

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України «Київський політехнічний
інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки**

Кафедра інформатики та програмної інженерії

Звіт

з лабораторної роботи № 4 з дисципліни
«Ігрова фізика»

**„Вивчення законів динаміки обертального руху за допомогою маятника
Обербека ”**

Виконав(ла)

ІП-11 Панченко Сергій
(шифр, прізвище, ім'я, по батькові)

Перевірив

Скирта Ю. Б .
(прізвище, ім'я, по батькові)

Київ 2022

Теоретичний конспект

Маятник Обербека являє собою циліндричну муфту, у яку вгвинчено чотири жорсткі стрижні так, що утворюється; призначений для дослідження законів обертального руху. По його стрижнях можна переміщувати і закріплювати чотири вантажі однакової маси, що призводить до зміни моменту інерції системи. На муфту насаджено два шківів різних радіусів. На один з них намотана тонка нитка з тягарцем, при русі якого маятник прискорено обертається.

Поступальний рух цього тягарця можна описати за допомогою другого закону Ньютона :

$$mg - T = ma$$

Обертальний рух маятника Обербека можна описати основним рівнянням динаміки обертального руху:

$$Tr - M_r = I \frac{a}{r}$$

, і об'єднавши дві вищесказані формули отримати рівняння прискорення тягарця від радіусу шківів, маси тягарця, моменту інерції маятника та моменту сил тертя

$$a = \frac{r(mgr - M_r)}{I + mr^2}$$

, яке можна спростити, якщо маса тягарця

мала відносно маси маятника

$$a = \frac{r(mgr - M_r)}{I}$$

За сталого моменту сил тертя, рух тягарця відбувається рівноприскорено і його прискорення можна визначити експериментально

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

У даній роботі час руху тягарця ми отримуватимемо з labtech.exe, як і решту вхідних даних, оскільки ми симулюємо роботу в лабораторії.

Ми обрахуємо кутове прискорення та момент сили натягу нитки для трьох випадків – меншого радіуса шківів та меншого моменту інерції маятника, більшого радіуса шківів та меншого моменту інерції маятника, меншого радіуса шківів та більшого моменту інерції маятника. Для кожного з цих випадків буде по 3 досліди з різними масами тягарця, кожен з яких буде виконуватись по 3 рази для виведення середнього часу руху тягарця.

Дослід

Формули

$$\beta = \frac{a}{r} = \frac{2h}{r \cdot t^2}$$

$$M = m(g - a)r = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)r$$

Менший момент інерції маятника

r = r1 = 0.021 (м)							r = r2 = 0.042 (м)						
№	h, мм	m, г	t1, с	⟨ t ⟩, с	β, 1/с ²	M, Н·м	№	h, мм	m, г	t1, с	⟨ t ⟩, с	β, 1/с ²	M, Н·м
1	400	56.8	6.861	6.893	0.8017	0.011053	1	400	56.8	2.583	2.6143 ³	2.78688	0.0230996
			6.858							2.663			
			6.961							2.597			
2	400	87.8	4.552	4.52067	1.86409	0.0179971	2	400	87.8	1.962	1.98567	4.8309	0.0353903
			4.502							2.002			
			4.508							1.993			
3	400	150.8	2.996	4.4684	4.09516	0.0307623	3	400	150.8	1.449	1.46067	8.92768	0.0596944
			3.057							1.475			
			3.097							1.475			

Більший момент інерції маятника

r = r1 = 0.021 (м)						
№	h, мм	m, г	t1, с	⟨ t ⟩, с	β, 1/с ²	M, Н·м
1	400	56.8	3.367	3.37933	3.33587	0.0116059
			3.399			
			3.372			
2	400	87.8	2.596	2.581	5.71867	0.0178478
			2.585			
			2.562			
3	400	150.8	1.841	1.84733	11.163	0.0302923
			1.883			
			1.818			

Залежності $M(\beta)$ при апроксимації за допомогою LibreOffice Calc:

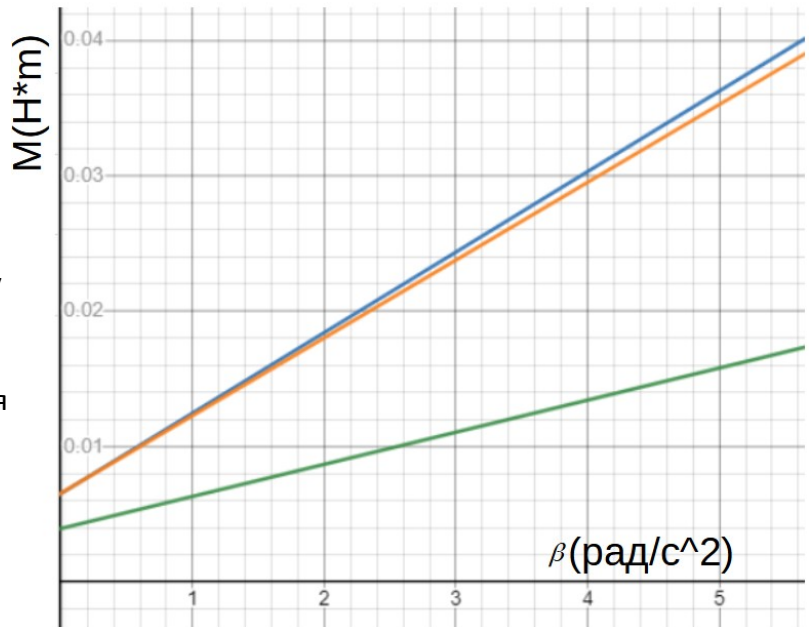
- 1) для $r = 0.021\text{м}$, меншого моменту інерції: $M \approx 0.0059439 * \beta + 0.00654187$
- 2) для $r = 0.042\text{м}$, меншого моменту інерції: $M \approx 0.0057443 * \beta + 0.00654956$
- 3) для $r = 0.021\text{м}$, більшого моменту інерції: $M \approx 0.0023698 * \beta + 0.00394444$

Графіки

Блакитний для (1)
Помаранчевий для (2)
Зелений (3)

Момент інерції вантажів можна визначити як кутовий коефіцієнт прямої, що описує залежність моменту сили натягу нитки від кутового прискорення, а момент сил тертя як значення цієї прямої при $\beta = 0$. Тоді для експериментів з відповідними номерами:

- 1) $I_B = 0.0059439 \text{ (кг*м}^2\text{)},$
 $M_t = 0.00654 \text{ (Н*м)}$
- 2) $I_B = 0.0057443 \text{ (кг*м}^2\text{)},$
 $M_t = 0.00655 \text{ (Н*м)}$
- 3) $I_B = 0.0023698 \text{ (кг*м}^2\text{)},$
 $M_t = 0.003944 \text{ (Н*м)}$



Похибки вимірювань

$$\alpha = 0.9$$

Для $m = 56.8\text{г}$, $r=0.021\text{м}$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 6.893 \text{ с}$$

$$\Delta t_1 = 6.893 - 6.861 = 0.032 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = 6.893 - 6.858 = 0.035 \text{ с}$$

$$\Delta t_3 = 6.893 - 6.961 = -0.068 \text{ с}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.033 \text{ с}$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 6.893 \pm 2.92 * 0.033 = 6.893 \pm 0.09636 \text{ (с)}$$

Для $m = 87.8\text{г}$, $r=0.021\text{м}$, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 4.52067 \text{ c}$$

$$\Delta t_1 = 4.52067 - 4.552 = -0.03133 \text{ c}$$

$$\Delta t_2 = 4.52067 - 4.502 = 0.01867 \text{ c}$$

$$\Delta t_3 = 4.52067 - 4.508 = 0.01267 \text{ c}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.01576 \text{ c}$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 4.52067 \pm 2.92 * 0.01576 = 4.52067 \pm 0.046019 (\text{c})$$

Для m = 150.8г, r=0.021m, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 3.05 \text{ c}$$

$$\Delta t_1 = 3.05 - 2.996 = 0.054 \text{ c}$$

$$\Delta t_2 = 3.05 - 3.057 = -0.007 \text{ c}$$

$$\Delta t_3 = 3.05 - 3.097 = -0.047 \text{ c}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.02936 \text{ c}$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 3.05 \pm 2.92 * 0.02936 = 3.05 \pm 0.85144 (\text{c})$$

Для m = 56.8г, r=0.042m, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 2.61433 \text{ c}$$

$$\Delta t_1 = 2.61433 - 2.583 = 0.03133 \text{ c}$$

$$\Delta t_2 = 2.61433 - 2.663 = -0.04867 \text{ c}$$

$$\Delta t_3 = 2.61433 - 2.597 = 0.01733 \text{ c}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.02466 \text{ c}$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 2.61433 \pm 2.92 * 0.02466 = 2.61433 \pm 0.072 (\text{c})$$

Для m = 87.8г, r=0.042m, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 1.98567 \text{ c}$$

$$\Delta t_1 = 1.98567 - 1.962 = 0.02367 \text{ c}$$

$$\Delta t_2 = 1.98567 - 2.002 = -0.01633 \text{ c}$$

$$\Delta t_3 = 1.98567 - 1.993 = -0.00733 \text{ c}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.01211 c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 1.98567 \pm 2.92 * 0.01211 = 1.98567 \pm 0.0353612 (c)$$

Для m = 150.8г, r=0.042m, менший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 1.46067 c$$

$$\Delta t_1 = 1.46067 - 1.449 = 0.01167 c$$

$$\Delta t_2 = 1.46067 - 1.475 = -0.01433 c$$

$$\Delta t_3 = 1.46067 - 1.475 = -0.01433 c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.009547 c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 1.46067 \pm 2.92 * 0.009547 = 1.46067 \pm 0.027877 (c)$$

Для m = 56.8г, r=0.021m, більший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 3.37933 c$$

$$\Delta t_1 = 3.37933 - 3.367 = 0.01233 c$$

$$\Delta t_2 = 3.37933 - 3.399 = -0.01967 c$$

$$\Delta t_3 = 3.37933 - 3.372 = 0.00733 c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.0099387 c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 3.37933 \pm 2.92 * 0.0099387 = 3.37933 \pm 0.02902 (c)$$

Для m = 87.8г, r=0.021m, більший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 2.581 c$$

$$\Delta t_1 = 2.581 - 2.596 = -0.015 c$$

$$\Delta t_2 = 2.581 - 2.585 = -0.004 c$$

$$\Delta t_3 = 2.581 - 2.562 = 0.019 c$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.01 c$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 2.581 \pm 2.92 * 0.01 = 2.581 \pm 0.0292 (c)$$

Для m = 150.8г, r=0.021m, більший момент інерції:

$$\langle t \rangle = 1.84733 \text{ c}$$

$$\Delta t_1 = 1.84733 - 1.841 = 0.00633 \text{ c}$$

$$\Delta t_2 = 1.84733 - 1.883 = -0.03567 \text{ c}$$

$$\Delta t_3 = 1.84733 - 1.818 = 0.02933 \text{ c}$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1) * \sum_{i=1}^n \Delta t_i^2}} = \sqrt{\frac{1}{3 * 2 * \sum_{i=1}^3 \Delta t_i^2}} \approx 0.0190292 \text{ c}$$

$$t = \langle t \rangle \pm t_{\alpha, n} * S_{\langle t \rangle} = 1.84733 \pm 2.92 * 0.0190292 = 1.84733 \pm 0.05556 \text{ (c)}$$

Висновок

Під час виконання лабораторної роботи я дослідив закони динаміки обертального руху за допомогою маятника Обербека. Результати досліджень занесені в таблицю, обчислені значення кутового прискорення та моменту сили натягу нитки, побудовано графіки залежності моменту сили натягу нитки від кутового прискорення для , знайдені момент сили тертя та момент інерції системи. У кінці провів перевірку на похибку.

Контрольні запитання

1. Визначити момент сили та момент імпульсу відносно деякої точки та осі

Момент сили відносно деякої точки є добутком радіус-вектора, проведеного з цієї точки О до точки прикладання сили А на вектор сили F:

$$M_o(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

2. Записати основний закон динаміки обертального руху

Добуток моменту інерції тіла на кутове прискорення дорівнює моменту зовнішніх сил:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I \vec{\beta} = \vec{M}$$

3. Сформулювати і записати закон збереження моменту імпульсу для системи матеріальних точок

У законі збереження моменту імпульсу для системи матеріальних точок стверджено: “у замкненій системі геометрична сума імпульсів (повний імпульс системи) залишається сталою за будь-яких взаємодій тіл цієї системи між собою”. Тобто:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \text{ з відки впливає, що } L = \text{const}$$

4. Як експериментально перевірити основний закон динаміки обертального руху?

Дослідити експериментальну залежність моменту сили натягу нитки від кутового прискорення $M(\beta)$. Тобто треба перевірити, чи результати наближаються до лінійної залежності, що підтверджує даний закон .

5. Як експериментально визначити момент інерції та момент сил тертя маятника Обербека?

Провести досліди, де треба апроксимувати пряму залежності моменту сили натягу нитки від кутового прискорення $M(\beta)$. Значення тангенса кута нахилу цієї прямої буде є моментом інерції маятника. При $\beta=0$ M є моментом сил тертя маятника Обербека.