Державний університет телекомунікацій

Комплексна семестрова робота № 3
з дисципліни комп'ютерні дискретні структури

Варіант № 5

Виконав(ла): студент(ка) групи

Прізвище І.Б. Гапей М.Ю.

Дата здачі 28 травня

Дата МК 3

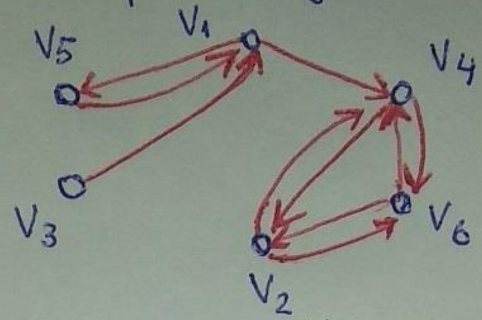
Оцінка

Перевірив

2020

1 Для графа заданого матрицею суміжності:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\
\hline
V_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
V_2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
V_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
V_4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
V_5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
V_6 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{array}
$$



орграф $\vec{G}(V, \vec{E})$

Маршрути довжиною 2:

$V_1V_4V_2$, $V_1V_4V_6$, $V_1V_5V_1$, $V_2V_4V_6$, $V_2V_4V_2$, $V_2V_6V_4$, $V_2V_6V_2$, $V_3V_1V_4$, $V_3V_1V_5$, $V_4V_2V_6$, $V_4V_2V_4$, $V_4V_6V_2$, $V_4V_6V_4$, $V_5V_1V_4$, $V_5V_1V_5$, $\cancel{V_6V_2V_4}$, $V_6V_2V_6$, $\cancel{V_6V_4V_2}$, $V_6V_4V_6$.

Маршрути довжиною 3:

$V_1V_4V_2V_6$, $V_1V_4V_6V_2$, $V_1V_4V_2V_4$, $V_1V_4V_6V_4$, $V_1V_5V_1V_4$, $V_2V_4V_6V_2$, $V_2V_4V_2V_6$, $V_2V_6V_4V_2$, $V_2V_6V_2V_4$ ... (цикли) $V_3V_1V_4V_2$, $V_3V_1V_4V_6$, $V_3V_1V_5V_1$.

[де $\widehat{V_iV_j}$ – цикли умовне обозначення]

Матриця досяжності:

$$B(\vec{G}) = B(E + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5)$$

$$
B(\vec{G}) = \begin{pmatrix}
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{pmatrix}
\Rightarrow B^T(\vec{G}) = \begin{pmatrix}
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{pmatrix}
$$

Матриця зв'язності визначається за формулою:

$$
B(\vec{G}) \otimes B^T(\vec{G}) = \begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{pmatrix},
$$

де 1-й та 5-й однакові
2-й, 4-й та 6-й рядки однакові

В орграфі дві компоненти сильної зв'язності:

$K_1 = \{V_2, V_4, V_6\}$, $K_2 = \{V_1, V_5\}$

Матриця інцидентності:

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \end{matrix} \\
\begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ e_8 \\ e_9 \\ e_6 \end{matrix} &
\begin{pmatrix}
-1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

Степінь вершин:

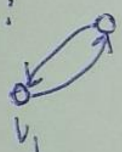
$\deg V = \{(V_1 = 4), (V_2 = 4), (V_3 = 1), (V_4 = 5), (V_5 = 2), (V_6 = 4)\}$

$\deg_+ V = \{(V_1 = 2), (V_2 = 2), (V_3 = 0), (V_4 = 3), (V_5 = 1), (V_6 = 2)\}$

$\deg_- V = \{(V_1 = 2), (V_2 = 2), (V_3 = 1), (V_4 = 2), (V_5 = 1), (V_6 = 2)\}$

Граф являється Ейлеровським, якщо степінь кожної вершини рівний кратному числу, в даному випадку граф $\vec{G}(V, \vec{E})$ не являється Ейлеровським, але його можна розділити на два Ейлеровських цикла:

V_1V_5:



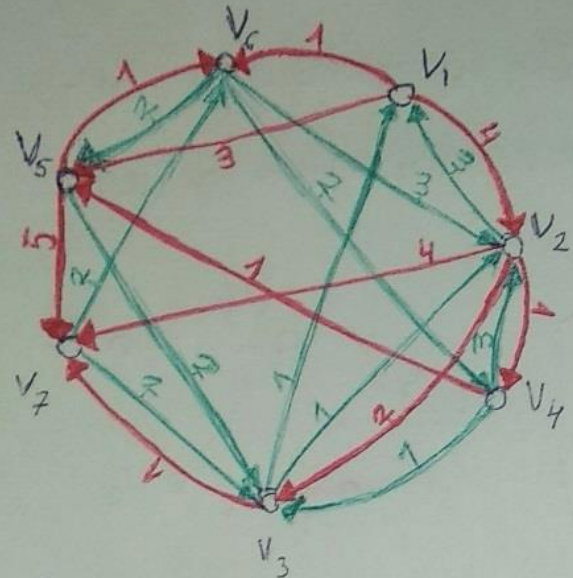
V_5 і $V_2V_4V_6$:

Граф буде ейлеровським якщо, забрати ребро e_1, e_2, e_8, e_5 і вершини V_1, V_5, V_3. Що справедливо, при виключенні елементів графа для

V_1V_5:

.

2 Знайти min шлях з V_1 до V_7 для орграфа $\vec{G}$



$$C(\vec{G}) = \begin{bmatrix} \infty & 4 & \infty & \infty & 3 & 1 & \infty \\ 3 & \infty & 2 & 1 & \infty & \infty & 4 \\ 1 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 3 & 1 & \infty & 1 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 1 & 5 \\ \infty & 3 & \infty & 2 & 2 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 2 & \infty \end{bmatrix}$$

Нехай: $l^{\circ}(V_1) = 0$, $\forall V_j = V_j$, $l(V_j) = \infty$

Кроки \ Вузли	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
0	$\underline{0}$	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	$\underline{0}$	4_1	∞	∞	3_1	$\underline{1}$	∞
2	$\underline{0}$	4_2	∞	$\underline{3}$	3_2	$\underline{1}$	∞
3	$\underline{0}$	6_3	$\underline{4}$	$\underline{3}$	4_3	$\underline{1}$	∞
4	$\underline{0}$	5_4	$\underline{4}$	$\underline{3}$	4_4	$\underline{1}$	$\underline{5}$
		$\underline{2}$	$\underline{1}$	$\underline{2}$	$\underline{5}$		
					$\underline{3}$		

Крок 1:

$G(V_1) = \{V_6, V_2, V_5\}$;

$l(V_2) = \min\{\infty, 0+4\} = 4_1$;

$l(V_5) = \min\{\infty, 0+3\} = 3_1$;

$l(V_6) = \min\{\infty, 0+1\} = 1_1$;

$l^{\circ}(V_6) = \min\{4, 3, 1\} = 1$;

Крок 2:

$G(V_6) = \{V_2, V_4, V_5\}$;

$l(V_2) = \min\{4_1, 1+3\} = 4_2$;

$l(V_4) = \min\{\infty, 1+2\} = 3_2$;

$l(5) = \min\{3_1, 1+2\} = 3_2$;

$l^{\circ}(V_4) = \min\{4_2, 3_2, 3_2\} = 3$

Крок 3:

$G(V_4) = \{V_2, V_5, V_3\}$;

$l(V_2) = \min\{4_2, 3+3\} = 6_3$;

$l(3) = \min\{\infty, 3+1\} = 4_3$;

$l(5) = \min\{3_2, 3+1\} = 4_3$;

$l^{\circ}(3) = \min\{6_3, 4_3, 4_3\} = 4$;

Крок 4:

$G(V_3) = \{V_1, V_2, V_7\}$

$l(V_1) = \min\{0, 4+1\} = 5_4$

$l(V_2) = \min\{6_3, 4+1\} = 5_4$

$l(V_7) = \min\{\infty, 4+1\} = 5_4$

$\therefore l^{\circ}(V_7) = 5$

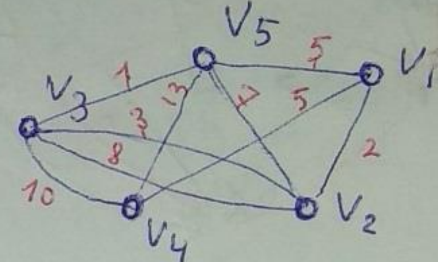
Відповідно найкоротший шлях від V_1 до V_7 $= 1+2+1+1 = 5$

V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
$\underline{0}$	$\underline{2}$	$\underline{1}$	$\underline{2}$	$\underline{3}$	$\underline{1}$	$\underline{5}$

Мінімальні шляхи

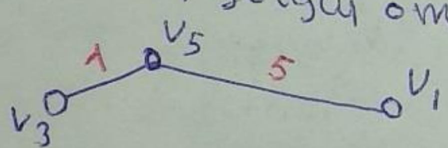
3. Користуючись алгоритмом Краскала, знайти мінімальне остове дерево для зваженого графа G, заданого матрицею довжин ребер:

$$C(G) = \begin{array}{c} \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 2 & \infty & 5 & 5 \\ 2 & \infty & 3 & \infty & 7 \\ \infty & 8 & \infty & 10 & 1 \\ 5 & \infty & 10 & \infty & 13 \\ 5 & 7 & 1 & 13 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

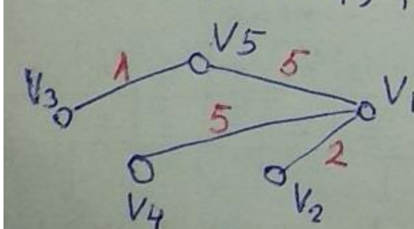


Крок 1 ⊳ Виберемо ребро min довжини з ребер: $(\overset{2}{V_1 V_2}), (\overset{3}{V_2 V_3}), (\overset{1}{V_3, V_5})$, звідси маємо найкоротше ребро V_3, V_5:

Крок 2 ⊳ виберемо суміжні ребра min довжини для вершин V_3 і V_5: $(\overset{8}{V_3 V_2}), (\overset{10}{V_3 V_4}), (\overset{5}{V_5 V_1}), (\overset{7}{V_5 V_2}), (\overset{13}{V_5 V_4})$, звідси отримаємо min ребро $V_5 V_1$:



Крок 3 ⊳ виберемо суміжне ребро min довжини для вершин V_1, V_3 і V_5: $(\overset{2}{V_1 V_2}), (\overset{5}{V_1 V_4}), (\overset{8}{V_3 V_2}), (\overset{10}{V_3 V_4}), (\overset{7}{V_5 V_2}), (\overset{13}{V_5 V_4})$, звідси маємо: min ребро $V_1 V_2$:



Крок 4 ⊳ Виберемо ребро min довжини суміжне з V_4, маємо $V_1 V_4 = 5$.