RAÍCES DE ECUACIONES

Métodos Numéricos

Presentado por: Sigfrido Oscar Soria Frias

Un cuerpo que cae, de masa m, se encuentra con una resistencia del aire que es proporcional a su velocidad instantánea v, si la fuerza neta es positiva el cuerpo acelerará, si es negativa el cuerpo desacelerará

- $F = ma$
- $\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}$
- $F = F_D + F_V$

CAÍDA DE CUERPOS Y RESISTENCIA AL AIRE

- $F_D = mg$
- $F_V = -cv$
- $\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m}v$

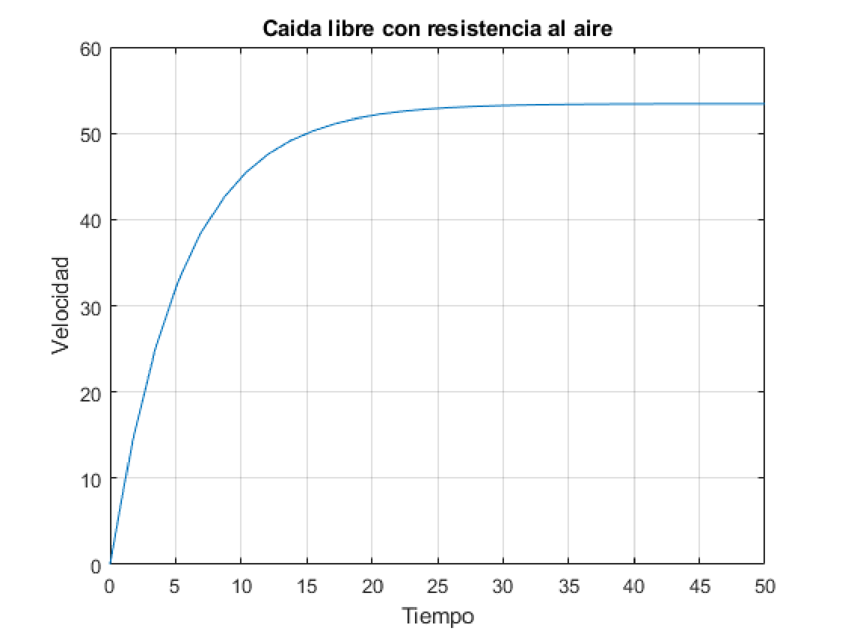
Resolviendo la ecuación se tiene con condiciones iniciales (v=0 en t = 0)

- $v(t) = \frac{gm}{c}\left(1 - e^{-\left(\frac{c}{m}\right)t}\right)$

Ejemplo

Un paracaidista con una masa de 68.1 Kg salta de un globo aerostático fijo, calcule la velocidad antes de que se abra el paracaídas. Considere un coeficiente de fricción de 12.5Kg/s

- $v(t) = \frac{9.8*68.1}{12.5}\left(1 - e^{-\left(\frac{12.5}{68.1}\right)t}\right)$
- $v(t) = 53.39(1 - e^{-0.18355t})$



T [s]	V[m/s]
0	0.00
2	16.40
4	27.77
6	35.64
8	41.10
12	47.49
∞	53.39

Ejemplo

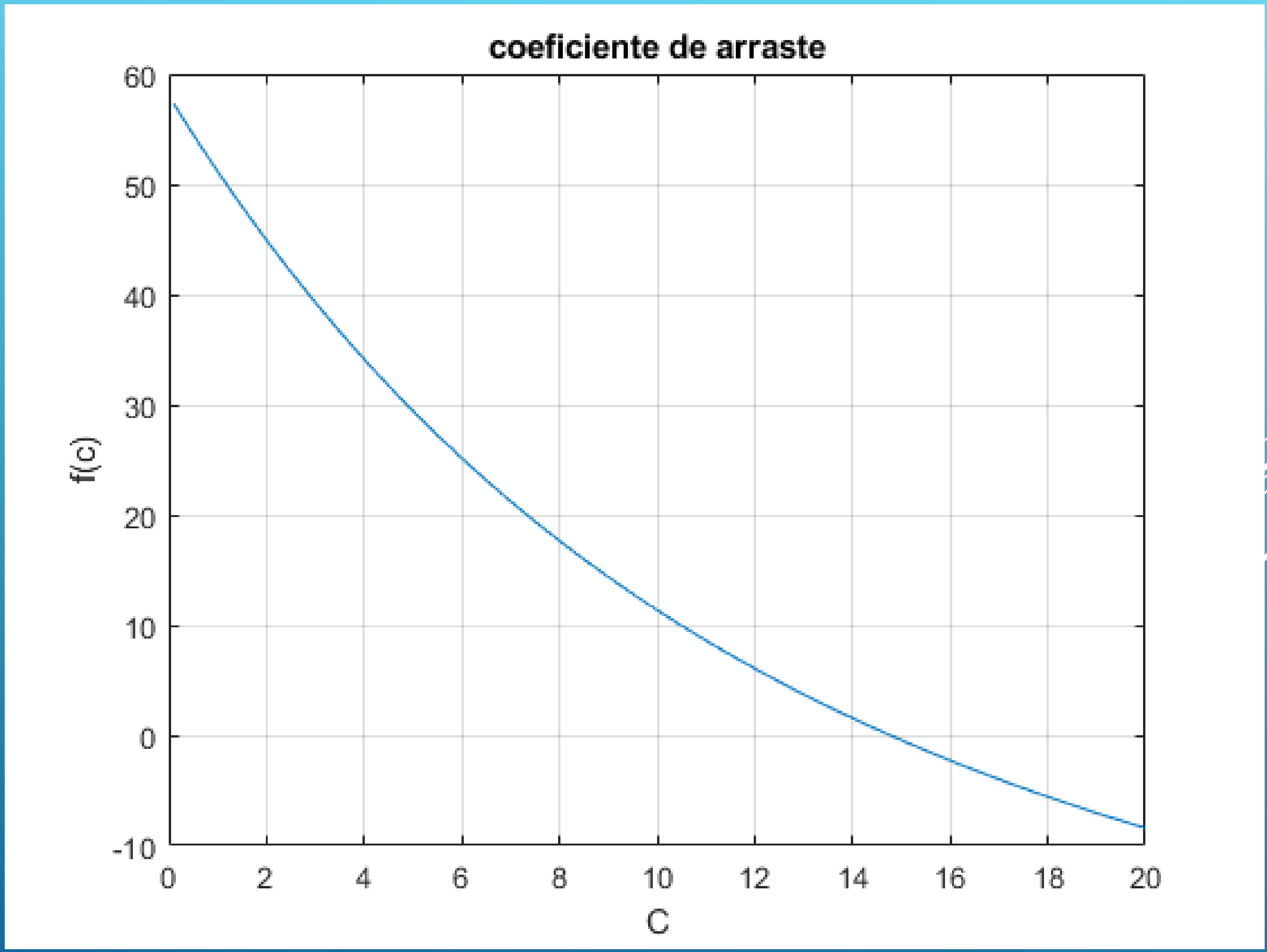
Utilice el método gráfico para determinar el coeficiente de arrastre ***c*** necesario para que un paracaidista de masa = m= 68.1Kg tenga una velocidad de 40 m/s después de una caída libre de 10s. La aceleración de la gravedad es 9.81m/s^2.

$$f(c) = \frac{9.81*68.1}{c}\left(1 - e^{-\left(\frac{c}{6.8}\right)*10}\right)\text{-40}$$

$$f(c) = \frac{667.38}{c}\left(1 - e^{-0.146843c}\right) - 40$$

c	f(c)
4	34.115
8	17.653
12	6.067
16	-2.269
20	-8.401

c	f(c)
4	34.115
8	17.653
12	6.067
16	2.269
20	-8.401



Métodos cerrados

- Bisección
- Falsa Posición

Métodos abiertos

- Iteración de un punto Fijo
- Newton-Raphson
- Secante

Raíces de polinomios

- Método de Bairstow
- Método de Müller

MÉTODOS CERRADOS

Raíces de ecuaciones

En general si $f(x)$ es real y continua en el intervalo ´que va desde x_l hasta x_u y $f(x_l)$ y $f(x_u)$ tienen signos opuestos, es decir

$$f(x_l)f(x_u) < 0$$

Entonces hay al menos una raíz real entre x_l y x_u

- **Paso 1**: Elija valores iniciales inferior, x_l, y superior x_u, que encierren la raíz, de forma que la función cambie de signo en el intervalo.

$$f(x_l)f(x_u) < 0$$

MÉTODO DE LA BISECCIÓN

Paso 2: Una aproximación de la raíz x_r, se determina mediante:

$$x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$$

Paso 3:

- Si $f(x_l)f(x_u) < 0$, entonces la raíz se encuentra en el subintervalo inferior. Hacer $x_u = x_r$ y vuelva al paso 2
- Si $f(x_l)f(x_u) > 0$, entonces la raíz se encuentra en el subintervalo superior. Hacer $x_l = x_r$ y vuelva al paso 2
- Si $f(x_l)f(x_u) = 0$, la raíz es igual a x_r , termina el calculo

EJEMPLO

- Emplee el método de la bisección para resolver el problema anterior
- $x_r = \frac{12+16}{2} = 14 \qquad \varepsilon_t = 5.27\%$
- $f(12) \cdot f(14) = 6.067 \cdot 1.569 = 9.517$
- Es mayor a cero, no hay cambio de signo, por lo tanto la raíz debe estar localizada entre 14 y 16
- $x_r = \frac{14+16}{2} = 15 \qquad \varepsilon_t = 1.5\%$
- $f(14) \cdot f(15) = 1.569 \cdot (-0.425) =$ -0.666
- Es menor a cero por lo tanto la raíz esta entre 14 y 15

- $\varepsilon_a = \left|\frac{x_r^{nuevo} - x_r^{anterior}}{x_r^{nuevo}}\right| 100\%$
- $\varepsilon_a = \left|\frac{15-14}{15}\right| 100\% = 6.67$

Iteración	x_l	x_u	x_r	$\varepsilon_a(\%)$	$\varepsilon_t(\%)$
1	12	16	14		5.279
2	14	16	15	6.667	1.487
3	14	15	14.5	3.448	1.896
4	14.5	15	14.75	1.695	0.204
5	14.75	15	14.875	0.840	0.641
6	14.75	14.875	14.8125	0.422	0.219

```
FUNCTION Bisect(xl, xu, es, imax, xr, iter, ea)
    iter = 0
    DO
        xrold = xr
        xr = (xl + xu)/2
        iter = iter + 1
        IF xr ≠ 0 THEN
           ea = ABS((xr - xrold) / xr) * 100
        END IF
        test = f(xl) * f(xr)
        IF test < 0 THEN
           xu = xr
        ELSE IF test > 0 THEN
            xl = xr
        ELSE
             ea = 0
        END IF
        IF ea < es OR iter ≥ imax EXIT
    END DO
    Bisect = xr
END Bisect
```

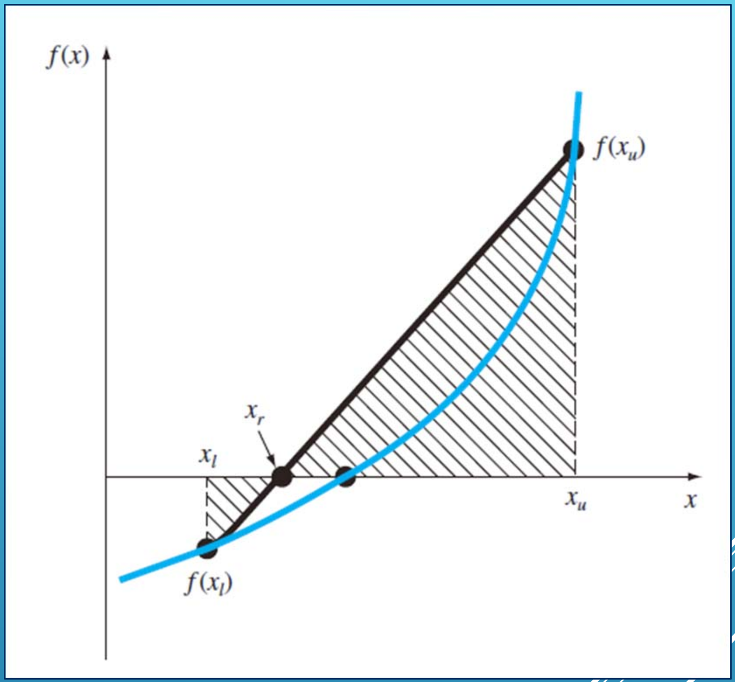
PSEUDOCODIGO

Un método alternativo al método de la bisección consiste en unir $f(x_l)$ y $f(u)$ con una línea recta. La intersección de esta línea con el eje x representa un mejor aproximación.

Usando triángulos semejantes

$$\frac{f(x_l)}{x_r - x_l} = \frac{f(x_u)}{x_r - x_u}$$

$$x_r = x_u - \frac{f(x_u)(x_l - x_u)}{f(x_l) - f(x_u)}$$



MÉTODO DE LA FALSA POSICIÓN

Resolviendo el problema anterior

$x_l = 12 \qquad f(x_l) = 6.0699$

$x_u = 16 \qquad f(x_u) = -2.2688$

$$x_r = 16 - \frac{-2.2688(12 - 16)}{6.0669 - (-2.2688)} = 14.9113$$

$$f(x_l)f(x_u) = -1.5426$$

- $x_l = 12 \qquad f(x_l) = 6.0699$
  $x_u = 14.9113 \quad f(x_u) = -0.2543$
- $x_r = 14.9113 - \frac{-0.2543(12-14.9113)}{6.0669-(-0.2543)} =$
  14.7942