**傅里叶派升级任务（初赛赛题）**

* **噪声分析**

假设BlackBox的输入信号是长度为的全0序列，则BlackBox的输出信号为噪声。计算得到输出信号的平均功率为0.1，输出信号实部、虚部与幅值（绝对值）的概率密度分布如下所示。从图中可以看到，输出信号（即噪声）的实部与虚部服从的高斯分布，输出信号的幅值服从的复高斯分布（瑞利分布）。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 图1输出信号实部概率密度分布 | 图2输出信号虚部概率密度分布 |
|  | |
| 图3输出信号幅值概率密度分布 | |

* **频域分析**

假设BlackBox的输入信号为余弦波，其幅值为1；频率为250KHz；初始相位为0；序列长度为；采样率为1MHz。BlackBox的输入与输出信号频谱如下所示。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 图4输入信号频谱 | 图5输出信号频谱 |

对比图4与图5可以看到，输出信号的幅值与频率相比于输入信号发生了变化，如下表所示。我们不妨将BlackBox建模为



式中，分别表示输入与输出信号；表示噪声；表示信号的增益，可表示为



式中，与的取值如下表所示。

表1与取值

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 编号 | 频偏（Hz） | 幅值 |
| 1 | -700 | 0.01 |
| 2 | -680 | 0.05 |
| 3 | -600 | 0.12 |
| 4 | -280 | 0.56 |
| 5 | -130 | 1.42 |
| 6 | 100 | 0.38 |
| 7 | 230 | 0.54 |
| 8 | 500 | 0.86 |
| 9 | 620 | 0.92 |
| 10 | 700 | 1.00 |

* **时域分析**

假设BlackBox的输入信号是一个脉冲信号，序列长度为；采样率为1MHz。BlackBox的输入信号与输出信号去噪后的时域图如下所示。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 图6输入信号时域图 | 图7去噪后输出信号时域图 |

对比图6和图7可以看到，输出信号相比于输入信号发生了时延，其取值如下表所示。

表2与取值

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 编号 | 时延（ms） | 幅值 |
| 1 | 100 | 0.01 |
| 2 | 93 | 0.05 |
| 3 | 88 | 0.12 |
| 4 | 72 | 0.56 |
| 5 | 61 | 1.42 |
| 6 | 42 | 0.38 |
| 7 | 24 | 0.54 |
| 8 | 15 | 0.86 |
| 9 | 10 | 0.92 |
| 10 | 5 | 1.00 |

* **结论**

综上所述，BlackBox可建模为



式中，分别表示输入与输出信号；表示噪声，服从的复高斯分布（瑞利分布）；表示信号的增益，可表示为



其中，与的取值如表1所示；取值如表2所示。