МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ
ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ

Лекція № 5. Загальна характеристика методів оптимізації

План лекції:

Вступ.
1. Основні поняття та класифікація методів оптимізації.
2. Постановка задачі однопараметричної оптимізації та стратегії пошуку.
3. Метод рівномірного пошуку.
4. Метод половинного ділення відрізку.
Заключення.

Л І Т Е Р А Т У Р А

1. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Підручник. Сьоме видання перероблене та доповнене. – К.: Видавничий дом «Слово», 2006. – 816 с.
2. Зайченко О.Ю., Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Збірник задач. – К.: Видавничий дом «Слово», 2007. – 472 с.

<u>Завдання на СРС:</u>
Підготуватись до практичного заняття.

Вступ

Предметом вивчення методів оптимізації є побудова оптимальних рішень за допомогою математичних моделей. При цьому, безпосередньо побудова математичних моделей не розглядається.

Коли ми говоримо про оптимальне рішення, то завжди необхідно вказувати критерій оптимальності, тобто з якої точки зору процес має бути оптимальним. Або, з іншої сторони, який показник, що характеризує досліджуваний процес має бути найкращим, тобто максимальним або мінімальним. Отже, побудова оптимального рішення включає в себе обчислення такого значення параметру, що приводить до максимуму або мінімуму задану функцію.

Функція, що мінімізується або максимізується в процесі вирішення оптимізаційної задачі називається цільовою функцією. Наприклад:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) \to \min . \tag{1}$$

Вираз (1), в якому цільова функція прямує до екстремуму називається критерієм оптимізації.

Вважається, що цільова функція відома досліднику, або відомий алгоритм, за яким можна її обчислити за будь-яких параметрів x_1, x_2, … , x_n.

Зазвичай під час рішення оптимізаційної задачі можуть накладатись обмеження:

$$\begin{cases} q_1(x_1, x_2, ..., x_n) \le q_1^{зад}; \\ q_2(x_1, x_2, ..., x_n) \le q_2^{зад}; \\ ... \\ q_m(x_1, x_2, ..., x_n) \le q_m^{зад}. \end{cases} \tag{2}$$

Таким чином, постановка задачі полягає в такому: знайти значення параметрів $X^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)^T$, які приводять до мінімуму цільову функцію (1) з обмеженнями (2).

<u>Приклад 1</u>. В майстерні металевих виробів необхідно виготовити бочку циліндричної форми, яка б мала найбільший об’єм. При цьому площа металевого листа, що має бути використана на одну бочку не більше заданого значення Sзад.

<u>Розв’язання.</u>

Будемо вважати, що майбутня бочка має радіус основи r. Тоді об’єм бочки:

$V = \pi r^2 \cdot h$.

Площа поверхні: $S = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h \le S_{зад}$.

Таким чином, <u>математична формалізація</u> задачі буде така.

Знайти невідому змінну r, яка приводить цільову функцію (3) до максимуму при обмеженнях (4):

$$V(r) = \pi r^2 \cdot h \to \max; \tag{3}$$

$$2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h \le S_{зад}. \tag{4}$$

В даному випадку задача може бути вирішена аналітично.

Із (4) можна виразити: $h \le \frac{S_{зад}}{2\pi r} - r$.

Підставляємо в (3): $V(r) = \frac{1}{2} r \cdot S_{зад} - \pi r^3 \to \max$.

Знайти значення параметра r, що приводить V(r) до максимуму можна із умови:

$\frac{dV(r)}{dr} = 0.$

$$\frac{dV(r)}{dr} = \frac{1}{2} S_{зад} - 3\pi r^2 = 0$$

$$r = \sqrt{\frac{S_{зад}}{6\pi}}.$$

Таким чином, знайдене значення радіуса r є оптимальним в смислі максимуму об'єму бочки.

Слід відзначити, що в більшості випадків оптимізаційну задачу неможливо рішити аналітично. Тому для рішення різноманітних оптимізаційних задач розроблені методи численного рішення за допомогою обчислювальної техніки, які і складають суть методів оптимізації.

Велике значення мають рішення задач однопараметричної оптимізації, коли цільова функція залежить тільки від однієї змінної. При рішенні поставленної задачі необхідно знайти оптимальне значення параметру (змінної функції), яка приводить заданну цільову функцію в мінімум при заданих обмеженнях.

Слід відзначити, що в більшості випадків оптимізаційну задачу неможливо рішити аналітично. Тому для рішення різноманітних оптимізаційних задач розроблені методи численного рішення за допомогою обчислювальної техніки, які і складають суть методів оптимізації.

Як правило, реальні задачі є багатопараметричними. Але будь-яку багартопараметричну задачу можна при відповідних припущеннях звести до однопараметричної. В той же час, методи рішення однопараметричних задач лежать в основі методів рішення багатопараметричних оптимізаційних задач.

Існує багато методів пошуку мінімуму або максимуму функції на відрізку. Найбільш відомими є метод рівномірного пошуку, метод ділення інтервалу навпіл, метод дихотомії, золотого перерізу, Фібоначі, метод квадратичної або кубічної апроксимації, тощо. В кожному із цих методів послідовно скорочується інтервал, що містить шуканий екстремум.

Всі методи однопараметричної оптимізації відрізняються один від одного різними евристиками вибору нового інтервалу на кожному кроці ітераційного алгоритму.

Для характеристики ефективності алгоритму зменшення інтервалу доцільно ввести показник:

$$R(N) = \frac{|L_N|}{|L_0|},$$

де N – число ітерацій зменшення інтервалу.

1. Основні поняття та класифікація методів оптимізації

Критерій оптимізації, цільова функція та обмеження являють собою математичну модель досліджуваного процесу, який необхідно оптимізувати. Саме вид математичної моделі визначає метод або кілька методів, які можна застосувати для побудови оптимального рішення.

В більшості випадків математичну модель об'єкта можна представити у вигляді цільової функції $f(X)$ або критерія оптимальності (іноді без обмежень), яку треба максимізувати або мінімізувати. Тобто, необхідно знайти максимум або мінімум поставленої задачі, причому X є D – області можливих значень $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$. Як правило, область допустимих значень D задається. Тоді задача формулюється таким чином:

$$f(X) \to \max_{X \in D} (\min_{X \in D}) \qquad (5)$$

або по-іншому

$$f(X) \to \max (\min)$$

при $$X \in D.$$

Область допустимих значень D визначається системою лінійних або нелінійних обмежень на вектор X

$$D = \left\{ X \middle| q_j(X) \le q_j^0; \;\; j = 1,2,\ldots,m \right\}. \qquad (6)$$

В реальних задачах обмеження на область можливих значень змінних (параметрів) моделі відсутні доволі рідко. Зазвичай ці параметри характеризують деякі обмежені ресурси, тому не можуть бути необмеженими. Але подекуди можуть бути і задачі без обмежень (6). Це може бути в умовах необмежених ресурсів, або при наявності умов, що не накладають обмежень на параметри процесу. В такому випадку задача оптимізації називається ***безумовною задачею*** або задачею без обмежень:

$$f(X) \to \max_{X} (\min_{X}). \qquad (7)$$

Складність задачі залежить від виду цільової функції $f(X)$ та функцій $q_j(X)$, що визначають область допустимих значень параметрів. Функції можуть бути лінійними та нелінійними, неперервними або приймати дискретні значення. Область можливих значень може бути випуклою або невипуклою, незв’язною, представляти собою дискретну множину точок. В залежності від цього задачі можуть бути ***одноекстремальними*** або ***багатоекстремальними***. Для їх вирішення можуть використовуватись різноманітні методи пошуку оптимального рішення, тобто методи оптимізації.

Наприклад, якщо функції $f(X)$ та $q_j(X)$ лінійні, то буде ***задача лінійного програмування*** і можна використовувати використовувати для пошуку рішення методи лінійного програмування (варіанти симплекс-метода).

Якщо функції $f(X)$ та $q_j(X)$ нелінійні, то сформульована задача називається ***задачею нелінійного програмування***. Якщо при цьому мінімізується випукла $f(X)$ при випуклих функціях $q_j(X)$, то буде задача одноекстремальна (випукле нелінійне програмування).

Якщо $q_j(X)$ лінійні, а цільова функція $f(X)$ являє собою квадратичну випуклу функцію, то можемо використовувати алгоритми квадратичного програмування.

При вогнутій цільовій функції на випуклій області може бути багатоекстремальна задача з необхідністю пошуку глобального екстремуму.

Якщо на змінні, що входять в задачу, накладено вимогу цілочисленості або дискретності, то використовуються методи дискретного програмування, серед яких найпростішими є методи глобального перебору, методи гілок та границь, тощо.

Якщо система обмежень відсутня і $f(X)$ являє собою нелінійну функцію, то для рішення задачі (5), тобто для визначення параметрів $x_1, x_2, \dots , x_n$, що приводять до мінімуму або максимуму цю функцію $f(X)$ використовуються різні алгоритми пошуку. В залежності від інформації про функцію $f(X)$, що буде використовуватись в алгоритмі, можуть застосовуватись прямі методи пошуку, методи пошуку першого чи другого порядку.

Прямі методи пошуку або методи нульового порядку це методи, в яких при пошуку екстремуму використовується інформація тільки про маму функцію і не використовується інформація про її похідні. Перевагою таких методів є можливість оптимізації функцій, у яких невідомо аналітичне представлення, тобто ці функції визначаються тільки на основі алгоритмів.

Методи першого порядку при пошуку рішення використовують не тільки інформацію про саму функцію, а і її похідні першого порядку. До таких методів відносяться різні градієнтні алгоритми.

Методи другого порядку під час пошуку рішення використовують інформацію про саму функцію та її похідні першого та другого порядків. До таких методів відносяться метод Ньютона та його модифікації.

На практиці іноді зустрічаються задачі, в яких декілька критеріїв оптимізації. Наприклад, необхідно спроектувати систему з максимальною ефективністю та мінімальною вартістю. Це стандартна ***двокритеріальна задача оптимізації*** з двома критеріями, що протирічать один одному. Для рішення таких задач розроблені методи компромісного рішення, метод Парето, та зведення задачі до однокритеріальної на основі згортки критеріїв.

2. Постановка задачі однопараметричної оптимізації та стратегії пошуку.

Необхідно знайти безумовний мінімум функції $f(x)$ однієї змінної, тобто таку точку $x^* \in R$, що $f(x) = \min\limits_{x \in R} f(x)$.

Така задача може бути вирішена аналітично або чисельними (алгоритмічними) методами.

Аналітичне рішення полягає в пошуку точки x, що задовольняє умові $\frac{df(x)}{dx} = 0$.

Але у випадку, коли функція $f(x)$ задана неявно, або задана алгоритмом, рішити зазначене рівняння складно. Тому в більшості випадків така задача вирішується чисельними (алгоритмічними) методами, які і складають суть методів оптимізації.

Зауваження.

Для методів однопараметричної оптимізації доцільно знати апріорну інформацію про знаходження точки мінімуму, тобто знати початковий інтервал $L_0 = [a_0, b_0]$, де знаходиться точка мінімуму. Передбачається, що точка мінімуму x* належить інтервалу L_0, але її точне значення невідомо.

Більшість відомих методів однопараметричної оптимізації застосовується для класу унімодальних функцій.

Визначення. Функція $f(x)$ називається унімодальною на інтервалі $L_0 = [a_0, b_0]$, якщо вона досягає глобального мінімуму в єдиній точці x*, причому зліва від x* функція строго спадає, а справа від x* – строго зростає.

Якщо $a_0<y<z<x^*$, то $f(y)>f(z)$. А якщо $x^*<y<z<b_0$, то $f(y)<f(z)$ (рис. 1, а).

Слід відмітити, що унімодальними є також функції, що мають розриви (рис. 1, б).

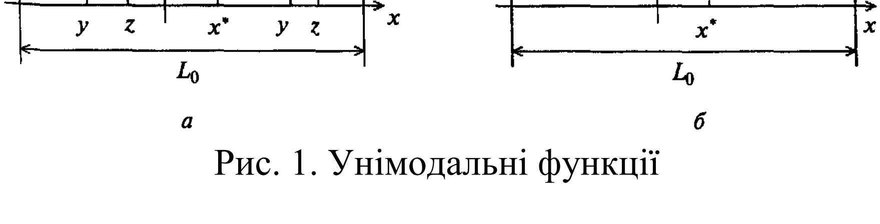

Рис. 1. Унімодальні функції

Стратегія пошуку.

Існують дві різних стратегії вибору точок, в яких виконується обчислення значень функції f(x). Якщо всі точки задаються заздалегідь, то це пасивна (паралельна) стратегія. Якщо точки обираються послідовно в процесі пошуку з урахуванням результатів попередніх обчислень, то це – послідовна стратегія. Прикладом реалізації пасивної стратегії є метод рівномірного пошуку.

Послідовна стратегія може бути реалізована за рахунок побудови послідовності вкладених один в одного інтервалів, кожний із яких містить точку мінімуму.

Стратегія пошуку включає в себе три етапи:

1. Вибір початкового інтервалу невизначеності $L_0 = [a_0, b_0]$. Межі інтервалу мають бути такими, щоб функція була унімодальною (визначення 1).

2. Зменшення інтервалу невизначеності. Та отримання нового інтервалу $L_1 = [a_1, b_1]$.

3. Перевірка умови закінчення ітерацій $|b_k - a_k| < \varepsilon$, де ε – задана точність пошуку екстремуму. Рішенням є точка x*, що належить інтервалу $L_k = [a_k, b_k]$.

Зауваження.

Зменшення інтервалу невизначеності здійснюється на основі обчислення значення функції в двох точках поточного інтервалу. Далі за рахунок властивості унімодальності функції на заданому інтервалі можна визначити, в якому із можливих підінтервалів знаходиться точка мінімуму, а в якому відсутня.

Нехай в точках y та z інтервалу [a, b] обчислені значення функції: f(y) та f(z).

Якщо f(y) > f(z), то $x^* \notin [a, y]$. Тому робимо висновок, що $x^* \in [y, b]$ (рис. 2, а).

Якщо f(y) < f(z), то $x^* \notin [z, b]$. Тому робимо висновок, що $x^* \in [a, z]$ (рис. 2, б).

Якщо f(y) = f(z), то можна обирати будь який інтервал $[y, b]$ або $[a, z]$.

Таким чином інтервал невизначеності скорочується.

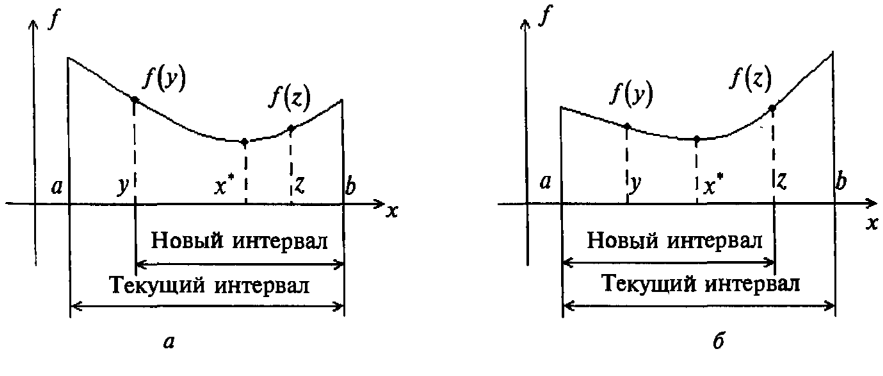

Рис. 2. Стратегія пошуку мінімуму

Всі методи однопараметричної оптимізації (половинног ділення, дихотомії, золотого перерізу, Фібоначі, апроксимаційні) відрізняються один ід одного різними евристиками вибору нового інтервалу на кожному кроці ітераційного алгоритму.

Для характеристики ефективності алгоритму зменшення інтервалу доцільно ввести показник:

$$R(N) = \frac{|L_N|}{|L_0|},$$

де N – число ітерацій зменшення інтервалу.

3. Метод рівномірного пошуку.

Постановка задачі.

Необхідно знайти безумовний мінімум функції $f(x)$ однієї змінної, тобто знайти точку x*:

$$x^* \in R, \qquad f(x^*) = \min_{x \in R} f(x).$$

Стратегія пошуку.

Метод відноситься о пасивних стратегій. Задається початковий інтервал невизначеності $L_0 = [a_0, b_0]$ та число обчислень N. Обчислення значень функції виконуються в N рівновіддалених точках. Інтервал L_0 ділиться на N+1 підінтервалів. Шляхом порівняння значень $f(x_i), \quad i = 1,2,...,N$ знаходиться найменше значення функції. Шукана точка: $x^* \in [x_{k-1}, x_{k+1}]$ (рис. 3).

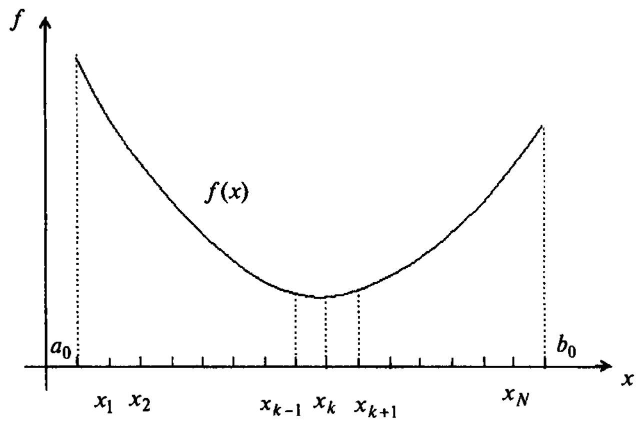

Рис. 3. Метод рівномірного пошуку

Алгоритм.

Крок 1. Задати початковий інтервал L_0 = [a_0, b_0], задати N – число обчислень функції.

Крок 2. Обчислити точки $x_i = a_0 + i \cdot \dfrac{b_0 - a_0}{N+1}, \quad i = 1,2,...,N$.

Крок 3. Обчислити значення функції в точках x_i: $f(x_i), \quad i = 1,2,...,N$.

Крок 4. Серед точок x_i знайти x_k таку, що має найменше значення функції:

$$f(x_k) = \min_{1 \le i \le N} f(x_i).$$

Крок 5. Точка мінімуму $x^*=x_k$ належить інтервалу $x^* \in [x_{k-1}, x_{k+1}]$. В якості наближеного рішення може бути обрана точка:

$$x^* \approx \frac{x_{k-1} + x_{k+1}}{2}.$$

Слід зазначити, що число обчислень N доцільно обирати із заданої точності:

$$\varepsilon \geq \frac{b_0 - a_0}{N+1}.$$

<u>**Приклад 2.**</u> Знайти мінімум функції $f(x)=2x^2 - 12x$ методом рівномірного пошуку.

<u>Рішення</u>. Задаємо початковий інтервал $L_0=[0, 10]$ та $N=10$.

Точки $x_i=1,2,\ldots,9$. Обчислюємо значення функції: $f(1) = -10$; $f(2) = -16$; $f(3) = -18$; $f(4) = -16$; $f(5) = -10$; $f(6) = 0$; $f(7) = 14$; $f(8) = 32$; $f(9) = 54$.

Шукана точка мінімуму обирається $x_3=3$, в якій функція приймає мінімальне значення $f(3) = -18$.

4. Метод половинного ділення інтервалу

Постановка задачі. Потрібно знайти безумовний мінімум функції *f(x)* однієї змінної, тобто таку точку $x^*\in$ R, що $f(x^*)=\min_{x\in R} f(x)$

Стратегія пошуку. Метод відноситься до послідовних стратегій і дозволяє виключити із подальшого розгляду на кожній ітерації точно половину даного інтервалу невизначеності. Задається початковий інтервал невизначеності. Алгоритм зменшення інтервалу базується на аналізі величин функції в трьох точках, що рівномірно розподілені на даному інтервалі та ділять його на чотири рівні частини. Умови закінчення процесу пошуку стандартні: пошук закінчується, коли довжина даного інтервалу невизначеності буде менше заданої точності.

Алгоритм

Крок 1. Задати початковий інтервал невизначеності $L_0=[a_0,b_0]$ та $\varepsilon > 0$ – потрібну точність.

Крок 2. Задати k=0

Крок 3. Обчислити середню точку $x_k^c = \frac{a_k+b_k}{2}$, $|L_{2k}| = |b_k - a_k|$, $f(x_k^c)$.

Крок 4. Обчислити точки: $y_k = a_k + \frac{|L_{2k}|}{4}$, $z_k = b_k - \frac{|L_{2k}|}{4}$ та $f(y_k), f(z_k)$. Зауважимо, що точки y_k, x_k^c, z_k ділять інтервал $[a_k,b_k]$ на чотири рівні частини.

Крок 5. Порівняємо значення $f(y_k)$ та $f(x_k^c)$:

а) якщо $f(y_k)< f(x_k^c)$, виключити інтервал $(x_k^c, b_k]$, прийнявши $b_{k+1}= x_k^c$, $a_{k-1}=a_k$. Середньою точкою нового інтервалу стає точка y_k: $x_{k+1}^c = y_k$ (рис. 4,а), Перейти до кроку 7.

б) якщо $f(y_k)\geq f(x_k^c)$, перейти до кроку 6.

Крок 6. Порівняти $f(z_k)$ з $f(x_k^c)$:

а) якщо $f(z_k) < f(x_k^c)$, виключити інтервал $[a_k, x_k^c)$, прийнявши $a_{k+1}= x_k^c$ $b_{k+1}=b_k$, Середньою точкою нового інтервалу стає точка z_k: $x_{k+1}^c = z_k$ (рис. 4,б), Перейти до кроку 7;

б) якщо $f(z_k) \geq f(x_k^c)$, виключити інтервали$[a_k, y_k)$, $(z_k, b_k]$прийнявши $a_{k+1}= y_k$ $b_{k+1}=z_k$, Середньою точкою нового інтервалу залишається точка x_k^c: $x_{k+1}^c = x_k^c$

(рис. 4,в).

Крок 7. Обчислити $\left|L_{2(k+1)}\right| = |b_{k+1} - a_{k+1}|$ та перевірити умову закінчення:

а) якщо $\left|L_{2(k+1)}\right| \leq \varepsilon$ процес пошуку закінчується і x^* є $\left|L_{2(k+1)}\right| = |b_{k+1}, a_{k+1}|$.
В якості приблизного рішення можна взяти середину останнього інтервалу: $x^* = x_{k+1}^c$;

б) якщо $\left|L_{2(k+1)}\right| > \varepsilon$ то прийняти k=k+1 та перейти до кроку 4.

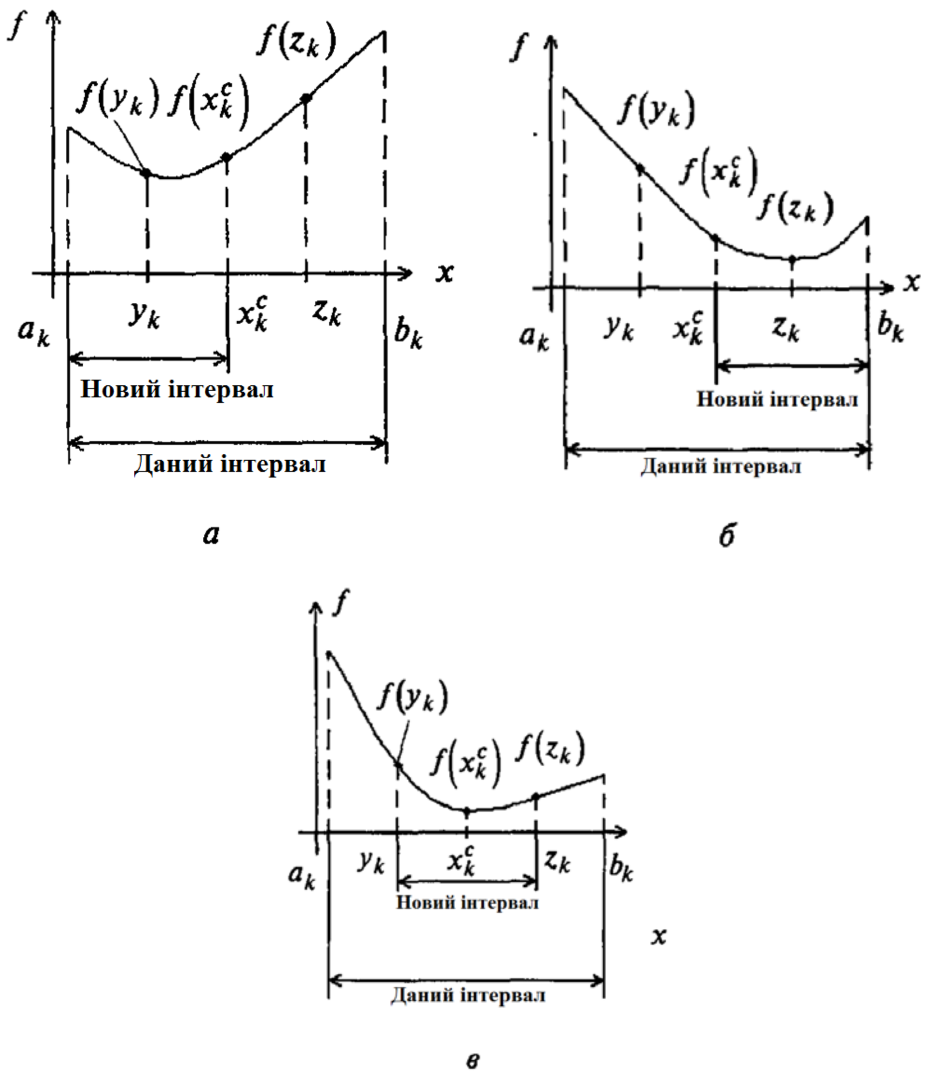

Рис. 4. Метод половинного ділення інтервалу

Для методу ділення інтервалу навпіл характеристика відносного зменшення початкового інтервалу невизначеності знаходиться за формулою $R(N) = \frac{1}{2^{\frac{N}{2}}}$, де N – кількість обчислень функції.

Зауваження.

1. Середня точка послідовно отриманих інтервалів завжди співпадає з однією із трьох пробних точок, що були знайдені на попередній ітерації. Відповідно, кожна ітерація потребує два нових розрахунка функції.
2. Якщо задано величину $R(N)$, то потрібна для досягнення заданої точності кількість обчислення функції знаходиться як найменше ціле, що задовільняє умові $N \geq \frac{2\ln R(N)}{\ln 0{,}5}$.
3. Дані інтервали мають парні номери L_0, L_2, L_4,…, де індекс вказує на зроблену кількість обчислення функції.

<u>Приклад 2.</u> Знайти мінімум функції $f(x)=2x^2-12x$ методом ділення інтервалу навпіл .

1. Задаємо початковий інтервал невизначеності $L_0=[0,10]$. Нехай ε=1.

2. Візьмемо k=0.

3^0. Вирахуємо $x_0^c = \frac{0+10}{2} = 5$, $|L_0| = |10-0| = 10$, $f(x_0^c) = -10$.

4^0. Вирахуємо $y_0 = a_0 + \frac{|L_0|}{4} = 0 + \frac{10}{4} = 2{,}5$, $z_0 = b_0 - \frac{|L_0|}{4} = 10 - \frac{10}{4} = 7{,}5$; $f(y_0) = -17{,}5$; $f(z_0)=22{,}5$.

5^0. Порівняємо $f(y_0)$ та $f(x_0^c)$. Так як $f(y_0) = -17{,}5 < f(x_0^c) = -10$, то приймемо $a_1=a_0=0$, $b_1=x_0^c=5$, $x_1^c = y_0 = 2{,}5$. (рис. 5).

7^0. Отримаємо $L_2= [0,5]$, $|L_2| = 5 > l = 1$, k=1. Переходимо до кроку 4.

4^1. Вирахуємо $y_1 = a_1 + \frac{|L_2|}{4} = 0 + \frac{5}{4} = 1{,}25$, $z_1 = b_1 - \frac{|L_2|}{4} = 5 - \frac{5}{4} = 3{,}75$; $f(y_1) = -11{,}875$; $f(z_1) = -16{,}875$.

5^1. Порівняємо $f(y_1)$ та $f(x_1^c) = f(y_0) = -17{,}5$.

Так як $f(y_1) = -11{,}875 > f(x_1^c) = -17{,}5$, то перейдемо до кроку 6.

6^1. Порівняємо $f(z_1)$ та $f(x_1^c)$. Так як $f(z_1) = -16{,}875 > f(x_1^c) = -17{,}5$, то приймемо: $a_2=y_1=1{,}25$; $b_2=z_1=3{,}75$, $x_2^c = x_1^c = 2{,}5$.

7^1. Отримаємо $L_4= [1{,}25;3{,}75]$, $|L_4| = 3{,}75 - 1{,}25 = 2{,}5 > \varepsilon = 1$ приймемо k=2 і переходимо до кроку 4.

4^2. Вирахуємо $y_2 = a_2 + \frac{|L_4|}{4} = 1{,}25 + \frac{2{,}5}{4} = 1{,}875$; $z_2 = b_2 - \frac{|L_4|}{4} =$

$3{,}75 - \frac{2{,}5}{4} = 3{,}125$; $f(y_2)$= -15,47; $f(z_2)$= – 17,97.

5^2. Порівняємо $f(y_2)$ та $f(x_2^c)$= $f(x_1^c)$= – 17,5.

Так як $f(y_2)$=-15,47 > $f(x_2^c)$= – 17,5, то перейдемо до кроку 6.

6^2. Порівняємо $f(z_2)$ та $f(x_2^c)$. Так як $f(z_2)$= -17,47< $f(x_2^c)$= – 17,5; то приймемо: a_3=x_2^c=2,5; b_3=b_2=3,75, $x_3^c = z_2 = 3{,}125$.

7^2. Отримаємо L_6= [2,5;3,75], $|L_6| = 3{,}75 - 2{,}5 = 1{,}25 > \varepsilon = 1$ приймемо k=3 і переходимо до кроку 4.

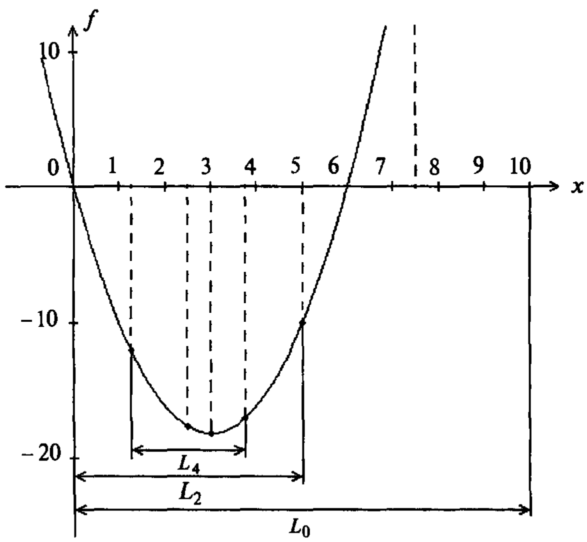

Рис. 5. Приклад 2

4^3. Вирахуємо $y_3 = a_3 + \frac{|L_6|}{4} = 2{,}5 + \frac{1{,}25}{4} = 2{,}81$; $z_3 = b_3 - \frac{|L_6|}{4} = 3{,}75 - \frac{1{,}25}{4} = 3{,}43$; $f(y_3)$= – 17,93; $f(z_3)$= – 17,62.

5^3. Порівняємо $f(y_3)$ та $f(x_3^c)$= $f(z_2)$= – 17,97.

Так як $f(y_3)$=-17,93 > $f(x_3^c)$= – 17,97, то перейдемо до кроку 6.

6^3. Порівняємо $f(z_3)$ та $f(x_3^c)$. Так як $f(z_3)$= – 17,63> $f(x_3^c)$= – 17,97; то приймемо: a_4=y_3=2,81; b_4=z_3=3,43, $x_4^c = x_3^c = 3{,}125$.

7^3. Отримаємо L_8= [2,81;3,43], $|L_8| = 3{,}43 - 2{,}81 = 0{,}62 < \varepsilon = 1$;

$x^* \epsilon\ L_8$, N=8.

В якості розв'язку можна взяти середню торчку останнього інтервалу $x^{*}=x_4^c = 3{,}125$.

Для обчислення складних функцій f(x), при обчисленні f(x) на основі складних алгоритмів, що вимагають великих затрат, в теорії оптимізації були розроблені інші, більш ефективні методи однопараметричної оптимізації:

- метод дихотомії;
- метод золотого перерізу;
- метод Фібоначі та інші.

Заключення.

Прийняття рішень завжди передбачає рішення оптимізаційної задачі. Суть рішення такої задачі полягає у відшуканні таких параметрів процесу, що приводять цільову функцію до максимуму чи мінімуму при заданих обмеженнях на зміну параметрів досліджуваного процесу.

Завідувач кафедри вищої математики,
математичного моделювання та фізики
кандидат фізико-математичних наук, доцент І.В. Замрій