Metody Probabilistyczne i Statystyka – zadanie domowe nr 3

Szymon Hładyszewski

Kody źródłowe zostały napisane w języku Java w oparciu o Maven, aby można było zastosować generator Mersenne Twister. Wszelkie otrzymane wyniki są zapisywane w pliku .csv, a wykresy zostały wygenerowane w Excelu.

Opis i rezultaty poszczególnych wykresów, koncentracja uzyskanych wyników i wnioski:

Na wykresach Ln(d), d = 1; Ln(d), d = 2; cmp(n); s(n); t(n), p = 0,1; t(n), p = 0,5 małe niebieskie kropki oznaczają pojedyncze wyniki dla danej ilości urn. Większe czerwone kropki symbolizują średni wynik z pięćdziesięciu powtórzeń eksperymentu. Na pozostałych wykresach kropki dotyczą jedynie średnich wartości dla każdej iteracji ilości tychże eksperymentów.

1. Wykres Ln(n), d = 1

Uzyskane rezultaty:

- Maksymalne zapełnienie urny nieznacznie wzrasta wraz z liczbą kul n.
- Średnie wartości stabilizują się w zakresie od około 6 do 10 przy rosnącym n.

Koncentracja wyników:

- Wyniki pojedynczych prób (niebieskie punkty) są rozproszone, szczególnie dla małych n. Wraz ze wzrostem n, rozproszenie nieznacznie maleje.
- Średnia zachowuje stabilność, co potwierdza przewidywaną koncentrację wyników.

Hipoteza asymptotyki:

- Wartość średnia dla Ln(d), d = 1 rośnie w tempie (Ln(1)*ln(ln(n)))/ln(n) (wykres nr 2), gdzie wyniki można przybliżyć do stałej różnej od zera.

2. Wykres Ln(2), d = 2

Uzyskane rezultaty:

- Maksymalne zapełnienie urny na początku wzrasta szybciej niż dla d = 1 i „szybko" dąży do stałej równej 4, natomiast zmiana wartości średniej w porównaniu do wykresu nr 1 jest mniejsza i wynosi od około 3 do 4.

Koncentracja wyników:

- Rozproszenie pojedynczych wyników maleje wraz ze wzrostem n, a średnia linia się stabilizuje.

Hipoteza asymptotyki:

- Wartość średnia dla Ln(d), d = 2 rośnie w tempie (Ln(2)* ln(2))/ln(ln(n)) (wykres nr 4), gdzie rezultaty można przybliżyć do stałej różnej od zera, gdzie dostrzec można dążenie do stałej zwłaszcza dla większych n (wyniki dążą wówczas do wartości 1,06).

3. Wykres cmp(n) i s(n)

Uzyskane rezultaty:

- Liczba porównań cmp(n) oraz zamian s(n) rośnie kwadratowo względem n oraz liniowo dla cmp(n)/n oraz s(n)/n.

Koncentracja wyników:

- Wyniki dla porównań i zamian są bardzo blisko średniej, co wskazuje na małe rozproszenie wyników nawet dla dużych permutacji.

Hipoteza asymptotyki:

- cmp(n) i s(n) asymptotycznie rosną w tempie O(n^2), co jest zgodne z analizą złożoności Insertion Sort (na wykresach nr 8 i 10 widać, że wykresy cmp(n)/(n^2) oraz s(n)/(n^2) można aproksymować do stałej różnej od zera).

4. Wykres t(n), p=0,1 oraz t(n), p=0,5

Uzyskane rezultaty:

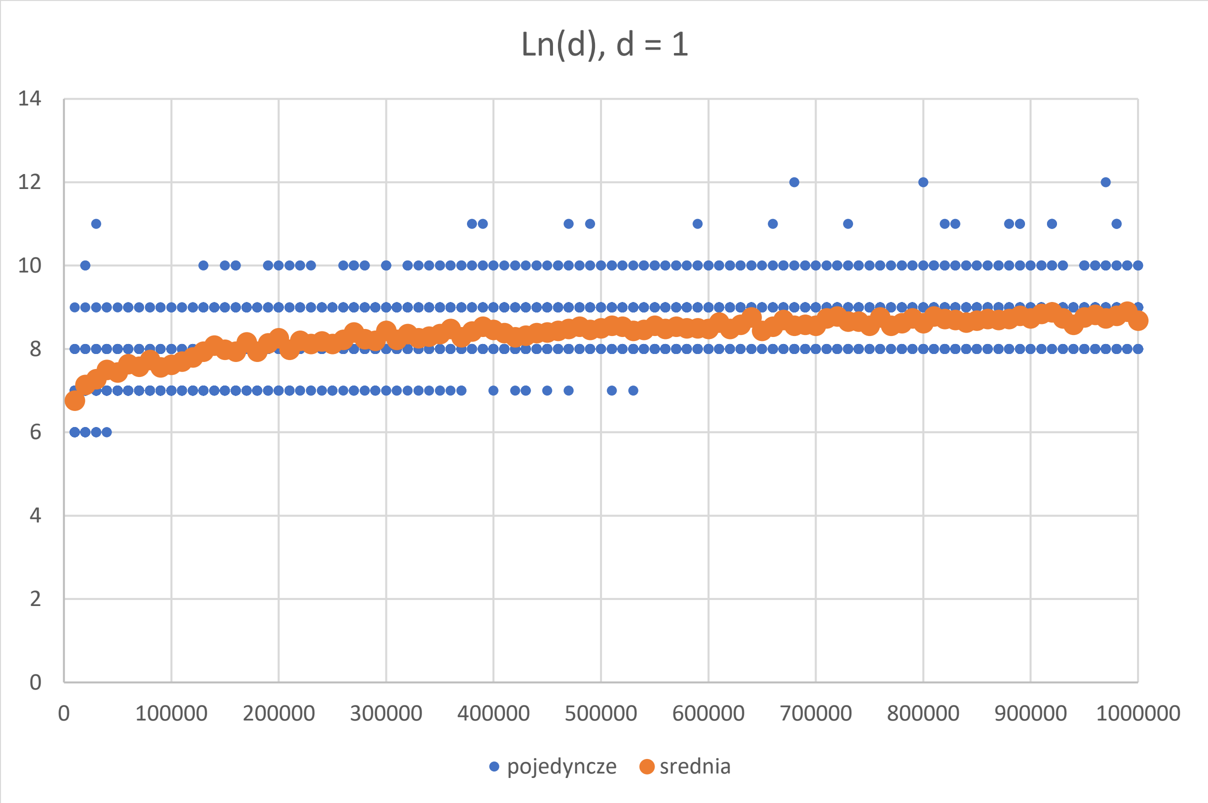
- Liczba rund t(n) rośnie wraz z liczbą przeprowadzonych rund. Dla p = 0,1 liczba rund jest większa niż dla p = 0,5.

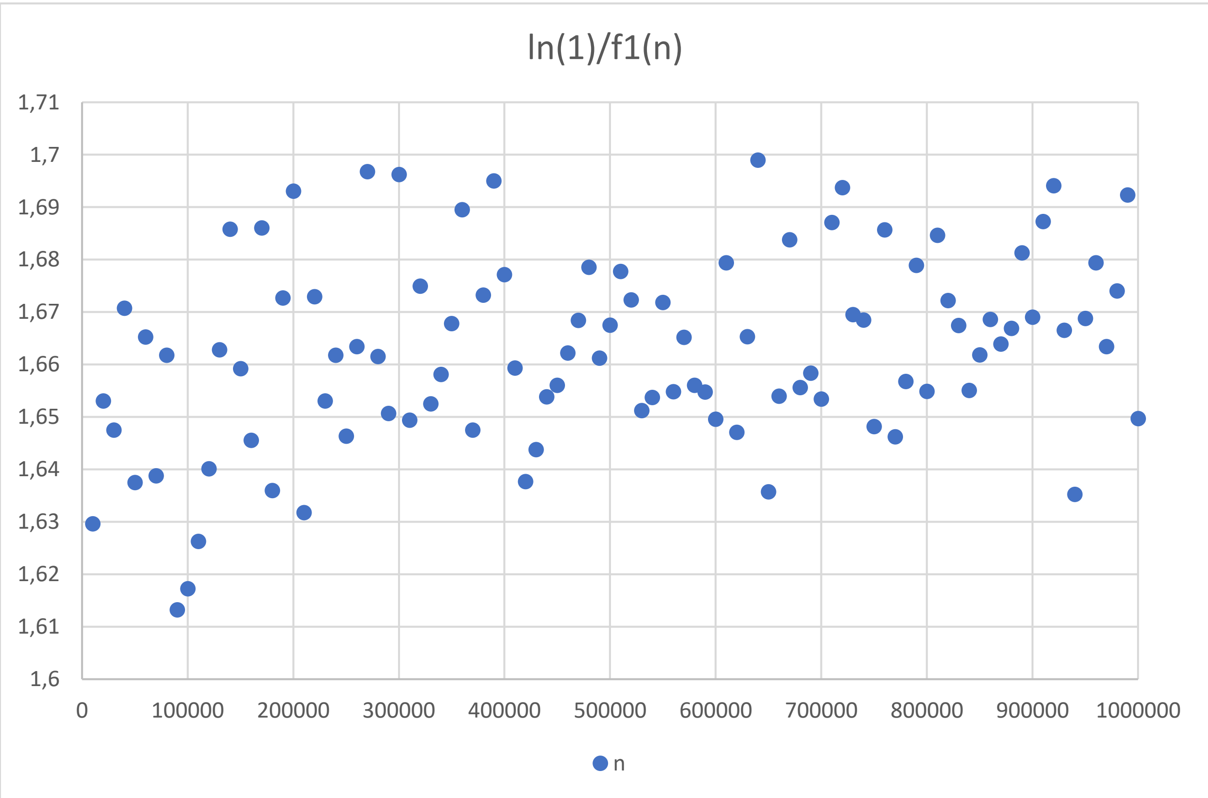
Koncentracja wyników:

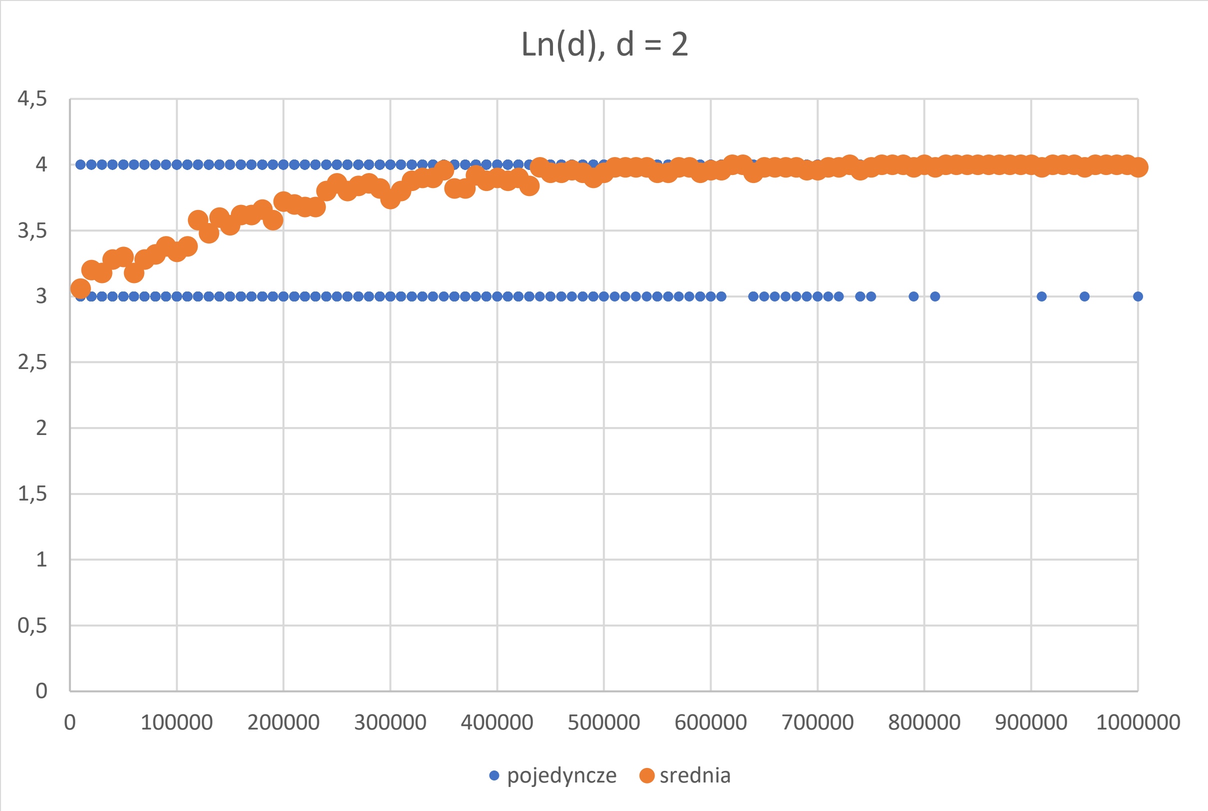
- Rozproszenie wyników jest niemałe; większe dla p = 0.,1 niż dla p = 0,5, co wynika z większej losowości przy niższym prawdopodobieństwie przesyłu.

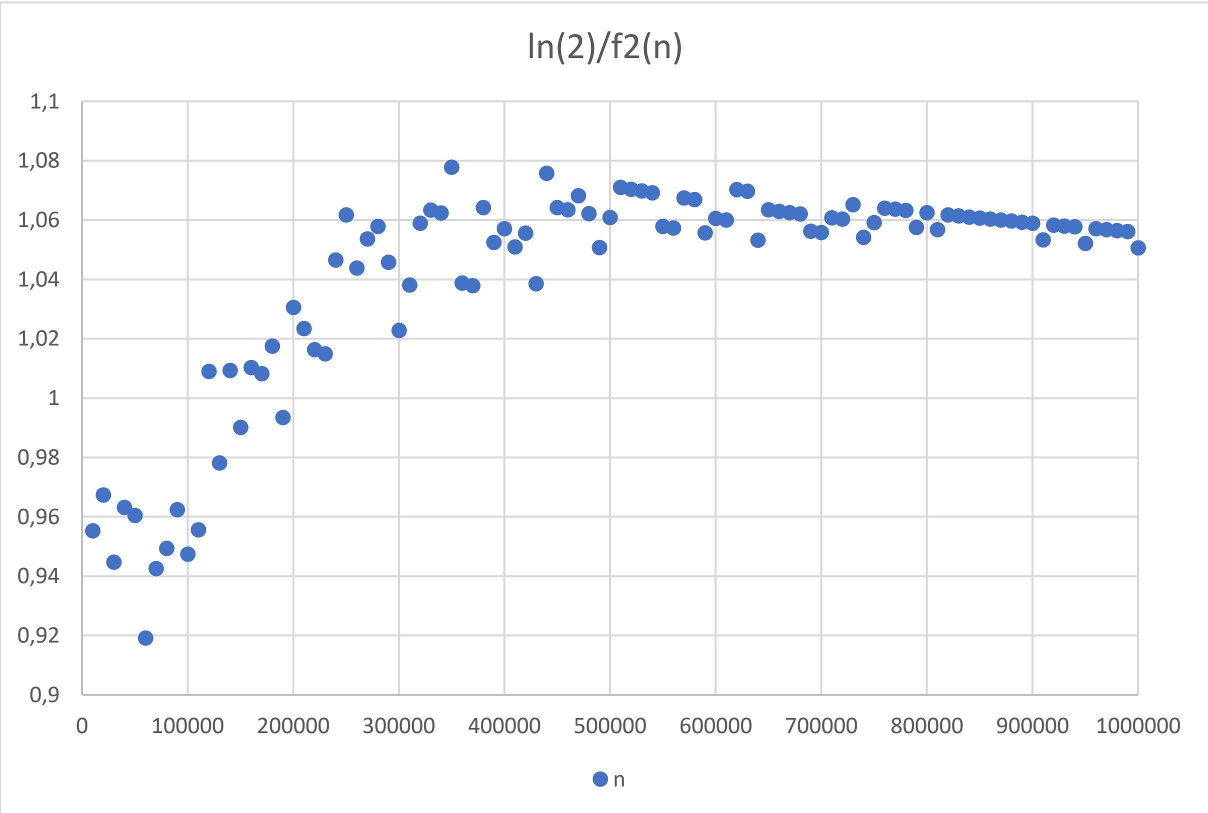
Hipoteza asymptotyki:

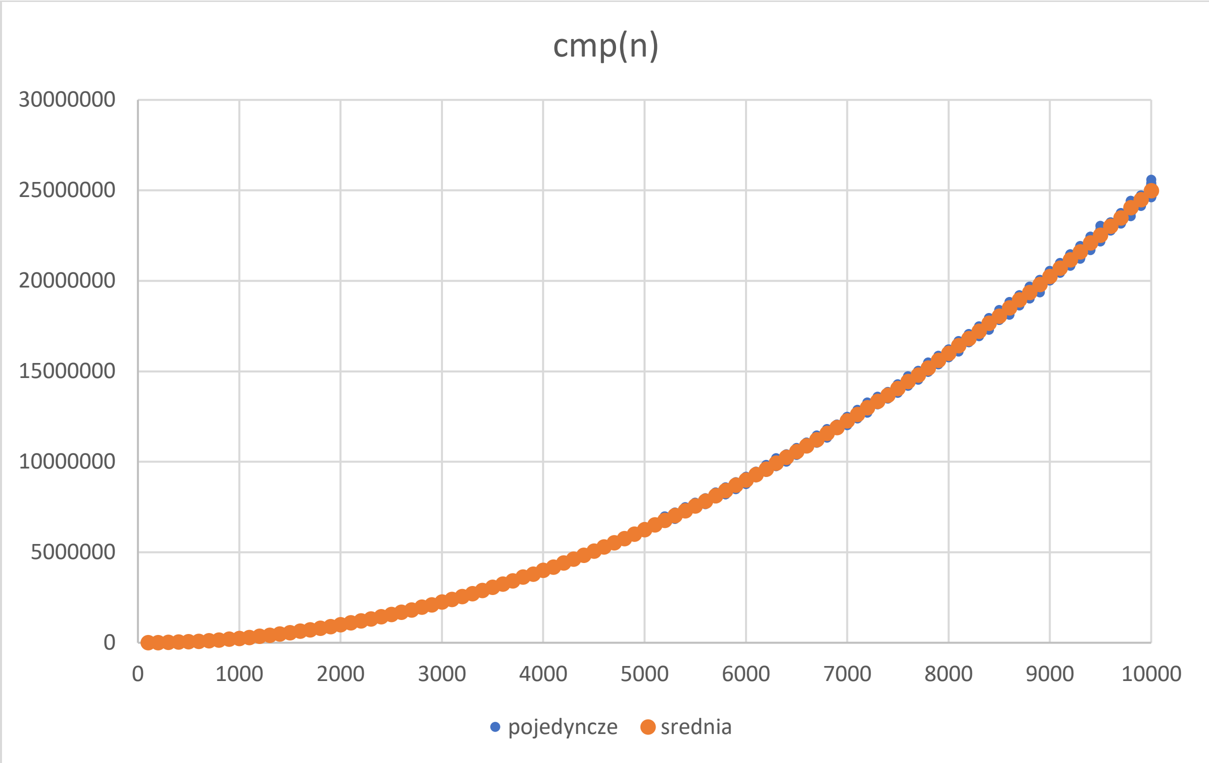
- t(n) asymptotycznie dąży do funkcji logarytmicznej zależnej od p, gdzie wyższe prawdopodobieństwo prowadzi do mniejszej liczby rund.


Ln(d), d = 1
14
12
10
8
6
4
2
0
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
700000
800000
900000
1000000
pojedyncze
srednia

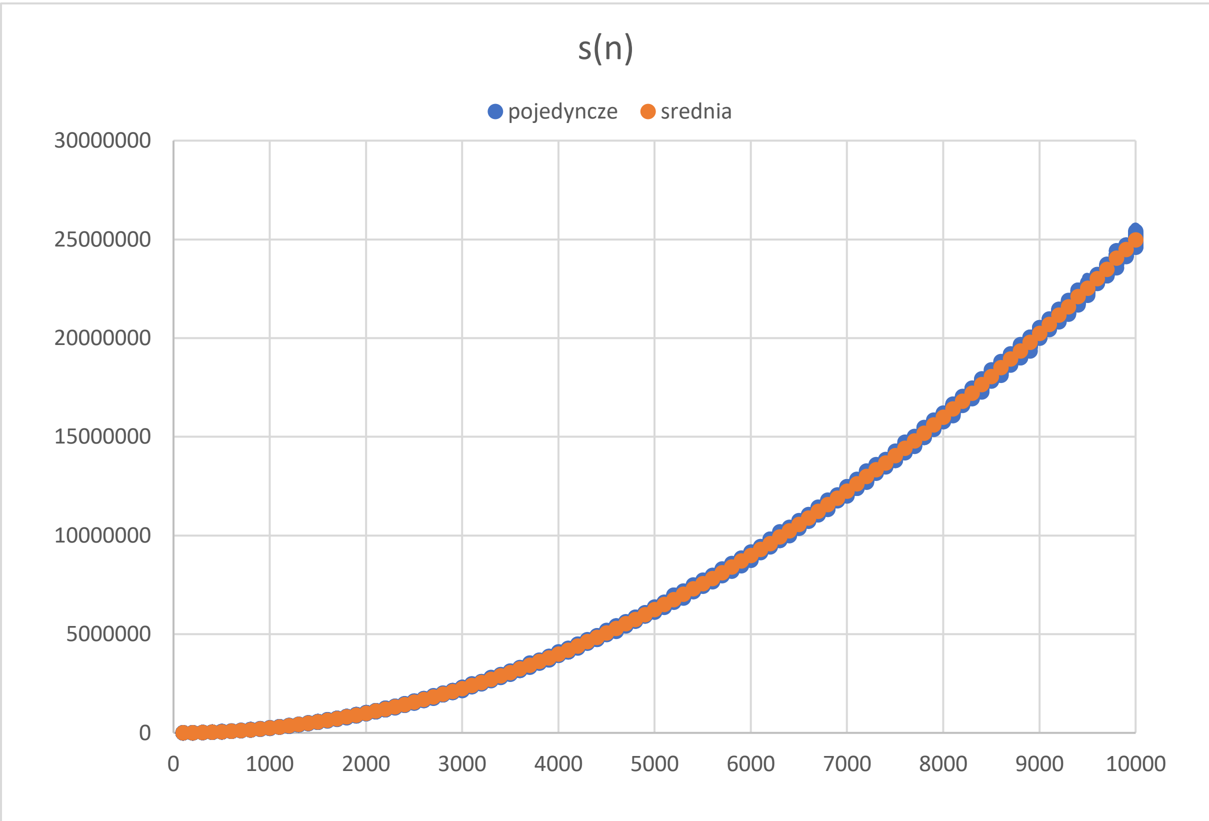

ln(1)/f1(n)
1,71
1,7
1,69
1,68
1,67
1,66
1,65
1,64
1,63
1,62
1,61
1,6
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
700000
800000
900000
1000000
n


Ln(d), d = 2
4,5
4
3,5
3
2,5
2
1,5
1
0,5
0
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
700000
800000
900000
1000000
pojedyncze
srednia

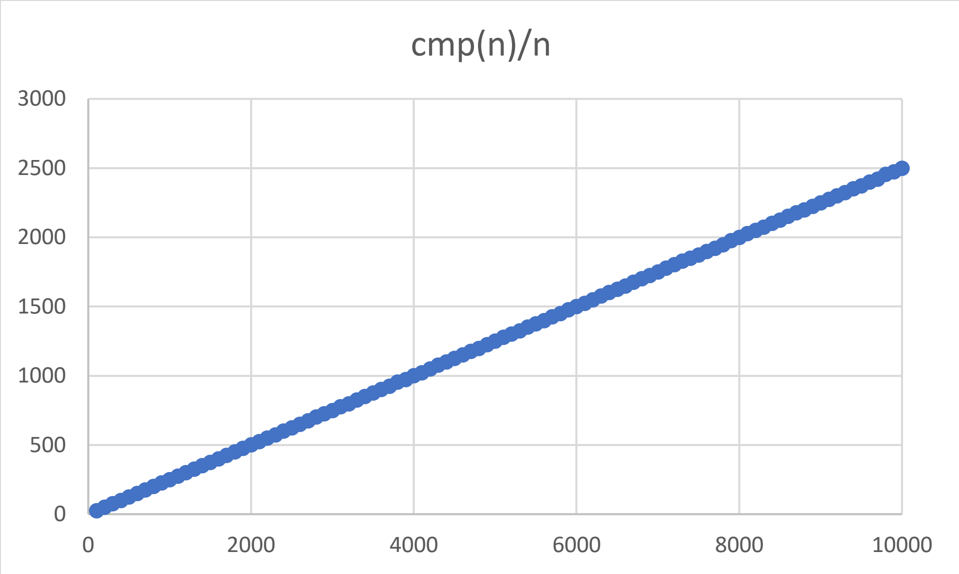

ln(2)/f2(n)
1,1
1,08
1,06
1,04
1,02
1
0,98
0,96
0,94
0,92
0,9
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
700000
800000
900000
1000000
n

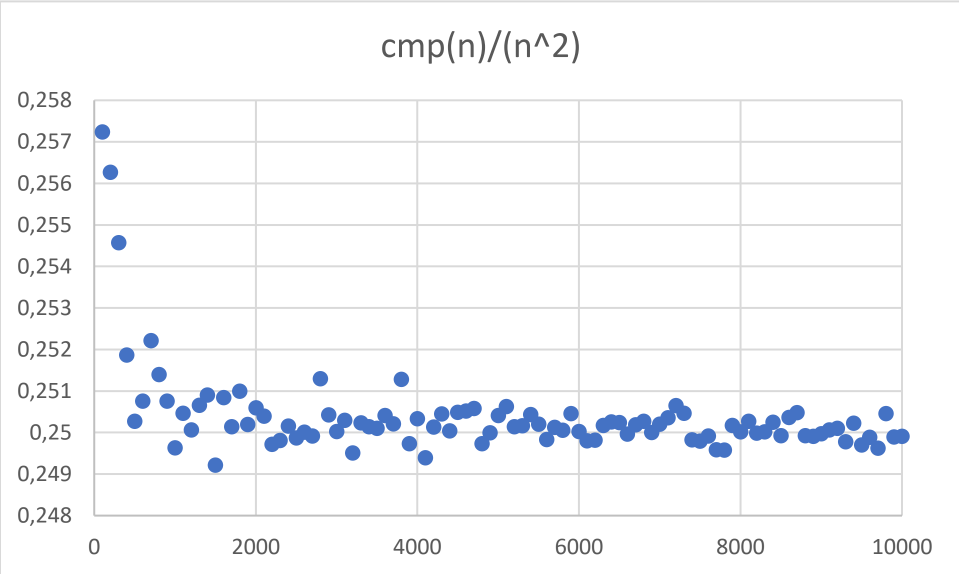


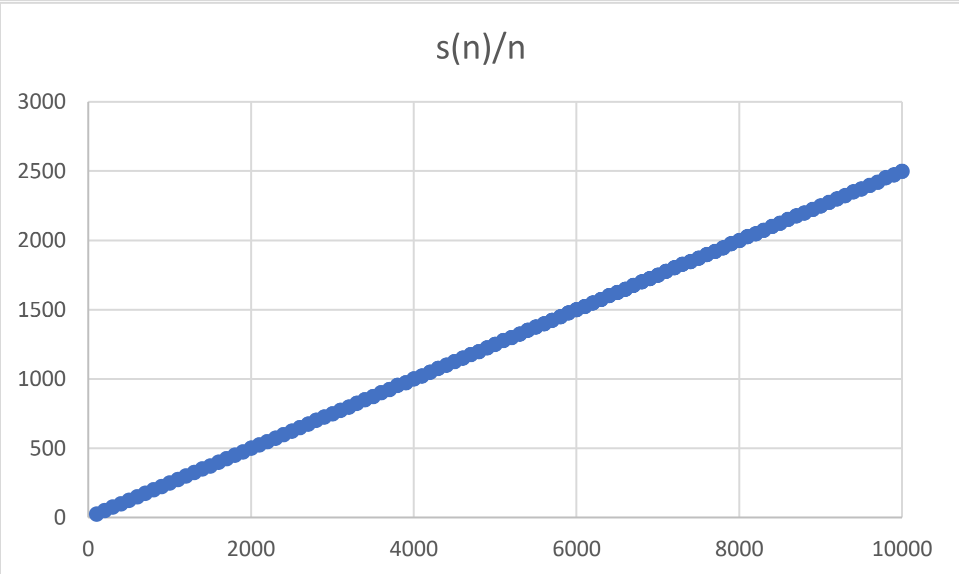
cmp(n)
30000000
25000000
20000000
15000000
10000000
5000000
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000
10000
pojedyncze
srednia

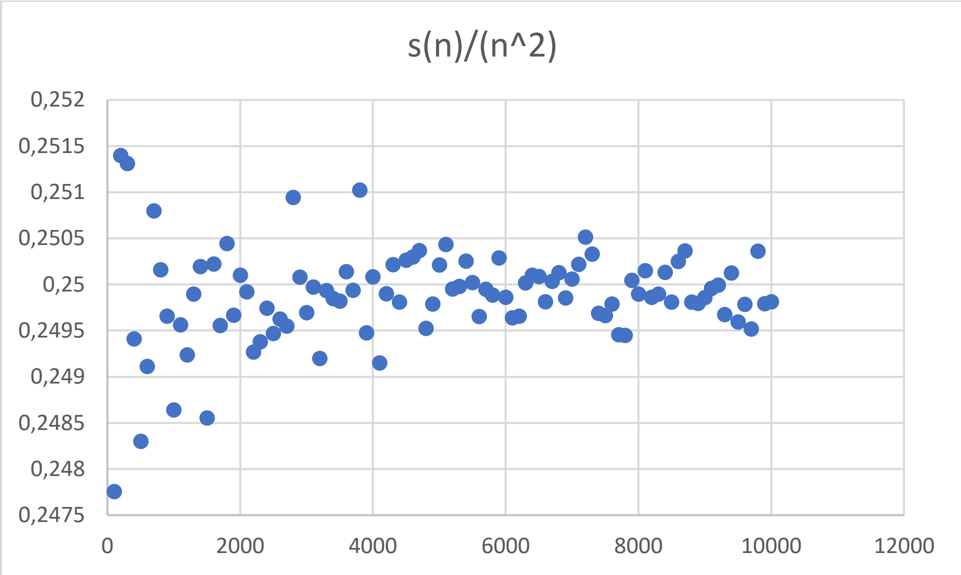


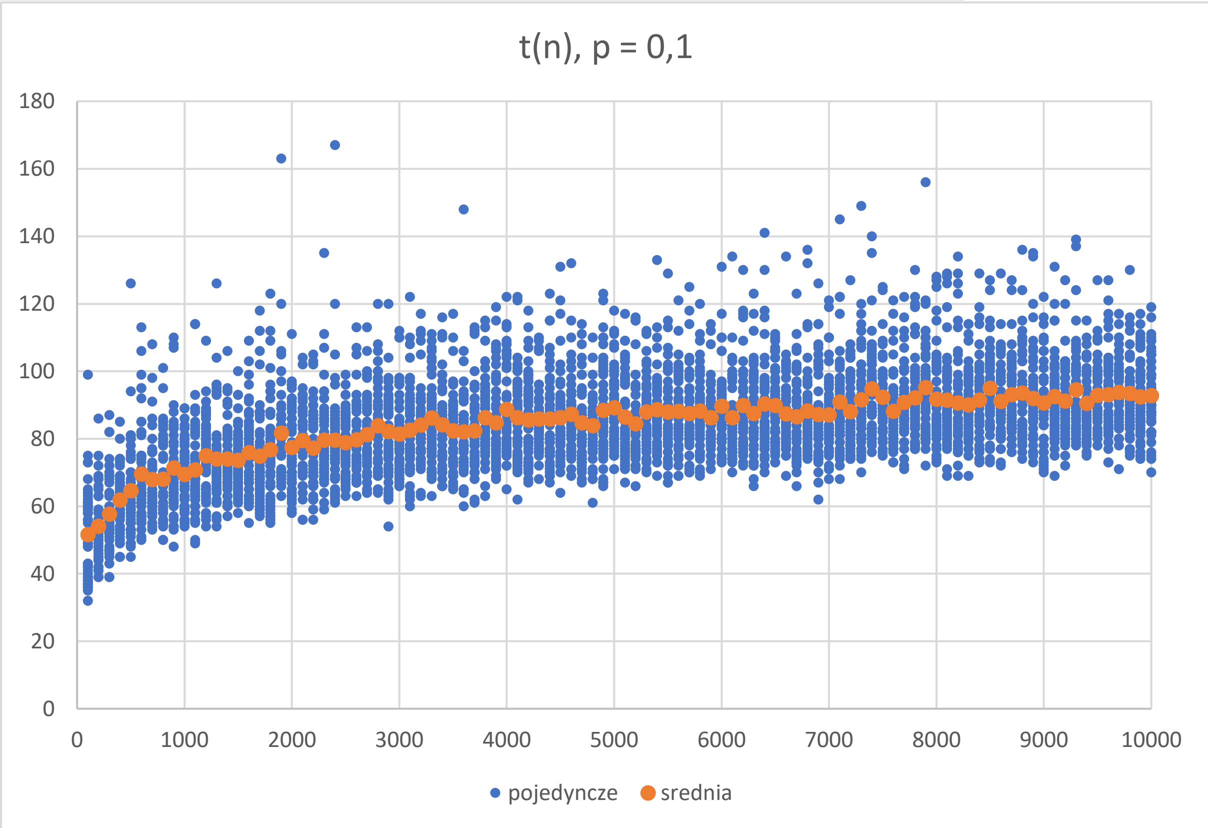
s(n)
pojedyncze
srednia
30000000
25000000
20000000
15000000
10000000
5000000
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000
10000

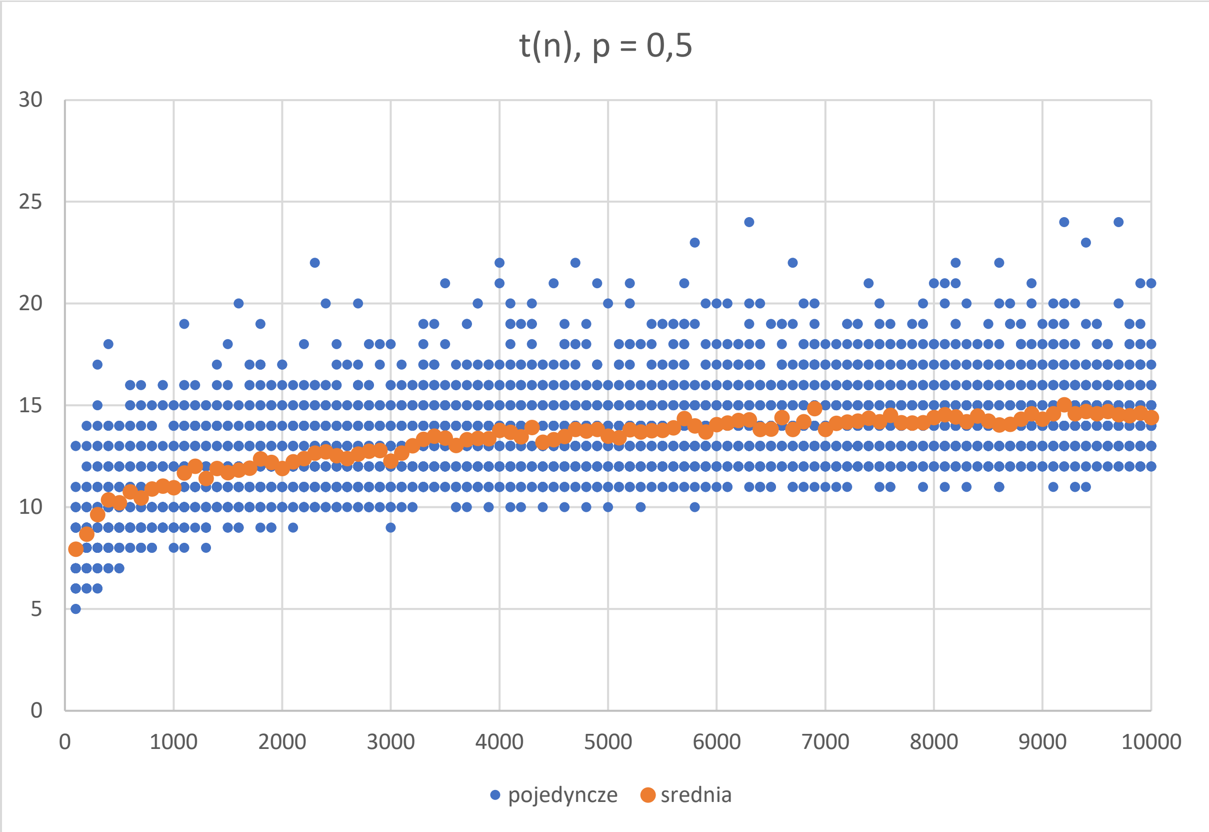

cmp(n)/n
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
2000
4000
6000
8000
10000


cmp(n)/(n^2)
0,258
0,257
0,256
0,255
0,254
0,253
0,252
0,251
0,25
0,249
0,248
0
2000
4000
6000
8000
10000


s(n)/n
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
2000
4000
6000
8000
10000


s(n)/(n^2)
0,252
0,2515
0,251
0,2505
0,25
0,2495
0,249
0,2485
0,248
0,2475
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000


t(n), p = 0,1
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000
10000
pojedyncze
srednia


t(n), p = 0,5
30
25
20
15
10
5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000
10000
pojedyncze
srednia