, maka saya cinta Bunga.

Pertanyaan

1. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Ayu”
2. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Bunga”
?

Petunjuk : gunakan tabel kebenaran.



SOAL

1. Saya mencintai Ayu atau Bunga. Jika saya cinta Ayu, maka saya cinta Bunga. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Ayu” ?

$P \vee Q$ and $P \rightarrow Q$ then P

Saya mencintai Ayu atau Bunga. Jika saya cinta Ayu, maka saya cinta Bunga. Apakah bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Bunga” ?

$P \vee Q$ and $P \rightarrow Q$ then Q

Petunjuk : gunakan tabel kebenaran.

Tabel kebenarannya

P	Q	P or Q	If P then Q	(P or Q) and (if P then Q)	P1	P2
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F	T
F	F	F	T	F	T	T

P1 : if (P or Q) and (if P then Q) then P **TIDAK VALID**

Tidak bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Ayu” ?

P2 : if (P or Q) and (if P then Q) then Q **VALID**

Bisa dinyatakan bahwa “ Saya mencintai Bunga” ?



Exercise 3

“Jika Badu senang maka siti senang, dan jika badu sedih, maka siti sedih. Siti tidak senang atau Siti tidak sedih. *Dengan demikian*, Badu tidak senang atau Badu tidak sedih”

Buatkan ekspresi logikanya dan buktikan apakah termasuk tautologi, kontradiksi atau contingent dengan tabel kebenaran.

- Jika Badu senang (P) maka siti senang (Q), dan jika badu sedih (R), maka siti sedih (S). Siti tidak senang (not Q) atau Siti tidak sedih (not S). *Dengan demikian*, Badu tidak senang (not P) atau Badu tidak sedih (not R)”
- Badu senang (P) Badu tidak senang (not P)
- siti senang (Q) Siti tidak senang (not Q)
- Siti tidak sedih (not S) = siti senang (Q)
- Badu tidak sedih (not R) = badu senang (P)

Jika Badu senang maka siti senang ($p \rightarrow Q$), dan jika badu sedih, maka siti sedih ($\text{not } P \rightarrow \text{not } Q$). Siti tidak senang atau Siti tidak sedih. *Dengan demikian*, Badu tidak senang atau Badu tidak sedih”
 $(\text{not } Q \text{ or } Q) \leftrightarrow (\text{not } P \text{ or } P)$

- P : Badu Senang $\sim P$: Badu tidak senang
- Q: Siti Senang $\sim Q$: Siti tidak senang
- $P \rightarrow Q, \sim P \rightarrow \sim Q$
- Badu senang \rightarrow Siti senang

- R : Badu Sedih ekuivalen $\sim P$
- S : Siti Sedih ekuivalen $\sim Q$
- Badu sedih \rightarrow Siti sedih
- $R \rightarrow S$ ekuivalen $\sim P \rightarrow \sim Q$

Answer

- Siti tidak senang atau Siti tidak sedih. *Dengan demikian*, Badu tidak senang atau Badu tidak sedih”

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \rightarrow \sim Q$	$(\sim Q \vee \sim (\sim Q)) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim (\sim P))$	
T	T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Exercise 4 (PR)

1. \mathcal{F} : not(P or Q)if and only if ((not P) and (not Q)))
2. \mathcal{G} : if(if P then Q)then (if(not P)then (not Q)),
3. \mathcal{H} : If (if (P or Q) then (P and R)) then not (P or R)

Soal :

- a. Apakah kalimat \mathcal{F} , \mathcal{G} dan \mathcal{H} valid
- b. Apabila P:true , Q:false dan R:true, apakah masing masing kalimat \mathcal{F} , \mathcal{G} dan \mathcal{H} valid ?
- c. Apakah kalimat \mathcal{F} , \mathcal{G} dan \mathcal{H} contradictory ?
- d. Apakah \mathcal{F} implies \mathcal{G} ?
- e. Apakah \mathcal{G} equivalent \mathcal{H} ?

Exercise 5 (PR)

Tentukan apakah ekspresi logika berikut ini termasuk tautologi, kontradiksi atau contingent

1. if A then (if B then A)
2. if (if B then A) then A
3. (if A then B) if-and-only-if (not A or B)
4. if ((if not A then not B) and
(if not(not A) then not B)) then B



Exercise 6

Sebagian besar orang percaya bahwa harimau Jawa sudah lama punah. Tetapi, pada suatu hari Amir membuat pernyataan-pernyataan kontroversial sebagai berikut:

(a) Saya melihat harimau di hutan.

(b) Jika saya melihat harimau di hutan, maka saya juga melihat srigala.

Misalkan kita diberitahu bahwa Amir kadang-kadang suka berbohong dan kadang-kadang jujur

(bohong: semua pernyataanya salah, jujur: semua pernyataannya benar).

Gunakan tabel kebenaran untuk memeriksa apakah Amir benar-benar melihat harimau di hutan?

Answer Exercise 6

- (a) Saya melihat harimau di hutan.
- (b) Jika saya melihat harimau di hutan, maka saya juga melihat srigala.

Misalkan

p : Amir melihat harimau di hutan

q : Amir melihat srigala

Pernyataan untuk (a): p

Pernyataan untuk (b): $p \rightarrow q$

Answer

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T



Answer



- Kasus 1: Amir dianggap berbohong, maka apa yang dikatakan Amir itu keduanya salah (p salah, $p \rightarrow q$ salah)
- Kasus 2: Amir dianggap jujur, maka apa yang dikatakan Amir itu keduanya benar (p benar, $p \rightarrow q$ benar).
- Tabel menunjukkan bahwa mungkin bagi p dan $p \rightarrow q$ benar, tetapi tidak mungkin keduanya salah. Ini berarti Amir mengatakan yang sejujurnya, dan kita menyimpulkan bahwa Amir memang benar melihat harimau di hutan.

Argumen

Argumen adalah suatu deret proposisi yang dituliskan sebagai :

P1

P2

P3

.

.

.

Pn

Q

yang dalam hal ini, p_1, p_2, \dots, p_n disebut hipotesis (atau premis), dan q disebut konklusi.

Argumen ada yang **sahih** (*valid*) dan **palsu** (*invalid*).

Exercise 7

- *Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang. Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu Tsunami datang*
- Buktikan bahwa argumen tersebut sah / benar

Answer

- P : Air laut surut setelah gempa di laut
- Q : Tsunami datang

Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang.
Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu Tsunami datang

$P \rightarrow Q$

$P \rightarrow Q$

P

Q

$\therefore Q$

$\therefore P$ (tidak sah)

Ada dua cara yang dapat digunakan untuk membuktikan kesahihan argumen ini

- Jika air laut surut setelah gempa di laut , maka tsunami datang ($P \rightarrow Q$). Air laut surut setelah gempa di laut (P). Karena itu Tsunami datang (Q) valid
- Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang ($P \rightarrow Q$). Tsunami datang (Q) karena itu Air laut surut setelah gempa dilaut (P) tidak valid

Answer

- Truth table

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Argumen dikatakan sah jika semua hipotesisnya benar, maka konklusinya benar. Kita periksa apabila hipotesis p dan $p \rightarrow q$ benar, maka konklusi q juga benar sehingga argumen dikatakan benar. Periksa tabel, p dan $p \rightarrow q$ benar secara bersama-sama pada baris 1. Pada baris 1 ini q juga benar. Jadi, argumen di atas **sah**

Cara 2

- $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ = tautology, sehingga argumen dikatakan sah

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \wedge (P \rightarrow Q)$	$(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

Perhatikanlah bahwa penarikan kesimpulan di dalam argumen ini menggunakan modus ponens. Jadi, kita juga telah memperlihatkan bahwa modus ponens adalah argumen yang sah. Perhatikanlah bahwa penarikan kesimpulan di dalam argumen ini menggunakan modus ponens. Jadi, kita juga telah memperlihatkan bahwa modus ponens adalah argumen yang sah.



Exercise 8

- *“Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang. Tsunami datang. Jadi, air laut surut setelah gempa di laut”*
- P : Air laut surut setelah gempa di laut
- Q : Tsunami datang

Tidak benar dengan kata lain argumennya palsu

$P \rightarrow Q$

Q

$\therefore P$

Answer

- Dari tabel tampak bahwa hipotesis q dan $p \rightarrow q$ benar pada baris ke-3, tetapi pada baris 3 ini konklusi p salah. Jadi, argumen tersebut tidak sah atau palsu, sehingga penalaran menjadi tidak benar.

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

*Jika 5 lebih kecil dari 4, maka 5 bukan bilangan prima
5 tidak lebih kecil dari 4*

- *$\therefore 5$ adalah bilangan prima*
- If P then not Q
- Not P
- $\therefore Q$
- $((P \rightarrow \text{not } Q) \text{ and } \text{not } P) \rightarrow Q$

Exercise 9

Periksa kesahihan argumen ini :

Jika 5 lebih kecil dari 4, maka 5 bukan bilangan prima
5 tidak lebih kecil dari 4

∴ 5 adalah bilangan prima

∴ $P = 5$ lebih kecil dari 4

∴ $Q = 5$ bilangan prima

Jika P maka Q

$P \rightarrow \text{not } Q$

Not P

Q (valid atau tidak validkah?)

Answer

Penyelesaian:

- $P = 5$ lebih kecil dari 4
- $Q = 5$ adalah bilangan prima

Jika 5 lebih kecil dari 4, maka 5 bukan bilangan prima
5 tidak lebih kecil dari 4

$\therefore 5$ adalah bilangan prima

$P \rightarrow \sim Q$

$\sim P$

Q

Answer

P	Q	$\sim Q$	$P \rightarrow \sim Q$	$\sim P$
T	T	F	F	F
T	F	T	T	F
F	T	F	T	T (dua jawaban)
F	F	T	T	T

$P \rightarrow \text{not } Q$

Not P

Q (valid atau tidak validkah?)

Tabel memperlihatkan tabel kebenaran untuk kedua hipotesis dan konklusi tersebut. Baris ke-3 dan ke-4 pada tabel tersebut adalah baris di mana $p \rightarrow \sim q$ dan $\sim p$ benar secara bersama-sama, tetapi pada baris ke-4 konklusi q salah (meskipun pada baris ke-3 konklusi q benar). **Ini berarti argumen tersebut palsu.**

Result

$P \rightarrow \sim Q$ (T)

$\sim P$ (T)

Q (T or F) not valid

Answer

- Perhatikanlah bahwa meskipun konklusi dari argumen tersebut kebetulan merupakan pernyataan yang benar (“5 adalah bilangan prima” adalah benar),
- tetapi konklusi dari argumen ini tidak sesuai dengan bukti bahwa argumen tersebut palsu.

Beberapa argumen yang sudah terbukti sah

1. Modus ponens

$$p \rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q$$

2. Modus tollen

$$p \rightarrow q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p$$

Tidak valid (palsu)

$$p \rightarrow q$$

$$\sim p$$

$$\therefore \sim q \text{ (bukan modus tolen)}$$

3. Silogisme disjungtif

$$p \vee q$$

$$\sim p$$

$$\therefore q$$

4. Simplifikasi

$$p \wedge q$$

$$\therefore p$$

5. Penjumlahan

p

$\therefore p \vee q$

6. Konjungsi

p

q

$\therefore p \wedge q$

Exercise 1

1. Diberikan sebuah proposisi:

Mahasiswa dapat mengambil mata kuliah Strategi Algoritma jika ia telah mengambil mata kuliah Struktur Diskrit.

Tentukan:

(a) invers proposisi tersebut,

(b) pernyataan yang ekuivalen dengan proposisi tersebut

(jawaban ada di balik ini)

Answer

p : mahasiswa telah mengambil mata kuliah Struktur Diskrit

q : mahasiswa dapat mengambil mata kuliah Strategi Algoritma

(a) ***q*** jika ***p*** adalah ekspresi lain dari jika ***p*** maka ***q*** ($p \rightarrow q$)
invers ($\sim p \rightarrow \sim q$)

Jika mahasiswa belum mengambil mata kuliah Struktur Diskrit, maka ia belum dapat mengambil mata kuliah Strategi algoritma.

(b) Pernyataan tersebut dapat dinotasikan dengan: $\sim p \vee q$
Mahasiswa tidak mengambil mata kuliah Strukur Diskrit atau mengambil mata kuliah Strategi Algoritma

Exercise 2

Dari keempat argumen berikut, argumen manakah yang sah?

- Jika hari panas, maka Amir mimisan, tetapi hari ini tidak panas, oleh karena itu Amir tidak mimisan.
- Jika hari panas, maka Amir mimisan, tetapi Amir tidak mimisan, oleh karena itu hari ini tidak panas.
- Jika Amir mimisan maka hari panas, tetapi hari ini tidak panas, oleh karena itu Amir tidak mimisan.
- Jika Amir tidak mimisan, maka hari tidak panas, tetapi Amir mimisan, oleh karena itu hari ini tidak panas.

Exercise 3

2. Diberikan dua buah premis berikut:

- (i) Logika sulit atau tidak banyak mahasiswa yang menyukai logika.
- (ii) Jika matematika mudah, maka logika tidak sulit.

Tunjukkan dengan pembuktian argumen (atau cara lain) apakah masing-masing konklusi berikut sah (valid) atau tidak berdasarkan dua premis di atas:

- a) Bahwa matematika tidak mudah atau logika sulit.
- b) Bahwa matematika tidak mudah, jika banyak mahasiswa menyukai logika.

Exercise 4

Tentukan validitas argumen berikut:

Mahasiswa diperbolehkan mengambil mata kuliah Matematika Diskrit jika telah melewati tahun pertama dan berada pada semester ganjil. Ada Mahasiswa jurusan Informatika tidak diperbolehkan mengambil mata kuliah Matematika Diskrit. Dengan demikian mahasiswa jurusan Informatika tsb belum melewati tahun pertama atau sedang berada pada semester genap



Exercise 5

Indra, Ical, Parry adalah sekelompok pembunuh. Mereka tertangkap dan sedang diinterogasi oleh polisi dengan *poligraph*:
Indra berkata : Ical bersalah dan Parry tidak bersalah
Ical berkata : Jika indra bersalah maka Parry bersalah
Parry berkata : Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah.

Tuliskan pernyataan dari tiap tersangka ke dalam proposisi logika. Tulis tabel kebenaran dari pernyataan 3 tersangka tersebut. Tentukan siapa sajakah yang bersalah (berdasarkan tabel kebenaran yang telah dibuat), bila tes *poligraph* **menunjukkan bahwa Ical telah berbohong, sementara kedua temannya mengatakan kebenaran!**

(jawaban di balik ini)

Pernyataan:

p : Indra tidak bersalah

q : Ical tidak bersalah

r : Parry tidak bersalah

Proposisi logika:

Indra : $(\sim q) \wedge r$

Ical : $(\sim p) \rightarrow (\sim r)$

Parry : $r \wedge ((\sim p) \vee (\sim q))$

Answer

p	q	r	Indra	Ical	Pari
T	T	T	F	T	F
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	F	T
F	T	F	F	T	F
F	F	T	T	F	T
F	F	F	F	T	F

Ical: $(\sim p) \rightarrow (\sim r)$

Parry : $r \wedge ((\sim p) \vee (\sim q))$

Dari tabel kebenaran pernyataan Ical bernilai salah di mana yang lainnya bernilai benar ada pada baris ke 7. Sehingga dapat disimpulkan bahwa yang bersalah adalah **Indra dan Ical**.

Preposition - flashback

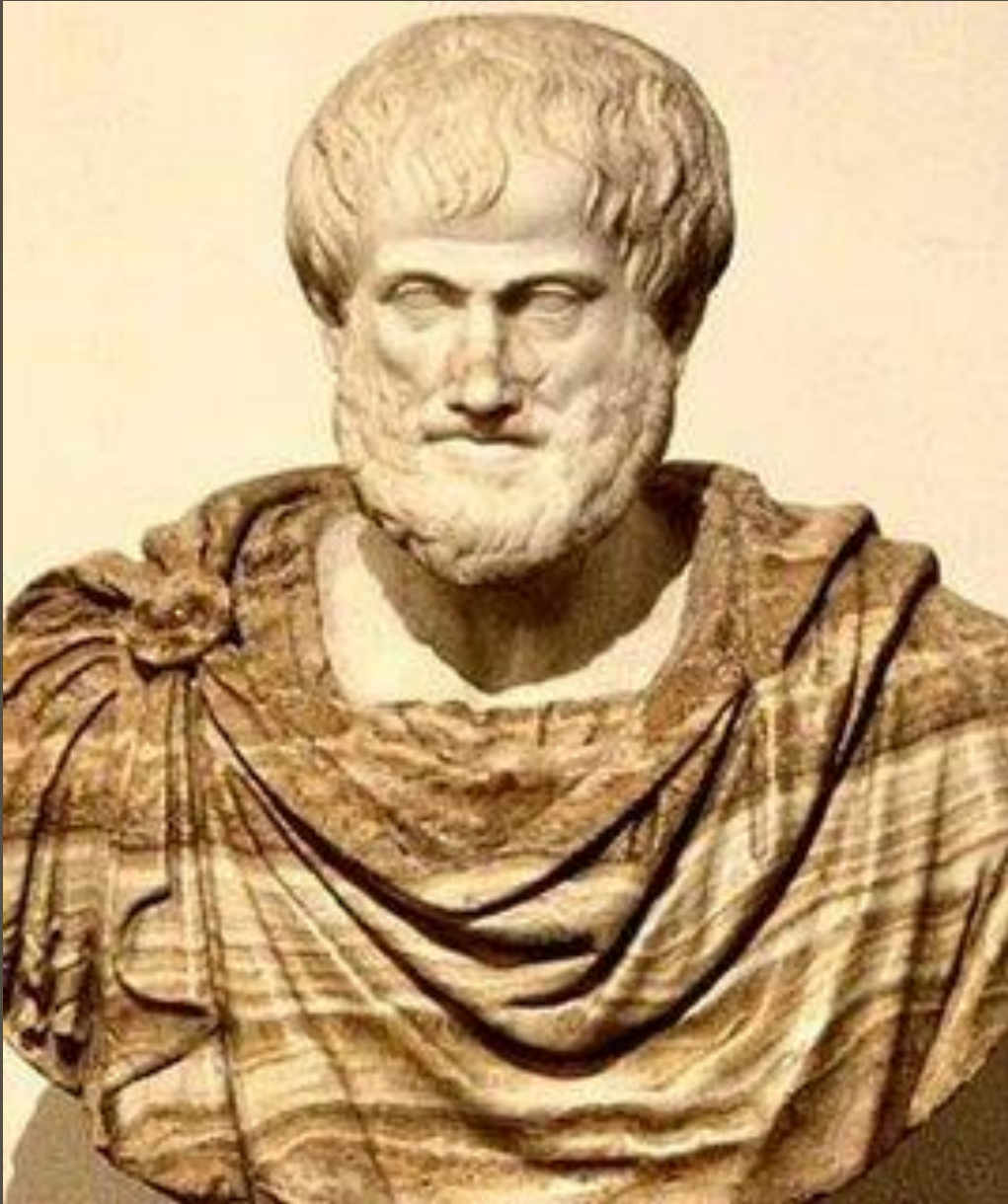
Logika

- Perhatikan argumen di bawah ini:

Jika anda mahasiswa Informatika maka anda tidak sulit belajar Bahasa Java. Jika anda tidak suka begadang maka anda bukan mahasiswa Informatika. Tetapi, anda sulit belajar Bahasa Java dan anda tidak suka begadang. Jadi, anda bukan mahasiswa Informatika.

Apakah kesimpulan dari argumen di atas valid?

Alat bantu untuk memahami argumen tsb adalah **Logika**



- Logika merupakan dasar dari semua penalaran (*reasoning*).
- Penalaran didasarkan pada hubungan antara pernyataan (*statements*).
- Di dalam logika, tidak semua jenis kalimat menjadi obyek tinjauan.

Proposisi

- Pernyataan atau kalimat deklaratif yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), tetapi tidak keduanya.

Example

1. 13 adalah bilangan ganjil
2. Soekarno adalah alumnus UGM.
3. $1 + 1 = 2$
4. $8 \geq$ akar kuadrat dari $8 + 8$
5. Ada monyet di bulan
6. Hari ini adalah hari Rabu
7. Untuk sembarang bilangan bulat $n \geq 0$, maka $2n$ adalah bilangan genap
8. $x + y = y + x$ untuk setiap x dan y bilangan riil

Example not preposition

1. Jam berapa kereta api Argo Bromo tiba di Gambir?
2. Isilah gelas tersebut dengan air!
3. $x + 3 = 8$
4. $x > 3$

Next

- Pernyataan yang melibatkan peubah (*variable*) disebut **predikat**, **kalimat terbuka**, atau **fungsi proposisi**
Contoh: “ $x > 3$ ”, “ $y = x + 10$ ”
Notasi: $P(x)$, misalnya $P(x): x > 3$
- Predikat dengan *quantifier*: $\forall x P(x)$
- **Kalkulus proposisi**: bidang logika yang berkaitan dengan proposisi
→ dipelajari dalam kuliah **IF2091** ini
- **Kalkulus predikat**: bidang logika yang berkaitan dengan predikat dan *quantifier* → dipelajari dalam kuliah **IF2092 Logika Informatika** (Semester 4).

Back to Calculus preposition

- Proposisi dilambangkan dengan huruf kecil p, q, r, \dots
- Contoh:

p : 13 adalah bilangan ganjil.

q : Soekarno adalah alumnus UGM.

r : $2 + 2 = 4$

Preposition

- Misalkan p dan q adalah proposisi.
 1. **Konjungsi** (*conjunction*): p dan q
Notasi $p \wedge q$,
 2. **Disjungsi** (*disjunction*): p atau q
Notasi: $p \vee q$
 3. **Ingkaran** (*negation*) dari p : tidak p
Notasi: $\sim p$
- p dan q disebut **proposisi atomik**
- Kombinasi p dengan q menghasilkan **proposisi majemuk** (*compound proposition*)



Example

p : Hari ini hujan

q : Murid-murid diliburkan dari sekolah

$p \wedge q$: Hari ini hujan dan murid-murid diliburkan dari sekolah

$p \vee q$: Hari ini hujan atau murid-murid diliburkan dari sekolah

$\sim p$: Tidak benar hari ini hujan (atau: Hari ini *tidak* hujan)



Example

p : Pemuda itu tinggi

q : Pemuda itu tampan

Nyatakan dalam bentuk simbolik:

- Pemuda itu tinggi dan tampan
- Pemuda itu tinggi tapi tidak tampan
- Pemuda itu tidak tinggi maupun tampan
- Tidak benar bahwa pemuda itu pendek atau tidak tampan
- Pemuda itu tinggi, atau **pendek** dan tampan
- Tidak benar bahwa pemuda itu pendek maupun tampan

Penyelesaian:

- $p \wedge q$
- $p \wedge \sim q$
- $\sim p \wedge \sim q$
- $\sim(\sim p \vee \sim q)$
- $p \vee (\sim p \wedge q)$
- $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

Example

p : 17 adalah bilangan prima (benar)

q : bilangan prima selalu ganjil (salah)

$p \wedge q$: 17 adalah bilangan prima dan bilangan prima selalu ganjil (salah)

$p \vee q$:

Example

- Bentuklah tabel kebenaran dari proposisi majemuk $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$.

Conclusion

- Proposisi majemuk disebut **tautologi** jika ia benar untuk semua kasus
- $p \vee \sim(p \wedge q)$ adalah sebuah tautologi
- Proposisi majemuk disebut **kontradiksi** jika ia salah untuk semua kasus.
- $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ adalah sebuah kontradiksi

LAWS

Disebut juga **hukum-hukum aljabar proposisi**.

1. Hukum identitas: <ul style="list-style-type: none">- $p \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow p$- $p \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow p$	2. Hukum <i>null</i> /dominasi: <ul style="list-style-type: none">- $p \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$- $p \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}$
3. Hukum negasi: <ul style="list-style-type: none">- $p \vee \sim p \Leftrightarrow \mathbf{T}$- $p \wedge \sim p \Leftrightarrow \mathbf{F}$	4. Hukum idempoten: <ul style="list-style-type: none">- $p \vee p \Leftrightarrow p$- $p \wedge p \Leftrightarrow p$
5. Hukum involusi (negasi ganda): <ul style="list-style-type: none">- $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$	6. Hukum penyerapan (absorpsi): <ul style="list-style-type: none">- $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$- $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

<p>7. Hukum komutatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> – $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ – $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ 	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> – $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ – $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
<p>9. Hukum distributif:</p> <ul style="list-style-type: none"> – $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ – $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ 	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <ul style="list-style-type: none"> – $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ – $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Example

- Hukum De Morgan: $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
- *Truth Table* $\sim(p \wedge q)$ equivalent $\sim p \vee \sim q$

Example

- Tunjukkan bahwa $p \vee \sim(p \vee q) \equiv p \vee \sim q$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} p \vee \sim(p \vee q) &\equiv p \vee (\sim p \wedge \sim q) && \text{(Hukum De Morgan)} \\ &\equiv (p \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) && \text{(Hukum distributif)} \\ &\equiv T \wedge (p \vee \sim q) && \text{(Hukum negasi)} \\ &\equiv p \vee \sim q && \text{(Hukum identitas)} \end{aligned}$$

Example

Buktikan hukum penyerapan: $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

Penyelesaian:

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee F) \wedge (p \vee q) \quad (\text{Hukum Identitas})$$

$$\Leftrightarrow p \vee (F \wedge q) \quad (\text{Hukum distributif})$$

$$\Leftrightarrow p \vee F \quad (\text{Hukum Null})$$

$$\Leftrightarrow p \quad (\text{Hukum Identitas})$$

Exercise

Diberikan pernyataan

“Tidak benar bahwa dia belajar Algoritma tetapi tidak belajar Matematika”.

- (a) Nyatakan pernyataan di atas dalam notasi simbolik (ekspresi logika)
- (b) Berikan pernyataan yang ekuivalen secara logika dengan pernyataan tsb (Petunjuk: gunakan hukum De Morgan)

Answer

Misalkan

p : Dia belajar Algoritma

q : Dia belajar Matematika

maka,

$$(a) \sim (p \wedge \sim q)$$

$$(b) \sim (p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q \text{ (Hukum De Morgan)}$$

dengan kata lain: “Dia tidak belajar Algoritma atau belajar Matematika”

Disjungsi Eksklusif

Kata “atau” (*or*) dalam operasi logika digunakan dalam salah satu dari dua cara:

1. *Inclusive or*

“atau” berarti “ p atau q atau keduanya”

Contoh: “Tenaga IT yang dibutuhkan harus menguasai Bahasa C++ atau Java”.

2. *Exclusive or*

“atau” berarti “ p atau q tetapi bukan keduanya”.

Contoh: “Ia dihukum 5 tahun atau denda 10 juta”.

Implies

- Bentuk proposisi: “jika p , maka q ”
- Notasi: $p \rightarrow q$
- Proposisi p disebut **hipotesis**, **antesenden**, **premis**, atau **kondisi**
- Proposisi q disebut **konklusi** (atau **konsekuen**).

Example

- Jika saya lulus ujian, maka saya mendapat hadiah dari ayah
- Jika suhu mencapai 80°C , maka *alarm* akan berbunyi
- Jika anda tidak mendaftar ulang, maka anda dianggap mengundurkan diri

Cara-cara mengekspresikan implikasi $p \rightarrow q$:

- Jika p , maka q
- Jika p , q
- p mengakibatkan q (p implies q)
- q jika p
- p hanya jika q
- p syarat cukup untuk q (hipotesis menyatakan **syarat cukup** (*sufficient condition*))
- q syarat perlu untuk p (konklusi menyatakan **syarat perlu** (*necessary condition*))
- q bilamana p (q whenever p)

Exercise:

1. Es yang mencair di kutub mengakibatkan permukaan air laut naik.
2. Orang itu mau berangkat jika ia diberi ongkos jalan.
3. Ahmad bisa mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal hanya jika ia sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.
4. Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.
5. Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.
6. Banjir bandang terjadi bilamana hutan ditebangi.

Ubah ke dalam preposisi Jika P maka Q

1. Jika es mencair di kutub, maka permukaan air laut naik.
2. Jika orang itu diberi ongkos jalan, maka ia mau berangkat.
3. Jika Ahmad mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal, maka ia sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.
4. Pernyataan yang diberikan ekuivalen dengan “Percikan api dari rokok adalah syarat cukup untuk membuat pom bensin meledak” atau “Jika api memercik dari rokok maka pom bensin meledak”
5. Pernyataan yang diberikan ekuivalen dengan “*Mengontrak pemain asing kenamaan adalah syarat perlu untuk Indonesia agar ikut Piala Dunia*” atau “Jika Indonesia ikut Piala Dunia maka Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan”.
6. Jika hutan-hutan ditebangi, maka banjir bandang terjadi.

Answer / Penjelasan

Ahmad bisa mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal hanya jika ia sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.

Ingat: $p \rightarrow q$ dapat dibaca p hanya jika q

p : Ahmad bisa mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal

q : Ahmad sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.

Notasi standard: Jika p , maka q

Jika Ahmad mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal maka ia sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.

Answer / Penjelasan

Penjelasan

Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.

Ingat: $p \rightarrow q$ dapat dibaca q syarat perlu untuk p

Susun sesuai format:

Mengontrak pemain asing kenamaan adalah syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia

q : Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan

p : Indonesia ikut Piala Dunia

Notasi standard: Jika p , maka q

Jika Indonesia ikut Piala Dunia, maka Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan.

Exercise

Misalkan

x : Anda berusia 17 tahun

y : Anda dapat memperoleh SIM

Nyatakan preposisi berikut ke dalam notasi implikasi:

- *Hanya jika anda berusia 17 tahun maka anda dapat memperoleh SIM.*
- *Syarat cukup agar anda dapat memperoleh SIM adalah anda berusia 17 tahun.*
- *Syarat perlu agar anda dapat memperoleh SIM adalah anda berusia 17 tahun.*
- *Jika anda tidak dapat memperoleh SIM maka anda tidak berusia 17 tahun.*
- *Anda tidak dapat memperoleh SIM bilamana anda belum berusia 17 tahun.*

- Pernyataan yang ekuivalen: *“Anda dapat memperoleh SIM hanya jika anda berusia 17 tahun”*.

Ingat: $p \rightarrow q$ bisa dibaca “ p hanya jika q ”.

Notasi simbolik: $y \rightarrow x$.

- Pernyataan yang ekuivalen: *“Anda berusia 17 tahun adalah syarat cukup untuk dapat memperoleh SIM”*.

Ingat: $p \rightarrow q$ bisa dibaca “ p syarat cukup untuk q ”.

Notasi simbolik: $x \rightarrow y$.

- Pernyataan yang ekuivalen: *“Anda berusia 17 tahun adalah syarat perlu untuk dapat memperoleh SIM”*.

Ingat: $p \rightarrow q$ bisa dibaca “ q syarat perlu untuk p ”.

Notasi simbolik: $y \rightarrow x$.

- $\sim y \rightarrow \sim x$

- Ingat: $p \rightarrow q$ bisa dibaca “ q bilamana p ”.

Notasi simbolik: $\sim x \rightarrow \sim y$.

Exercise

- Dosen:

“Jika nilai ujian akhir anda 80 atau lebih, maka anda akan mendapat nilai A untuk kuliah ini”.

Apakah dosen anda mengatakan kebenaran atau dia berbohong?
Tinjau empat kasus berikut ini:

Answer

- **Kasus 1:** Nilai ujian akhir anda di atas 80 (hipotesis benar) dan anda mendapat nilai A untuk kuliah tersebut(konklusi benar).

∴ pernyataan dosen benar.

- **Kasus 2:** Nilai ujian akhir anda di atas 80 (hipotesis benar) tetapi anda tidak mendapat nilai A (konklusi salah).

∴ dosen berbohong (pernyataannya salah).

- **Kasus 3:** Nilai ujian akhir anda di bawah 80 (hipotesis salah) dan anda mendapat nilai A (konklusi benar).

∴ dosen anda tidak dapat dikatakan salah (Mungkin ia melihat kemampuan anda secara rata-rata bagus sehingga ia tidak ragu memberi nilai A).

- **Kasus 4:** Nilai ujian akhir anda di bawah 80 (hipotesis salah) dan anda tidak mendapat nilai A (konklusi salah).

Premis

- Perhatikan bahwa dalam implikasi yang dipentingkan nilai kebenaran premis dan konsekuen, bukan hubungan sebab dan akibat diantara keduanya.
- Beberapa implikasi di bawah ini valid meskipun secara bahasa tidak mempunyai makna:

“Jika $1 + 1 = 2$ maka Paris ibukota Perancis”

“Jika n bilangan bulat maka hari ini hujan”

Exercise

- Tunjukkan bahwa $p \rightarrow q$ ekuivalen secara logika dengan $\sim p \vee q$.

Exercise

- Tentukan ingkaran (negasi) dari $p \rightarrow q$.

Penyelesaian:

$$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee q) \Leftrightarrow \sim(\sim p) \wedge \sim q \Leftrightarrow p \wedge \sim q$$



Exercise

- Dua pedagang barang kelontong mengeluarkan moto jitu untuk menarik pembeli. Pedagang pertama mengumbar moto **“Barang bagus tidak murah”** sedangkan pedagang kedua mempunyai moto **“Barang murah tidak bagus”**. Apakah kedua moto pedagang tersebut menyatakan hal yang sama?
- Equivalent?
- Tautology?
- Contradiction?

Answer

p : Barang itu bagus

q : Barang itu murah.

Moto pedagang pertama: “Jika barang itu bagus maka barang itu tidak murah” atau $p \rightarrow \sim q$

Moto pedagang kedua: “Jika barang itu murah maka barang itu tidak bagus” atau $q \rightarrow \sim p$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$	$q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

$$\therefore p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow q \rightarrow \sim p.$$

\therefore Kedua moto tersebut menyatakan hal yang sama.

Exercise

- Misalkan di dalam sebuah program yang ditulis dalam Bahasa Pascal terdapat pernyataan berikut:
if $x > y$ then $y := x + 10$;

Berapa nilai y setelah pelaksanaan eksekusi if-then jika:

- (i) $x = 2, y = 1$
- (ii) $x = 3, y = 5$?

Answer

Penyelesaian:

(i) $x = 2$ dan $y = 1$

Ekspresi $x > y$ bernilai benar

Pernyataan $y := x + 10$ dilaksanakan

Nilai y sekarang menjadi $y = 2 + 10 = 12$.

(ii) $x = 3$ dan $y = 5$

Ekspresi $x > y$ bernilai salah

Pernyataan $y := x + 10$ tidak dilakukan

Nilai y tetap seperti sebelumnya, yaitu 5.

Exercise

Untuk menerangkan mutu sebuah hotel, misalkan

p : Pelayanannya baik

q : Tarif kamarnya murah

r : Hotelnya berbintang tiga.

Terjemahkan proposisi-proposisi berikut dalam notasi simbolik (menggunakan p, q, r):

1. Tarif kamarnya murah, tapi pelayanannya buruk.
2. Tarif kamarnya mahal atau pelayanannya baik, namun tidak keduanya.
3. Salah bahwa hotel berbintang tiga berarti tarif kamarnya murah dan pelayanannya buruk

Answer

- $Q \wedge \sim P$
- $\sim Q \text{ xor } P$
- $\sim (r \rightarrow (Q \wedge \sim P))$

Exercise

Nyatakan pernyataan berikut:

“Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu jika anda berusia di bawah 17 tahun kecuali kalau anda sudah menikah”. dalam notasi simbolik.

Answer

Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu jika anda berusia di bawah 17 tahun kecuali kalau anda sudah menikah”.

Format: q jika p

Susun ulang ke bentuk standard: Jika p , maka q

Jika anda berusia di bawah 17 tahun, kecuali kalau anda sudah menikah, maka anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu

Jika anda berusia di bawah 17 tahun, kecuali kalau anda sudah menikah, maka anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu

m : Anda berusia di bawah 17 tahun.

n : Anda sudah menikah.

r : Anda dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu.

maka pernyataan di atas dapat ditulis sebagai:

$$(m \wedge \sim n) \Rightarrow \sim r$$

Homework

1. Anda hanya dapat mengakses internet dari kampus hanya jika anda mahasiswa Informatika atau anda bukan seorang sarjana.
2. Anda tidak dapat menaiki *roller coaster* jika anda tingginya kurang dari 150 cm kecuali jika anda berusia lebih dari 16 tahun.
3. Anda tidak boleh ikut pemilihan umum jika anda belum berusia 17 tahun kecuali anda sudah menikah.

Varian Proposisi Bersyarat

Konvers (kebalikan): $q \rightarrow p$

Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$

Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	Implikasi $p \rightarrow q$	Konvers $q \rightarrow p$	Invers $\sim p \rightarrow \sim q$	Kontraposisi $\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Exercise

Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari:

“Jika Amir mempunyai mobil, maka ia orang kaya”

Answer

Konversi

Jika Amir orang kaya, maka ia mempunyai mobil

Invers

Jika Amir tidak mempunyai mobil, maka ia bukan orang kaya

Kontraposisi

Jika Amir bukan orang kaya, maka ia tidak mempunyai mobil

Exercise

1. Jika dia bersalah maka ia dimasukkan ke dalam penjara.
2. Jika 6 lebih besar dari 0 maka 6 bukan bilangan negatif.
3. Iwan lulus ujian hanya jika ia belajar.
4. Hanya jika ia tdk terlambat maka ia akan mendapat pekerjaan.
5. Perlu ada angin agar layang-layang bisa terbang.
6. Cukup hari hujan agar hari ini dingin.

Answer

1. Jika ia tidak dimasukkan ke dalam penjara, maka ia tidak bersalah.
2. Jika 6 bilangan negatif, maka 6 tidak lebih besar dari 0.
3. “Jika Iwan lulus ujian maka ia sudah belajar”. Kontraposisi: “Jika Iwan tidak belajar maka ia tidak lulus ujian”
4. “Jika ia mendapat pekerjaan maka ia tidak terlambat” Kontraposisi: “Jika ia terlambat maka ia tidak akan mendapat pekerjaan itu”
5. “Ada angin adalah syarat perlu agar layang-layang bisa terbang” ekuivalen dengan “Jika layang-layang bisa terbang maka hari ada angin”. Kontraposisi: “Jika hari tidak ada angin, maka layang-layang tidak bisa terbang”.
6. “Hari hujan adalah syarat cukup agar hari ini dingin”, Ekuivalen dengan “Jika hari hujan maka hari ini dingin”. Kontraposisi: “Jika hari ini tidak dingin maka hari tidak hujan”.

Bikondisional (Bi-implikasi)

- Bentuk proposisi: “ p jika dan hanya jika q ”
- Notasi: $p \leftrightarrow q$
- $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

Cara-cara menyatakan bikondisional $p \leftrightarrow q$:

- p jika dan hanya jika q .
- p adalah syarat perlu dan cukup untuk q .
- Jika p maka q , dan sebaliknya.
- p iff q

Example : Biimplikasi

Proposisi majemuk berikut adalah bi-implikasi:

- $1 + 1 = 2$ jika dan hanya jika $2 + 2 = 4$.
- Syarat cukup dan syarat perlu agar hari hujan adalah kelembaban udara tinggi.
- Jika anda orang kaya maka anda mempunyai banyak uang, dan sebaliknya.
- Bandung terletak di Jawa Barat *iff* Jawa Barat adalah sebuah propinsi di Indonesia.

Exercise:

Tuliskan setiap proposisi berikut ke dalam bentuk “p jika dan hanya jika q”:

- Jika udara di luar panas maka anda membeli es krim, dan jika anda membeli es krim maka udara di luar panas.
- Syarat cukup dan perlu agar anda memenangkan pertandingan adalah anda melakukan banyak latihan.
- Anda naik jabatan jika anda punya koneksi, dan anda punya koneksi jika anda naik jabatan.
- Jika anda lama menonton televisi maka mata anda lelah, begitu sebaliknya.
- Kereta api datang terlambat tepat pada hari-hari ketika saya membutuhkannya.

Answer

- Anda membeli es krim jika dan hanya jika udara di luar panas.
- Anda memenangkan pertandingan jika dan hanya jika anda melakukan banyak latihan.
- Anda naik jabatan jika dan hanya jika anda punya koneksi.
- Mata anda lelah jika dan hanya jika anda lama menonton televisi.
- Kereta api datang terlambat jika dan hanya jika saya membutuhkan kereta hari itu.

Exercise

Diberikan pernyataan “Perlu memiliki *password* yang sah agar anda bisa *log on* ke *server*”

- (a) Nyatakan pernyataan di atas dalam bentuk proposisi “jika p , maka q ”.
- (b) Tentukan ingkaran, konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan tsb.

Answer

Jika anda bisa *log on* ke *server* maka anda memiliki *password* yang sah

Ingkaran: “Anda bisa *log on* ke *server* dan anda tidak memiliki *password* yang sah”

Konvers: “Jika anda memiliki *password* yang sah maka anda bisa *log on* ke *server*”

Invers: “Jika anda tidak bisa *log on* ke *server* maka anda tidak memiliki *password* yang sah”

Kontraposisi: “Jika anda tidak memiliki *password* yang sah maka anda tidak bisa *log on* ke *server*”

- Bila dua proposisi majemuk yang ekuivalen di-bikondisionalkan, maka hasilnya adalah tautologi.

Teorema:

- Dua buah proposisi majemuk, $P(p, q, ..)$ dan $Q(p, q, ..)$ disebut ekuivalen secara logika, dilambangkan dengan $P(p, q, ...) \Leftrightarrow Q(p, q, ...)$, jika $P \leftrightarrow Q$ adalah tautologi.

Selamat belajar !!

