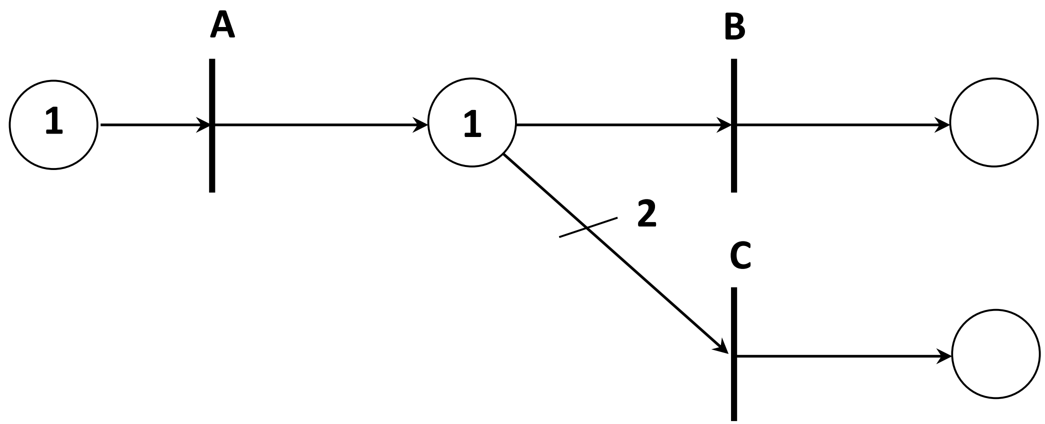
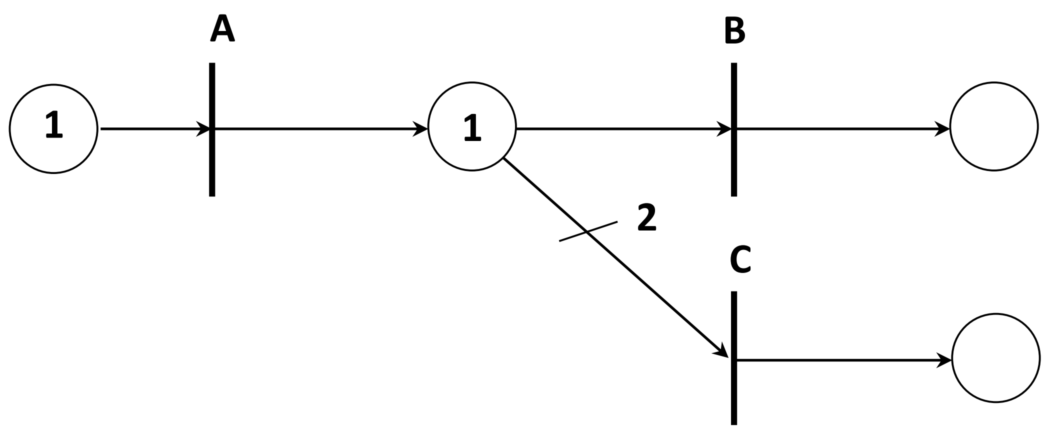
# Лекція 7

## Формалізм стохастичної мережі Петрі: приклади

# Приклад



# Зміна стану мережі Петрі залежить від реалізованого в алгоритмі правила спрацьовування переходів




Якщо переходи A, B, C миттєві (*класична* мережа Петрі), то буде обрано один з двох, для яких виконана умова запуску. Тобто можливі варіанти A або B. Якщо станеться подія A, то на наступному кроці можливий запуск переходу C або B. Конфлікт між ними вирішується випадково, але у близько половині випадків перехід C спрацює. Якщо переходи A, B, C з часовою затримкою *(стохастична* мережа Петрі*)*, то здійснюється вхід маркерів в переходи A і B, в результаті якого досягається маркірування, за якого для жодного з переходів мережі Петрі не виконана умова запуску. Після цього виконується вихід маркерів з переходів. Буде обрано один з переходів як найближча подія (випадково з двох) і виконано вихід з нього, за наступним кроком буде виконано інший перехід як найближчу подію і виконано вихід з нього. Отже, у другому випадку немає можливості появи 2 маркерів в позиції, яка є умовою запуску переходу C.

# Порівняння зміни стану мережі Петрі

| Крок алгоритму імітації | Стан мережі Петрі в результаті виконаного кроку | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Класична мережа Петрі | | | Мережа Петрі з часовими затримками | |
| 0 | (1 1 0 0) | | | (1 1 0 0 ∞ ∞ ∞) | |
| 1 | (0 2 0 0) | | (1 0 1 0) | (0 0 0 0 t+0 t+0 ∞) | |
| 2 | (0 0 1 0) | (0 0 0 1) | (0 1 1 0) | (0 1 0 0 ∞ t+0 ∞) | (0 0 1 0 t+0 ∞ ∞) |
| 3 | stop | stop | (0 0 2 0) | (0 1 1 0 ∞ ∞ ∞) | (0 1 1 0 ∞ ∞ ∞) |
| 4 | | | stop | (0 0 1 0 ∞ t+0 ∞) | (0 0 1 0 ∞ t+0 ∞) |
| 5 | | | | stop | stop |

# Зауваження щодо позначення переходу мережі Петрі

Різні програмні засоби з імітації моделей мереж Петрі використовують позначення переходу у вигляді планки або прямокутника, щоб підкреслити його специфіку. Планку використовують для миттєвого переходу, прямокутник – для переходу з часовою затримкою. Оскільки в нашому курсі спираємось на формалізм мережі Петрі з часовими затримками та багатоканальними переходами, то можете зустріти в наших останніх роботах позначення переходу у вигляді прямокутника із заокругленими кутами, яким хочемо підкреслити саме особливість багатоканального переходу.

У програмних засобах для розробки та імітації мереж Петрі можна зустріти використання одночасно і планок, і прямокутників, що говорить про те, що програма імітації окремо опрацьовує переходи з затримками. У нашому програмному забезпеченні, яке пропонується для виконання практикуму, імітаційний алгоритм обробляє однаково усі переходи мережі Петрі. Перехід з нульовою затримкою вважається таким, що еквівалентний переходу без часової затримки.

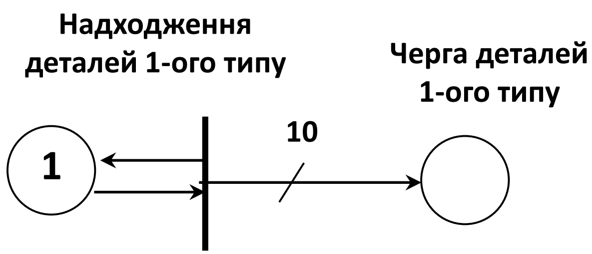
У нашому програмному забезпеченні [ https://github.com/StetsenkoInna/PetriObjModelPaint ] використовуються планки, ширина яких залежить від пріоритету переходу: більш широка планка має більш високий пріоритет. Поступово переходимо до позначення у вигляді прямокутника із заокругленими кутами (слідкуйте за оновленнями). У навчальному посібнику з курсової роботи використано позначення у вигляді прямокутника із заокругленими кутами.

# Приклад «Комплектувальний конвеєр»

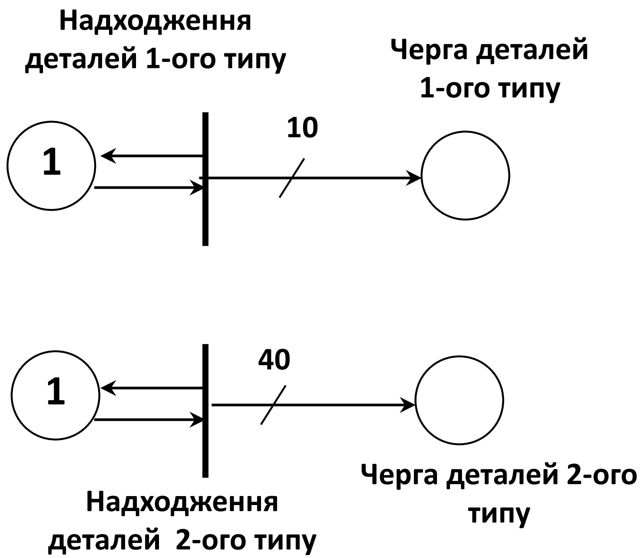
На комплектувальний конвеєр збирального цеху надходять: в середньому через 10 хвилин 10 деталей 1-го типу, в середньому через 40 хвилин 40 деталей 2-го типу. Конвеєр складається з секцій. Комплектація починається тільки за наявності 20 деталей кожного типу і продовжується 20 хвилин. У разі нестачі деталей секція конвеєру залишається порожньою.

Метою моделювання є визначення ймовірності порожньої секції, а також характеристик накопичення деталей по кожному типу.

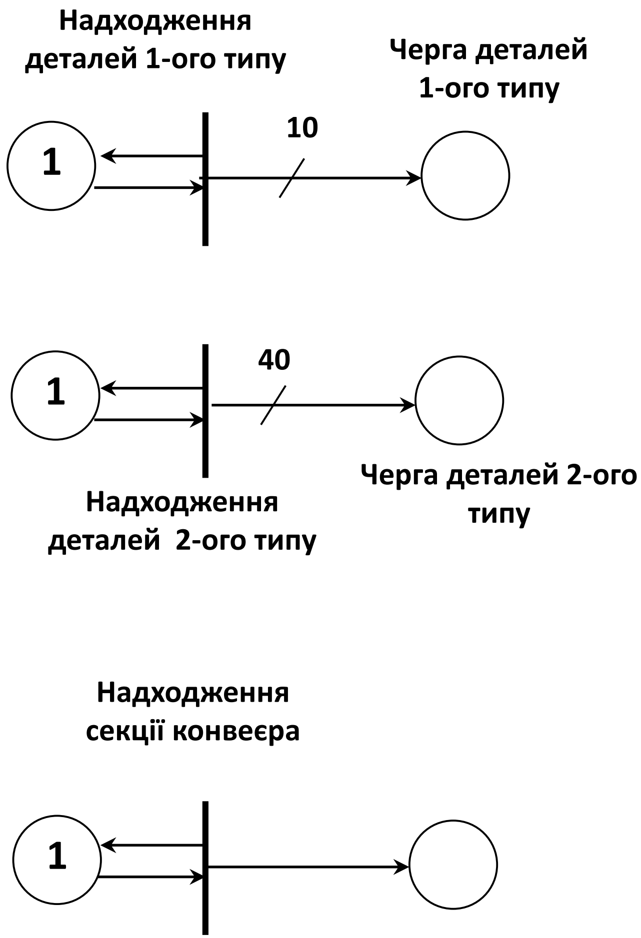
# Приклад «Комплектувальний конвеєр»



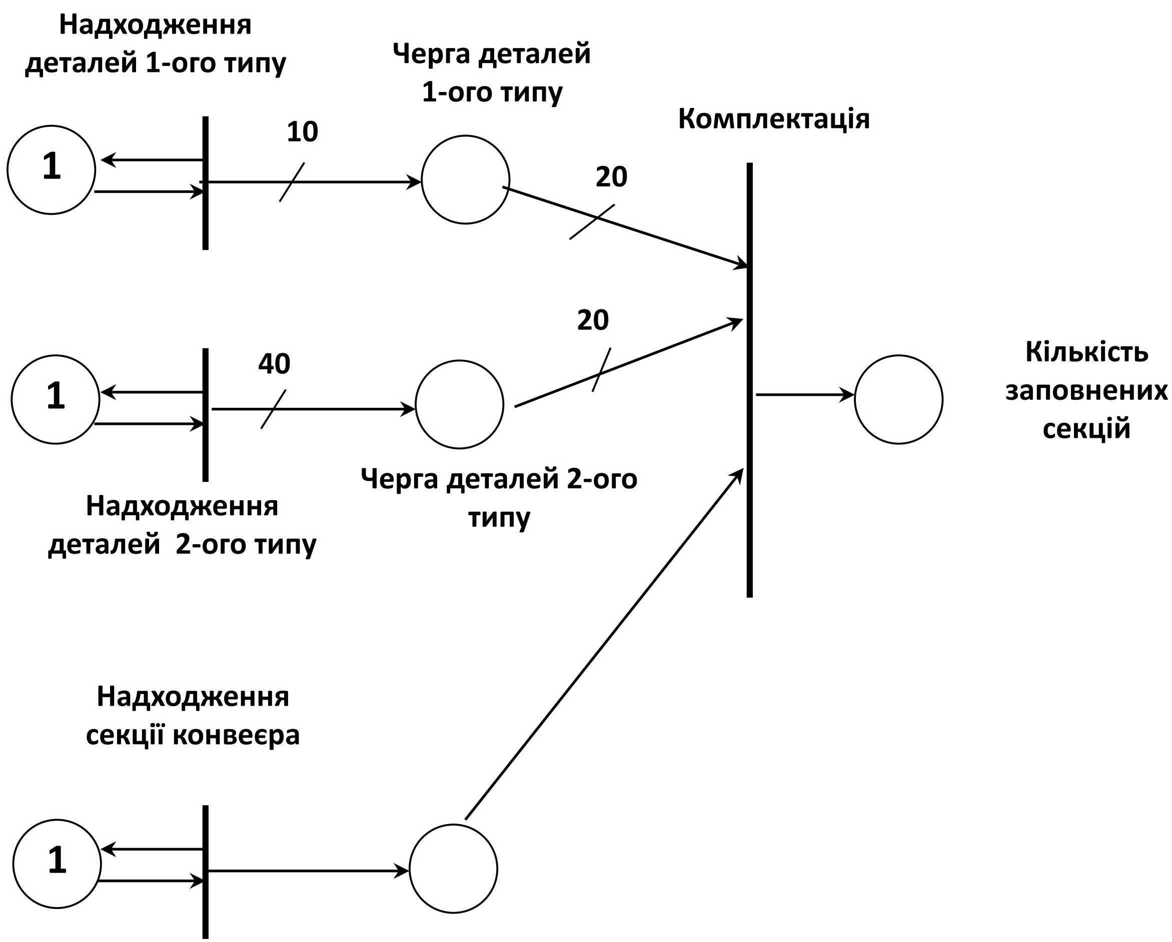
# Приклад «Комплектувальний конвеєр»



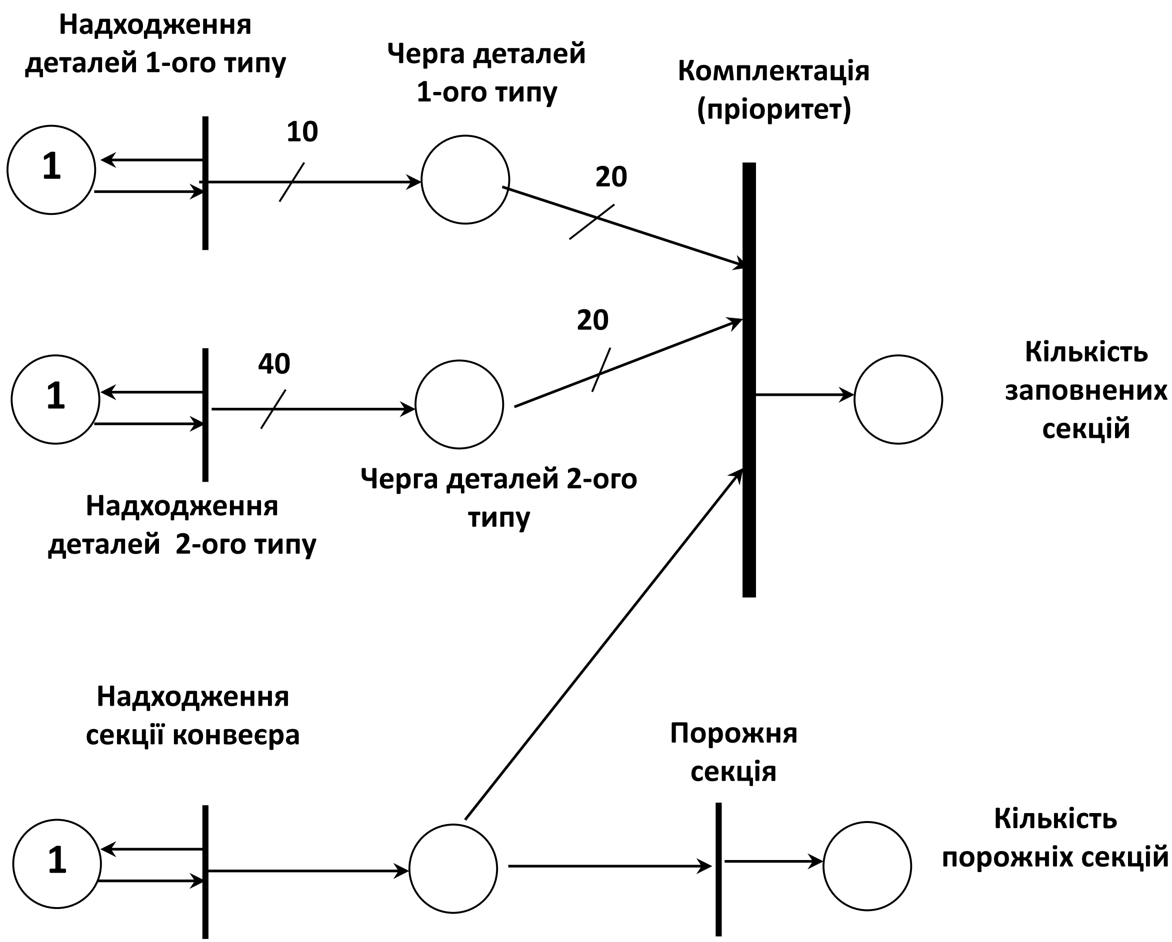
# Приклад «Комплектувальний конвеєр»



# Приклад «Комплектувальний конвеєр»



# Приклад «Комплектувальний конвеєр»



# Часові затримки переходів

| Перехід | Пріоритет | Часова затримка |
|---|---|---|
| Надходження деталей 1-ого типу | 0 | $t = -10 \cdot \ln\zeta$ |
| Надходження деталей 2-ого типу | 0 | $t = -40 \cdot \ln\zeta$ |
| Надходження секції конвеєра | 0 | $t=20$ |
| Комплектація | 1 | $t=20$ |
| Пропуск секції | 0 | $t=0$ |

# Визначення вихідних характеристик моделі

Ймовірність пропуску секції

$$P = \frac{N_0}{N_0 + N_1}$$

де $N_0$ - кількість порожніх секцій, $N_1$ - кількість заповнених секцій

Середня довжина черги

$$Q = \frac{\sum_{k=1}^{n} q_k \cdot \Delta t_k}{T_{sim}}$$

де $q_k$ - значення довжини черги, що спостерігалось в інтервалі $\Delta t_k$
$T_{sim} = \sum_{k=1}^{n} \Delta t_k$ - час імітації.

# Приклад «Вантажний аеропорт»

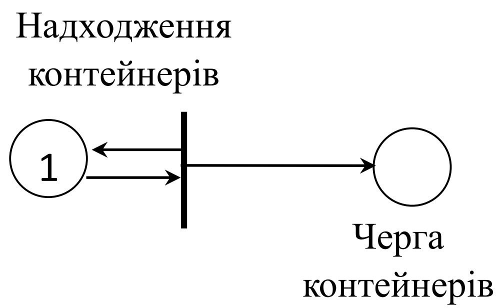
Вантажі прибувають для відправлення в аеропорт в контейнерах з інтенсивністю два контейнери за 1 хвилину. Вантажний аеропорт не має фіксованого розкладу, а літаки відправляються, коли вони повністю завантажені.

У розпорядженні є два типи літаків для перевезення вантажів: три літаки з вантажністю 80 контейнерів і два літаки з вантажністю 140 контейнерів. Час польоту кожного літака туди й назад розподілено нормально з математичним сподіванням 3 години, середньоквадратичним відхиленням 1 година, мінімумом 2 години, максимумом 4 години.

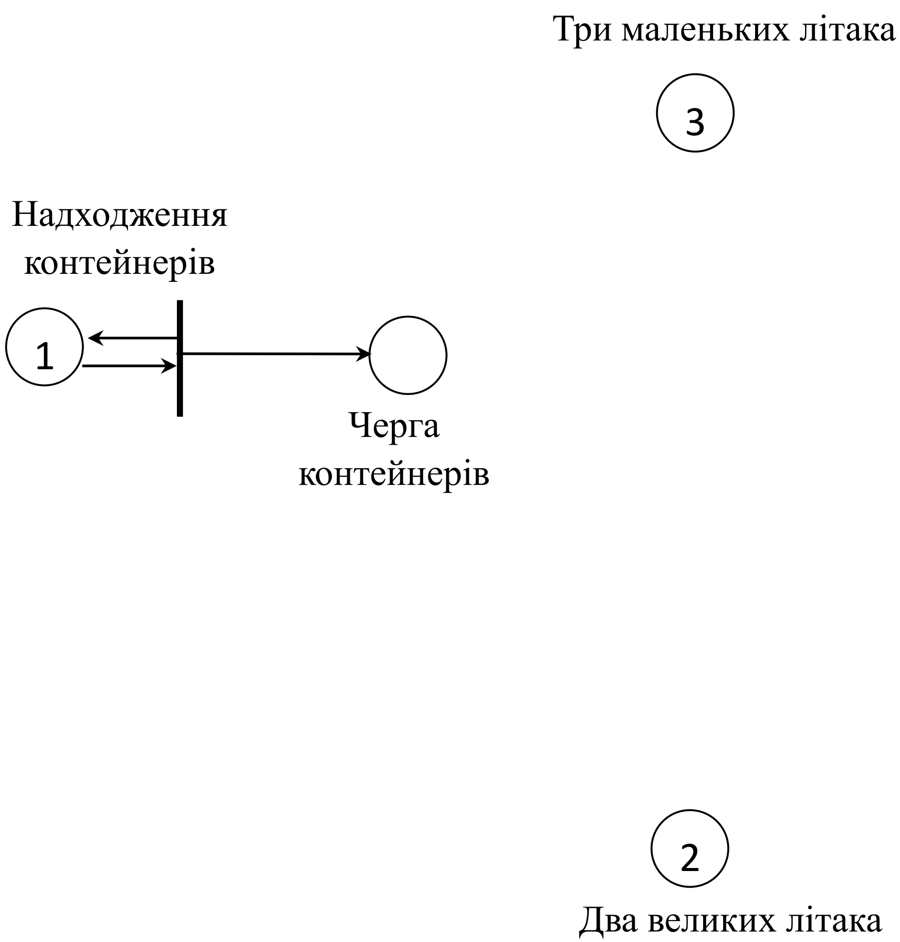
Управляючий аеропортом намагається якнайчастіше використовувати літаки меншої вантажності. Літаки, що піднімають 140 контейнерів, використовуються тільки тоді, коли інших немає в наявності. Припускається, що часом вантаження можна знехтувати.

Метою моделювання є визначення 1) середнього часу очікування контейнерів із вантажами, 2) середнього завантаження літаків обох типів.

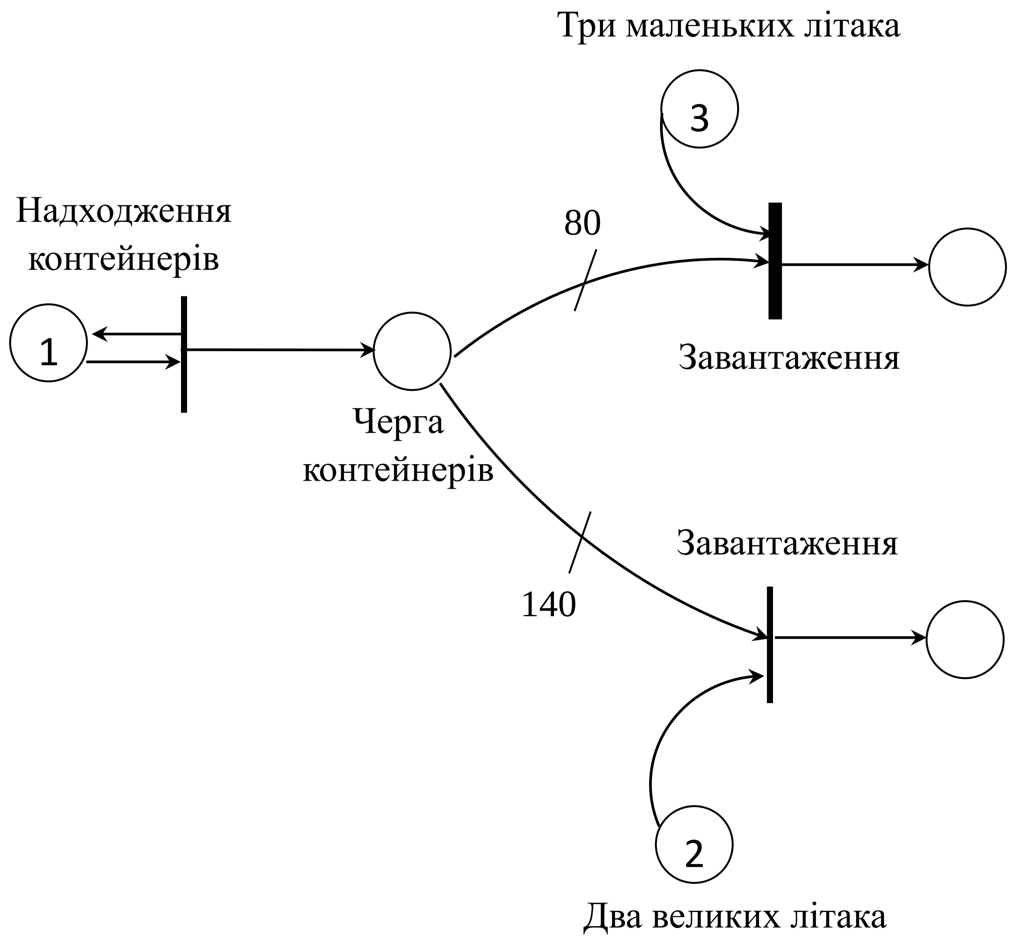
# Приклад «Вантажний аеропорт»



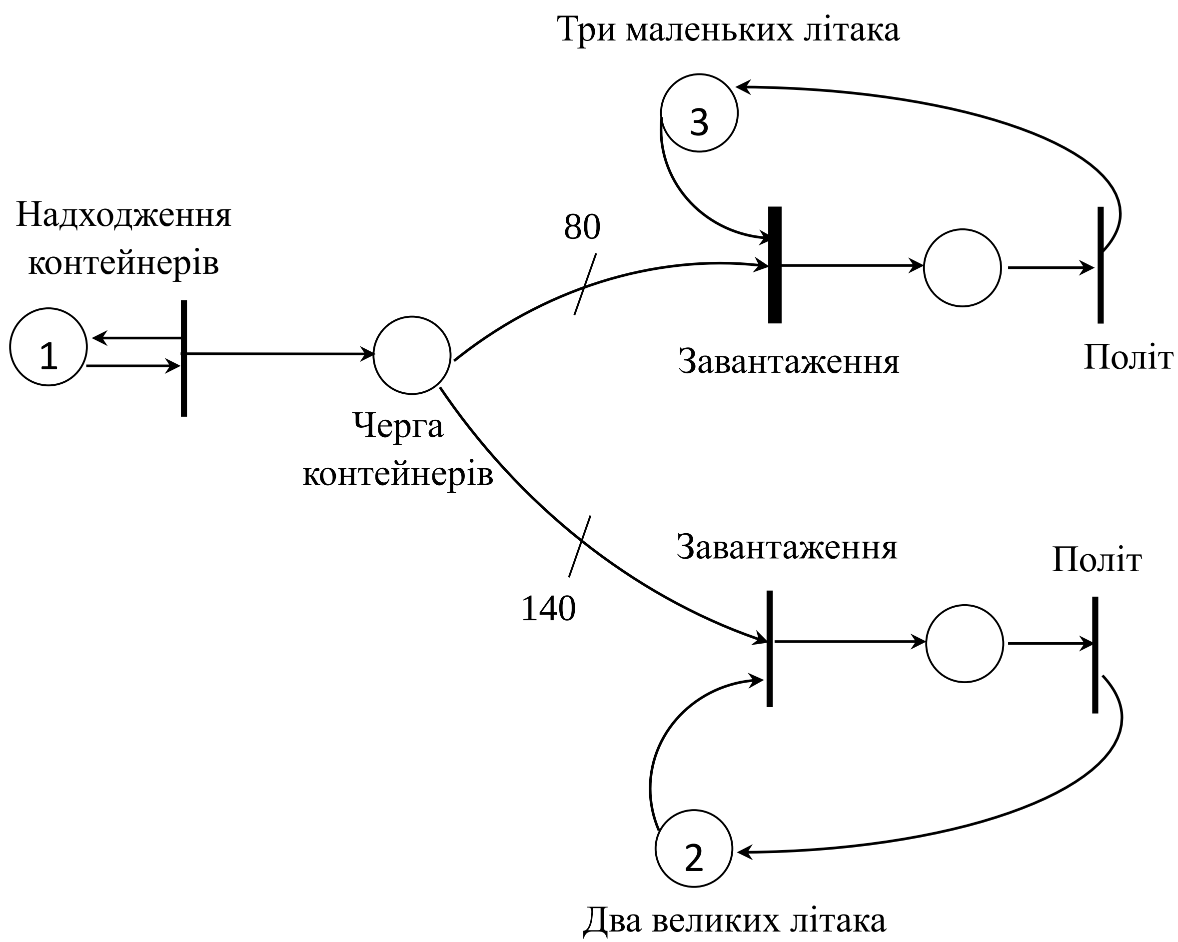
# Приклад «Вантажний аеропорт»



# Приклад «Вантажний аеропорт»



# Приклад «Вантажний аеропорт»



# Параметри переходів

| *Перехід* | *Пріоритет* | *Часова затримка* |
|---|---|---|
| Надходження контейнерів | 0 | t = 0,5 |
| Завантаження маленького літака | 1 | t = 0 |
| Завантаження великого літака | 0 | t = 0 |
| Політ літака | 0 | $t = \begin{cases} 120 \ хв, \ якщо \ r < 120 \\ r \ \ хв, \ якщо \ 120 \le r \le 240 \\ 240 \ хв, \ якщо \ r > 240 \end{cases}$ $r = \left( \sum_{i=1}^{12} \zeta_i - 6 \right) + 180.$ |

# Визначення вихідних характеристик моделі

Середнє завантаження маленьких літаків

$L = 3 - \frac{\sum_{k=1}^{n} M_{small} \cdot \Delta t_k}{T_{sim}}$

де $M_{small}$ - значення маркірування позиції «Три маленьких літака», що спостерігалось протягом інтервалу $\Delta t_k$ ,

$T_{sim} = \sum_{k=1}^{n} \Delta t_k$ - час імітації.

Середнє завантаження великих літаків

$L = 2 - \frac{\sum_{k=1}^{n} M_{big} \cdot \Delta t_k}{T_{sim}}$

де $M_{big}$ - значення маркірування позиції «Три маленьких літака», що спостерігалось протягом інтервалу $\Delta t_k$ ,

$T_{sim} = \sum_{k=1}^{n} \Delta t_k$ - час імітації.

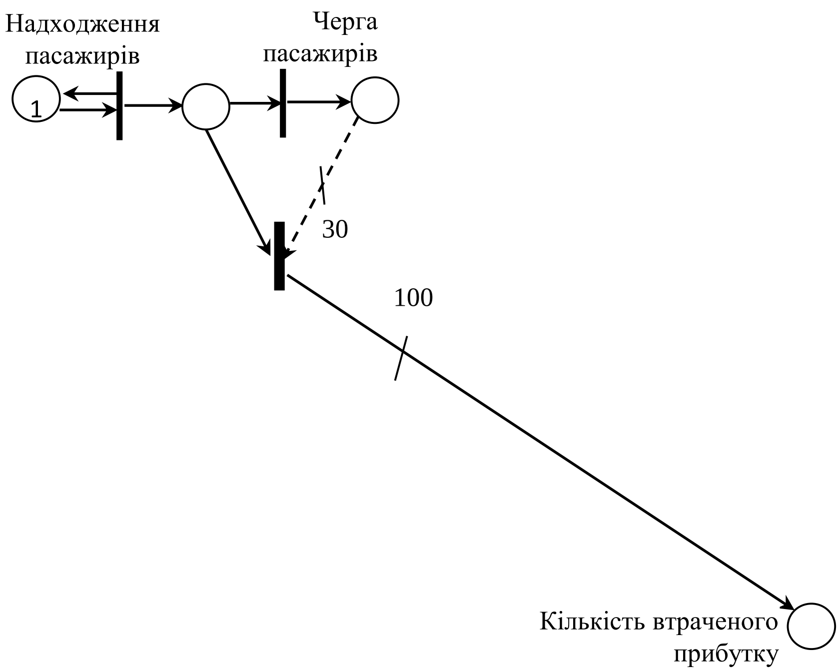
# Приклад «Маршрутки»

На маршруті приміського сполучення працюють два мікроавтобуси (А і В), кожний з яких має 25 місць. Мікроавтобус А користується більшою популярністю, ніж автобус В, оскільки водій мікроавтобуса А їздить акуратніше і швидше. Тому пасажир, який підійшов до зупинки, сідає в мікроавтобус В тільки у випадку, коли автобуса А немає. Мікроавтобус відправляється на маршрут, якщо всі місця в ньому зайняті. Пасажири підходять до зупинки через 0,5±0,2 хвилин і, якщо немає мікроавтобусів, утворюють чергу. Якщо черга більша, ніж 30 осіб, то пасажир обирає інший маршрут. Для спрощення моделі вважаємо, що всі пасажири їдуть до кінця маршруту. На проходження маршруту мікроавтобус А витрачає 80±20 хвилин, а мікроавтобус В – 120±30 хвилин., Після висадки пасажирів автобус відправляється у зворотному напрямку таким же чином. Посадка та висадка пасажирів триває в середньому 5±1 хвилини. Мікроавтобуси працюють 10 годин на добу.

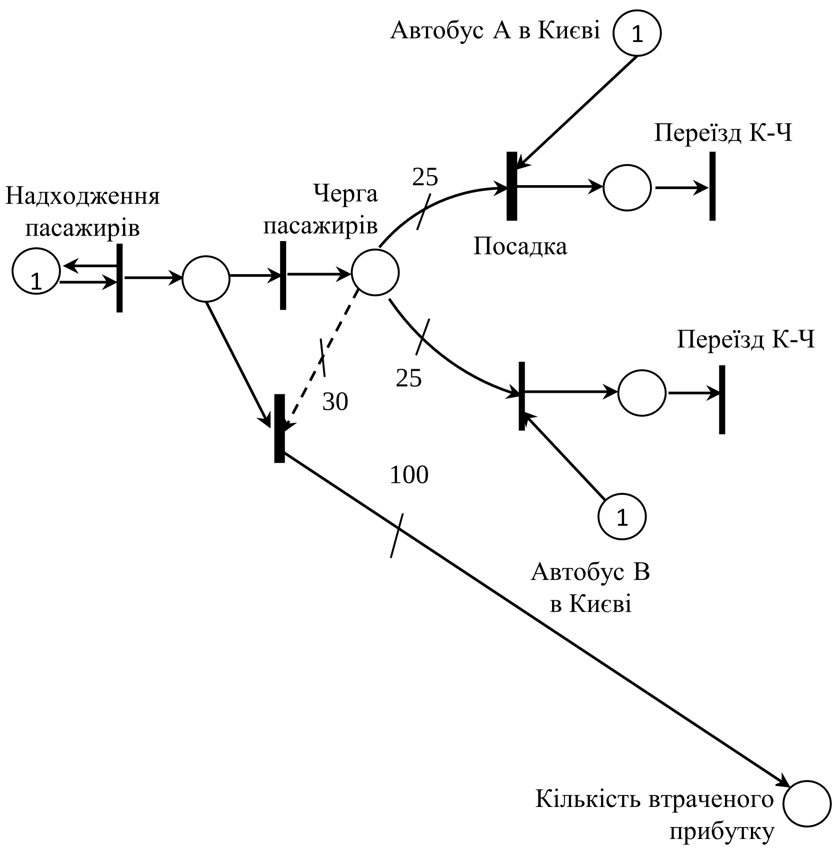
Плата за проїзд складає 100 гривень. Автопідприємство стільки ж втрачає (недоотримує), якщо пасажир, прийшовши на зупинку, не стає в чергу і обирає інший маршрут.

Метою моделювання є визначення часу очікування пасажира у черзі та виручки автопідприємства за день від маршруту.

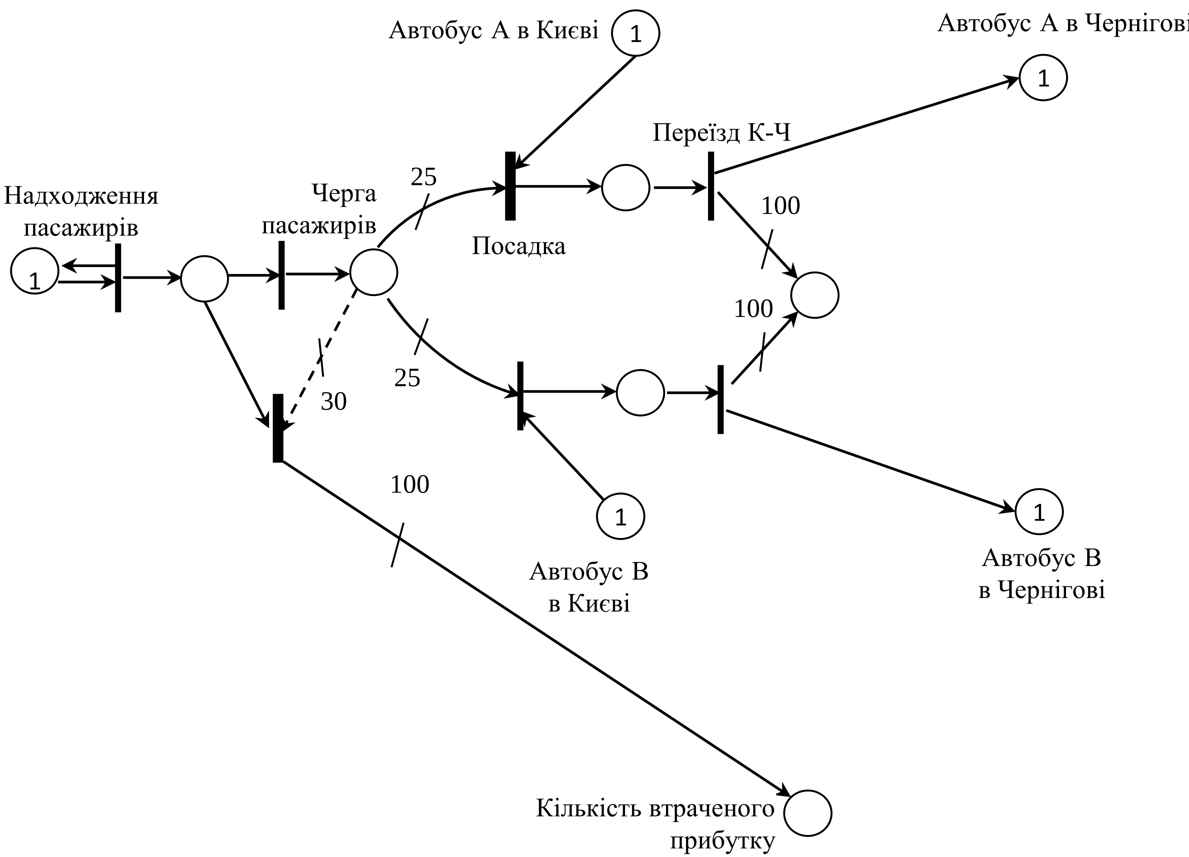
# Приклад «Маршрутки»



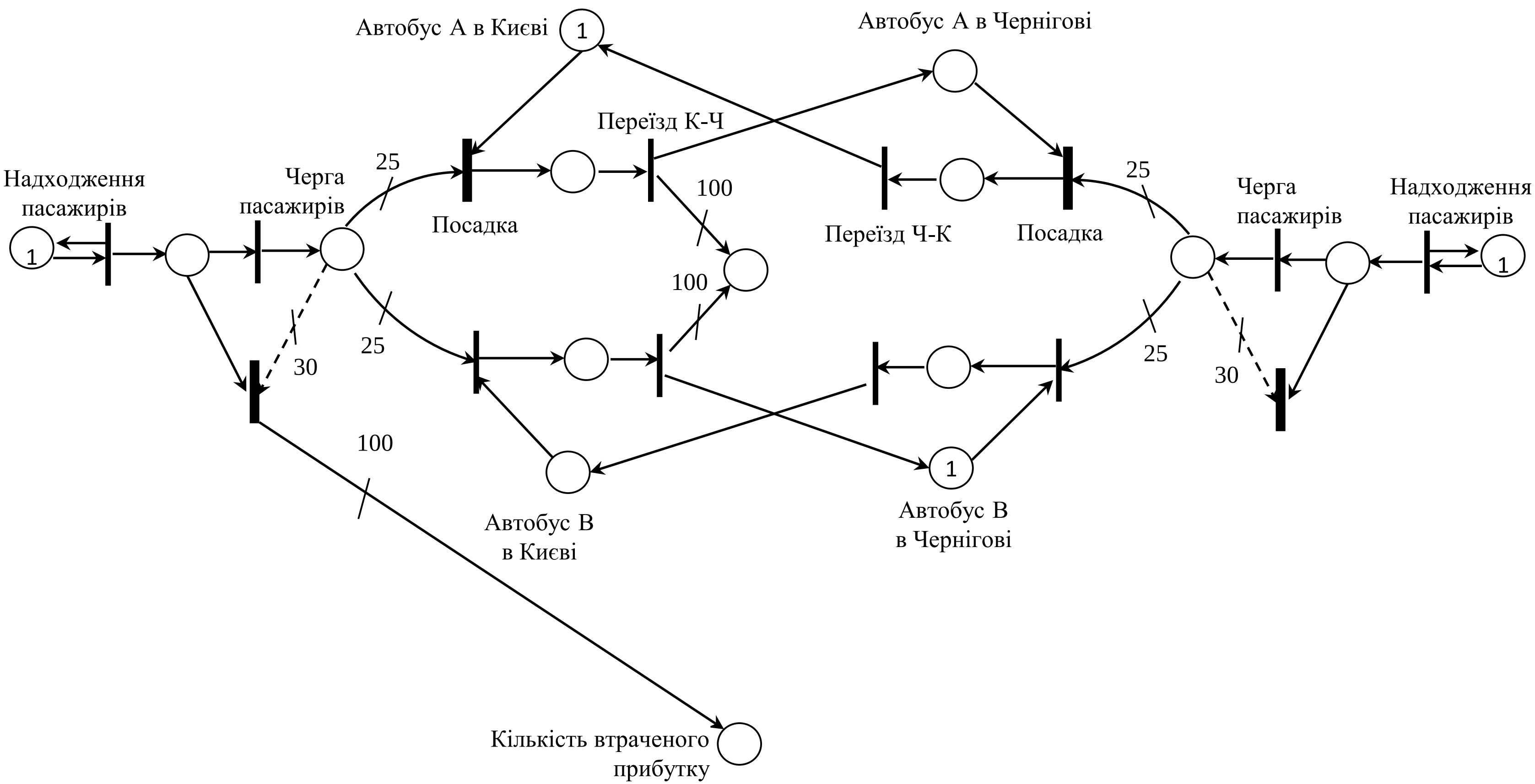
# Приклад «Маршрутки»



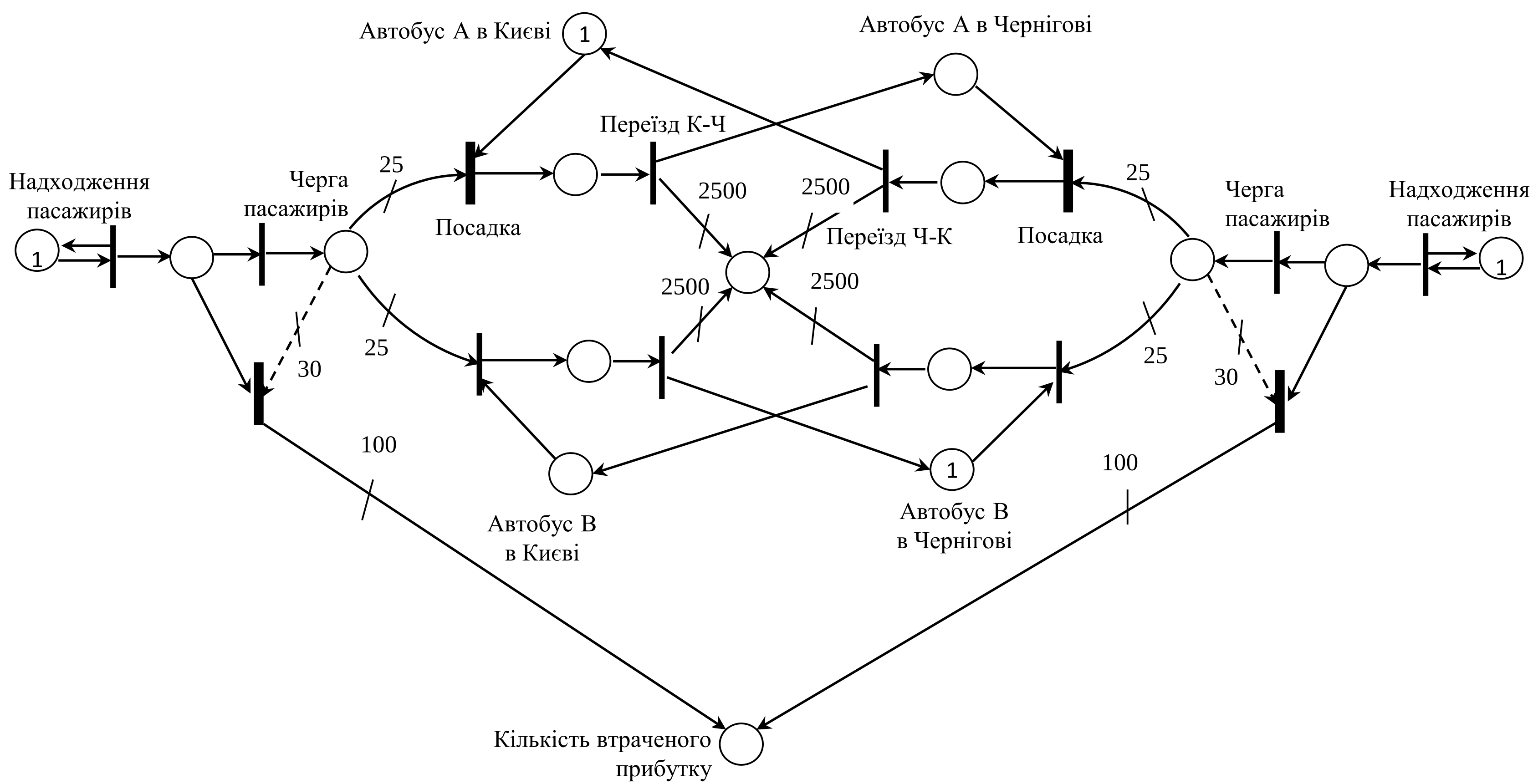
# Приклад «Маршрутки»



# Приклад «Маршрутки»



# Приклад «Маршрутки»



# Параметри переходів

| *Перехід* | *Пріоритет* | *Часова затримка* |
|---|---|---|
| Надходження пасажирів | 0 | $t = unif(0{,}3,\ 0{,}7) = 0{,}3+0{,}4\zeta$ |
| Втрачений пасажир | 1 | $t = 0$ |
| Переїзд автобусу А | 0 | $t = unif(60,\ 100)= 60 +40\zeta$ |
| Переїзд автобусу В | 0 | $t = unif(90,\ 150) = 90 +60\zeta$ |

# Визначення вихідних характеристик моделі

Середній час очікування пасажира у черзі

$$W = \frac{\sum_{k=1}^{n} M_{queue} \cdot \Delta t_k}{N}$$

де$M_{queue}$- значення маркірування позиції «Черга пасажирів», що спостерігалось протягом інтервалу $\Delta t_k$ ,
$N$ – кількість пасажирів, що скористались поїздкою.

Виручка автопідприємства за день від маршруту
$M_{profit} - M_{loss}$
де $M_{profit}$ - значення маркірування позиції «Прибуток» наприкінці імітації,
$M_{loss}$ - значення маркірування позиції «Кількість втраченого прибутку» наприкінці імітації.

# Приклад «Оптовий магазин»

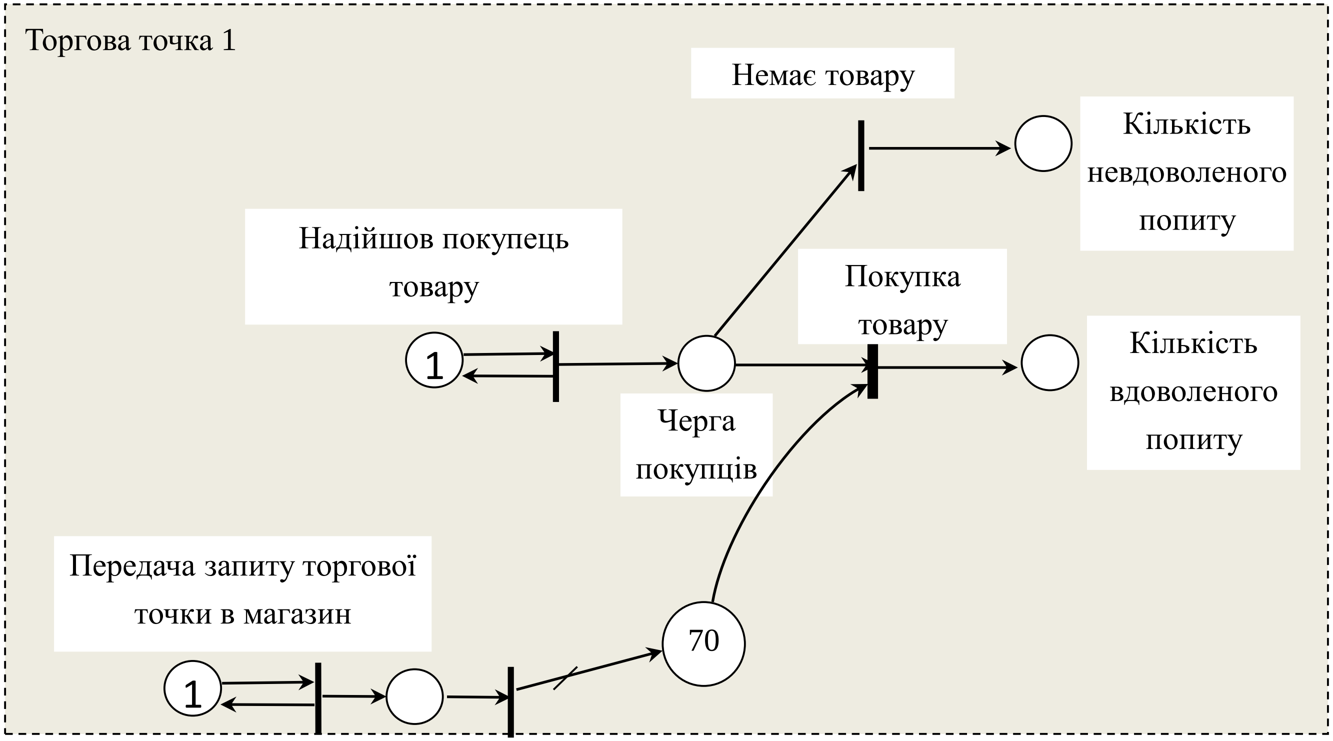
Фірма має 6 точок роздрібного продажу. Попит на товари у цих точках має розподіл Пуассона з математичним сподіванням 10 одиниць товару в день.

Торгові точки обслуговуються оптовим магазином. На передачу запиту торгової точки в магазин витрачається 1 день. Товари за запитом надходять з оптового магазина в торгову точку в середньому через 5 днів після одержання запиту. Ця величина має нормальний розподіл з дисперсією 1.

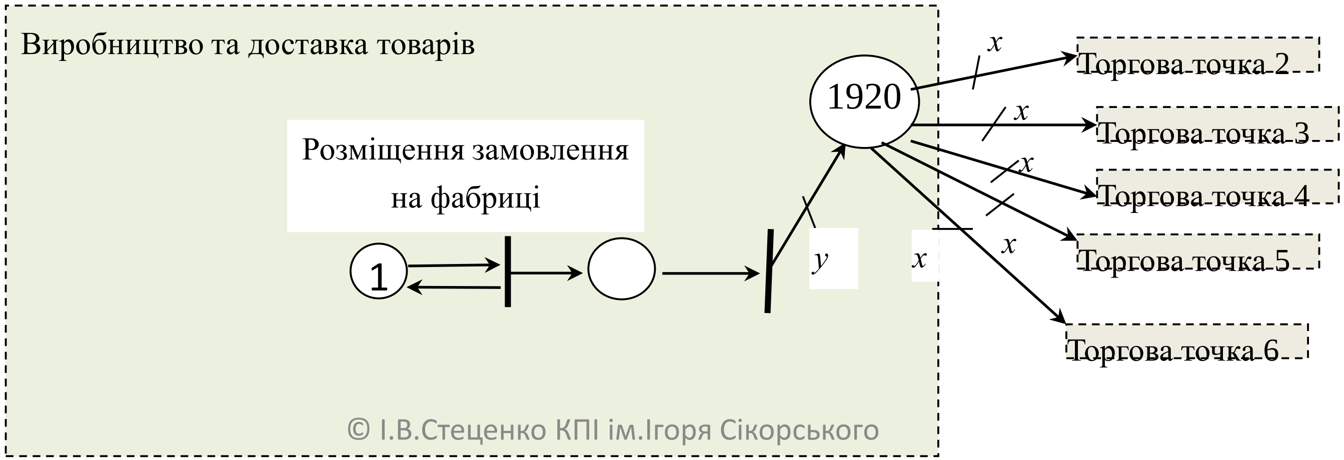
Оптовий магазин кожні 14 днів розміщує замовлення на фабриці. Час, протягом якого магазин одержує вантаж з фабрики, розподілено нормально з очікуванням 90 днів, середньоквадратичним відхиленням 10 днів, мінімумом 60 днів, максимумом 120 днів.

Метою моделювання є визначення таких величин: 1) рівень запасу в оптовому магазині, 2) ймовірність невдоволеного запиту торгової точки.

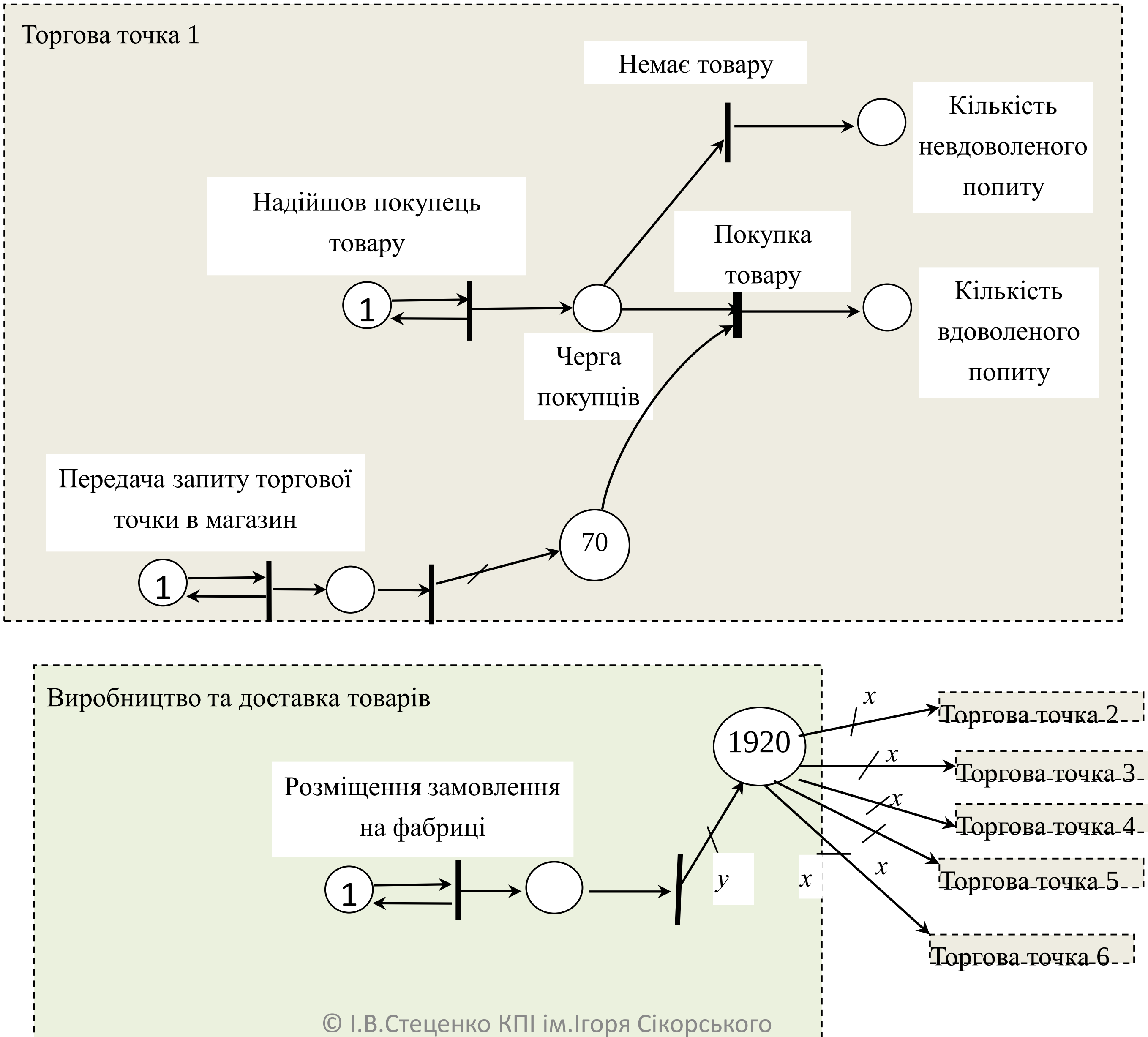
# Приклад «Оптовий магазин»



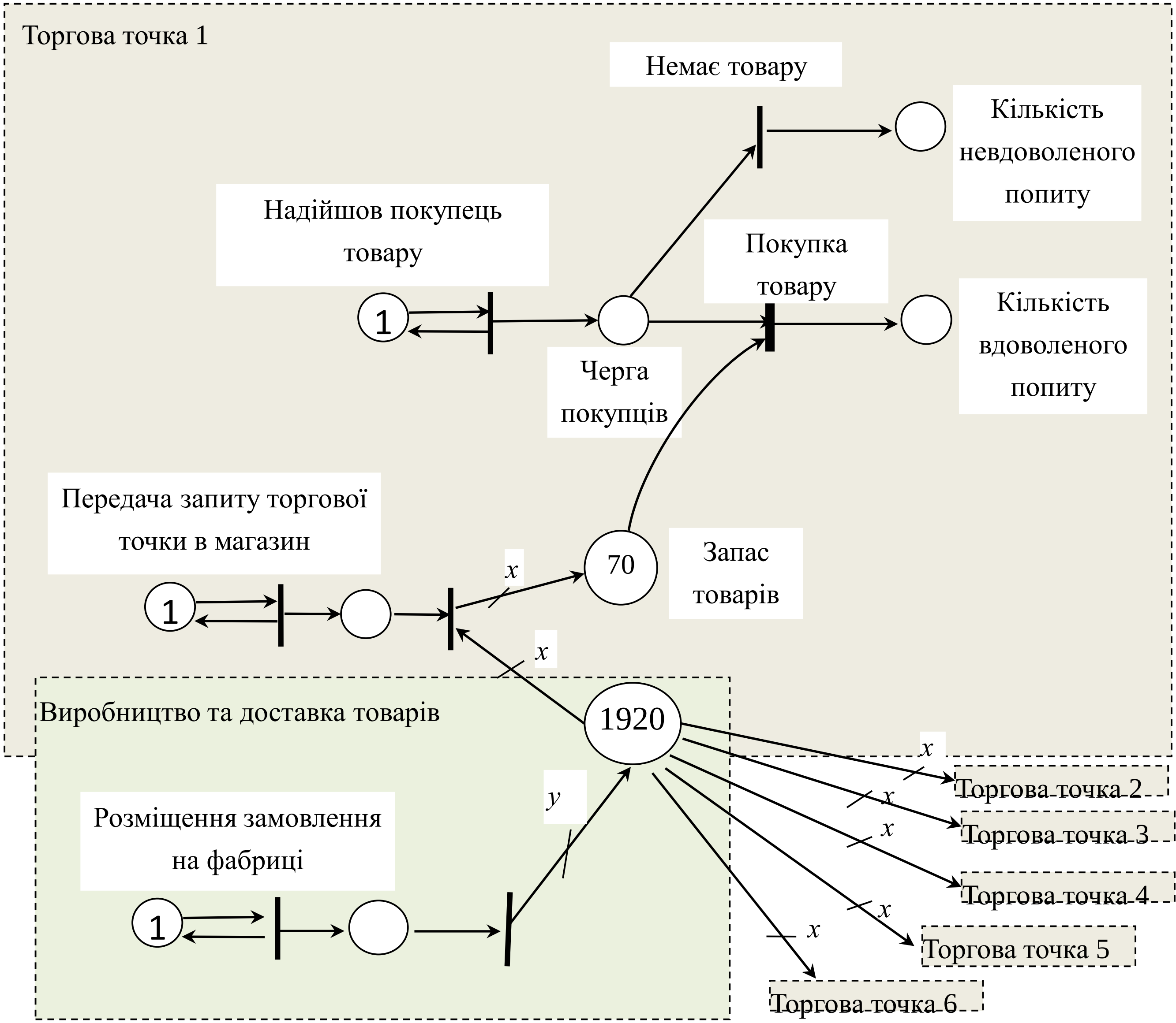
# Приклад «Оптовий магазин»



# Приклад «Оптовий магазин»



# Приклад «Оптовий магазин»



# Параметри переходів

| *Перехід* | *Пріоритет* | *Часова затримка* |
|---|---|---|
| Надійшов покупець | 0 | t = exp(0,1) = $-0{,}1 ln\zeta$ |
| Покупка товару | 1 | 0 |
| Передача запиту в магазин | 0 | t = 0 |
| Надходження товарів з магазину | 0 | t =norm(5,1)= $\left(\sum_{i=1}^{12}\zeta_i - 6\right) + 5$ |
| Розміщення замовлення на фабриці | | t = 14 |
| Доставка замовлення | | $t = \begin{cases} 60\ if\ r < 60 \\ 120\ if\ r > 120 \\ r\ else \end{cases},r = norm(90{,}10)$ |
| Інші | 0 | 0 |

# Визначення вихідних характеристик моделі

Середній запас

$$Y = \frac{\sum_{k=1}^{n} y_k \cdot \Delta t_k}{T_{sim}}$$

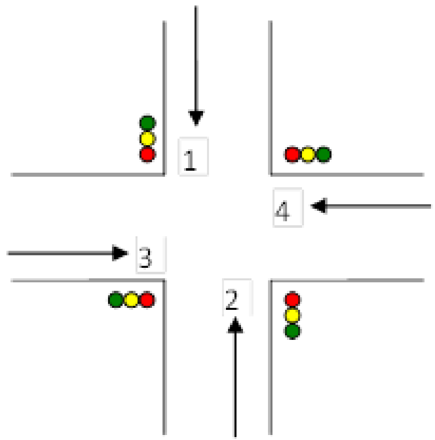
де *Y* – середнє значення запасу товарів,
$y_k$ - значення запасу, що спостерігалось в інтервалі $\Delta t_k$
$T_{sim} = \sum_{k=1}^{n} \Delta t_k$ - час імітації.

Ймовірність невдоволеного попиту

$$P = \frac{N_0}{N_0 + N_1}$$

де $N_0$ - кількість невдоволеного попиту на товари,
$N_1$ - кількість вдоволеного попиту на товари,

# Приклад «Регульоване перехрестя»

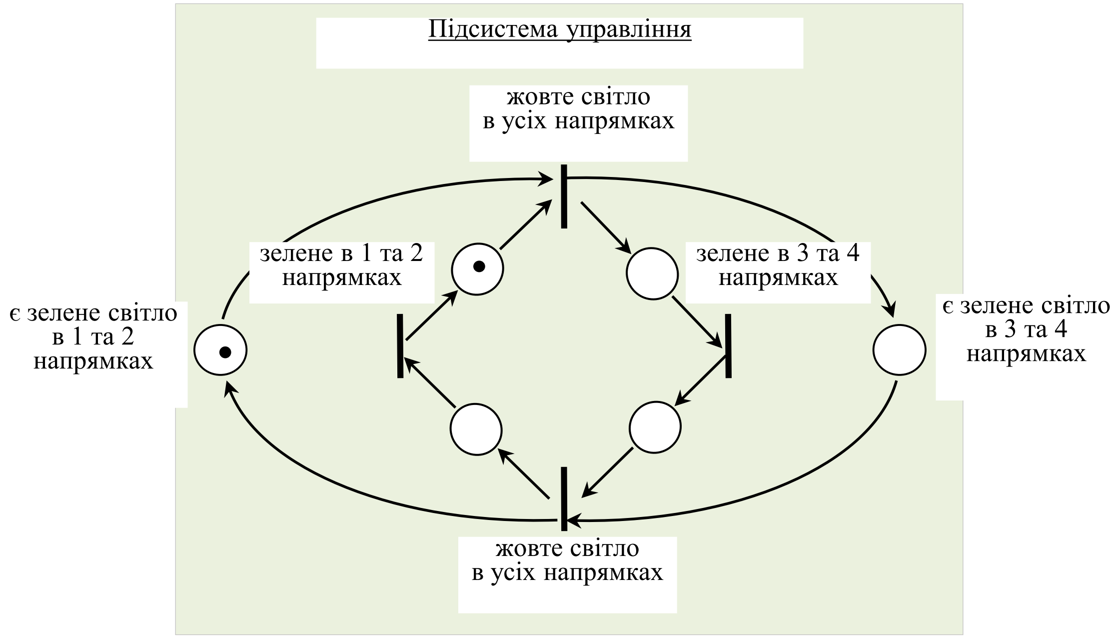



| *Напрямок руху* | *Фаза світлофора* | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | | II | | III | | IV | |
| | *світло* | *час* | *світло* | *час* | *світло* | *час* | *світло* | *час* |
| 1 | зелений | 20 | жовтий | 10 | червоний | 30 | жовтий | 10 |
| 2 | зелений | 20 | жовтий | 10 | червоний | 30 | жовтий | 10 |
| 3 | червоний | 20 | жовтий | 10 | зелений | 30 | жовтий | 10 |
| 4 | червоний | 20 | жовтий | 10 | зелений | 30 | жовтий | 10 |

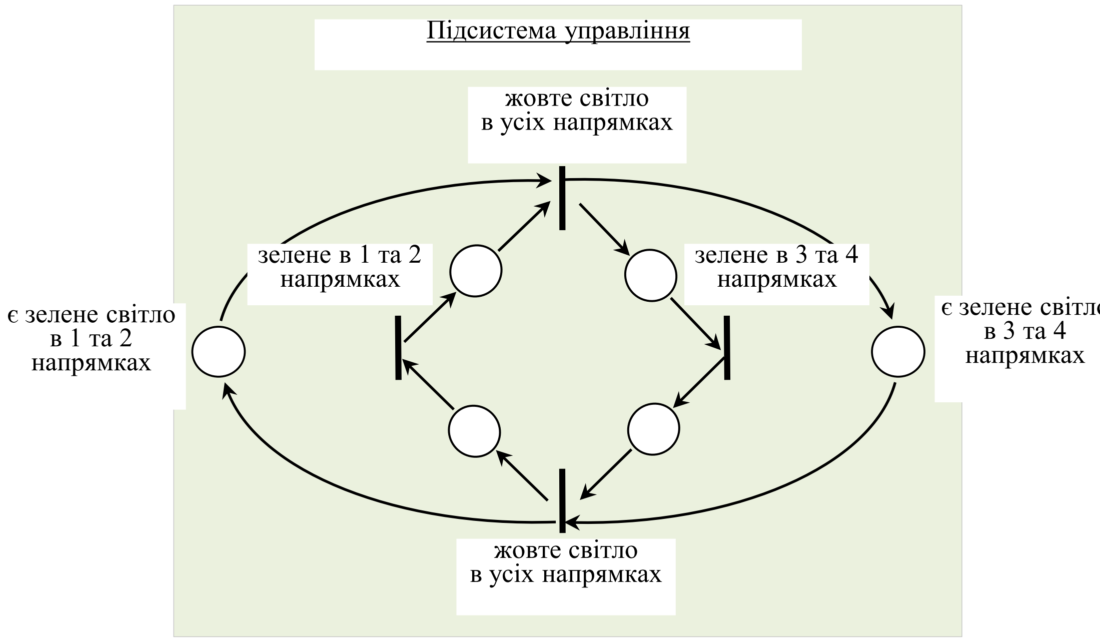
Регулювання транспортним[4] рухом на перехресті здійснюється світлофорами так, що протягом певного часу горить зелене світло в першому та другому напрямках руху, а в третьому та четвертому напрямках горить червоне світло. Потім горить жовте світло в усіх напрямках протягом часу, що дозволяє автомобілям, які виїхали на перехрестях, залишити його до початку руху автомобілів з іншого напрямку. Далі вмикається зелене світло в третьому та четвертому напрямках руху, а в першому та другому напрямках горить червоне світло. Потім знову вмикається жовте світло в усіх напрямках і так далі. Тривалості горіння зеленого та червоного світла задаються так, як у таблиці.

Метою моделювання є визначення параметрів управління, при яких максимум середньої кількості автомобілів, що очікують переїзду в різних напрямках, досягає свого найменше значення: $L = \max\{L_1, L_2, L_3, L_4\} \longrightarrow min$

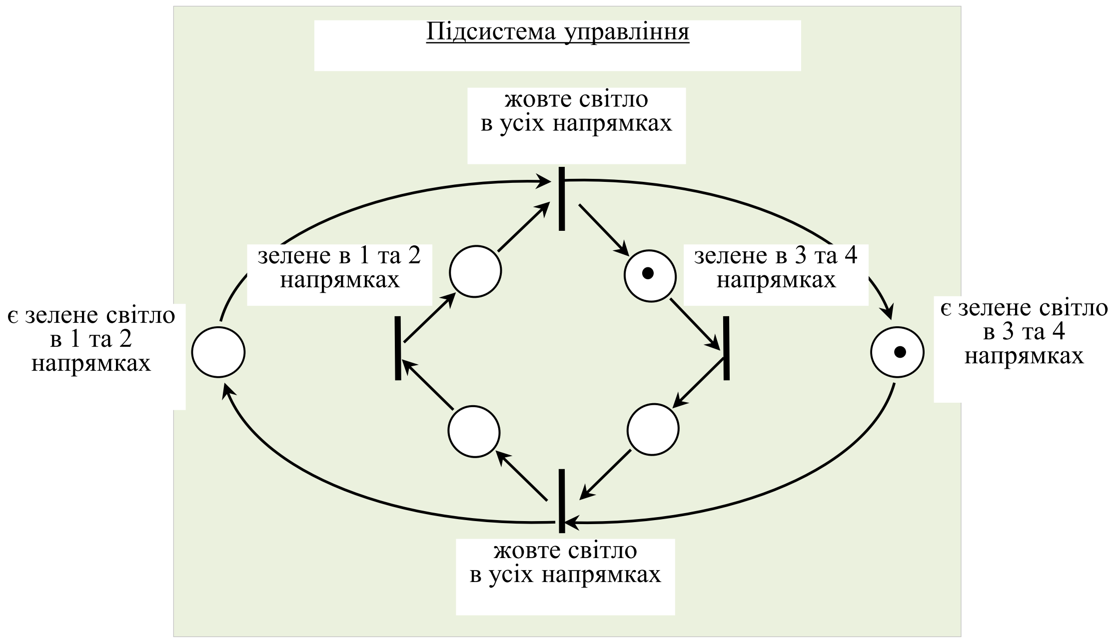
# Приклад «Регульоване перехрестя»



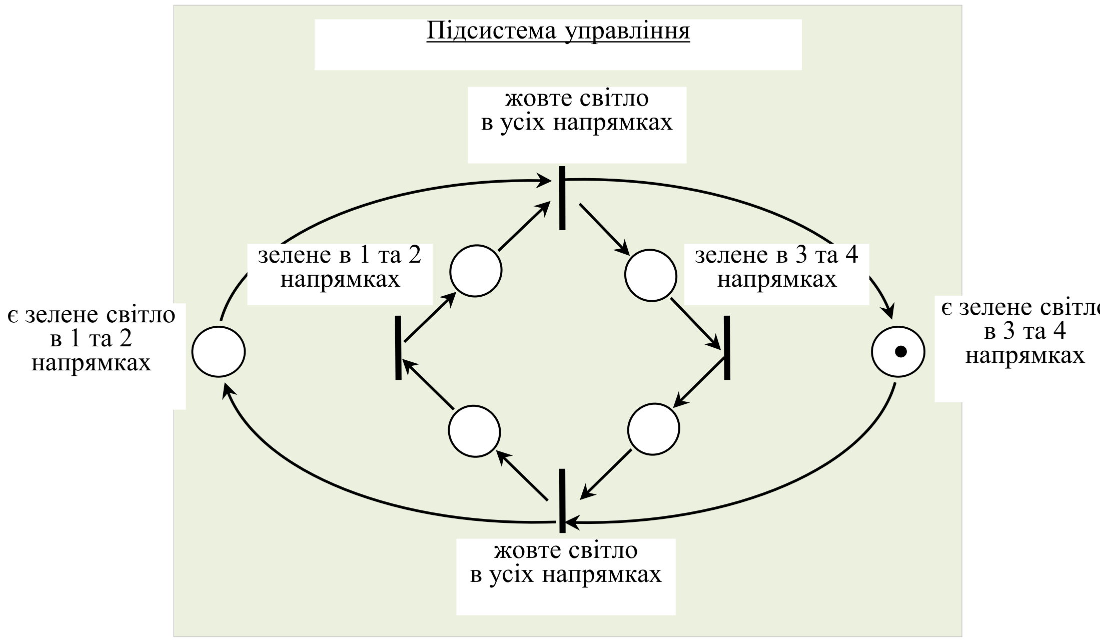
# Приклад «Регульоване перехрестя»



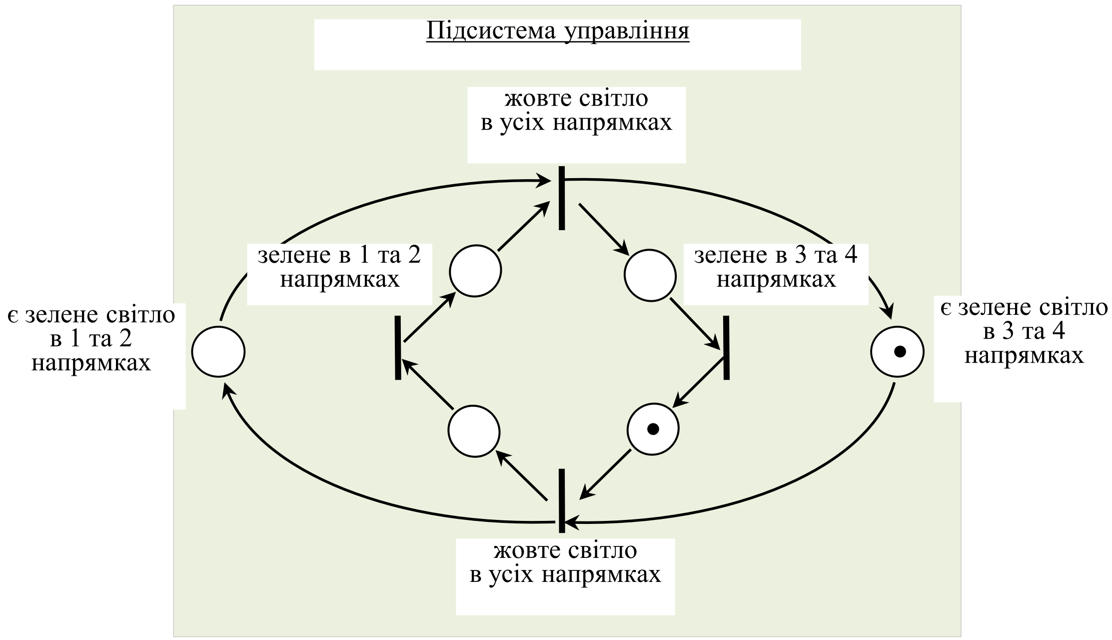
# Приклад «Регульоване перехрестя»



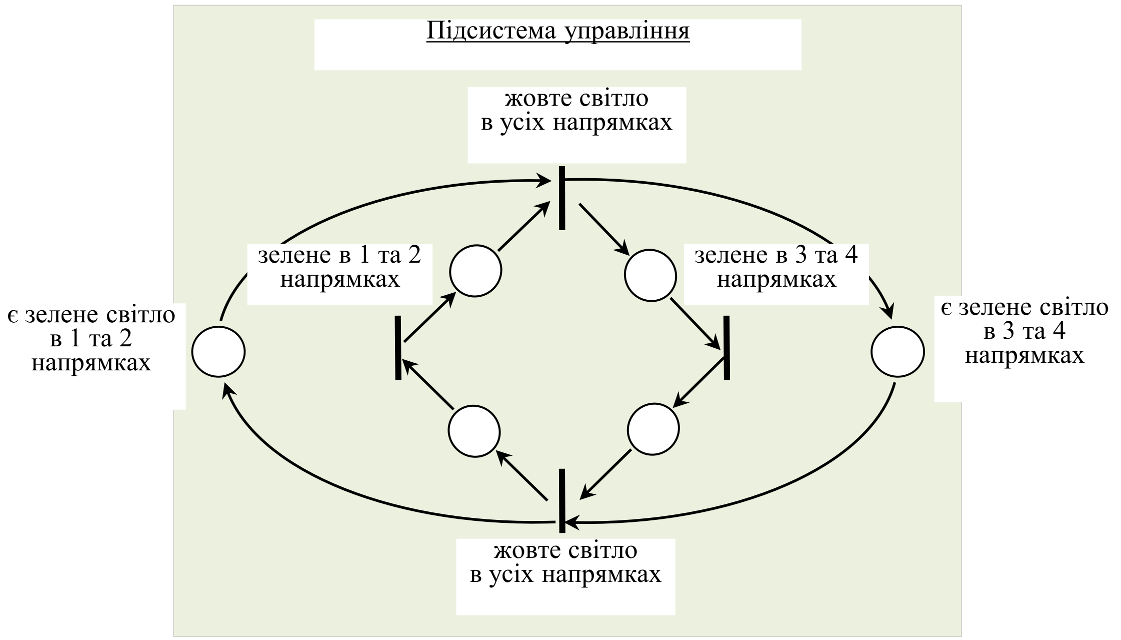
# Приклад «Регульоване перехрестя»



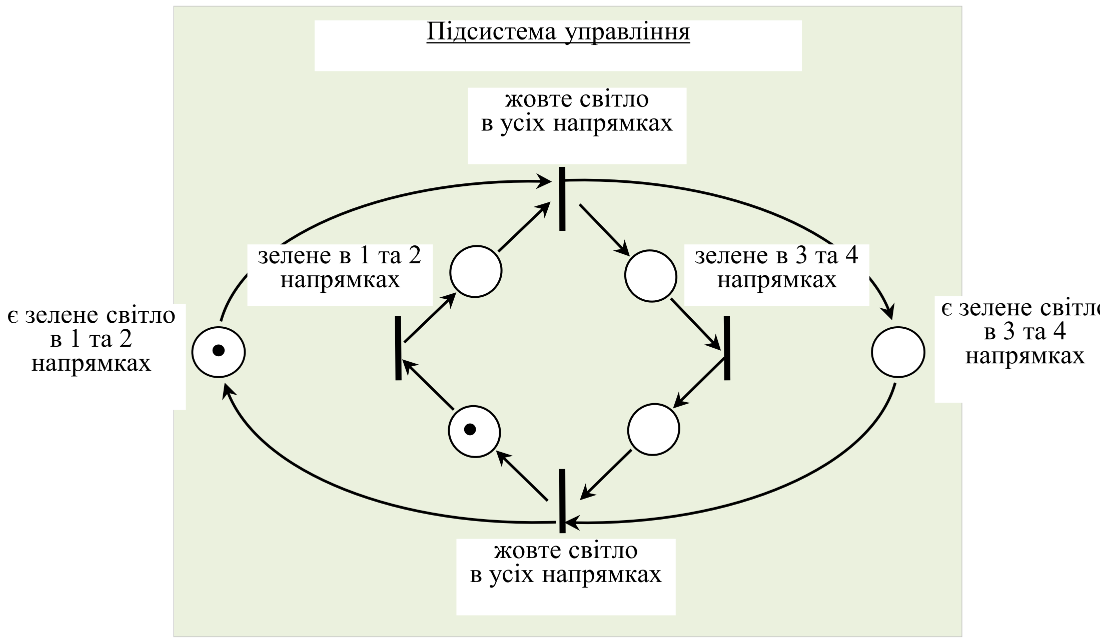
# Приклад «Регульоване перехрестя»



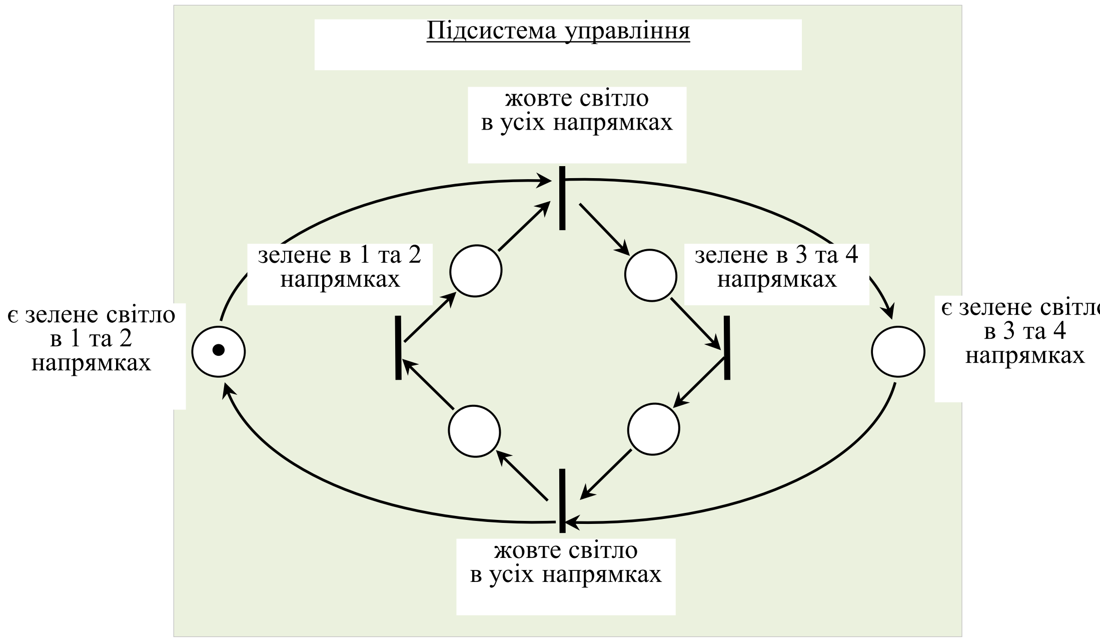
# Приклад «Регульоване перехрестя»



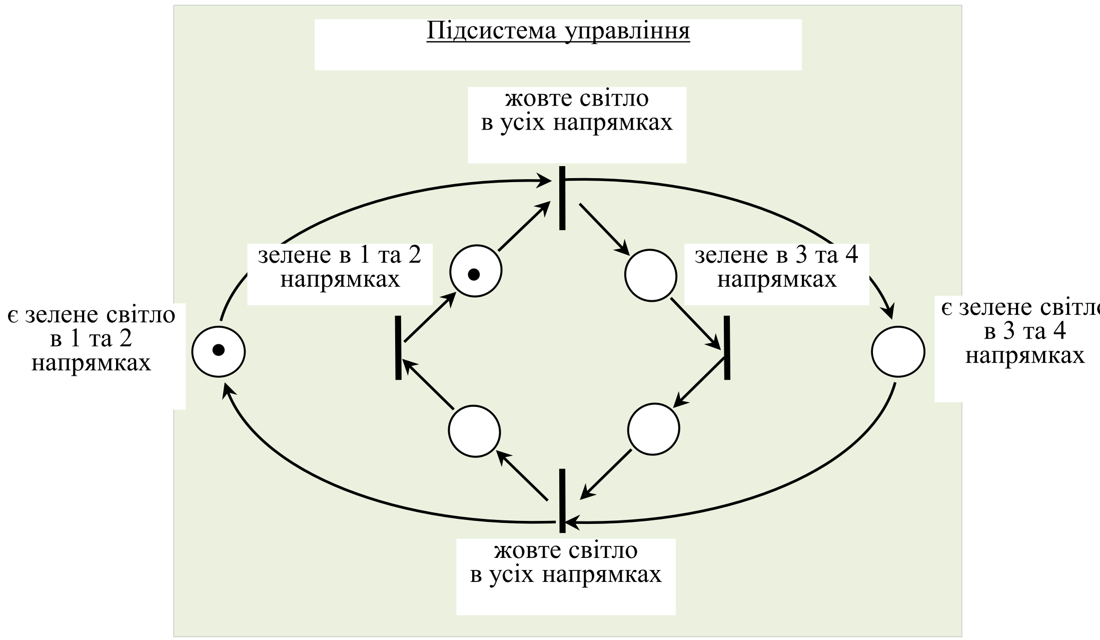
# Приклад «Регульоване перехрестя»



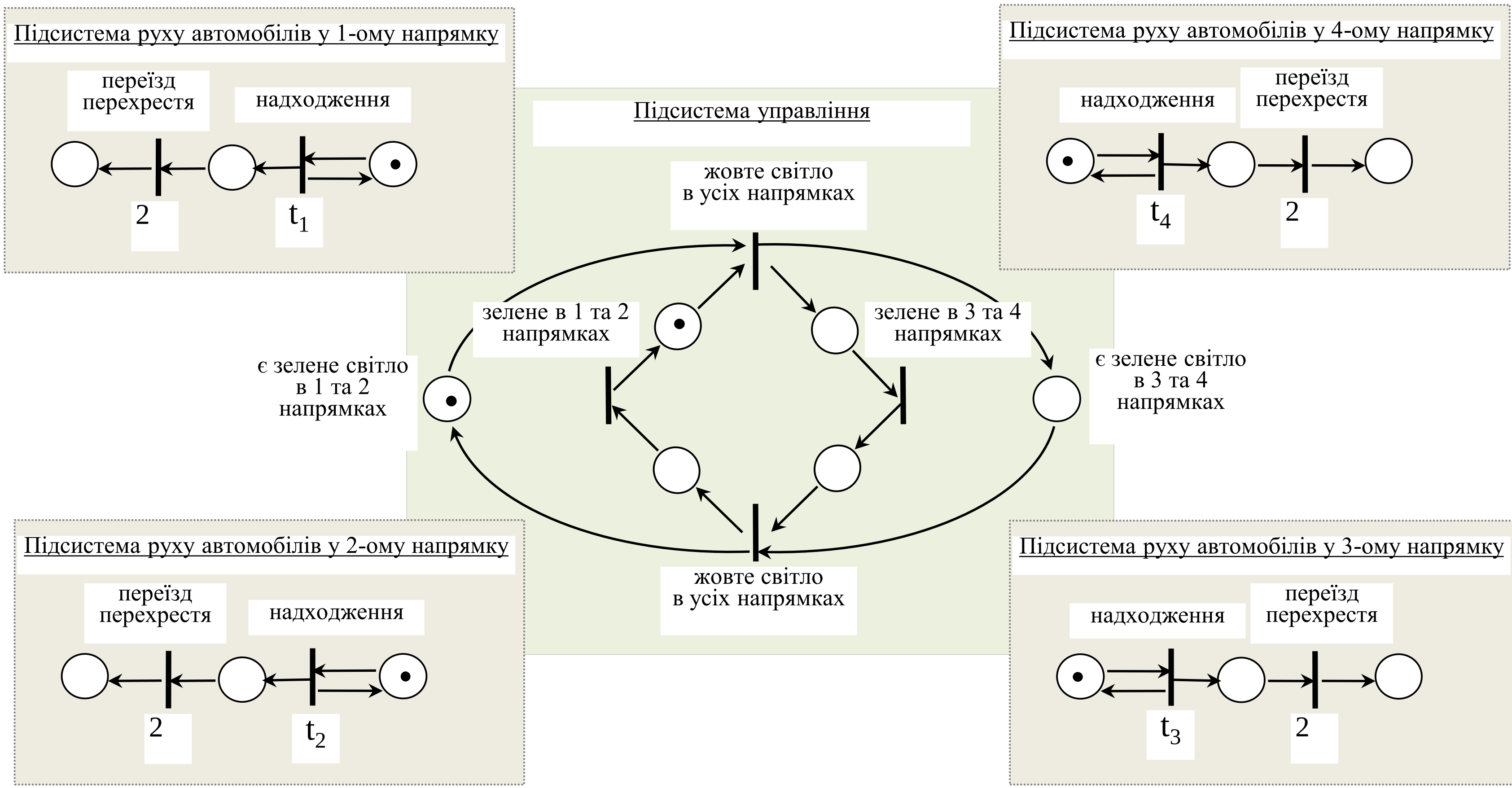
# Приклад «Регульоване перехрестя»



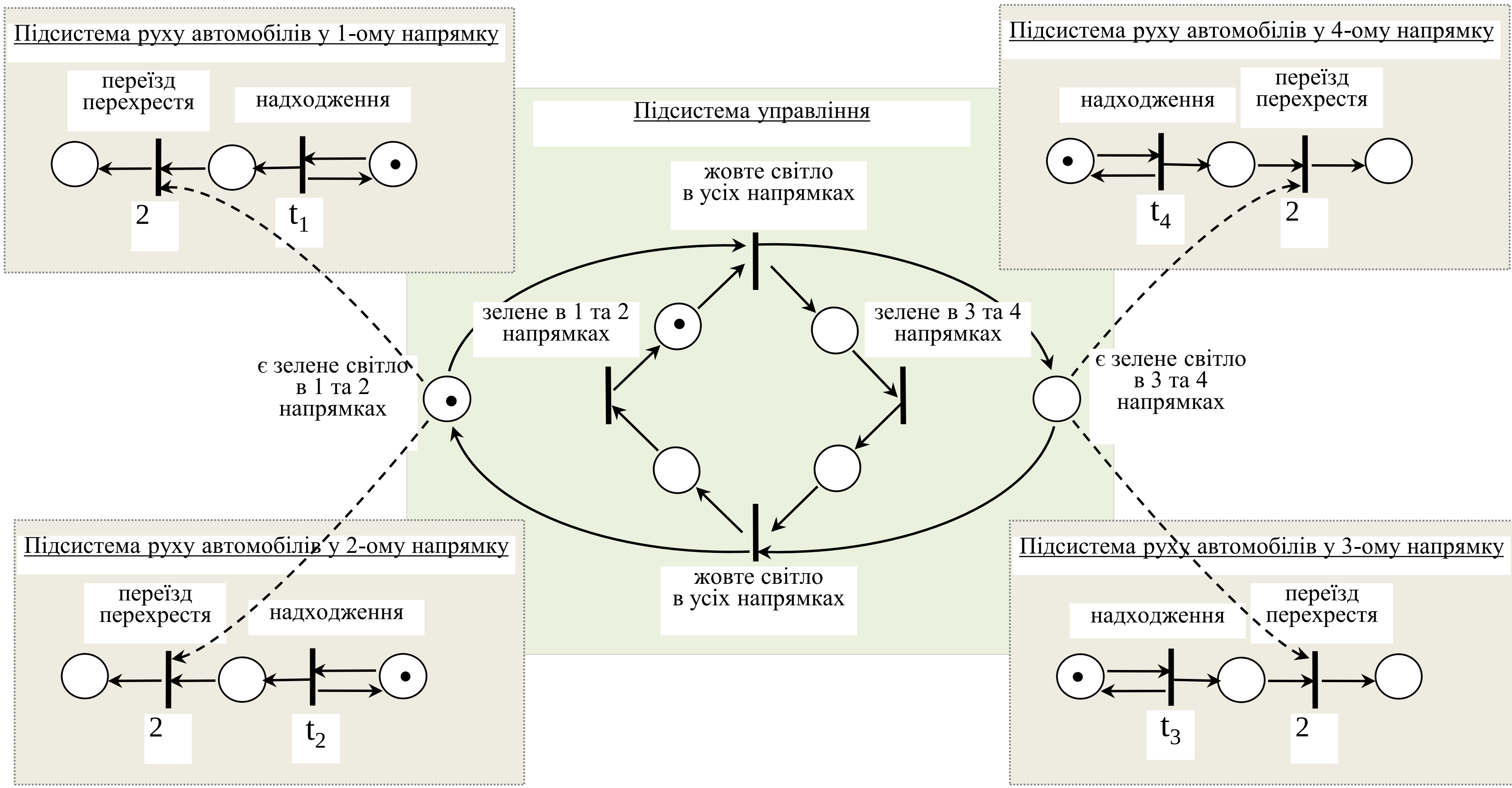
# Приклад «Регульоване перехрестя»



# Приклад «Регульоване перехрестя»



# Приклад «Регульоване перехрестя»



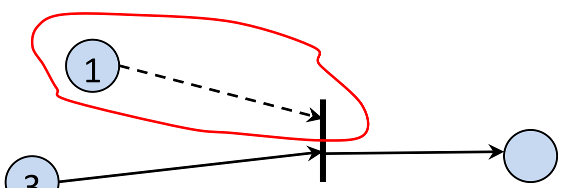

Зауваження 1: Інформаційною може бути тільки **вхідна** дуга

Зауваження 2. Перехід, який має інформаційну дугу, **обов’язково** повинен мати звичайну (неінформаційну) дугу

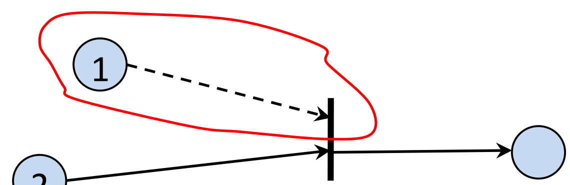
# Інформаційна дуга

**Інформаційна дуга** - це дуга, вздовж якої маркери під час входу в перехід **не** видаляються.

Наявність маркерів у вхідній позиції, яка з’єднана з переходом інформаційною дугою, перевіряється, але при вході маркерів в перехід маркери з такої позиції не віднімаються.




До входу маркерів




Після входу маркерів

Зауваження 1. Інформаційною може бути тільки **вхідна** дуга

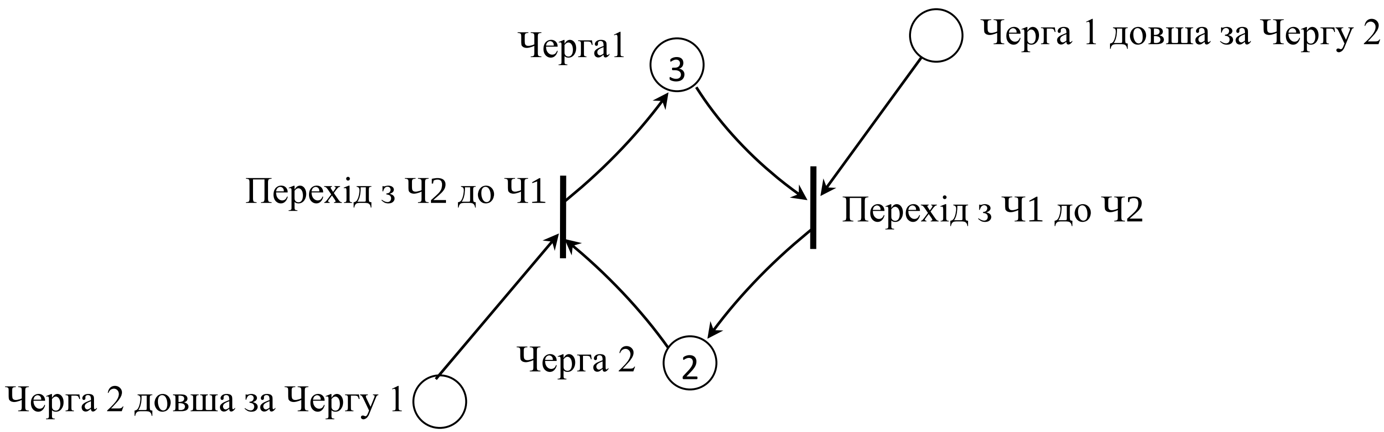
Зауваження 2. Перехід, який має інформаційну дугу, **обов’язково** повинен мати звичайну (неінформаційну) дугу

# Приклад «Управління чергами»

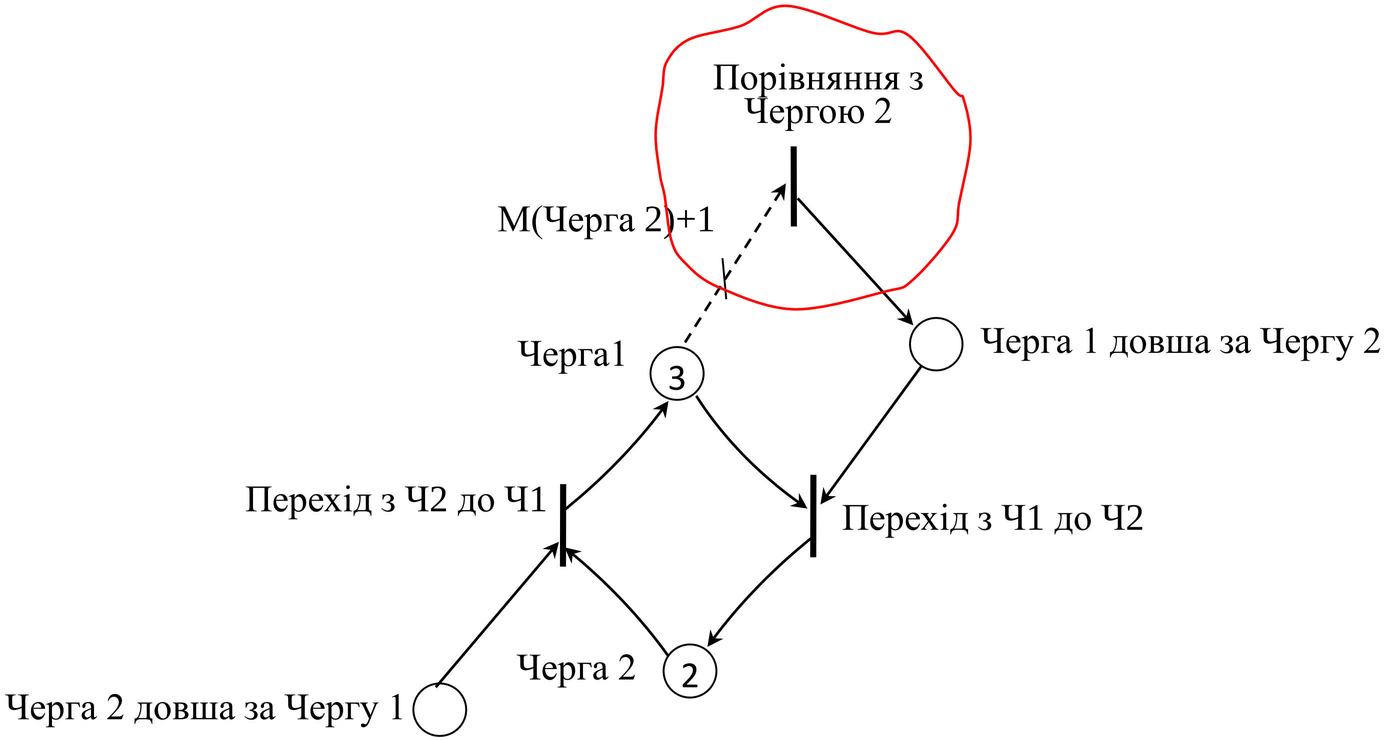
Черга1 3

Черга 2 2

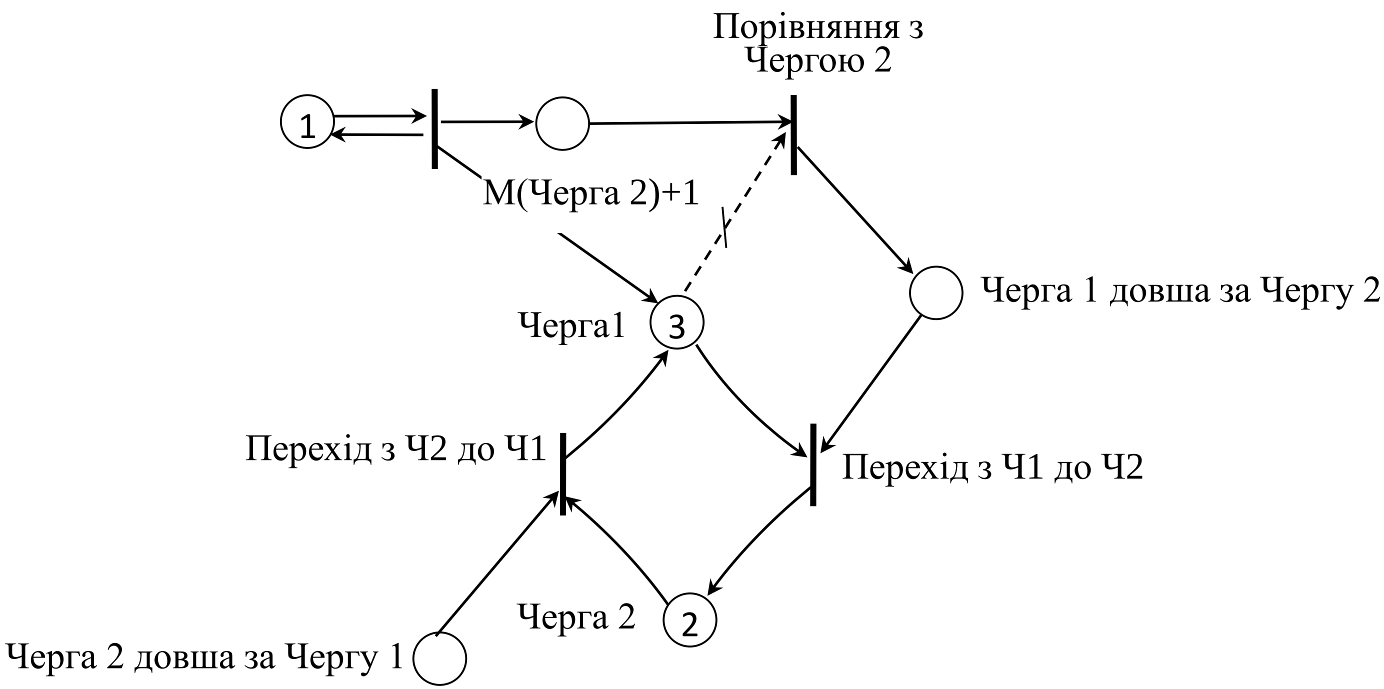
# Приклад «Управління чергами»



# Приклад «Управління чергами»



# Приклад «Управління чергами»



# Приклад «Управління чергами»