Лекція 7

Формалізм мережі Петрі

Переваги формалізації мережею масового обслуговування:

- Простота
- Можливість аналітичного розрахунку (при певних обмеженнях)
- Наочність представлення процесу функціонування системи

Недоліки формалізації мережею масового обслуговування:

- Обмеженість застосування для процесів управління
- Обмеженість зв’язків між елементами моделі
- Недостатня гнучкість розробки моделі дискретно-подійної системи (через налаштованість виключно на процеси обслуговування)

Переваги формалізації мережею Петрі:

- Гнучкість формалізації подій
- Універсальність алгоритму імітації
- Візуалізація процесу функціонування
- Пристосованість до представлення паралельних процесів

Недоліки формалізації мережі Петрі:

- Велика кількість елементів

Мережі Петрі у стандартах з інженерії програмного забезпечення

- **ISO/IEC 15909-1:2004 SYSTEMS AND SOFTWARE ENGINEERING -- HIGH-LEVEL PETRI NETS -- PART 1: CONCEPTS, DEFINITIONS AND GRAPHICAL NOTATION**
- ISO/IEC 15909-1:2004 defines a semi-graphical modelling language for the specification, design and analysis of discrete event systems, including software and in particular distributed and parallel systems where concurrency is an important characteristic. The technique, High-level Petri Nets, is mathematically defined and may thus be used to provide unambiguous specifications and descriptions of applications. The graphical nature of the technique allows information, or resource flow, and control flow to be visualised, providing a powerful aid to understanding system behaviour. It is also an executable technique, allowing specification prototypes to be developed to test ideas at the earliest and cheapest opportunity. Specifications written in the technique may be subjected to analysis methods to prove properties about the specifications, before implementation commences, thus saving on testing and maintenance time. The field of application encompasses a wide range of systems from technical systems such as manufacturing, business processes, computer software and hardware, telecommunication networks and signalling systems, defence systems, mechatronics, postal services and avionics to biological and sociotechnical systems.

- **ISO/IEC 15909-1:2019 SYSTEMS AND SOFTWARE ENGINEERING -- HIGH-LEVEL PETRI NETS -- PART 1: CONCEPTS, DEFINITIONS AND GRAPHICAL NOTATION**

- “The technique is particularly suited to parallel and distributed systems development as it supports concurrency. The technique is able to specify systems at a level that is independent of the choice of implementation (i.e. by software, hardware (electronic and/or mechanical) or humans or a combination). This document may be cited in contracts for the development of systems (particularly distributed systems) or used by application developers or Petri net tool vendors or users.”

- В українські ДСТУ цей стандарт теж увійшов (без змін)!
- ДСТУ ISO/IEC 15909-1:2016 (ISO/IEC 15909-1:2004, IDT)

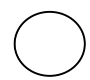
Елементи мережі Петрі

ЕЛЕМЕНТИ МЕРЕЖІ ПЕТРІ

Перехід

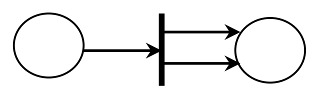
позначає подію

Позиція



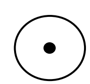
позначає умову

Дуга



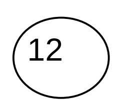
позначає зв'язки
між подіями та умовами

**Маркер(один)
(один)**



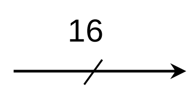
позначає виконання
(або не виконання) умови

Багато фішок



позначає багатократне
виконання умови

Багато дуг



позначає велику
кількість зв'язків

Розробка мережі Петрі для дискретно-подійної системи

Для того, щоб представити систему засобами мереж Петрі потрібно:

- виділити події, що виникають в системі, і поставити у відповідність кожній події перехід мережі Петрі;
- з’ясувати умови, при яких виникає кожна з подій, і поставити у відповідність кожній умові позицію мережі Петрі;
- визначити кількість фішок у позиції мережі Петрі, що символізує виконання умови;
- з’єднати позиції та Переходи відповідно до логіки виникнення подій у системі: якщо умова передує виконанню події, то з’єднати в мережі Петрі відповідну позицію з відповідним Переходом; якщо умова являється наслідком виконання події, то з’єднати в мережі Петрі відповідний перехід з відповідною позицією;
- з’ясувати зміни, які відбуваються в системі при здійсненні кожної події, і поставити у відповідність змінам переміщення визначеної кількості фішок із позицій в Переходи та з Переходів у позиції;
- визначити числові значення часових затримок в Переходах мережі Петрі;
- визначити стан мережі Петрі на початку моделювання.

Формальне означення класичної мережі П е т р і

$$N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W})$$

$\mathbf{P} = \{P\}$ - множина позицій;

$\mathbf{T} = \{T\}$ - множина переходів;

$\mathbf{P} \cap \mathbf{T} = \emptyset$

$\mathbf{A} \subseteq (\mathbf{P} \times \mathbf{T} \cup \mathbf{T} \times \mathbf{P})$- множина дуг;

$\mathbf{W}: \mathbf{A} \rightarrow \mathbb{N}$ - множина натуральних чисел, що задають кратності дуг (кількість зв’язків);

Правило запуску переходу класичної мережі Петрі

- Якщо в усіх вхідних позиціях переходу є маркери у кількості, рівній кратності дуги, то умова запуску переходу виконана
- Якщо умова запуску переходу виконана, то з усіх вхідних позицій переходу маркери видаляються у кількості, рівній кратності дуги, а в усі вихідні позиції переходу маркери додаються у кількості, рівній кратності дуги. Таким чином, в класичній мережі Петрі запуск переходу здійснюється миттєво.

Формальний опис запуску переходу

Множина вхідних позицій переходу:

$$^{\bullet}T = \{P \in \mathbf{P} | (P, T) \in \mathbf{A}\}$$

Множина вихідних позицій переходу:

$$T^{\bullet} = \{P \in \mathbf{P} | (T, P) \in \mathbf{A}\}$$

Умова запуску переходу:

$$\forall P \in {}^{\bullet}T \;\; \mathbf{M}_P \geq W_{P,T} \longrightarrow I(T) = 1$$

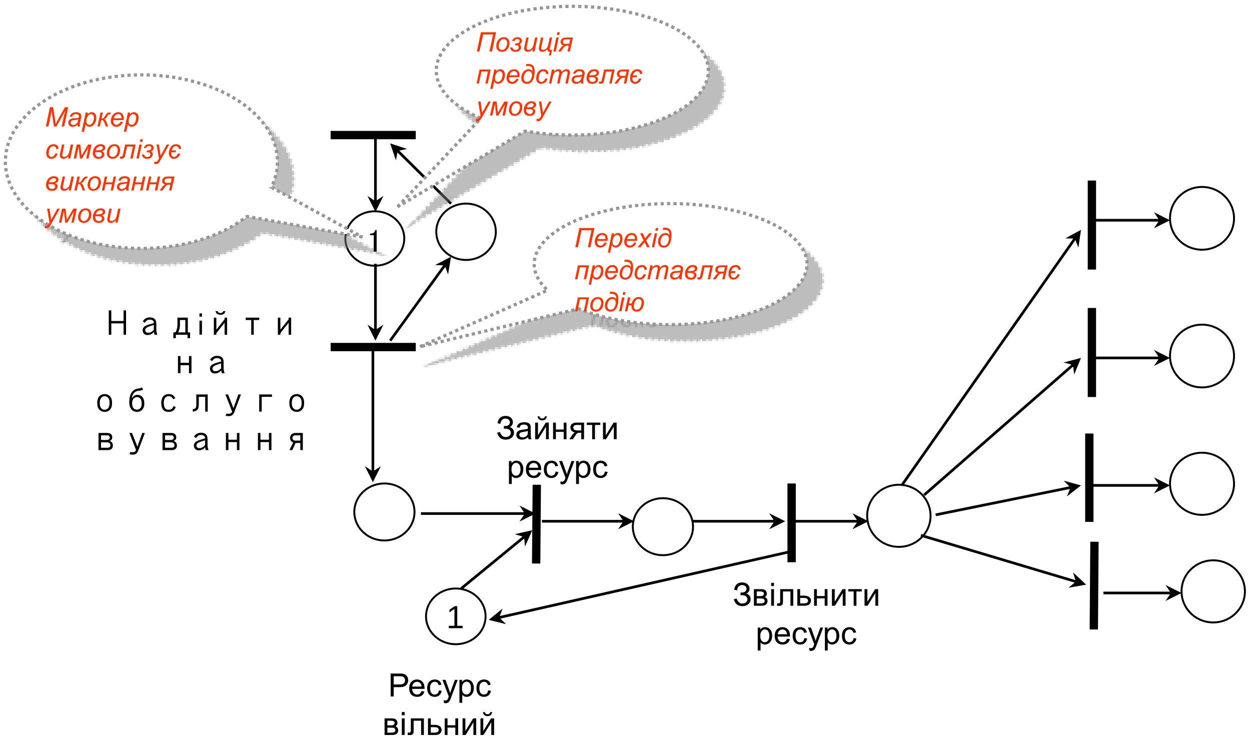
$$\exists P \in {}^{\bullet}T \;\; \mathbf{M}_P < W_{P,T} \longrightarrow I(T) = 0$$

Запуск переходу

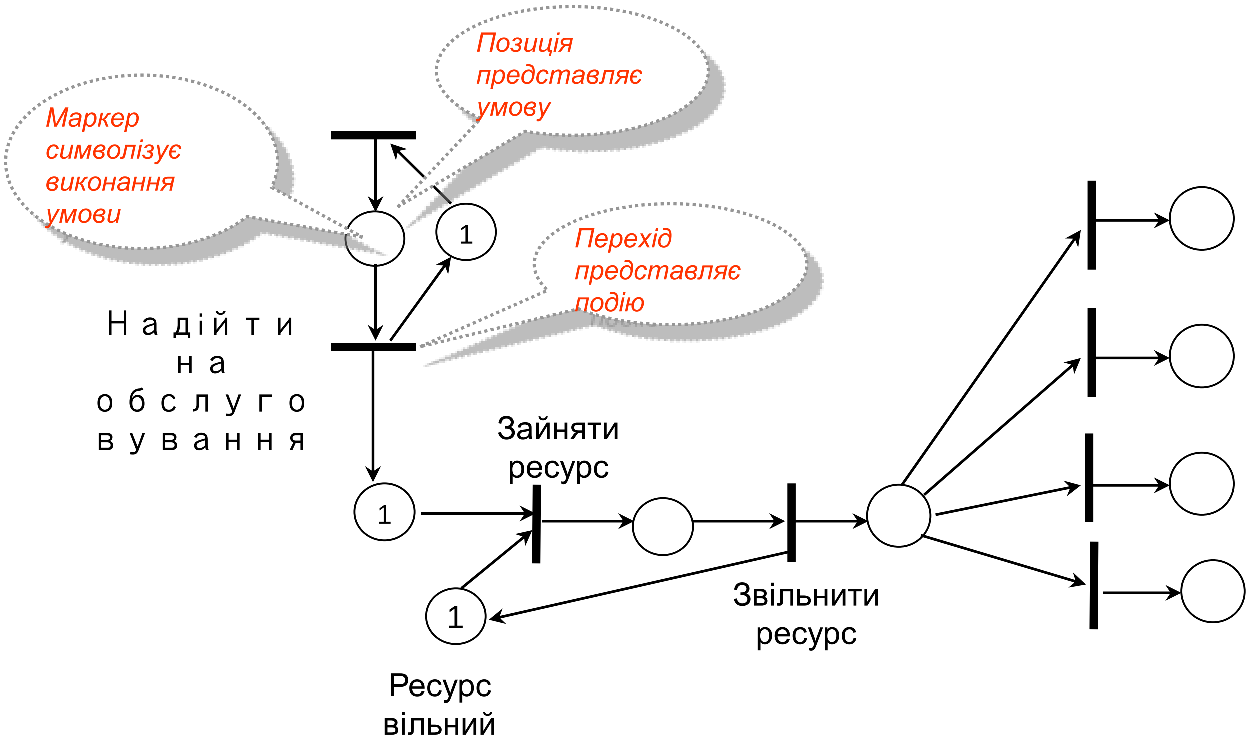
$$I(T) = 1 \longrightarrow \begin{matrix} \forall P \in {}^{\bullet}T \;\; \mathbf{M}'_P = \mathbf{M}_P - W_{P,T} \\ \forall P \in T^{\bullet} \;\; \mathbf{M}''_P = \mathbf{M}'_P + W_{P,T} \end{matrix}$$

Класичні мережі Петрі

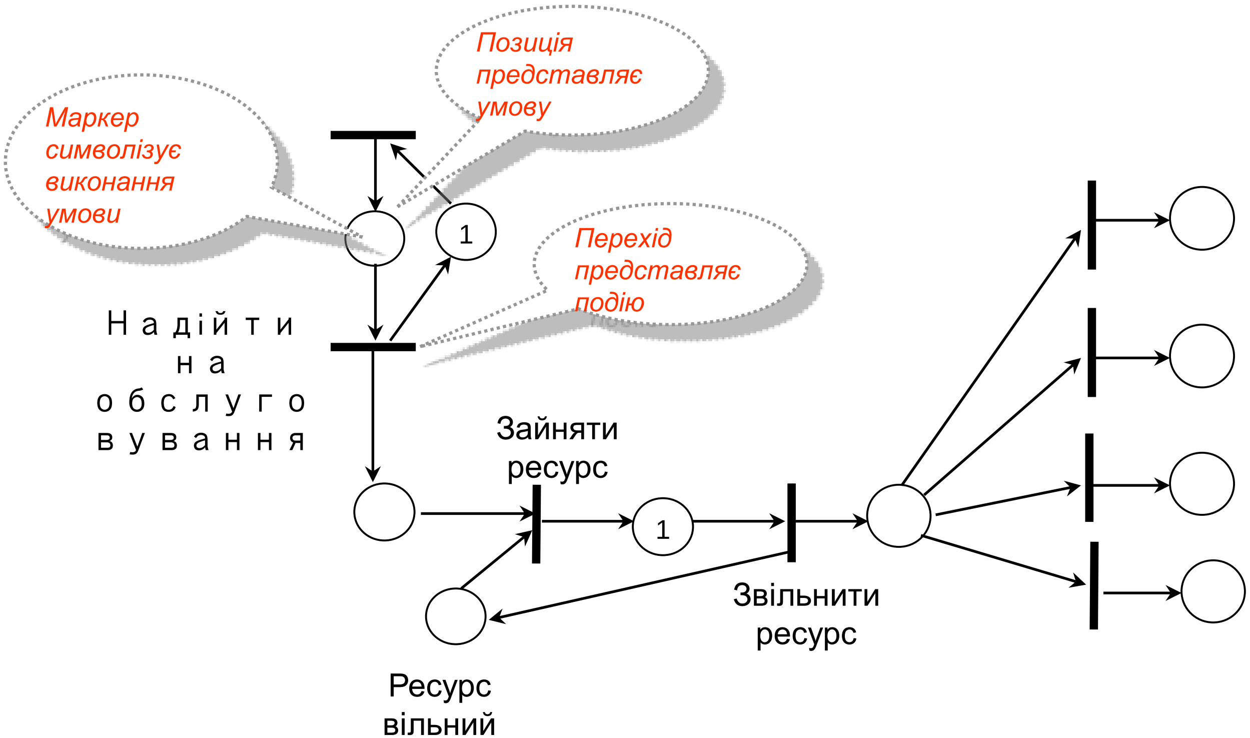
<u>Правило запуску переходів. Конфліктні переходи</u>



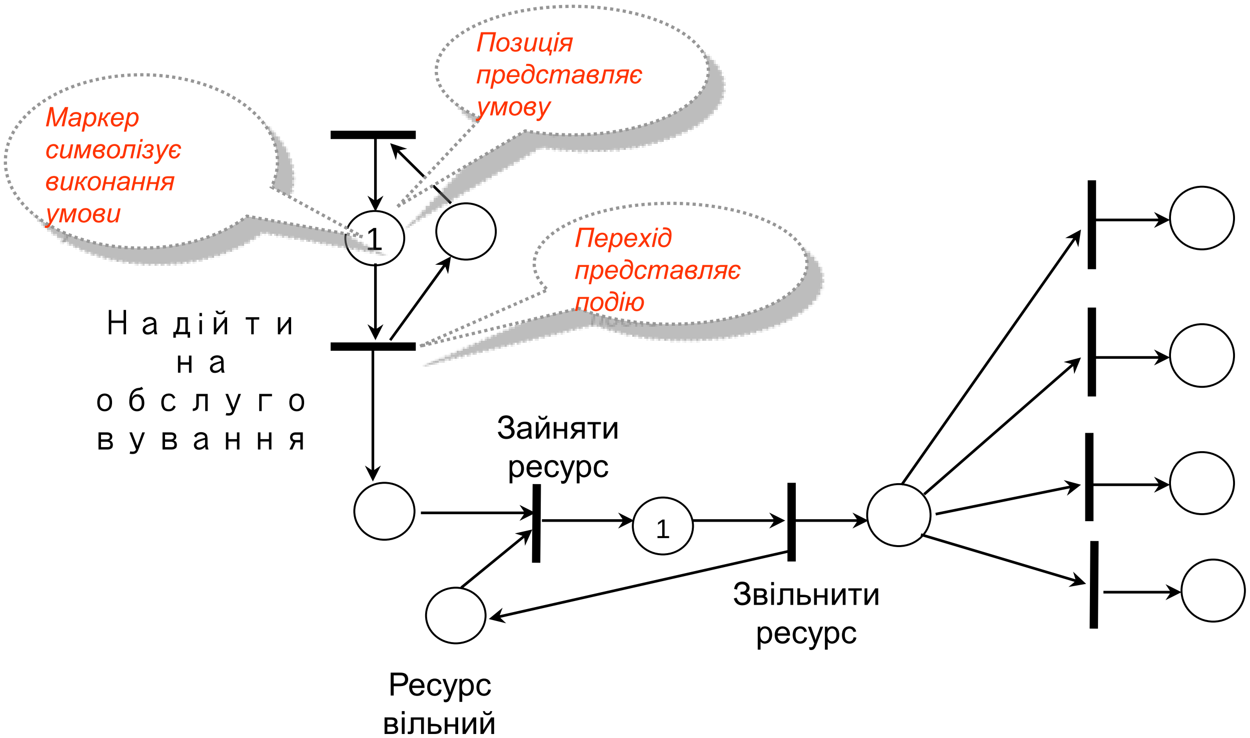
Класичні мережі Петрі



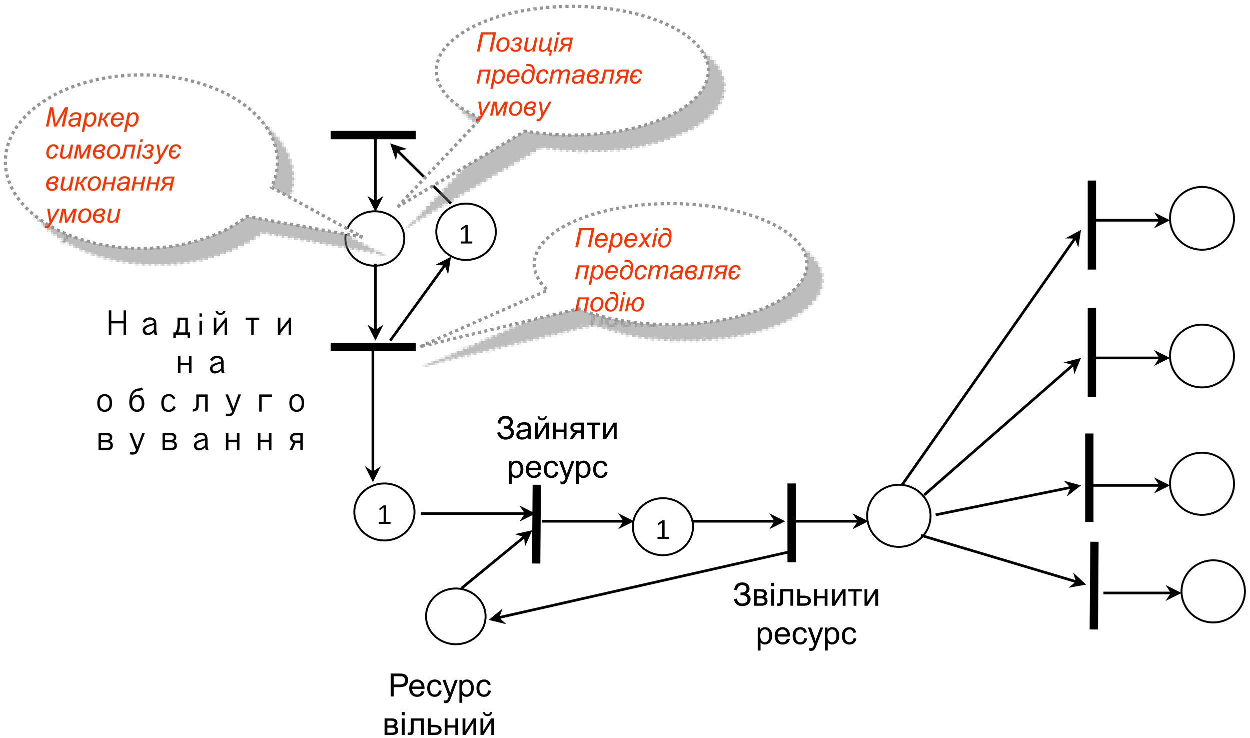
Класичні мережі П е т р і



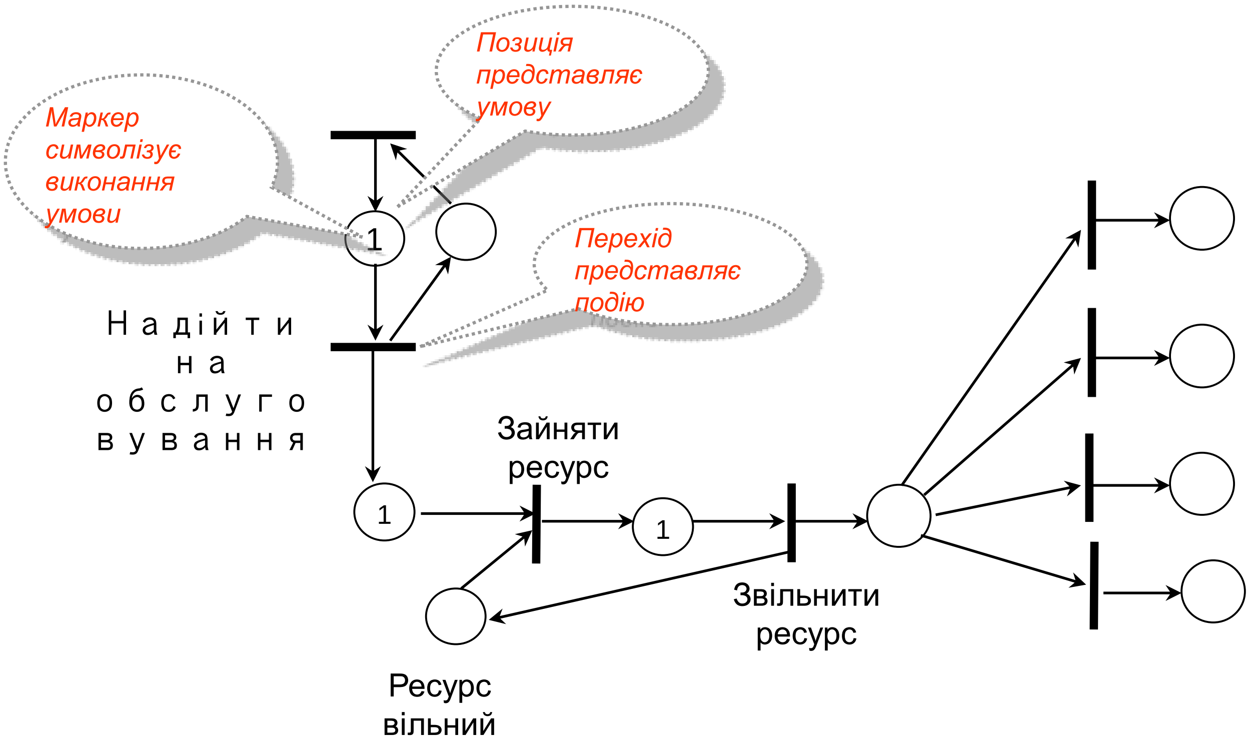
Класичні мережі П е т р і



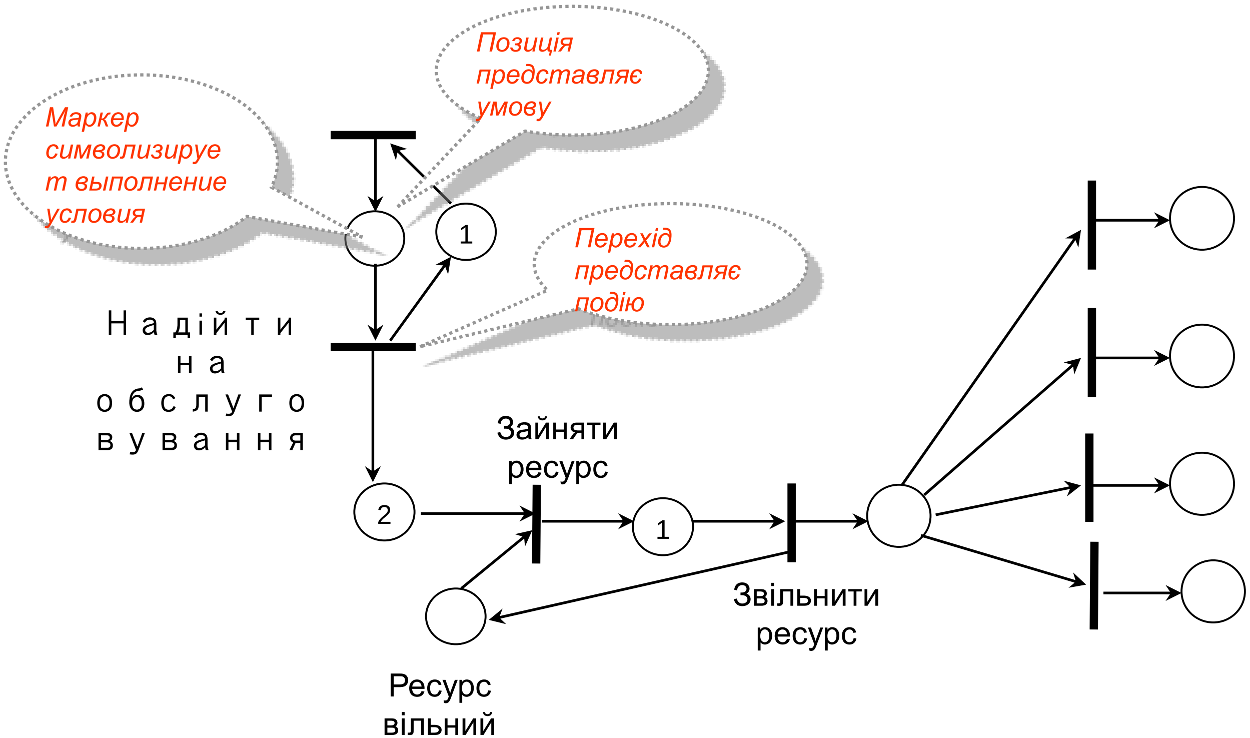
Класичні мережі П е т р і



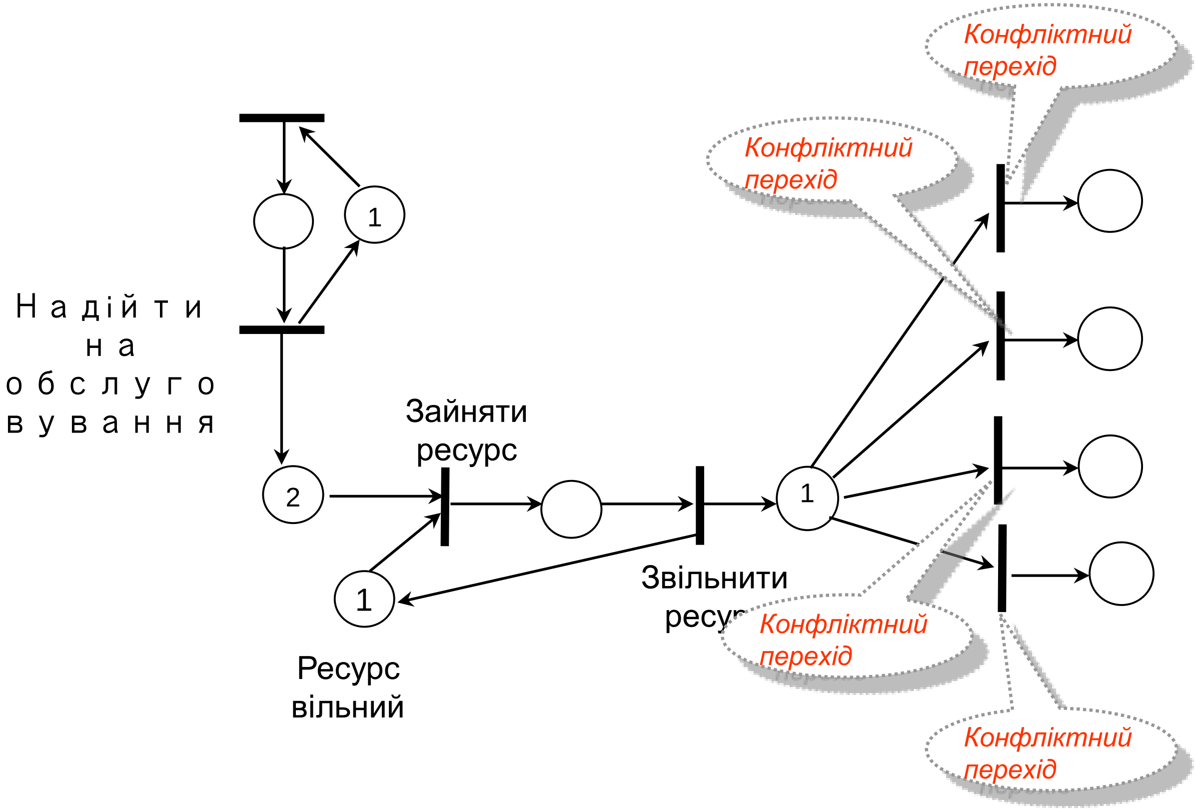
Класичні мережі П е т р і



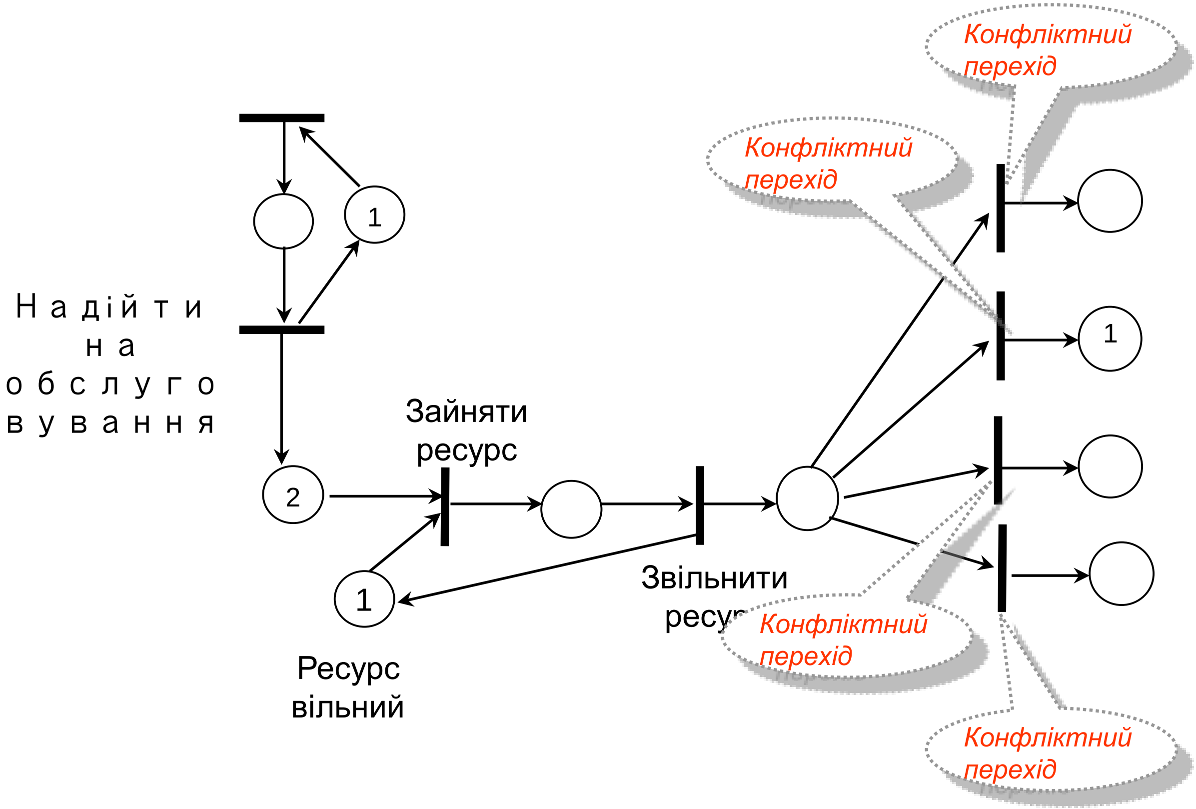
Класичні мережі Петрі



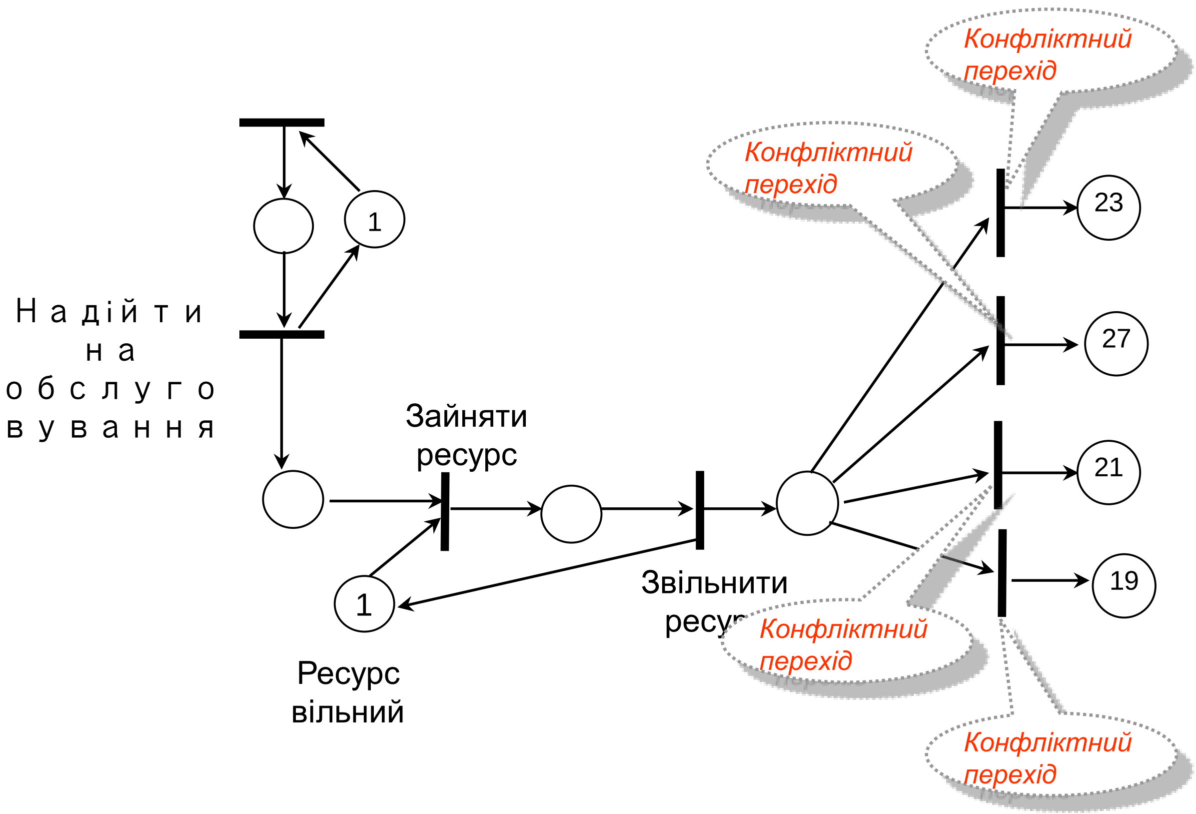
Класичні мережі П е т р і



Класичні мережі П е т р і



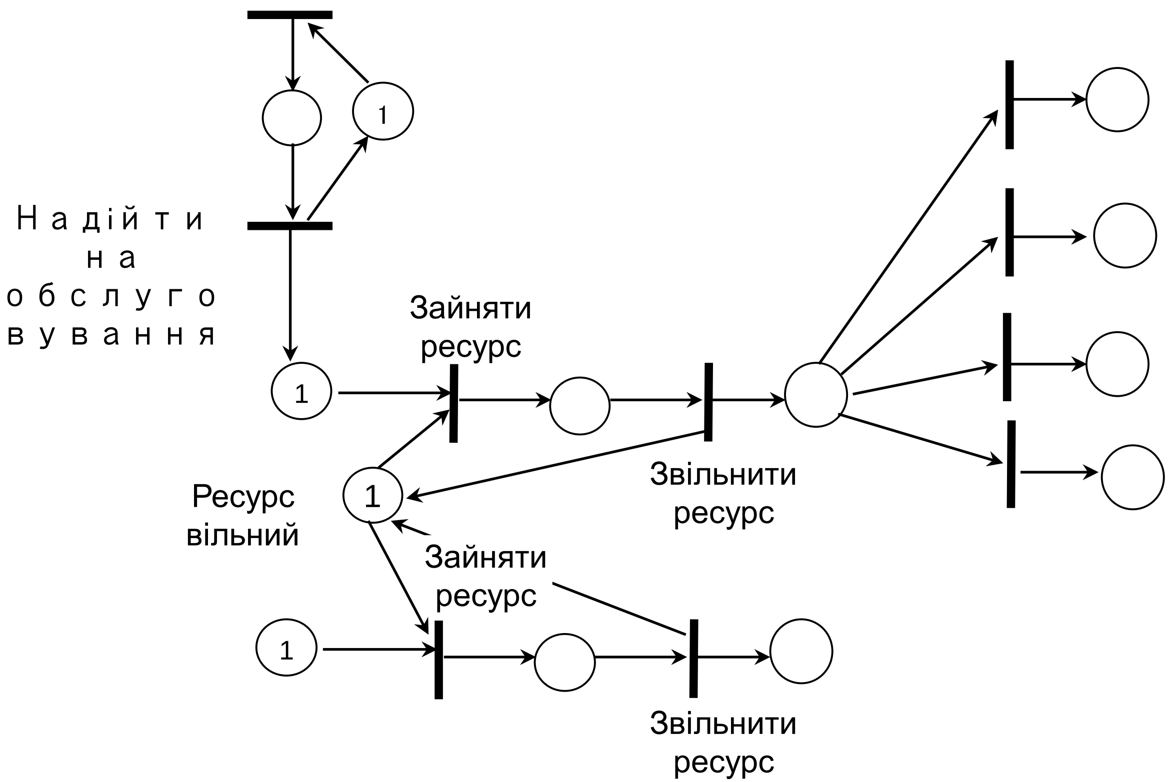
Класичні мережі П е т р і



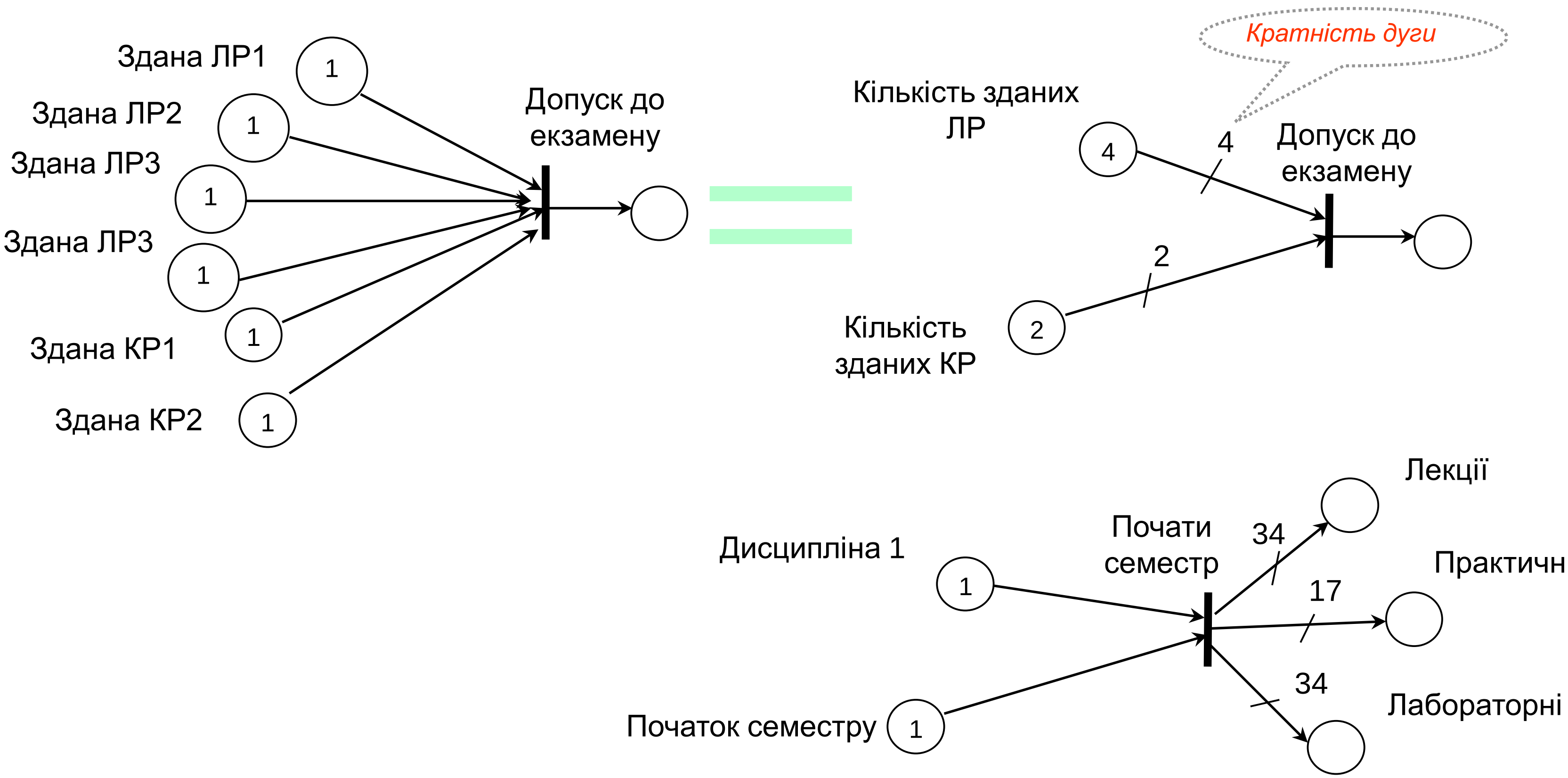
!! Будь-яку мережу масового обслуговування можна представити мережею Петрі

!! Будь-який цифровий автомат можна представити мережею Петрі

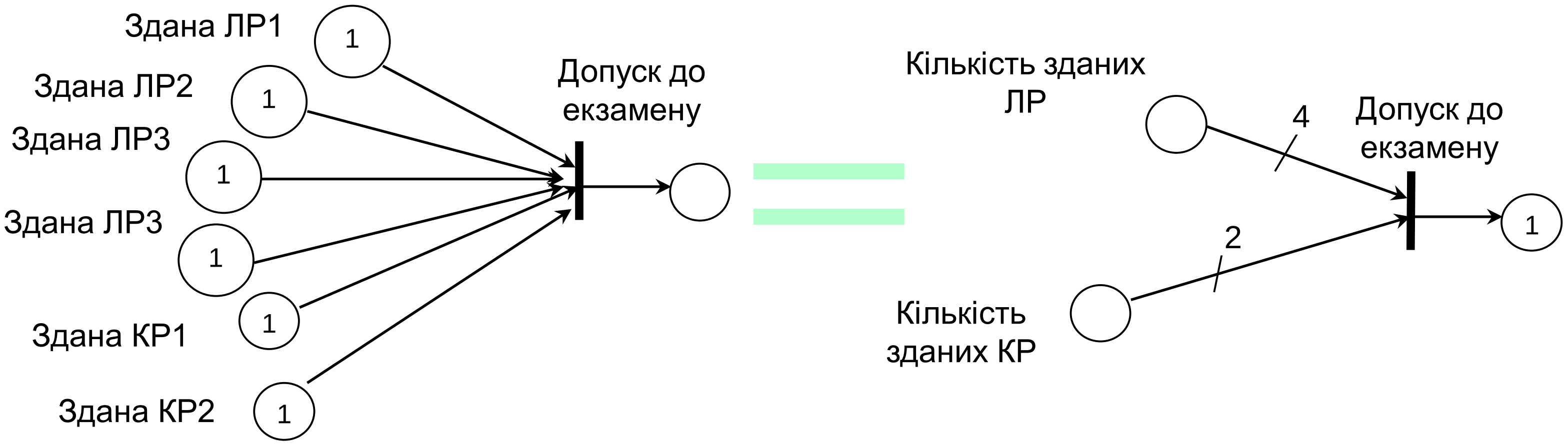
Класичні мережі П е т р і: в и к о р и с т а н н я с п і л ь н о г о р е с у р с у

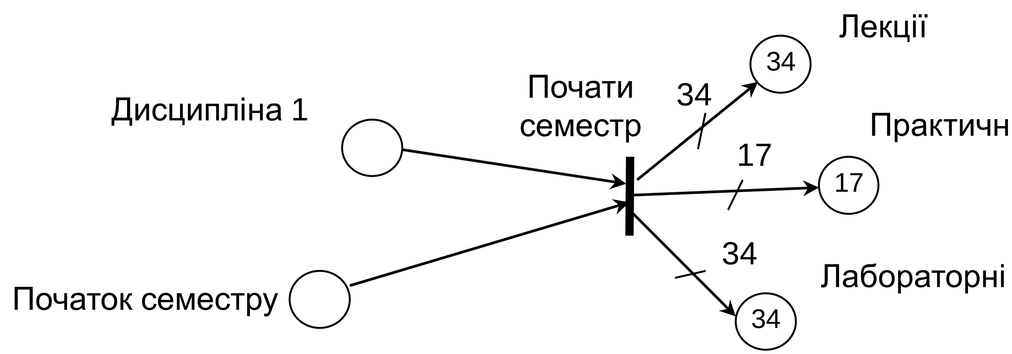


Класичні мережі П е т р і з к р а т н и м и з в ’ я з к а м и

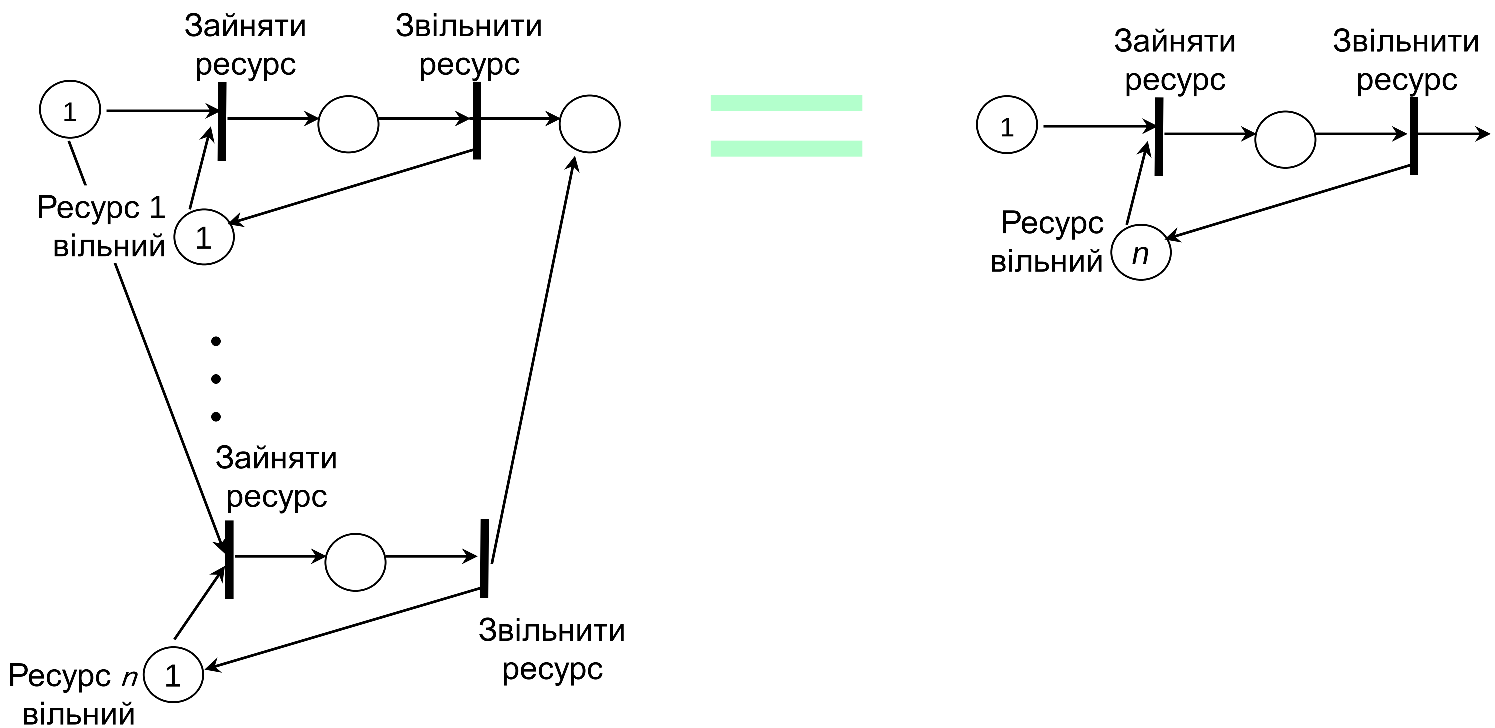


Класичні мережі П е т р і з к р а т н и м и з в ’ я з к а м и

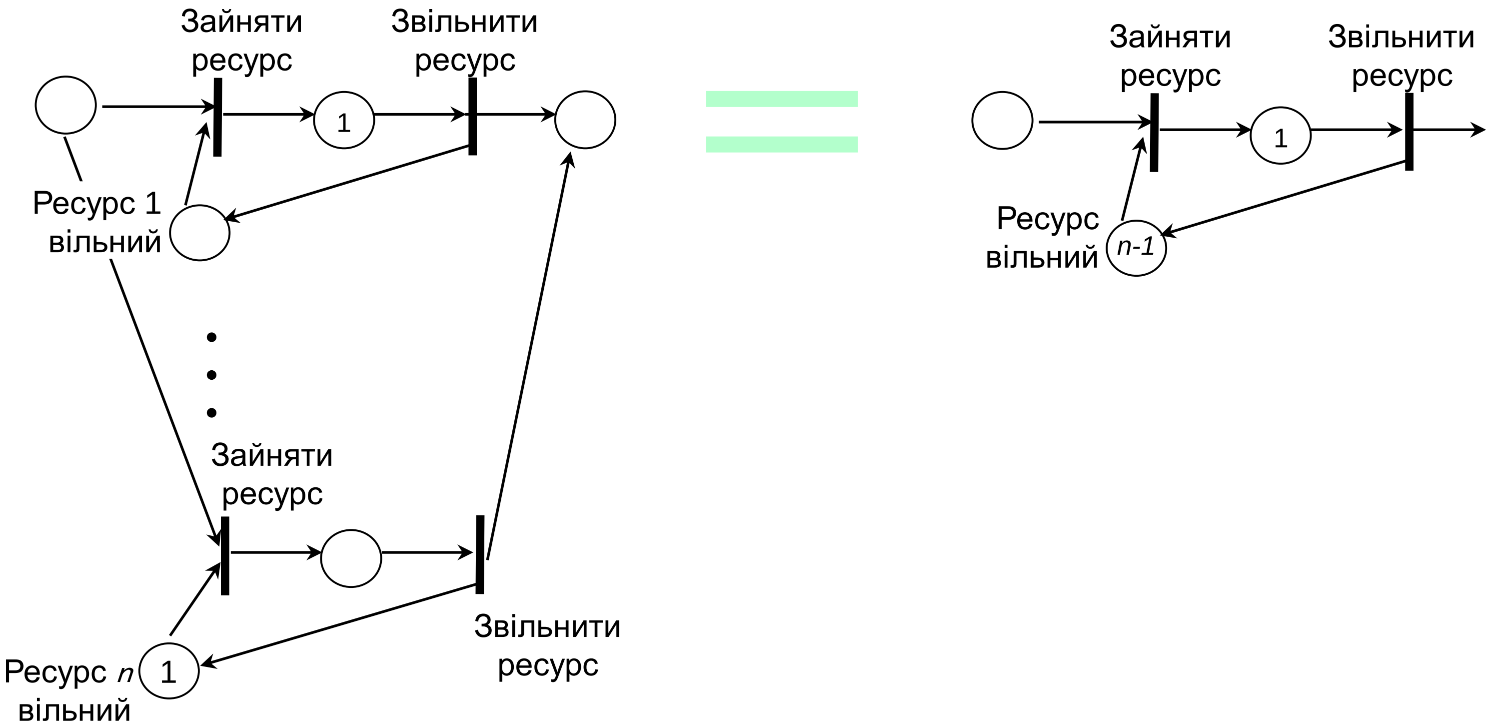




Класичні мережі Петрі з багатоканальними переходами



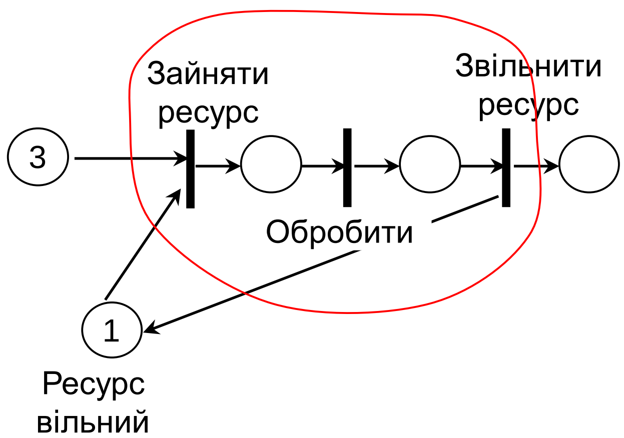
Класичні мережі П е т р і з б а г а т о к а н а л ь н и м и п е р е х о д а м и

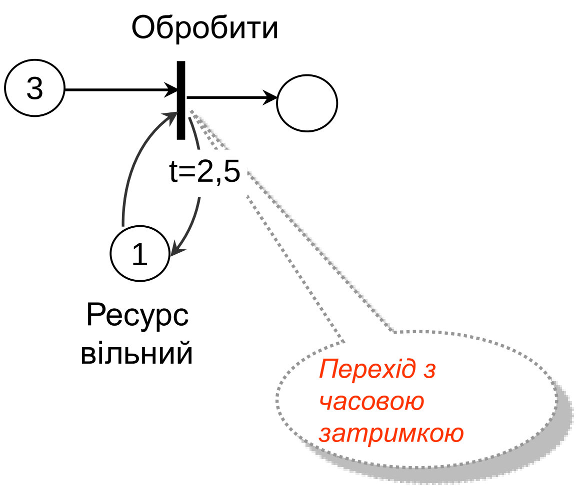


Правило запуску переходу мережі Петрі з багатоканальними переходами

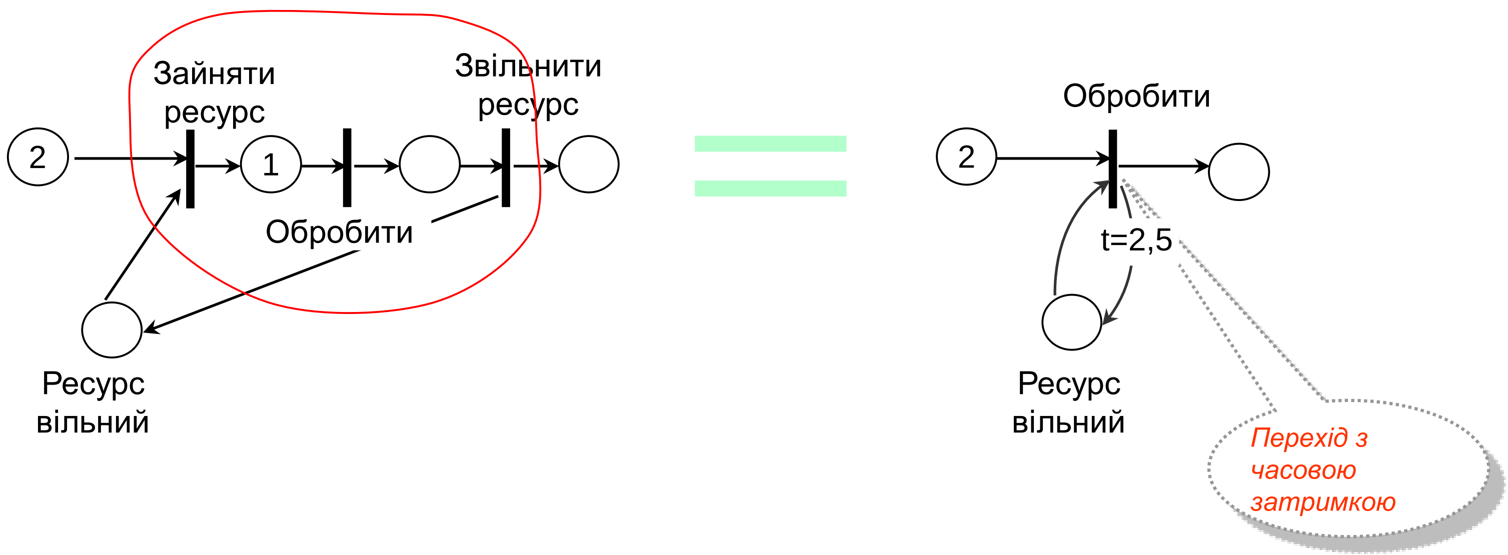
- Якщо в усіх вхідних позиціях переходу є маркери у кількості, рівній кратності дуги, то умова запуску переходу виконана
- Повторювати доки виконана умова запуску переходу: з усіх вхідних позицій переходу маркери видаляються у кількості, рівній кратності дуги, збільшити кількість зайнятих каналів переходу на 1. Отже, багатоканальність переходу означає багатократність входу маркерів в перехід.
- При виході маркерів з переходу доки лічильник зайнятих переходів більше нуля виконувати: в усі вихідні позиції переходу маркери додаються у кількості, рівній кратності дуги, і зменшити лічильник зайнятих каналів на 1.

Мережі Петрі з часовими затримками

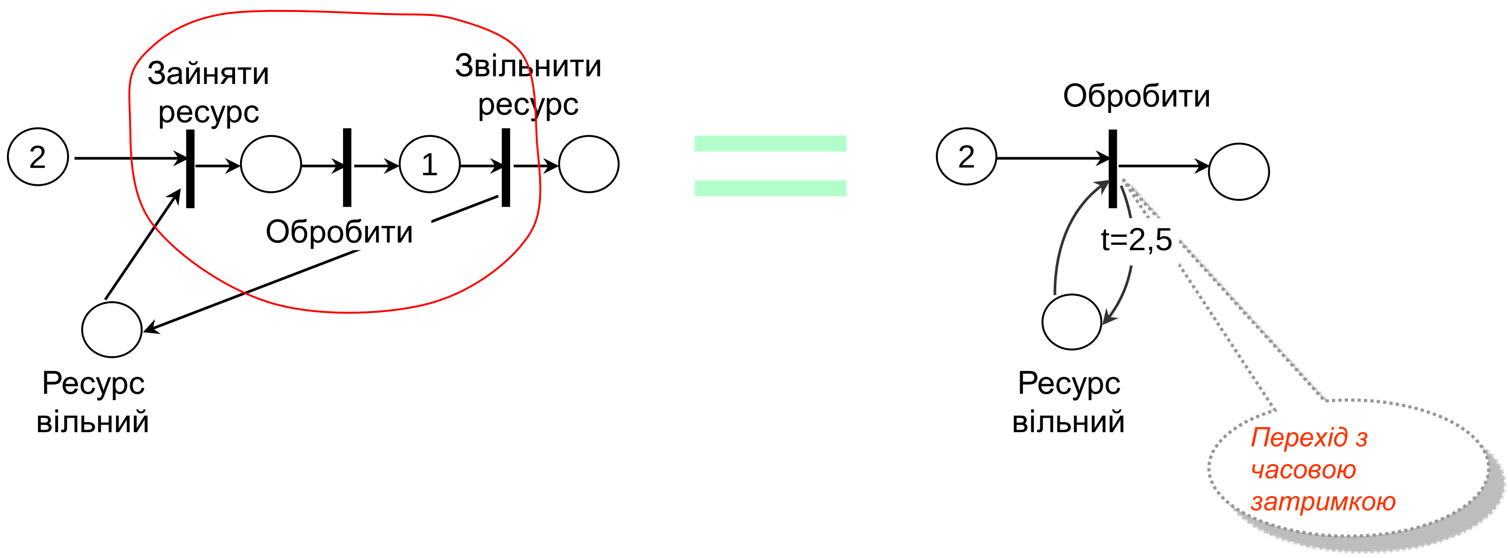




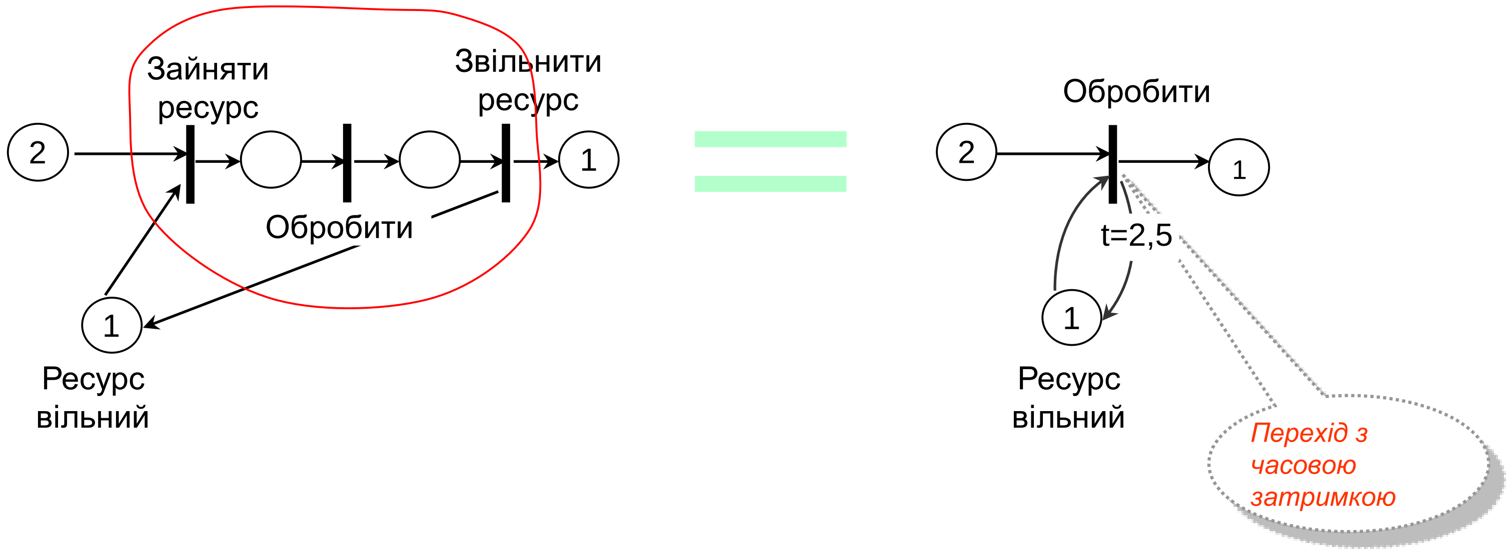
Мережі Петрі з часовими затримками



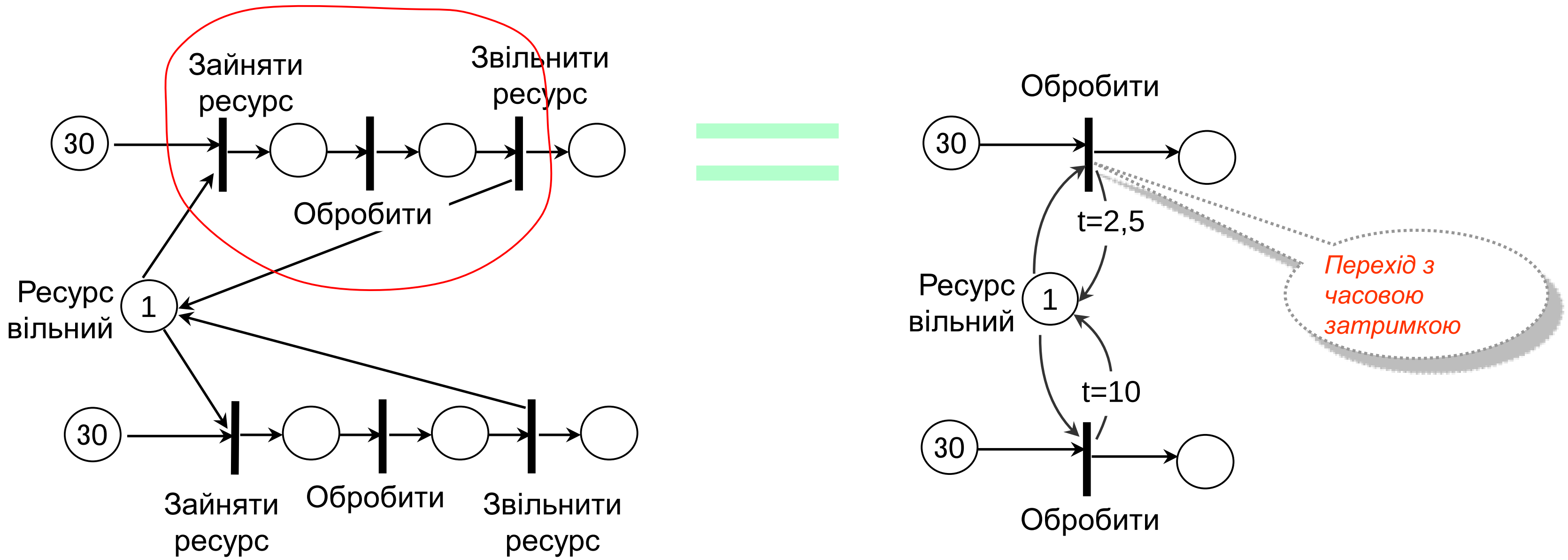
Мережі Петрі з часовими затримками



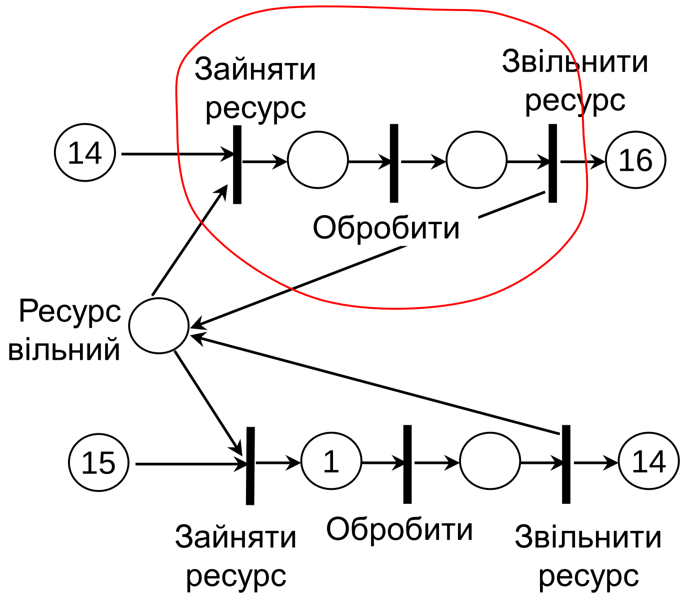
Мережі Петрі з часовими затримками

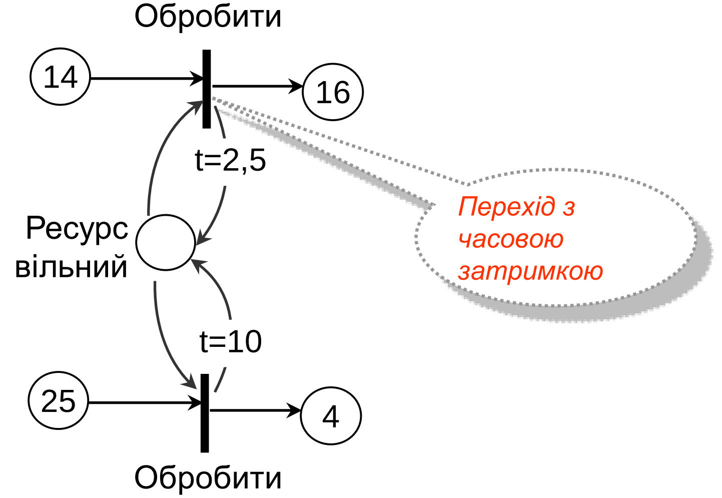


Мережі Петрі з часовими затримками



Мережі Петрі з часовими затримками





Запуск переходу мережі Петрі з часовими затримками

- Якщо момент виходу з переходу співпадає з поточним моментом часу, то виконати вихід маркерів з переходу: в усі вихідні позиції переходу маркери додаються у кількості, рівній кратності дуги, а момент виходу з переходу змінюється на нескінченність.
- Якщо в усіх вхідних позиціях переходу є маркери у кількості, рівній кратності дуги, то умова запуску переходу виконана. Якщо умова запуску переходу виконана, то з усіх вхідних позицій переходу маркери видаляються у кількості, рівній кратності дуги.

Таким чином, в мережі Петрі запуск переходу здійснюється у дві дії – вихід та вхід маркерів, між якими відбувається часова затримка.

Запуск переходу мережі Петрі з часовими затримками та багатоканальними переходами

- Якщо момент виходу з каналу переходу співпадає з поточним моментом часу, то виконати вихід маркерів з переходу: в усі вихідні позиції переходу маркери додаються у кількості, рівній кратності дуги, а момент виходу з каналу переходу змінюється на нескінченність.
- Повторювати доки виконана умова запуску переходу: з усіх вхідних позицій переходу маркери видаляються у кількості, рівній кратності дуги, а до моментів виходу з переходу додати новий, що дорівнює поточному моменту часу плюс часова затримка (або замінити нескінченність на новий момент виходу).

Таким чином, в мережі Петрі запуск переходу здійснюється у дві дії – вихід та багатократний вхід маркерів, між якими відбувається часова затримка.

Формальне означення стохастичної мережі П е т р і

$$N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W}, \mathbf{K}, \mathbf{R})$$

$\mathbf{P} = \{P\}$ - множина позицій;

$\mathbf{T} = \{T\}$ - множина переходів;

$\mathbf{P} \cap \mathbf{T} = \emptyset$

$\mathbf{A} \subseteq (\mathbf{P} \times \mathbf{T} \cup \mathbf{T} \times \mathbf{P})$- множина дуг;

$\mathbf{W}: \mathbf{A} \to \mathbb{N}$ - множина натуральних чисел, що задають кратності дуг (кількість зв'язків);

$\mathbf{K} = \{(c_T, b_T) | T \in \mathbf{T}, c_T \in \mathbb{N}, b_T \in [0; 1]\}$ - множина пар значень, що задають пріоритет та ймовірність запуску переходів;

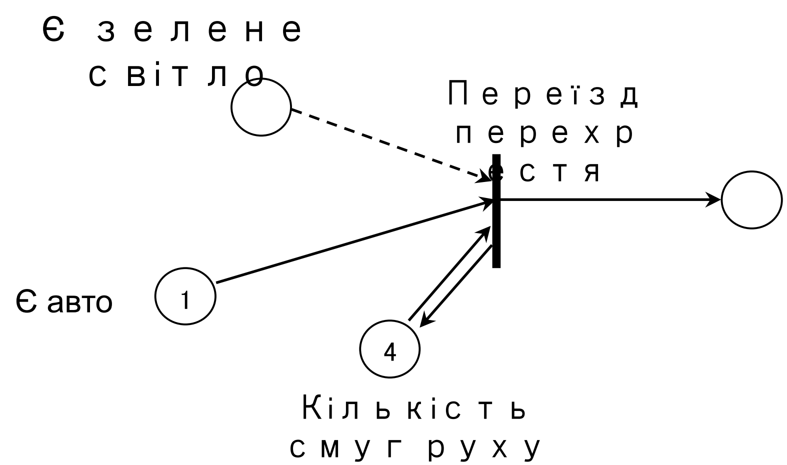
$\mathbf{R}: \mathbf{T} \to \mathcal{R}_+$ - множина невід'ємних чисел, що характеризують часові затримки

Стохастична мережа Петрі 1) містить часові затримки переходів, що можуть бути визначені випадковою величиною (з заданим законом розподілом), 2) містить розв'язання конфлікту переходів з зазадною ймовірністю

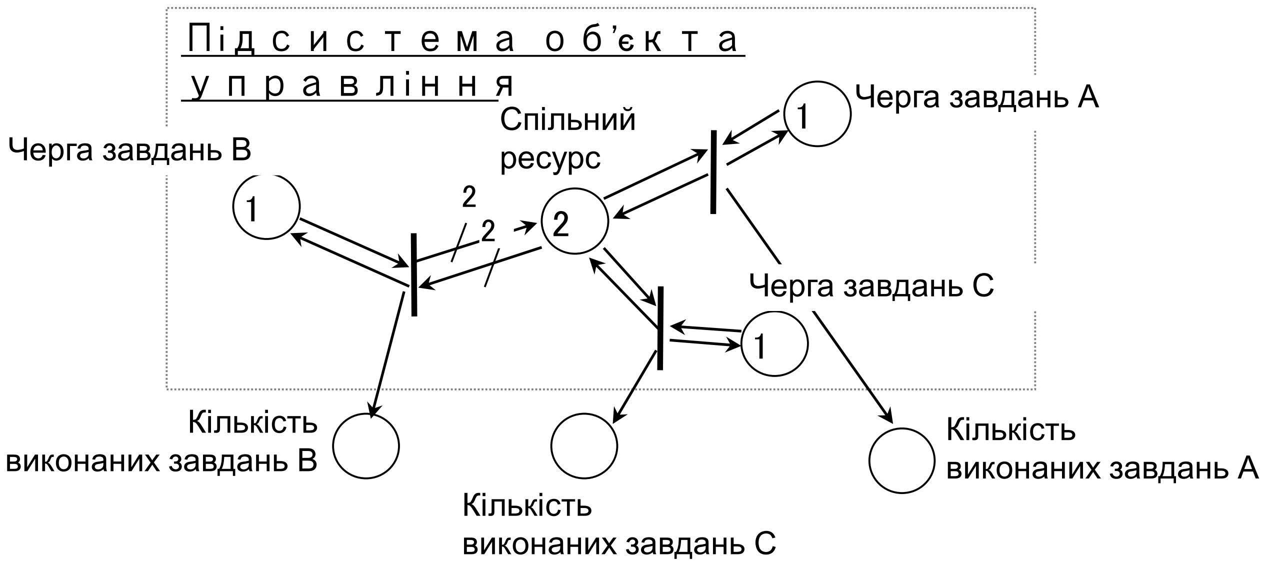
Стохастична мережа Петрі є узагальненням мереж Петрі:

- При нульових часових затримках та рівноймовірнісному способі розв'язання конфліктів вона еквівалентна класичній мережі Петрі,
- При детермінованих затримках та рівноймовірнісному способі розв'язання конфліктів вона еквівалентна детермінованій мережі Петрі з часовими затримками

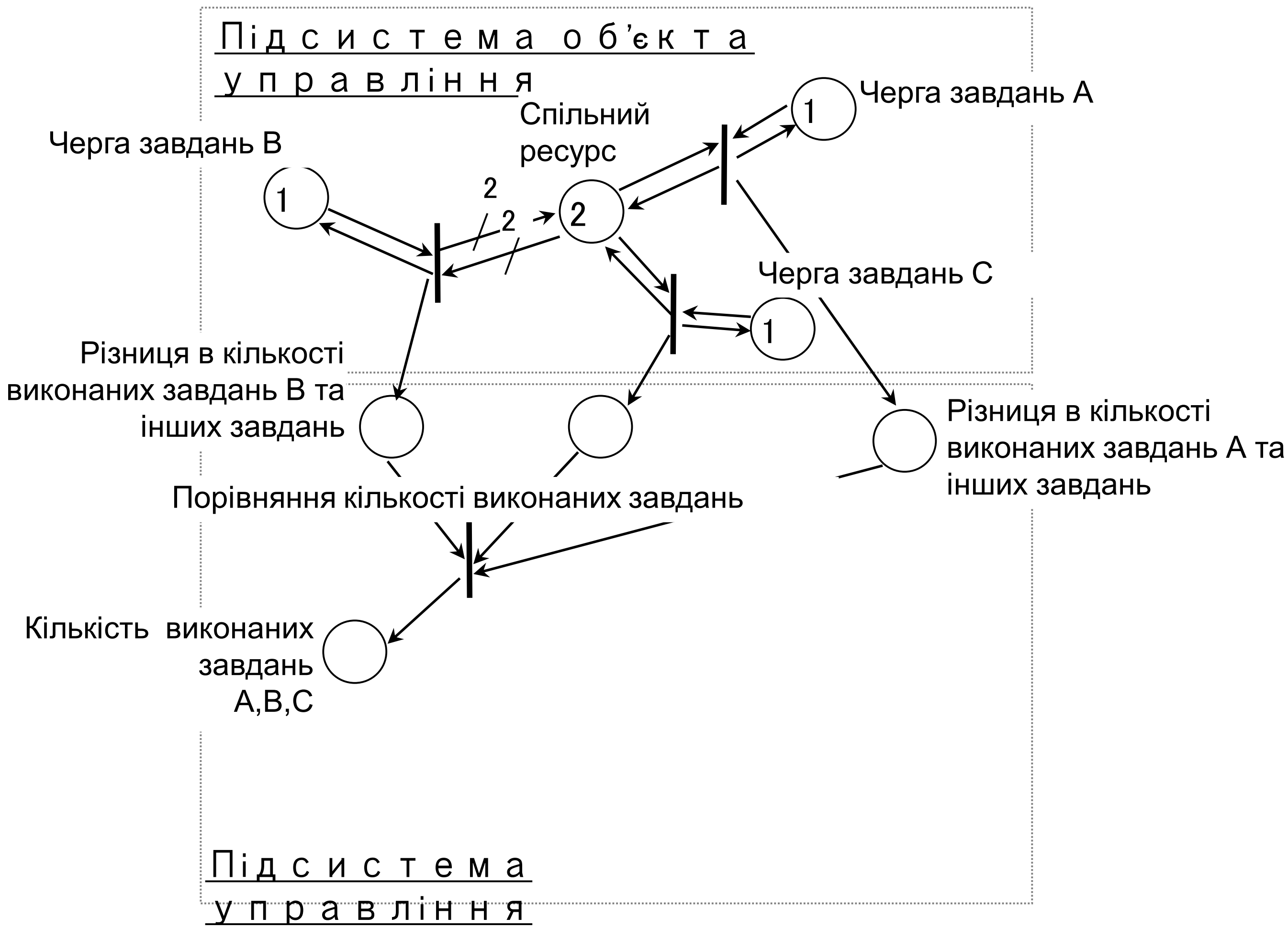
Мережі Петрі з інформаційними зв'язками



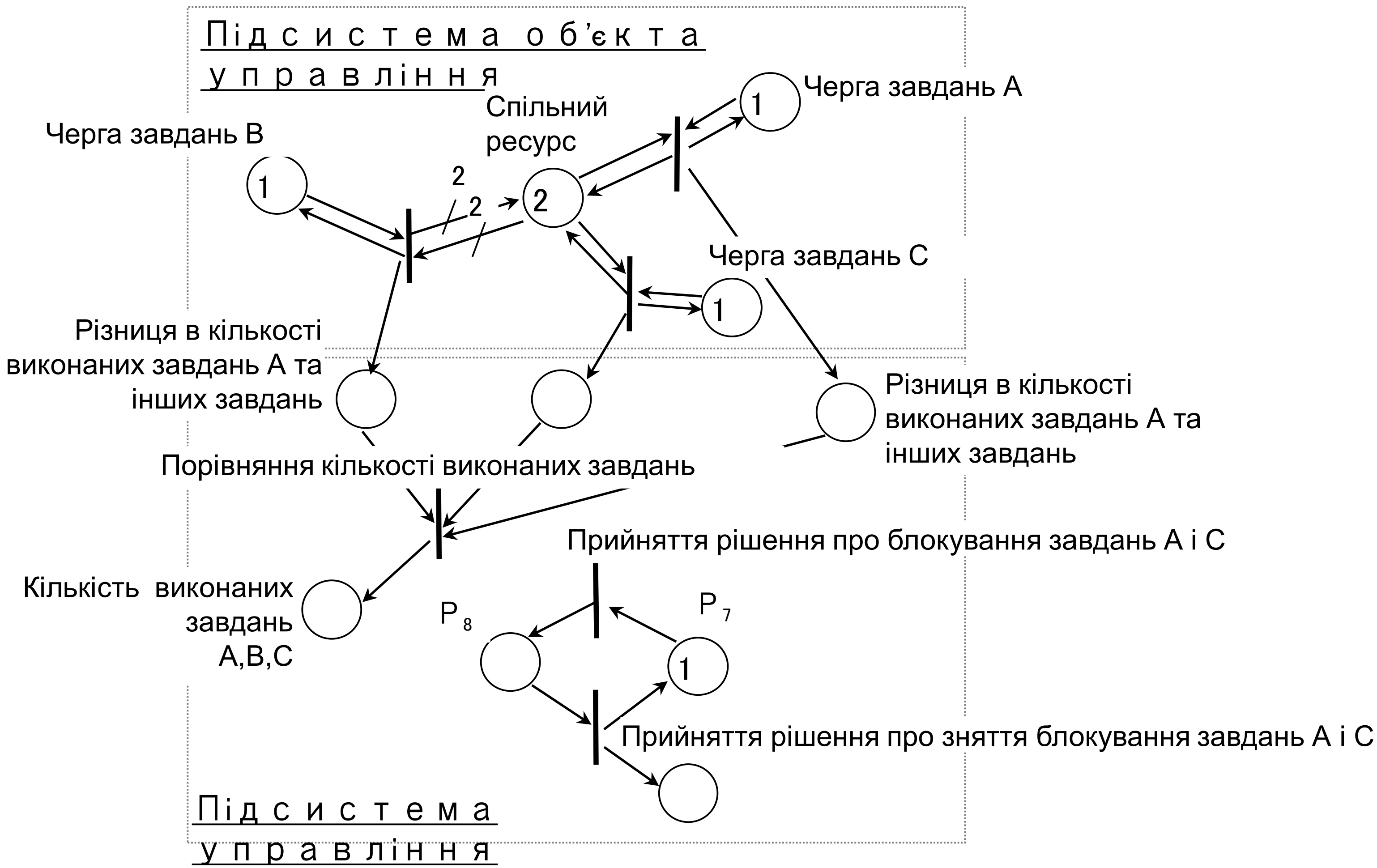
Приклад моделювання стохастичною мережею Петрі динамічного управління розподілом ресурсів



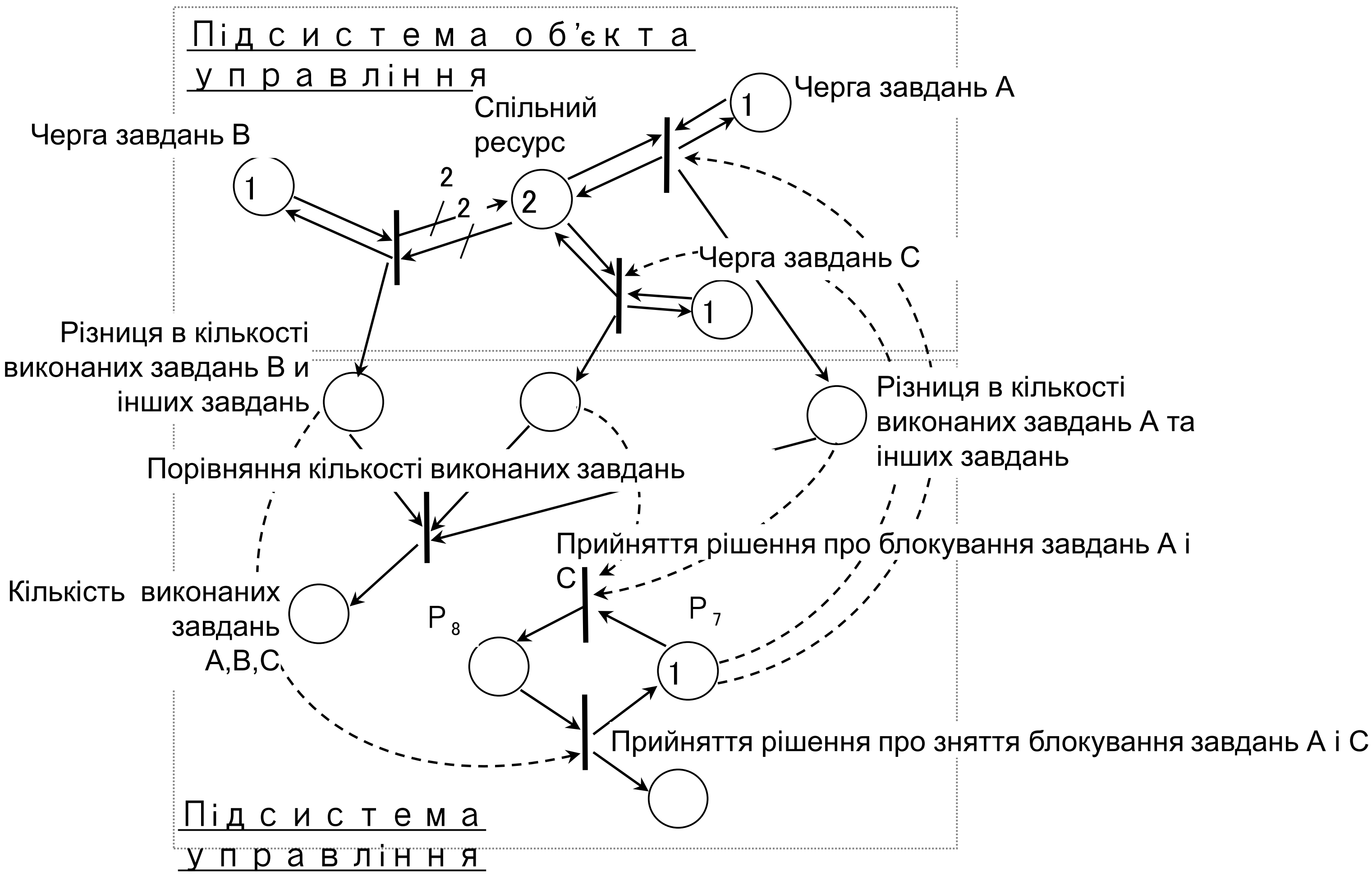
Приклад моделювання стохастичною мережею Петрі динамічного управління розподілом ресурсів



Приклад моделювання стохастичною мережею Петрі динамічного управління розподілом ресурсів



Приклад моделювання стохастичною мережею Петрі динамічного управління розподілом ресурсів



Формальне означення мережі Петрі з інформаційними зв'язками

$$N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W}, \mathbf{I})$$

$\mathbf{P} = \{P\}$ - множина позицій;

$\mathbf{T} = \{T\}$ - множина переходів;

$\mathbf{P} \cap \mathbf{T} = \emptyset$

$\mathbf{A} \subseteq (\mathbf{P} \times \mathbf{T} \cup \mathbf{T} \times \mathbf{P})$- множина дуг;

$\mathbf{I} \subseteq (\mathbf{P} \times \mathbf{T})$- множина інформаційних дуг;

$\mathbf{W}: \mathbf{A} \cup \mathbf{I} \to \mathbb{N}$ - множина натуральних чисел, що задають кратності дуг (кількість зв'язків);

Формальне означення стохастичної мережі Петрі з інформаційними зв’язками

$$N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W}, \mathbf{I}, \mathbf{K}, \mathbf{R})$$

$\mathbf{P} = \{P\}$ - множина позицій;

$\mathbf{T} = \{T\}$ - множина переходів;

$\mathbf{P} \cap \mathbf{T} = \emptyset$

$\mathbf{A} \subseteq (\mathbf{P} \times \mathbf{T} \cup \mathbf{T} \times \mathbf{P})$- множина дуг;

$\mathbf{I} \subseteq (\mathbf{P} \times \mathbf{T})$ - множина інформаційних дуг;

$\mathbf{W}: \mathbf{A} \cup \mathbf{I} \to \mathbb{N}$ - множина натуральних чисел, що задають кратності дуг (кількість зв’язків);

$\mathbf{K} = \{(c_T, b_T) | T \in \mathbf{T}, c_T \in \mathbb{N}, b_T \in [0; 1]\}$ - множина пар значень, що задають пріоритет та ймовірність запуску переходів;

$\mathbf{R}: \mathbf{T} \to \mathcal{R}_+$ - множина невід’ємних чисел, що характеризують часові затримки