

ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ ТА ЕНЕРГІЇ ПРИ УДАРІ

Теорія методу та опис експериментальної установки

Удар - це такий процес короткочасної взаємодії тіл, за якого відбуваються значні зміни швидкостей цих тіл.

Види ударів:

- 1) Абсолютно пружний - зберігається механічна енергія системи тіл, що взаємодіють;
- 2) Абсолютно непружний - після взаємодії тіла рухаються як одне ціле;

Коефіцієнт відновлення механічної енергії — це відношення сумарної кінетичної енергії тіл після удару до сумарної кінетичної енергії тіл до удару, тобто:

$$K = E_K / E_{\Pi}$$

Порядок виконання роботи

1. Визначити маси m_1 та m_2 куль, після чого закріпити кулі на підвісах так, щоб праворуч знаходилась куля меншої маси. За необхідності виконати центрування куль.
2. Натиснути кнопку "Сеть". При цьому засвічуються лампочки шкали цифрової індикації часу та вмикається електромагніт. Відхилити праву кулю на кут α_0 до фіксації її електромагнітом.
3. Натиснути кнопку "Сброс". При цьому на шкалі цифрової індикації часу повинні з'явитись нульові покази.
4. Натиснути кнопку "Пуск". При цьому коло живлення електромагніта розмикається, права куля починає рухатись, відбувається удар двох куль. На індикаторі електронного секундоміра фіксується час співудару куль.
5. Виміряти кути відхилення правої α_1 та лівої α_2 кулі після їх першого співудару.
6. Повторити вимірювання за пп. 2-5 не менше 5 разів. Результати вимірювань занести до табл. 4.1.
7. Повторити вимірювання за пп.2-6 для іншого значення початкового кута відхилення правої кулі.
8. Після закінчення експерименту відключити установку тумблером "Сеть".

Обробка результатів вимірювань

1. Для кожного значення початкового кута відхилення α_0 правої кулі обчислити середні значення кутів α_1 , та α_2 відхилення куль після удару.
2. За формулою (4.7) обчислити значення коефіцієнта відновлення механічної енергії K під час удару для кожного значення кута α_0 .
3. Оцінити похибку результатів вимірювання (за вказівкою викладача).

Для $\alpha_0 = 9^\circ$

Перший кут

$$\alpha_{11} = 0.16^\circ \quad \alpha_{12} = 0.16^\circ \quad \alpha_{13} = 0.15^\circ \quad \alpha_{14} = 0.16^\circ \quad \alpha_{15} = 0.16^\circ$$

Розрахуємо середнє значення першого кута після удару:

$$\langle \alpha_1 \rangle = \frac{(\alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15})}{5} = \frac{(0.16^\circ + 0.16^\circ + 0.15^\circ + 0.16^\circ + 0.16^\circ)}{5} = 0.158^\circ$$

Розрахуємо середні відхилення для першого кута:

$$\Delta \alpha_{11} = \alpha_{11} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ \quad \Delta \alpha_{12} = \alpha_{12} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta \alpha_{13} = \alpha_{13} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.15^\circ - 0.158^\circ = -0.008^\circ \quad \Delta \alpha_{14} = \alpha_{14} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta \alpha_{15} = \alpha_{15} - \langle \alpha_5 \rangle = 0.16^\circ - 0.158^\circ = 0.002^\circ$$

Розрахуємо похибку:

$$S_{\langle \alpha_1 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{n=1}^5 \Delta \alpha_{1n}^2} \approx 0.002^\circ$$

$$\alpha_1 = \langle \alpha_1 \rangle \pm t_{\alpha, n} S_{\alpha_1} = 0.158^\circ \pm 0.213 \cdot 0.002^\circ = [0.157574^\circ; 0.158426^\circ]$$

Другий кут

$$\alpha_{21} = 5.68^\circ \quad \alpha_{22} = 5.7^\circ \quad \alpha_{23} = 5.59^\circ \quad \alpha_{24} = 5.58^\circ \quad \alpha_{25} = 5.74^\circ$$

Розрахуємо середнє значення другого кута після удару:

$$\langle \alpha_2 \rangle = \frac{(\alpha_{21} + \alpha_{22} + \alpha_{23} + \alpha_{24} + \alpha_{25})}{5} = \frac{(5.68^\circ + 5.7^\circ + 5.59^\circ + 5.58^\circ + 5.74^\circ)}{5} = 5.658^\circ$$

Розрахуємо середні відхилення для другого кута:

$$\Delta \alpha_{21} = \alpha_{21} - \langle \alpha_2 \rangle = 5.68^\circ - 5.658^\circ = 0.022^\circ \quad \Delta \alpha_{22} = \alpha_{22} - \langle \alpha_2 \rangle = 5.7^\circ - 5.658^\circ = 0.042^\circ$$

$$\Delta \alpha_{23} = \alpha_{23} - \langle \alpha_2 \rangle = 5.59^\circ - 5.658^\circ = -0.068^\circ \quad \Delta \alpha_{24} = \alpha_{24} - \langle \alpha_2 \rangle = 5.58^\circ - 5.658^\circ = -0.078^\circ$$

$$\Delta \alpha_{25} = \alpha_{25} - \langle \alpha_2 \rangle = 5.74^\circ - 5.658^\circ = 0.082^\circ$$

Розрахуємо похибку:

$$S_{\langle \alpha_2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{n=1}^5 \Delta \alpha_{2n}^2} \approx 0.029^\circ$$

$$\alpha_2 = \langle \alpha_2 \rangle \pm t_{\alpha, n} S_{\alpha_2} = 5.658^\circ \pm 0.213 \cdot 0.029^\circ = [5.651823^\circ; 5.664177^\circ]$$

Розрахуємо коефіцієнти збереження енергії:

$$K = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_0/2)}$$

$$K = \frac{0.113 \sin^2(0.158^\circ/2) + 0.177 \sin^2(5.658^\circ/2)}{0.113 \sin^2(9^\circ/2)} \approx 0.62$$

Для $\alpha_0 = 10^\circ$

Перший кут

$$\alpha_{11} = 0.23^\circ \quad \alpha_{12} = 0.24^\circ \quad \alpha_{13} = 0.24^\circ \quad \alpha_{14} = 0.24^\circ \quad \alpha_{15} = 0.24^\circ$$

Розрахуємо середнє значення першого кута після удару:

$$\langle \alpha_1 \rangle = \frac{(\alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15})}{5} = \frac{(0.23^\circ + 0.24^\circ + 0.24^\circ + 0.24^\circ + 0.24^\circ)}{5} = 0.238^\circ$$

Розрахуємо середні відхилення для першого кута:

$$\Delta \alpha_{11} = \alpha_{11} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.23^\circ - 0.238^\circ = -0.008^\circ \quad \Delta \alpha_{12} = \alpha_{12} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta \alpha_{13} = \alpha_{13} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ \quad \Delta \alpha_{14} = \alpha_{14} - \langle \alpha_1 \rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ$$

$$\Delta \alpha_{15} = \alpha_{15} - \langle \alpha_5 \rangle = 0.24^\circ - 0.238^\circ = 0.002^\circ$$

Розрахуємо похибку:

$$S_{\langle \alpha_1 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{n=1}^5 \Delta \alpha_{1n}^2} \approx 0.002^\circ$$

$$\alpha_1 = \langle \alpha_1 \rangle \pm t_{\alpha, n} S_{\alpha_1} = 0.238^\circ \pm 0.213 \cdot 0.002^\circ = [0.237574^\circ; 0.238426^\circ]$$

Другий кут

$$\alpha_{21} = 6.16^\circ \quad \alpha_{22} = 6.24^\circ \quad \alpha_{23} = 6.23^\circ \quad \alpha_{24} = 6.2^\circ \quad \alpha_{25} = 6.34^\circ$$

Розрахуємо середнє значення другого кута після удару:

$$\langle \alpha_2 \rangle = \frac{(\alpha_{21} + \alpha_{22} + \alpha_{23} + \alpha_{24} + \alpha_{25})}{5} = \frac{(6.16^\circ + 6.24^\circ + 6.23^\circ + 6.2^\circ + 6.34^\circ)}{5} = 6.234^\circ$$

Розрахуємо середні відхилення для другого кута:

$$\Delta \alpha_{21} = \alpha_{21} - \langle \alpha_2 \rangle = 6.16^\circ - 6.234^\circ = -0.074^\circ \quad \Delta \alpha_{22} = \alpha_{22} - \langle \alpha_2 \rangle = 6.24^\circ - 6.234^\circ = 0.006^\circ$$

$$\Delta \alpha_{23} = \alpha_{23} - \langle \alpha_2 \rangle = 6.23^\circ - 6.234^\circ = -0.004^\circ \quad \Delta \alpha_{24} = \alpha_{24} - \langle \alpha_2 \rangle = 6.2^\circ - 6.234^\circ = -0.034^\circ$$

$$\Delta \alpha_{25} = \alpha_{25} - \langle \alpha_2 \rangle = 6.34^\circ - 6.234^\circ = 0.106^\circ$$

Розрахуємо похибку:

$$S_{\langle \alpha_2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{n=1}^5 \Delta \alpha_{2n}^2} \approx 0.029^\circ \quad \alpha_2 = \langle \alpha_2 \rangle \pm t_{\alpha, n} S_{\alpha_2} = 6.234^\circ \pm 0.213 \cdot 0.029^\circ = [6.2276^\circ; 6.2403^\circ]$$

Розрахуємо коефіцієнти збереження енергії:

$$K = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_0/2)}$$

$$K = \frac{0.113 \sin^2(0.238^\circ/2) + 0.177 \sin^2(6.234^\circ/2)}{0.113 \sin^2(10^\circ/2)} \approx 0.61$$

Висновок:

Під час лабораторної роботи я експериментально перевіряв закони збереження імпульсу та механічної енергії. Визначили дослідним шляхом кут на який відхиляються кульки при різному початковому відхиленні першої кульки:

$$\text{для } \alpha_0 = 9^\circ: \alpha_1 = [0.157574^\circ; 0.158426^\circ] \quad \alpha_2 = [5.651823^\circ; 5.664177^\circ]$$

$$\text{для } \alpha_0 = 10^\circ: \alpha_1 = [0.237574^\circ; 0.238426^\circ] \quad \alpha_2 = [6.2276^\circ; 6.2403^\circ]$$

Такий результат міг бути отриманий внаслідок неточностей вимірювання, що призвела до подібної оцінки напівширини інтервалу. Оскільки деяка частина механічної енергії переходить в інші види, то й відповідно K менше одиниці, бачимо:

$$\text{для } \alpha_0 = 9^\circ: \quad K \approx 0.62$$

$$\text{для } \alpha_0 = 10^\circ: \quad K \approx 0.61$$

Контрольні запитання:

1. Дати визначення імпульсу тіла і системи тіл. Сформулювати закон збереження імпульсу.

Імпульс тіла — це фізична величина, яка є добутком маси тіла на його швидкість. Імпульс системи тіл — це векторна сума імпульсів усіх цих тіл. Сформулюємо ЗЗІ (закон збереження імпульсу): поний імпульс замкнутої системи тіл залишається незмінним.

$$P = \sum_{i=1}^n m_i V_i = \text{const}$$

2. Дати визначення понять абсолютно пружного та абсолютно непружного ударів.

Абсолютно пружним називається удар, за якого зберігається механічна енергія системи тіл, що взаємодіють. Абсолютно непружним називається удар, при якому після взаємодії тіла

рухаються як одне ціле .

3. Записати закон збереження імпульсу:

а) для пружного центрального удару двох куль;

$$m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = m_1 V_1 + m_2 V_2$$

б) для абсолютно непружного центрального удару двох куль.

$$m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = (m_1 + m_2) V$$

4. Записати закон збереження механічної енергії для абсолютно пружного центрального удару двох куль. Як оцінити частку механічної енергії, яка переходить в інші її форми при непружному ударі двох куль?

$$\frac{m_{(1)} v_{01}^2}{2} + \frac{m_{(2)} v_{02}^2}{2} = \frac{m_{(1)} v_{(1)}^2}{2} + \frac{m_{(2)} v_{(2)}^2}{2}$$

Частка, яка переходить в інші форми

$$\eta = \frac{E(\text{до удару}) - E(\text{після удару})}{E(\text{до удару})}, \text{ де } E(\text{до удару}) = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, E(\text{після удару}) = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}$$

5. Дати визначення-коефіцієнта відновлення механічної енергії. Від чого залежить його значення?

Коефіцієнт відновлення механічної енергії — це відношення сумарної кінетичної енергії тіл після удару до сумарної кінетичної енергії тіл до удару, тобто:

$$K = E_K / E_{\Pi}$$

6. Вивести формулу для обчислення коефіцієнта відновлення механічної енергії при пружному ударі.

1) За 33І: $m_1 V_{01} + m_2 V_{02} = m_1 V_1 + m_2 V_2$;

2) За 33Е: $mgh = mV^2/2$;

3) Де h можна розписати як: $h = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2(\alpha/2)$, де α - початковий кут відхилення кульки;

4) Об'єднавши пункти (3) та (2): $V = \sqrt{gl} \sin(\alpha/2)$

5) З визначення коефіцієнту відновлення:

$$K = \frac{\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}}{\frac{m_1 V_{01}^2}{2}}$$

6) Тоді кінцева формула приймає вигляд:

$$K = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_0/2)}$$

7. Вивести формулу для визначення середньої сили взаємодії куль при пружному ударі.

1) ЗЗІ: $m_1 \vec{V}_{01} + m_2 \vec{V}_{02} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2;$

2) Спроектуємо на вісь ох: $m_2 V_2 = m_1 V_1$, де вважаємо, що $V_2 = 0, V_{01} = 0;$

3) За 2-им законом Ньютона: $\vec{F} dt = d(m \vec{V})$, де F – середня сила удару, dt – час удару, m – маса однієї з куль, $d(m \vec{V})$ – зміна імпульсу однієї з куль

4) Тоді спроектувавши на ох: $F = \frac{m_2 V_2}{\tau}$

8. Як експериментально перевірити закон збереження імпульсу при пружному та непружному ударах?

Ідея досліду

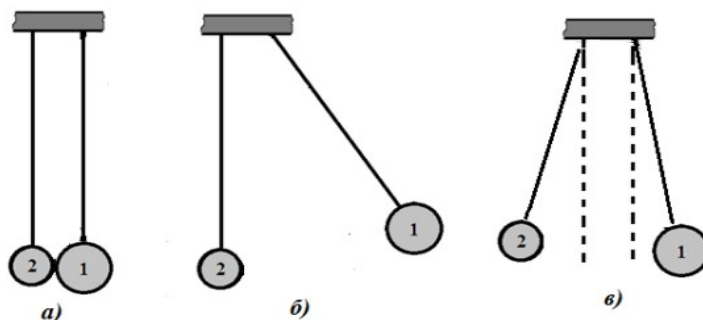


Рис. 1.

Дві сталевих кулі підвішені на нитках (рис. 1, а).

Одну з куль відводять в сторону (рис. 1, б) і спостерігають зіткнення. Величина відхилення куль (рис. 1, в) дозволяє визначити їх швидкості.

Порівнюючи швидкості куль до і після удару, перевіряють справедливості законів збереження імпульсу і енергії.