

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ

Практичне заняття № 12

Тема. Рішення задач лінійного програмування на Excel

План проведення заняття

Вступ.

1. Складання математичних моделей процесів управління на основі оптимізаційних задач лінійного програмування.

2. Рішення задач лінійного програмування на Excel.

Заключення.

Завдання на СРС: 1. Навчитись самостійно розробляти математичні моделі задач, що підлягають під клас лінійного програмування. Засвоїти рішення задач ЛП на Excel.

2. Рішити одну задачу ЛП на Excel. Надрукувати умову та рішення в doc-файл та надіслати на пошту bar64@ukr.net не пізніше ніж за тиждень. Зразок рішення задачі наведено в даній методичці. Рішення має включати в себе: умову задачі, складання математичної моделі задачі, скрін-шот рішення задачі в Excel, результати рішення висновок. Задачу вибрати з номером (N+3) із наведених на стор. 6 – 11, де N – номер студента в списку групи по журналу.

Вступ.

Питання для перевірки готовності до заняття.

1. Дайте визначення класу задач лінійного програмування.
2. Із яких складових складається математична модель задачі ЛП?
2. Які обмеження накладаються на застосування математичних моделей ЗЛП?
3. Яка інформація є вихідною для моделювання ЗЛП?
4. Яку інформацію можна отримати в результаті моделювання ЗЛП?
5. Які основні методи рішення задач лінійного програмування?
6. В чому відмінність ЗЛП від задач нелінійного програмування?
7. Які основні висновки можна зробити після рішення задачі лінійного програмування?

1. Складання математичних моделей процесів управління на основі оптимізаційних задач лінійного програмування.

Розглянемо складання мат моделей рішення задач ЛП на Excel.

Задача №1

Механічний цех може виготовляти за зміну 600 деталей №1 або 1200 деталей №2. Виробнича потужність термічного цеху, куди ці деталі поступають на термообробку у той же день, дозволяє обробити за зміну 1200 деталей №1 або 800 деталей №2. Ціни на деталі однакові. Потрібно визначити щоденну виробничу програму випуску деталей, яка максимізує товарну продукцію підприємства, при таких додаткових умовах:

- а) обидва цехи працюють одну зміну;
- б) механічний цех працює три зміни, а термічний — дві зміни;
- в) підприємство працює у дві зміни, при цьому деталей №1 повинно бути виготовлено не більше 800 шт., та деталей №2 — не більше 1000 шт.

Рішення.

Позначимо:

X_1 – число деталей №1, що виготовлені в механічному цеху та пройшли термообробку;

X_2 – число деталей № 2, що також виготовлені в механічному цеху та пройшли термообробку.

Згідно умови, ціна на деталі однакова. Тому $c_1=1$ та $c_2=1$.

Таким чином, цільова функція буде мати вигляд:

$$F(X) = c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 \rightarrow \max. \quad (1)$$

Визначимо обмеження для даної задачі.

Для умови а), коли обидва цехи працюють в одну зміну:

$$\begin{cases} X_1 \leq 600; \\ X_2 \leq 1200; \\ X_1 \leq 1200; \\ X_2 \leq 800; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Для умови б), коли механічний цех працює три зміни, а термічний — дві зміни:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \leq 600 \cdot 3; \\ X_2 \leq 1200 \cdot 3; \\ X_1 \leq 1200 \cdot 2; \\ X_2 \leq 800 \cdot 2; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

Для умови в), коли підприємство працює у дві зміни, при цьому деталей №1 повинно бути виготовлено не більше 800 шт., та деталей №2 — не більше 1000 шт.:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \leq 600 \cdot 2; \\ X_2 \leq 1200 \cdot 2; \\ X_1 \leq 1200 \cdot 2; \\ X_2 \leq 800 \cdot 2; \\ X_1 \leq 800; \\ X_2 \leq 1000; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Таким чином, отримана математична модель, тобто математична формалізація постановки завдання полягає у такому: знайти значення X_1 та X_2 такі, що максимізують цільову функцію (1) при обмеженнях (2), (3), (4), відповідно до умов а), б), в).

Рішення поставленої ЗЛП на Excel буде наведено нижче.

Задача №2

Із пункту *A* в пункт *B* щоденно відправляються пасажирські та швидкі потяги. В табл. 1 наведено кількість вагонів різних типів, із яких щоденно можна комплектувати потяги, і кількість пасажирів, на яких розраховані вагони. Визначити оптимальне число швидких і пасажирських потягів, при якому кількість пасажирів, що перевозяться, буде максимальна.

Таблиця 1

Вагон	Парк вагонів	Потяг		Число пасажирів
		швидкий	пасажирський	
Багажний	12	1	1	
Поштовий	18	1	-	-
Жорсткий	89	5	8	58
Купейний	79	6	4	40
М'який	35	4	2	32

Рішення.

Позначимо:

X_1 – число пас.потягів;

X_2 – число шв.потягів.

В пас.потязі 15 вагонів: 1 багажний, 8 жорстких по 58 пасажирів, 4 купейних по 40 пасажирів та 2 м'яких вагони по 32 пасажирів в кожному.

Всього в пас.потязі: $8 \cdot 58 + 4 \cdot 40 + 2 \cdot 32 = 688$ пасажирів.

В шв.потязі 17 вагонів: 1 багажний, 1 поштовий, 5 жорстких по 58 пасажирів, 6 купейних по 40 пасажирів та 4 м'яких вагони по 32 пасажирів в кожному.

Всього в шв.потязі: $5 \cdot 58 + 6 \cdot 40 + 4 \cdot 32 = 658$ пасажирів.

Далі, згідно умов задачі, необхідно максимізувати число пасажирів, що можуть бути перевезені на X_1 пасажирських потягах та на X_2 швидких потягах. Тому цільова функція може бути записана у такий вид:

$$F(X) = 688 \cdot X_1 + 658 \cdot X_2 \rightarrow \max. \quad (5)$$

Обмеження:

1) всього в парку 12 багажних вагонів. Вони використовуються по одному в пас. та шв. потягах:

$$X_1 + X_2 \leq 12;$$

2) всього 18 поштових вагонів: використовуються тільки у шв.потязі – по одному в кожний шв.потяг:

$$X_2 \leq 18;$$

3) всього 89 жорстких вагонів: по 8 у пас.потяг та по 5 у шв.потяг. Тому:

$$8 \cdot X_1 + 5 \cdot X_2 \leq 89;$$

4) аналогічно для купейних та м'яких вагонів:

$$4 \cdot X_1 + 6 \cdot X_2 \leq 79;$$

$$2 \cdot X_1 + 4 \cdot X_2 \leq 35;$$

Таким чином, математична модель задачі ЛП буде мати такий вид:

$$F(X) = 688 \cdot X_1 + 658 \cdot X_2 \rightarrow \max. \quad (5)$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} X_1 + X_2 \leq 12; \\ X_2 \leq 18; \\ 8X_1 + 5X_2 \leq 89; \\ 4X_1 + 6X_2 \leq 79; \\ 2X_1 + 4X_2 \leq 35; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{cases} \quad (6)$$

Рішення поставленої ЗЛП на Excel буде наведено нижче.

Задачі для самостійного рішення

Задача №3

Розв'язати задачу 2 при умові, що пропускна спроможність дороги обмежує число пасажирів потягу до шести в день.

Задача №4

Три механізми I, II та III можуть виконувати три види ґрунтових робіт **A**, **B** та **C**. В табл. 2 вказані ресурси робочого часу кожного механізму, продуктивність механізмів при виконанні різних робіт і вартість однієї години праці механізму.

- визначити максимальне завантаження механізмів при максимальному сумарному об'ємі виконаних робіт;
- визначити оптимальне завантаження устаткування, що забезпечує максимальний об'єм робіт при дотриманні умови комплектності а: б: с = 1: 2: 3.
- знайти оптимальне завантаження устаткування, що забезпечує мінімізацію сумарних витрат, при об'ємі робіт а = 6000 м³, б = 50 000 м³ с = 8000 м³.

Таблиця 2

Механізм и	Продуктивність, м ³ /г			Питома вартість грн./г			Ресурси часу
	A	B	C	A	B	с	
I	30	20	40	20	40	30	400
II	20	30	50	30	20	50	300
III	60	40	20	50	30	60	280

Задача №5

Авіакомпанія для організації пасажирських перевезень між центром **Ц** і чотирма містами **Г1, Г2, Г3, Г4**, має в розпорядженні три групи літаків. Перша група складається з 10 чотирьохмоторних, друга — з 25 двомоторних літаків нового зразка, і третя - з 40 двомоторних літаків старого зразка. Кількість пасажирів, що перевозяться одним літаком даного типу по кожному маршруту за 1 місяць, і пов'язані з цим експлуатаційні витрати на 1 літак (тис. грн.) вказані в таблиці 1.3. Кількість пасажирів, яких потрібно перевозити по кожному маршруту складає відповідно 40, 50, 40, 30 тис. людей, а вартість одного квитка коштує відповідно 20, 15, 18 та 30 грн. Розподілити літаки по маршрутах, виходячи з умови досягнення максимального прибутку авіакомпаній.

Задача №6

Таблиця 3

Тип літака	Кількість пасажирів/Експлуатаційні витрати			
	<i>II-Г1</i>	<i>II-Г2</i>	<i>II-Г3</i>	<i>II-Г4</i>
I	16/1,2	30/0,8	19/1,5	25/1,6
II	20/1,4	25/1,5	17/2,0	16/2,9
III	25/1,0	18/1,1	20/1,8	20/1,7

Нафтопереробний завод одержує 4 напівфабрикати: 400 тис. л. алкилата, 250 тис. л. крекінг-бензину, 350 тис. л. бензину прямої перегонки і 100 тис. л. ізопентану. В результаті змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюються три сорти авіаційного бензину: бензин А (2:3:5:2), бензин В (3:1:2:1) та бензин С (2:2:1:3). Вартість бензину кожного сорту дорівнює 120 грн., 100 грн., та 150 грн.

а) визначити співвідношення компонентів, при якому буде досягнута максимальна вартість всієї продукції;

б) визначити оптимальне співвідношення, виходячи з умови максимального використання компонентів.

Задача №7

На підприємство постуило дві партії фанери, причому перша партія містить 400 листів, а друга — 250 листів фанери. З них виготовляються комплекти, що включають 4 деталі 1-го типу, 3 деталі 2-го типу і 2 деталі 3-го типу. Один лист фанери кожної партії може розкрюватися трьома способами. Кількість деталей кожного типу, яка виходить при розкрої одного листа за тим або іншим способом, представлена в таблиці 4. Вимагається розкрити матеріал так, щоб забезпечити виготовлення максимального числа комплектів

Таблиця 4

Тип деталі	Кількість деталей, шт.						
	<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>R3</i>	<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>R3</i>	<i>R4</i>
1-й	0	6	9	6	5	4	0
2-й	5	3	4	5	3	2	6
3-й	12	14	0	7	4	5	7

Задача №8

Підприємство може працювати по п'яти технологічних процесах (T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , T_5), причому кількість одиниць продукції, що випускається, по різних технологічних процесах за 1 одиницю часу відповідно дорівнює 300, 260, 320, 400 і 450 шт. У процесі виробництва враховуються такі виробничі чинники: сировина, електроенергія, зарплата і накладні витрати. Витрати відповідних чинників при роботі по різних технологічних процесах протягом 1 одиниці часу вказані в табл. 5. Знайти програму максимального випуску продукції.

Таблиця 5

Виробничі фактори	Витрати при різних технологіях					Ліміт
	<i>T1</i>	<i>T2</i>	<i>T3</i>	<i>T4</i>	<i>T5</i>	
сировина	15	20	12	14	18	2000
електроенергія	0,2	0,3	0,15	0,25	0,3	300
накладні витрати	4	5	6	3	2	1000
зарплата	6	3	4	6	3	1600

Задача №9

Механічний завод при виготовленні трьох різних деталей використовує токарні,

фрезерні і строгальні верстати. При цьому обробку кожної деталі можна вести трьома різними технологічними способами T_1 , T_2 , T_3 . В табл. 6 вказані норми часу при обробці деталі на відповідному верстаті кожним технологічним способом, а також ресурси кожної групи верстатів. Прибуток від продажу кожного виду виробу складає відповідно 22, 18 і 30 грн.

- а) скласти оптимальний план завантаження виробничих потужностей, що забезпечує максимальний прибуток;
 б) вважаючи, що між кількістю деталей, що випускаються, має виконуватися співвідношення комплектності 1:2:1, визначити виробничу програму, що забезпечує виготовлення максимального числа комплектів;
 в) вирішити задачу (а), якщо число деталей II не має перевищувати 100 одиниць.

Таблиця 6

Тип станка	Норми часу на обробку деталей, г.									Ресурс часу
	I			II			III			
	<i>T1</i>	<i>T2</i>	<i>Ti</i>	<i>T1</i>	<i>T2</i>	<i>T3</i>	<i>T1</i>	<i>T2</i>	<i>T3</i>	
Токарний	1	0.9	1,1	1.2	1.5	-	0.9	-	-	200
Фрезерний	0.8	0.8	1,3	0.9	1.1	1.3	1.1	0.8	-	400
Строгальни	-	0.7	1	0.7	-	1.3	1.3	0.8	-	300

Задача №10

Для виготовлення сплаву із свинцю, цинку, олова певного складу використовується сировина у вигляді п'яти сплавів з тих само металів, відмінних складом і вартістю 1 кг (табл. 7).

- а) визначити, яку кількість сплаву кожного виду потрібно узяти, щоб виготовити при мінімальній собівартості сплав, що містить 20% свинцю, 30% цинку і 50% олова?
 б) вирішити ту саму задачу при таких обмеженнях на склад сплаву: олово — від 40% до 60% і цинку — від 20% до 30%.
 в) вирішити ту саму задачу при таких обмеженнях на склад сплаву: олово — не більше 40% і цинку — не менше 20%.

Таблиця 7

Тип сплаву	Вміст металу, %			Питома вартість
	<i>Свинець</i>	<i>Цинк</i>	<i>Олово</i>	
I	15	40	45	8
II	10	80	10	17
III	30	30	40	10
IV	40	25	35	12
V	10	70	20	15

Задача №11

Деталі **A**, **B**, **C** можна обробляти на трьох верстатах (I, II, III). В табл. 1.8 вказані норми витрат часу на обробку верстатом відповідної деталі, вартість 1 години роботи верстата і граничний час роботи верстата. Припускаючи, що будь-яка деталь може оброблятися на будь-якому з верстатів, визначити оптимальну виробничу програму по одному з таких критеріїв:

- 1) максимуму товарної продукції (Т);
- 2) максимуму сумарного прибутку (П);
- 3) мінімуму сумарних витрат на обробку (S) при плані випуску деталей **A** 300 шт., **B** 500 шт., **C** 100 шт.;
- 4) максимуму числа комплектів, що включають 3 деталі **A**, 2 деталі **B** і 1 деталь **C**;
- 5) максимум П при заданому асортименті 3:2:1;
- 6) максимум П при заданій кількості деталей: **A** — 200 шт., **B** — 400 шт., **C** — 600 шт.;

- 7) максимум завантаження верстатів при заданому асортименті 3:2:1;
- 8) максимальне число деталей **A, B, C** при однаковому часі роботи всіх верстатів;
- 9) максимум **П** за умови, що кожний верстат обробляє тільки одну деталь і за планом передбачений випуск всіх трьох деталей;
- 10) максимум сумарної продуктивності за умови п. 9 і однаковому часі роботи всіх верстатів.

Таблиця 8

Верстати	Норми витрат часу			Вартість 1 години, грн-	Час роботи верстата
	A	B	C		
1	0,3	0,1	0,2	30	50
II	0,5	0,2	0,4	20	60
III	0,4	0,5	0,3	15	40

Задача №12

Використовуючи дані таблиці 8 і припускаючи, що кожна деталь послідовно обробляється на кожному верстаті, скласти виробничу програму по одному з таких критеріїв:

- 1) максимуму **П**;
- 2) максимуму **T**;
- 3) максимуму **П** при умові, що деталей **A** – не менше 300 шт., деталей **B** – не більше 200 шт.;
- 4) максимум **T** при заданому асортименті 3:2: 1;
- 5) мінімум **S** при заданому асортименті 1:2:3.

Задача №13

Для будівництва домів на 100 будівельних майданчиках вибрали 5 типових проекти. По кожному із проектів відомі тривалість закладки фундаментів і будівництва решти частини споруди, а також житлова площа споруди (табл. 9). Паралельно можна вести закладку 10 фундаментів і будівництво 15 домів.

Скласти план будівництва, максимізуючий ввід житлової площі протягом року (300 робочих днів), при умові, що домів 2 типу має бути побудовано не менше 10.

Таблиця 9

Види робіт	Тривалість виконання (дні) для типового проекту				
	1 проект	2 проект	3 проект	4 проект	5 проект
Закладка фундаменту	20	30	35	30	40
Решта робіт	40	20	60	35	25
Житлова	3000	2000	5000	4000	6000

Задача №14

Завод виробляє два типи продукції: велосипеди і мотоцикли. При цьому цех по випуску велосипедів має потужність 100 тис. штук в рік, цех по випуску мотоциклів – 30 тис. штук. Механічні цехи заводу обладнані взаємозамінними обладнаннями, і одна група цехів може виробляти або деталі для 120 тис. велосипедів, або деталі для 40 тис. мотоциклів, або іншу комбінацію деталей, обмежену цими даними. Інша група механічних цехів може випускати або деталі для 80 тис. велосипедів, або для 60 тис. мотоциклів, або іншу

допустиму комбінацію. У результаті реалізації кожної тисячі велосипедів завод отримує прибуток у 20 тисяч гривень, а кожної тисячі мотоциклів — 30 тисяч гривень. Знайти таке поєднання випуску продукції, яке дасть найбільшу суму прибутку.

Таблиця 10

Вид виробничого обладнання	Кількість обладнання, необхідного для виготовлення одиниці		Обсяг обладнання
	1 вид	2 вид	
A	3	2	12
B	1	2	8
C	5	0	16
D	0	4	12
Чистий прибуток одиниці продукції, у.о	3	4	*

Задача №15

На підприємстві для виробництва двох видів продукції використовується 4 види обладнання, у кількості, заданій у таблиці 10. Організувати випуск продукції, так, щоб чистий дохід від виробництва був максимальний.

Задача №16

Для виготовлення продукції двох видів **П1**, **П2** необхідно використовувати чотири види сировини **S1**, **S2**, **S3**, **S4**. Кількість одиниць сировини необхідних для виготовлення одиниці кожного із видів продукції, відома і задана в таблиці 11.

Необхідно скласти такий план випуску продукції **П1**, **П2**, при якому прибуток підприємства від реалізації всієї продукції був би максимальним.

Таблиця 11

Вид сировини	Запаси сировини	Вид продукції	
		П1	П2
S1	19	2	3
S2	13	2	1
S3	15	0	3
S4	18	3	0
Прибуток	*	7	5

2. Рішення задач лінійного програмування на Excel.

Задача №1

Механічний цех може виготовляти за зміну 600 деталей №1 або 1200 деталей №2. Виробнича потужність термічного цеху, куди ці деталі поступають на термообробку у той же день, дозволяє обробити за зміну 1200 деталей №1 або 800 деталей №2. Ціни на деталі однакові. Потрібно визначити щоденну виробничу програму випуску деталей, яка максимізує товарну продукцію підприємства, при таких додаткових умовах:

- а) обидва цехи працюють одну зміну;
- б) механічний цех працює три зміни, а термічний — дві зміни;
- в) підприємство працює у дві зміни, при цьому деталей №1 повинно бути виготовлено не більше 800 шт., та деталей №2 — не більше 1000 шт.

Під час рішення отримано математичну модель задачі для **випадку а)**:

$$F(X) = c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 \rightarrow \max, \quad (1)$$

де $c_1=1$, $c_2=1$,
при обмеженнях:

$$\begin{cases} X_1 \leq 600; \\ X_2 \leq 1200; \\ X_1 \leq 1200; \\ X_2 \leq 800; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Послідовність рішення задачі на Excel (рис. 1):

- 1) ввести в певний рядок назви змінних X_1 , X_2 ;
- 2) виділити під ним наступний рядок для значень цих змінних. Ввести нульові значення;
- 3) ввести рядок коефіцієнтів цільової функції;
- 4) ввести у певну клітину формулу для значення цільової функції;
- 5) ввести матрицю обмежень A ;
- 6) ввести в певний стовбець справа від матриці A значення лівих частин нерівностей обмежень;
- 7) ввести в певний стовбець ще правіше вектор-стовбець B (правих частин нерівностей обмежень);
- 8) вибрати команду меню «Данные» → «Поиск решений». У вікні, що відкрилось ввести адреси клітини цільової функції, змінних та обмежень (рис. 2). Натиснути «Найти решение» і в таблиці, у визначеному рядку з'являться значення невідомих x_i , що приводять цільову функцію до екстремуму.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Рішення задачі лінійного програмування симплекс-методом									
2	Завдання 1, а)									
3		Змінні								
4		X1	X2							
5		600	800							
6		Коефіцієнти цільової функції:					Значення Ц.Ф.			
7		1	1				1400			
8		Обмеження:								
9		1	0			600	600			
10		0	1			800	1200			
11		1	0			600	1200			
12		0	1			800	800			
13										

Рис. 1. Симплекс-метод рішення ЗЛП в Excel задачі 1, а)

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка Найти решение Закрыть

Рис. 2. Вікно Поиск решения в меню Данные

Результат рішення: $X_1=600$, $X_2=800$.

Висновок. Щоденна оптимальна, з точки зору максимізації товарної продукції підприємства програма виробництва підприємства, має бути: 600 деталей №1 та 800 деталей №2.

Для випадку б) математична модель задачі має вигляд:

$$F(X) = c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 \rightarrow \max, \quad (1)$$

де $c_1=1$, $c_2=1$,
при обмеженнях:

$$\begin{cases} X_1 \leq 600 \cdot 3; \\ X_2 \leq 1200 \cdot 3; \\ X_1 \leq 1200 \cdot 2; \\ X_2 \leq 800 \cdot 2; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Вікно рішення на рис. 3.

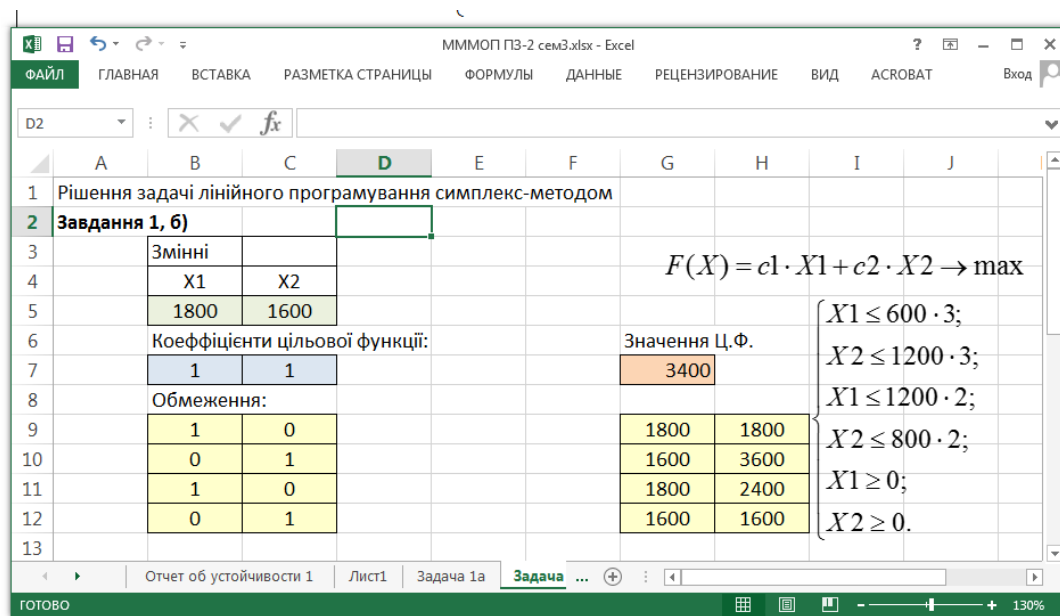


Рис. 3. Симплекс-метод рішення ЗЛП в Excel задачі 1, б)

Результат рішення: $X_1=1800$, $X_2=1600$.

Висновок. Щоденна оптимальна, з точки зору максимізації товарної продукції підприємства програма виробництва підприємства, має бути: 18600 деталей №1 та 1600 деталей №2.

Для **випадку в)** математична модель задачі має вигляд:

$$F(X) = c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 \rightarrow \max, \quad (1)$$

де $c_1=1, c_2=1$,

при обмеженнях:

$$\begin{cases} X_1 \leq 600 \cdot 2; \\ X_2 \leq 1200 \cdot 2; \\ X_1 \leq 1200 \cdot 2; \\ X_2 \leq 800 \cdot 2; \\ X_1 \leq 800; \\ X_2 \leq 1000; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Вікно рішення на рис. 4.

Змінні	X1	X2
800	1000	

Коефіцієнти цільової функції:	Значення Ц.Ф.
1	1

Обмеження:	800	1200
1	0	1
0	1	0
1	0	1
0	1	0
1	0	1
0	1	0

Значення Ц.Ф.	800	1200
1800	2400	2400
1000	1600	800
1000	1000	

Рис. 4. Симплекс-метод рішення ЗЛП в Excel задачі 1, в)

Результат рішення: $X_1=1800, X_2=1600$.

Висновок. Щоденна оптимальна, з точки зору максимізації товарної продукції підприємства програма виробництва підприємства, має бути: 18600 деталей №1 та 1600 деталей №2.

Задача №2

Із пункту *A* в пункт *B* щоденно відправляються пасажирські та швидкі потяги. В табл. 1 наведено кількість вагонів різних типів, із яких щоденно можна комплектувати потяги, і кількість пасажирів, на яких розраховані вагони. Визначити оптимальне число швидких і пасажирських потягів, при якому кількість пасажирів, що перевозяться, буде максимальна.

Таблиця 1

Вагон	Парк вагонів	Потяг		Число пасажирів
		швидкий	пасажирський	
Багажний	12	1	1	
Поштовий	18	1	-	-
Жорсткий	89	5	8	58
Купейний	79	6	4	40
М'який	35	4	2	32

Під час рішення даної задачі отримано математичну модель:

$$F(X) = 688 \cdot X_1 + 658 \cdot X_2 \rightarrow \max \quad (5)$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} X_1 + X_2 \leq 12; \\ X_2 \leq 18; \\ 8X_1 + 5X_2 \leq 89; \\ 4X_1 + 6X_2 \leq 79; \\ 2X_1 + 4X_2 \leq 35; \\ X_1 \geq 0; \\ X_2 \geq 0. \end{cases} \quad (6)$$

Вікно рішення на рис. 5.

МММОП ПЗ-2 сем3.xlsx - Excel

ФАЙЛ ГЛАВНАЯ ВСТАВКА РАЗМЕТКА СТРАНИЦЫ ФОРМУЛЫ ДАННЫЕ РЕЦЕНЗИРОВАНИЕ ВИД АСРОВАТ

G7 : X ✓ fx =B7*B5+C7*C5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Рішення задачі лінійного програмування симплекс-методом													
2	Завдання 2													
3		Змінні												
4		X1	X2				$F(X) = 688 \cdot X1 + 658 \cdot X2 \rightarrow \max$							
5		9,66667	2,33333											
6		Коефіцієнти цільової функції:				Значення Ц.Ф.								
7		688	658			8186								
8		Обмеження:												
9		1	1			12	12							
10		0	1			2,33333	18							
11		8	5			89	89							
12		4	6			52,6667	79							
13		2	4			28,6667	35							
14														
15														
16														
17														
18		Аналіз рішення:												
19		Перебір значень X1 та X2				Значення Ц.Ф.								
20		9,66667	2,33333			8186	Оптимальне значення, але не ціле.							
21		10	2			8196	Наближене до оптимального ціле рішення					Не задовільняє обмеженню 3		
22		9	2			7508	Наближене до оптимального ціле рішення							
23		10	3			8854	Наближене до оптимального ціле рішення					Не задовільняє обмеженню 1		
24		9	3			8166	Наближене до оптимального ціле рішення							
25		8	4			8136	Близьке до оптимального ціле рішення							
26														
27		Висновок. Приймається цілочислене рішення X1=9, а X2=3. При цьому F(X)=8166												

Рис. 5. Симплекс-метод рішення ЗЛП в Excel задачі 2

Результат рішення: $X1=9,666$, $X2=2,333$.

Але, змінними $X1$ та $X2$ позначено число пасажирських та швидких потягів. Тому це число не може бути дробним.

Для пошуку цілочисленого рішення доцільно обчислити цільову функцію $F(X)$ для наближених цілих значень змінних $X1$ та $X2$. Перевірка значень $F(X)$ для 5 варіантів показала, що найкращим (з точки зору максимуму $F(X)$ та задоволення обмеженням) є варіант $X1=9$, $X2=3$.

Висновок. Оптимальне число пасажирських та швидких потягів, при якому кількість пасажирів, що перевозяться, буде максимальною, дорівнює 9 пасажирським та 3 швидким потягам. Число пасажирів, що будуть перевезені складе 8166 осіб.

Заключення

Найбільш зручно вирішувати задачі лінійного програмування на Excel. При цьому найважливішим етапом залишається розробка математичної моделі для поставленої задачі. Після ведення вихідних даних у відповідні клітини треба скористатись командою «Поиск решения» із меню «Данные».

Завідувач кафедри вищої математики,
математичного моделювання та фізики
кандидат фізико-математичних наук, доцент

І.В. Замрій