Елементи теорії БФ-й

Завдання 1.

1. $f = x \leftrightarrow ((y \mid z) \to y)$

$f = x \leftrightarrow (yz \vee \bar{y})$

$a \to b = \bar{a} \vee b$

$a \mid b = \overline{a \wedge b}$

збіvся

$f = x \leftrightarrow ((y \mid z) \to y) = x \leftrightarrow (\overline{y \wedge z} \to y) =$

$= x \leftrightarrow (y \wedge z \vee y)$

1. Таблиця істинності

N	x	y	z	yz	yz∨y	f
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	1	0
3	0	1	1	1	1	0
4	1	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	0	0
6	1	1	0	0	1	1
7	1	1	1	1	1	1

2. Знайти ДДНФ і ДКНФ:

а) за допомогою таблиці.

$ДДНФ = x^0 y^0 z^0 \vee x^0 y^0 z^1 \vee x^1 y^1 z^0 \vee x^1 y^1 z^1 =$

$= \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} z \vee x y \bar{z} \vee x y z$

$ДКНФ = (x^0 \vee y^1 \vee z^0) \wedge (x^0 \vee y^1 \vee z^1) \wedge (x^1 \vee y^0 \vee z^0) \wedge (x^1 \vee y^0 \vee z^1) =$

$= (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z})$

3) Знайти зображення у вигляді многочлена Жегалкіна.

$$f = \overset{1}{a_0} \oplus \overset{1}{a_1} x \oplus \overset{1}{a_2} y \oplus \overset{0}{a_3} z \oplus \overset{0}{a_4} xy \oplus \overset{0}{a_5} yz \oplus \overset{0}{a_6} xz \oplus \overset{1}{a_7} xyz$$

$$a_0 = 1 = f(0,0,0)$$

$$f(0,0,1) = \overset{0}{a_3} \oplus \overset{1}{a_0} = 1$$

$$f(0,1,0) = \overset{1}{a_2} \oplus \overset{1}{a_0} = 0$$

$$f(0,1,1) = \overset{1}{a_2} \oplus \overset{0}{a_3} \oplus \overset{0}{a_5} \oplus \overset{1}{a_0} = 0$$

$$f(1,0,0) = \overset{1}{a_1} \oplus \overset{1}{a_0} = 0$$

$$f(1,0,1) = \overset{1}{a_1} \oplus \overset{0}{a_3} \oplus \overset{0}{a_6} \oplus \overset{1}{a_0} = 0$$

$$f(1,1,0) = \overset{1}{a_1} \oplus \overset{1}{a_2} \oplus \overset{0}{a_4} \oplus \overset{1}{a_0} = 1$$

$$f(1,1,1) = \overset{1}{a_1} \oplus \overset{1}{a_2} \oplus \overset{0}{a_3} \oplus \overset{0}{a_4} \oplus \overset{0}{a_5} \oplus \overset{0}{a_6} \oplus \overset{1}{a_7} \oplus \overset{1}{a_0} = 1$$

$$f = 1 \oplus x \oplus y \oplus xyz ;$$

$$f(x,y,z) = x \leftrightarrow ((y|z) \to y)$$

$$DDH\Phi = \left| a \leftrightarrow b = ab \vee \bar{a}\bar{b} \right| = x \leftrightarrow (\overline{yz} \vee y) =$$

$$= xy\bar{z} \vee xy \vee \bar{x}(\overline{\overline{yz} \vee y}) = xy\bar{z} \vee xy \vee \bar{x}(\overline{\overline{yz}} \wedge \bar{y}) =$$

$$= xy\bar{z} \vee xy \vee \bar{x}(\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z}) = xy\bar{z} \vee xy \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

$$DKH\Phi = \left| a \leftrightarrow b = (\bar{a} \vee b)(a \vee \bar{b}) \right| = x \to (\overline{yz} \vee y) =$$

$$= (\bar{x} \vee (\overline{yz} \vee y)) \wedge (x \vee (\overline{\overline{yz} \vee y})) = (\bar{x} \vee y \vee \overline{yz})(x \vee (\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z})) =$$

$$= (\bar{x} \vee y \vee yz)(x \vee \bar{y} \vee \bar{y}\bar{z})$$

$$\overline{\overline{yz} \vee y} = \overline{\overline{z} \cup y} \wedge \bar{y} = \bar{y}\bar{z} \vee \bar{y} ;$$

Завдання 2.

1. Мінімізувати в класі ДНФ двома способами

а) Метод Квайна – МакКласкі

$$f(\vec{x}^4) = V(2, 3, 5, 7, 10, 11, 15)$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	f
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

1
___
0010

2
___
1010
0011
0101

3
___
1011
0111

4
___
1111

___
001–
–010
101–
0–11
1–11
–111
01–1
–011

	0010	1010	0011	0101	1011	0111	1111
001–	1	0	1	0	0	0	0
–010	①	①	0	0	0	0	0
101–	0	1	0	0	1	0	0
0–11	0	0	①	0	0	1	0
1–11	0	0	0	0	①	0	①
–111	0	0	0	0	0	1	1
01–1	0	0	0	①	0	①	0
–011	0	0	1	0	1	0	0

$$f'(\vec{x}^4) = \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_4 \quad \text{або} \quad (\bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_4)$$

Мінімізована ДНФ

б) Метод Карно-Вейча:

1. Карта Карно:

$x_3 x_4$

$x_1 x_2$	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	1

$$f(\vec{x}^4) = x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_4 \vee$$
$$\vee \ \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$

2. Діаграма Вейча

x_2 $\bar{x}_2$

0	0	0	0	] $\bar{x}_3$
0	1	1	1	
0	1	1	1	] x_3
0	1	0	0	] $\bar{x}_3$

$\bar{x}_4$ x_4 $\bar{x}_4$

x_1 , $\bar{x}_1$

$$f(\vec{x}^4) = \bar{x}_1 x_2 x_4 \vee x_3 x_4 \vee$$
$$\vee \ \bar{x}_2 x_3 \ \text{або}$$
$$\bar{x}_1 x_2 x_4 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$
$$\text{або}$$
$$\bar{x}_1 x_2 \ x_4 \vee x_2 x_4 x_3 \vee$$
$$\vee \ x_3 \bar{x}_4 \ \bar{x}_2$$

2 Схема Ф. елементів

x_1

x_2

x_3

x_4

f