ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Γλώσσες Προγραμματισμού ΙΙ

Άσκηση 6 Συστύματα τύπων – letrec

Νταντάμης Φοίβος

03111079

1.

$$e ::= \ldots | \; \boldsymbol{letrec} \; x_1 = e_1 \ldots x_n = e_n \; \boldsymbol{in} \; e$$

2.

$$\frac{\Gamma, \langle x_1, ..., x_n \rangle : (\tau_1 \times ... \times \tau_n) \vdash \langle e_1, ..., e_n \rangle : (\tau_1 \times ... \times \tau_n) \quad \Gamma, \langle x_1, ..., x_n \rangle : (\tau_1 \times ... \times \tau_n) \vdash e : \tau}{\Gamma \vdash letrec \; x_1 = e_1 ... x_n = e_n \; in \; e : \tau}$$

3.

call by value

$$fix(\lambda x : (\tau_1 \times ... \times \tau_n).e) \rightarrow e[x_1 := fix(\lambda x_1 : \tau_1), ..., x_n := fix(\lambda x_n : \tau_n)]$$

$$\frac{e \rightarrow e'}{fix \; e \rightarrow fix \; e'}$$

call by name

$$fix \; e \rightarrow e \left(\langle fix \; e_1, \ldots, fix \; e_n \rangle \right)$$

4.

$$letrec \; x_1 = e_1 \ldots x_n = e_n \; in \; e \equiv let \; x = \langle x_1 = fix(\lambda x_1 : \tau_1.e_1), \ldots, x_n = fix(\lambda x_n : \tau_n.e_n) \rangle \; in \; e$$

5.

Η παραγόμενη μορφή, είναι ένα let. Εφόσονδεν είχαμε ορίσει let με πολλαπλά bindings, ορίζουμε το x να είναι ένα record με όλα τα bindings που ζητάει το letrec και θα είναι ορατά μέσα στο e, αφού και το x είναι ορατό. Από τον κανόνα τύπων του let μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο τύπος όλης της έκφρασης θα είναι τ, όπως και στον κανόνα τύπων του letrec που προτείναμε. Συγκρίνοντας τους δύο κανόνες τύπων βλέπουμε ότι αν στον κανόνα τύπων του let αντικαταστήσουμε e_1 = <e_1,...e_n> , τ' = ($τ_1$ x...x $τ_n$), x = <x_1,...x_n>, e_2 = e και αφαιρέσουμε απο το αρχικό περιβάλλον στη μία περίπτωση το x, οι τύποι ταυτίζονται. Εμείς βέβαια έχουμε προσθέσει το x στο αρχικό περιβάλλον ώστε να μπορούν να καλούν οι εκφράσεις η μία την άλλη.

Σε ό,τι αφορά στη λειτουργική σημασιολογία, οι κανόνες που προτείναμε ουσιαστικά λένε "πήγαινε μέσα στην έκφραση e και αντικαθιστώντας κάθε x_i με το fix του κάνε όλες τις δυνατές αναδρομές". Αυτό συμβαίνει διότι ο τύπος $τ_i$ κάθε έκφρασης e_i μπορεί να είναι από κάποιο υποσύνολο του ($τ_1$ x...x $τ_n$) προς κάποιο πάλι τέτοιο υποσύνολο, ανάλογα με το ποιες άλλες εκφράσεις χρειάζεται η συγκεκριμένη έκφραση. Στην παραγόμενη μορφή συμβαίνει ακριβώς το ίδιο, αφού έχουμε "δέσει" τις μεταβλητές x_i που εμφανίζονται μέσα στην e με το fix τους και άρα με τον ίδιο τρόπο θα εκτελεστούν όλες οι δυνατές αναδρομές. Συνεπώς έχουμε την ταύτιση που ισχυριζόμαστε.