Лабораторна робота 1   Варіант 9

Завдання 1.

   В-дь: 24

Завдання 2.

   В-дь: 376 992 грн і 3 769 920 с

Завдання 3.

$$\frac{P_{n+5}}{A_{n+4}^{k} \cdot P_{n+4-k}} = 15 \iff \frac{(n+5)! \cdot (n+4-k)!}{(n+4)! \cdot (n+4-k)!} = 15$$

$$\implies n+5 = 15$$

Звідси $n = 10$

В-дь: 10

Завдання 4.

$$C_x^4 = \frac{15}{4} A_x^2 \implies \frac{x!}{4!(x-4)!} = \frac{15}{4} \cdot \frac{x!}{(x-2)!}$$

$$\therefore \frac{(x-2)!}{(x-4)!} = 90 \implies (x-2)(x-3) = 90 \implies \begin{cases} x_1 = -7 \\ x_2 = 12 \end{cases}$$

   Оскільки $x \geqslant 0$ маємо $x = 12$

В-дь: 12

Завдання 5.

Відповідь: 6

Завдання 6.

   Всього існує A_4^3 або $4 \cdot 3 \cdot 2$ способів
   розмістити 3-х коней по 4-и камерам

B-дь: 24

Завдання 7.

Маємо $\dfrac{10\cdot 9}{2!}$ рукостискань

Відповідь: 45

Завдання 8.

$n = 3 + 6 = 9 \qquad m = 3$

тоді за формулою $P(A) = \dfrac{m}{n} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

B-дь: $P(A) = \dfrac{1}{3} \approx 0{,}3334$

Завдання 9.

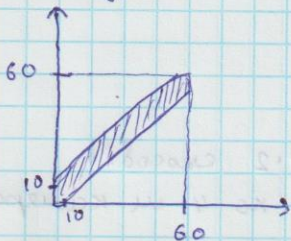$m = C_8^3 \Rightarrow P(A) = \dfrac{C_8^3}{C_{14}^3} = \dfrac{2}{13}$

$n = C_{14}^3$

B-дь: $P(A) = \dfrac{2}{13} \approx 0{,}1538$

Завдання 10.

$P(A) = \dfrac{C_9^3}{C_9^3} \cdot \dfrac{C_6^3}{C_9^3} \cdot \dfrac{C_3^3}{C_9^3} = \dfrac{5}{1764} \approx 0{,}0028$

Відповідь: $P(A) = \dfrac{5}{1764} \approx 0{,}0028$

Завдання 11.

$P(A) = \dfrac{M(m)}{M(n)} = \dfrac{60^2 - 50^2}{60^2} = \dfrac{1100}{3600}$

$\therefore P(A) = \dfrac{11}{36}$

B-дь: $P(A) = \dfrac{11}{36} \approx 0{,}3056$

Лабораторна робота 2   Варіант 9

Завдання 1.

В-дь: − 455, 8796

Завдання 2.

Числа, що ділеться на 3 : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30
Числа, що ділеться на 7 : 7, 14, 21, 28

∴ $m = 13$ ⇒ { 3, 6, 9, 12, 15, 21, 24, 18, 27, 30, 7, 14, 28 }
    $n = 30$

Звідси $P(A) = \dfrac{13}{30}$

Відповідь : $P(A) = \dfrac{13}{30} \approx 0{,}4333$

Завдання 3.

$P_1 = 0{,}81$, $q_1 = 0{,}19$
$P_2 = 0{,}83$, $q_2 = 0{,}17$
$P_3 = 0{,}85$, $q_3 = 0{,}15$

$P(A) = P_1 q_2 q_3 + q_1 P_2 q_3 + q_1 q_2 P_3 = 0{,}071$

Відповідь : $P(A) = 0{,}071$

Завдання 4.

$P(A) = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4} + \dfrac{2}{4} + \dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{3}{8}$

В-дь : $P(A) = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$

Завдання 5.

$P(A_1) = \dfrac{C_{40}^3}{C_{40}^3} = 1$, $P(A_2) = \dfrac{C_{35}^3}{C_{40}^3} = \dfrac{1309}{1976} \approx 0{,}6625$

$$P(A_3) = \frac{C_{25}^3}{C_{40}^3} = \frac{115}{494} \approx 0,2328$$

$$P(A_4) = \frac{C_{10}^3}{C_{40}^3} = \frac{3}{247} \approx 0,0121$$

$$P(A) = \frac{8}{20}P(A_1) + \frac{6}{20}P(A_2) + \frac{4}{20}P(A_3) + \frac{2}{20}P(A_4)$$

$$\Rightarrow P(A) = 0,6455$$

а) $P_A(B_2) = \frac{6}{20} \cdot \frac{0,0025}{0,6455} \approx 0,3079$

б) $P_A(B_4) = \frac{2}{20} \cdot \frac{0,0121}{0,6455} \approx 0,0056$

В-дь: $P(A) = 0,6455$; а) $0,3079$; б) $0,0056$

Завдання 6.

$$P_{10}(m \geqslant 1) = 1 - P_{10}(m < 1) = 1 - P_{10}^0$$

$$P_n^m = C_n^m p^m q^{n-m} \Rightarrow P_{10}^0 = \frac{1}{2^{10}}$$

$$\therefore P_{10}(m \geqslant 1) = 1 - \frac{1}{2^{10}} \approx 0,999023$$

В-дь: $1 - \frac{1}{2^{10}} \approx 0,999023$ або $\frac{1023}{1024}$

Завдання 7.

$P_1 = 0,5$, $q_1 = 0,5$

$P_2 = 0,9$, $q_2 = 0,1$ $\Rightarrow P(A) = q_1 q_2 q_3 = 0,02$

$P_3 = 0,6$, $q_3 = 0,4$

В-дь: $0,02$

Завдання 8.

$P_1 = 0,95$, $q_1 = 0,05$

$P_2 = 0,98$, $q_2 = 0,02$

$P_3 = 0,93$, $q_3 = 0,07$

$$P(A) = \frac{1}{3}(0,05 + 0,02 + 0,07) = \frac{7}{150} \approx 0,0467$$

В-дь: $\frac{7}{150} \approx 0,0467$

Завдання 9.

$p = 0,4 \Rightarrow q = 0,6 \qquad \therefore \ 1 - 0,6^4 = 0,8704$

В-дь: у 1,4506 рази $\qquad \Longmapsto \ \dfrac{1 - 0,64}{0,6} = 1,4506$

Завдання 10.

$P_1 = 0,8 \ , \ q_1 = 0,2$

$P_2 = 0,9 \ , \ q_2 = 0,1$

$P(A) = q_1 P_2 = 0,18$

Відповідь: $P(A) = 0,18$

Лабораторна робота 3 $\qquad$ Варіант 9

Завдання 1.

$p = 0,1 \Rightarrow q = 0,9$

$P_{30}^{10} = C_{30}^{10} \, 0,1^{10} \cdot 0,9^{20} \approx 0,000365277$

Відповідь: $0,000365277$

Завдання 3.

$p = 0,7 \ , \ q = 0,3$

a) $P_{10}^7 = C_{10}^7 \cdot 0,7^7 \cdot 0,3^3 \approx 0,266828$

б) $P_{10}(m \geqslant 8) = P_{10}^8 + P_{10}^9 + P_{10}^{10} \approx 0,382783$

в) $P_{10}^0 = C_{10}^0 \, 0,7^0 \, 0,3^{10} = 0,000006$

В-дь: a) $0,2668$; б) $0,3829$; в) $6 \cdot 10^{-6}$

Завдання 4.

$n = 2000$
$p = 0,001 \qquad \Rightarrow \ P_m \approx \dfrac{\lambda^m}{m!} \, e^{-\lambda} \ , \ \lambda = np$

$\qquad\qquad\qquad$ де $|p| < 1 \qquad \therefore \ \lambda = 2$

а) $P_5 \approx \dfrac{2^5}{5!} e^{-2} \approx 0,036$

б) $P(m \leq 3) = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = e^{-2}\left(1 + 2 + \dfrac{2^2}{2!} + \dfrac{2^3}{3}\right.$

$\therefore P(m \leq 3) = 0,8571$;

В-дь: а) $0,036$; б) $0,8571$

Завдання 5.

$p = \dfrac{0,5}{100} = 0,005 \qquad n = 1000$

$P_m \approx \dfrac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$, $\lambda = np$, $|p| < 0,1$

$\lambda = 5$, тоді:

а) $P(m \leq 3) = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 0,265$

б) $P(m \geq 6) = 1 - P(m < 6) = 0,384$

в) $P_0 = e^{-5} \approx 0,0067$

В-дь: а) $0,265$; б) $0,384$; в) $0,0067$

Завдання 6.

$p = 0,05 \qquad m_1 = 12$, $m_2 = 40$
$n = 400 \qquad \uparrow$
$\Rightarrow \lambda = 20 \qquad \dfrac{400}{m_1} = \dfrac{100}{3} \qquad \dfrac{400}{m_2} = \dfrac{100}{10}$

а) $P(m \leq 12) = \sum\limits_{k=0}^{12} P_k = \sum\limits_{k=0}^{12} \dfrac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \approx 0,998$

б) $P(m \geq 40) = 1 - P(m < 40) = 1 - \sum\limits_{k=0}^{39} P_k \approx 0$

Відповідь: а) $0,998$ б) 0

Завдання 2 (Excel) В-дь: 5 і 6, $p = 0,20659$

Лабораторна робота 4   Варіант 9

Завдання 1.

Знайти $M(X)$, $D(X)$ і $\sigma(X)$ за таблицею

x_i	-7	-5	-2	1	5	9
p_i	0,13	0,17	0,2	0,3	0,18	0,02

$$M(X) = \sum_i x_i p_i \Rightarrow M(X) = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i = -0,78$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 p_i - 0,78^2$$

$$\therefore D(X) = 17,84 - 0,6084 = 17,2316$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{17,2316} \approx 4,1511$$

В-дь: $M(X) = -0,78$; $D(X) = 17,2316$; $\sigma(X) = 4,1511$

Завдання 2.

$k = 3$, $p = 0,25$

X	0	1	2	3	Σ
P	$\dfrac{27}{64}$	$\dfrac{27}{64}$	$\dfrac{9}{64}$	$\dfrac{1}{64}$	1

$$P_3^0 = C_3^0 \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^3 = \frac{27}{64}$$

$$P_3^1 = C_3^1 \cdot 0,25^1 \cdot 0,75^2 = \frac{27}{64}$$

$$P_3^2 = C_3^2 \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^1 = \frac{9}{64}$$

$$P_3^3 = C_3^3 \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^0 = \frac{1}{64}$$

$$M(X) = \frac{27}{16} \approx 1,6875$$

$$D(X) = \frac{27}{8} - \left(\frac{27}{16}\right)^2 = \frac{135}{256} \approx 0,5273$$

$$\sigma(X) \approx 0,7261$$

Задание 3.

$$\begin{cases} P_1 = 0,2 \\ P_2 = 0,5 \\ P_3 = 0,3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 0,8 \\ q_2 = 0,5 \\ q_3 = 0,7 \end{cases}$$

$0: \quad q_1 q_2 q_3 = 0,28$

$1: \quad P_1 q_2 q_3 + q_1 P_2 q_3 + q_1 q_2 P_3 = 0,47$

$2: \quad P_1 P_2 q_3 + q_1 P_2 P_3 + P_1 q_2 P_3 = 0,22$

$3: \quad P_1 P_2 P_3 = 0,03$

X	0	1	2	3	Σ
P	0,28	0,47	0,22	0,03	1

$M(x) = 1$

$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 1,62 - 1 = 0,62$

$\sigma(x) = \sqrt{0,62} \approx 0,7874$

В-gb: $M(x) = 1; \quad D(x) = 0,62; \quad \sigma(x) = 0,7874$
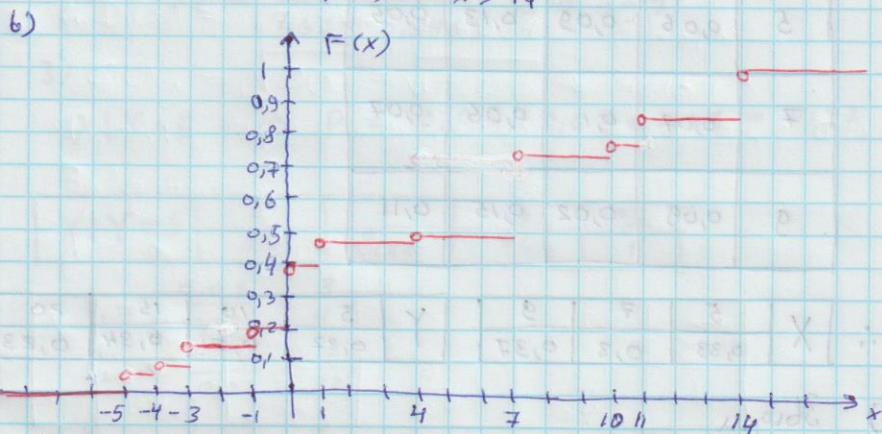
Задание 4.

x_i	-5	-4	-3	-1	1	4	7	10	11	14	Σ
P_i	0,02	0,03	0,1	0,05	0,2	0,04	a	0,03	0,1	0,13	1

$\because \sum\limits_{i} P_i = 1 \quad \therefore \quad 1 - \sum\limits_{i \neq 7}^{10} P_i = a \Rightarrow a = 0,3 = P_7$

а)

б)
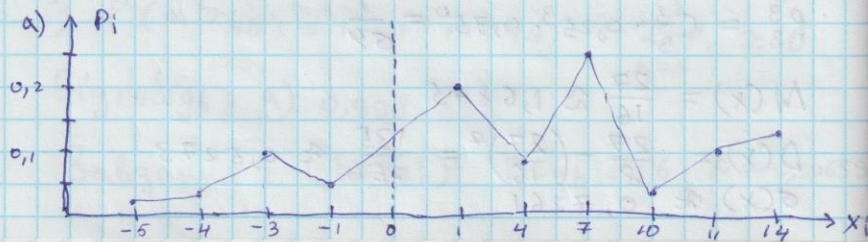
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -5 \\ 0,02, & -5 < x \le -4 \\ 0,05, & -4 < x \le -3 \\ 0,15, & -3 < x \le -1 \\ 0,2, & -1 < x \le 1 \\ 0,4, & 1 < x \le 4 \\ 0,44, & 4 < x \le 7 \\ 0,74, & 7 < x \le 10 \\ 0,77, & 10 < x \le 11 \\ 0,87, & 11 < x \le 14 \\ 1, & x > 14 \end{cases}$$

в)

г) $M_0 = 7 \quad (P_7 = 0,3)$

д) $M_e = X \iff F(x) = 0,5 \quad \therefore \quad x = 10$

е) $M(x) = \sum\limits_{i=1}^{10} x_i P_i = 5,11$

ё) $D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 58,05 - 5,11^2 = 31,9379$

ис) $\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{31,9379} \approx 5,65$

з) $A_s = \dfrac{\mu_3}{\sigma^3} = \dfrac{1}{\sigma^3}\left(\nu_3 - 3\nu_1\nu_2 + 2\nu_1^2\right)$

$\nu_\kappa = M(x^\kappa)$

∴ $A_S = -0,0262$

и) $E_S = \dfrac{M_4}{\sigma_4} - 3 = \dfrac{1}{\sigma_4}\left(\nu_4 - 4\nu_1\nu_3 + 6\nu_1^2\nu_2 - 3\nu_1^4\right) -$

∴ $E_S = -1,1077$

Лабораторна робота 5   Варіант 9

X \ Y	5	10	15	20
5	0,06	0,09	0,13	0,05
7	0,07	0,1	0,06	9,07
9	0,09	0,02	9,15	0,11

∴

X	5	7	9
	0,33	0,3	0,37

Y	5	10	15	20
	0,22	0,21	0,34	0,23

1) Збіги

$M(x) = \sum\limits_{i=1}^{3} x_i p_i = 7,08$

$D(x) = \sum\limits_{i=1}^{3} x_i^2 p_i - 7,08^2 = 2,7936$

$\sigma_x = \sqrt{D(x)} = \sqrt{2,7936} \approx 1,6714$

$M(Y) = \sum\limits_{j=1}^{4} y_j p_j = 12,9$

$D(Y) = \sum\limits_{=1}^{4} y_j^2 p_j - 12,9^2 = 28,59$

$\sigma_y = \sqrt{D(Y)} \approx 5,3469$

2)

$$r_{XY} = \frac{K_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{cov(X;Y)}{\sigma_X \; \sigma_Y}$$

$$cov(X;Y) = M(XY) - M(x)M(Y)$$

$$M(XY) = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} x_i \, y_j \, P_{ij} = 92,2$$

Збіїси $\quad K_{XY} = 92,2 - 7,08 \cdot 12,9 = 0,868$

$\therefore \quad r_{XY} = \dfrac{0,868}{1,6714 \cdot 5,3469} \approx 0,0971$

3)

$X | Y = 5 \quad \Rightarrow \quad P = 0,06 + 0,07 + 0,09 = 0,22$

$X	Y = 5$	5	7	9	Σ
	3/11	7/22	9/22	1

$P_1 = \dfrac{0,06}{0,22} = \dfrac{3}{11}$;

$P_2 = \dfrac{0,07}{0,22} = \dfrac{7}{22}$;

$P_3 = \dfrac{0,09}{0,22} = \dfrac{9}{22}$.

$Y | X = 9 \quad \Rightarrow \quad P = 0,09 + 0,02 + 0,15 + 0,11 = 0,37$

$Y|X=9$	5	10	15	20	Σ
	9/37	2/37	15/37	11/37	1

$P_1 = \dfrac{0,09}{0,37} = \dfrac{9}{37}$; $\qquad P_3 = \dfrac{0,15}{0,37} = \dfrac{15}{37}$;

$P_2 = \dfrac{0,02}{0,37} = \dfrac{2}{37}$; $\qquad P_4 = \dfrac{0,11}{0,37} = \dfrac{11}{37}$.

4) $M(X|Y=5) = \dfrac{80}{11} \approx 7,2727$

$M(Y|X=9) = \dfrac{510}{37} \approx 13,7837$