# ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

Кафедра вищої математики, математичного моделювання та фізики

ЗАТВЕРДЖУЮ	
Директор ННІ IT <sub>-</sub>	
	А.П. Бондарчук
" "	20року

### МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

з навчальної дисципліни

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ

**Тема 1. Класифікація моделей. Математичні моделі на основі марковських випадкових процесів.** 

Заняття 1. Класифікація моделей. Математичні моделі на основі марковських випадкових процесів

Навчальний час – 2 години.

#### Навчальна та виховна мета:

- 1. Студенти повинні знати теоретичні питання з теми «Класифікація моделей Математичні моделі на основі марковських випадкових процесів»: означення математичної моделі, їх види та класифікацію.
- 2. Студенти повинні вміти складати математичні моделі.
- 3. Розвиток мислення студентів, залучення до вивчення математики, як необхідної складової фахівця технічного університету.

Обговорено та схвалено на засіданні кафедри "01" вересня 2021 року Протокол № 2

#### ЗАВДАННЯ

# на Модульну контрольну роботу № 1 з дисципліни

# «Математичні методи моделювання та оптимізації процесів» для студентів 5 курсу

Виконати Модульну контрольну роботу № 1. Виконання роботи заплановано в домашніх умовах під час самостійної підготовки студентів.

Варіант вибрати за номером студента у списку групи.

Модульна контрольна робота повинна містити 5-6 листів: Титульний, Завдання для задачі 1, Результати рішення та висновки, 1-2 листи із задачами 2-4, Додаток до задачі 1 (Скриншот Програми рішення системи дифрівнянь на MathCad).

Всі листи знаходяться у цьому файлі. Необхідно роздрукувати всі листи для свого варіанту, рішення задач виконувати на чернетках, результати розрахунків та висновки вписувати вручну в роздруковані листи, в кінці додати скриншот рішення задачі 1 (Зразок – на крайній сторінці цього файлу).

Всі листи скріпити степлером та здати викладачу в ауд. 504 — Замрій І.В. до призначеного терміну. Файл програми на MathCad рішення задачі 1 надіслати на irinafraktal@gmail.com

Рекомендації до вибору варіантів для студентів за списком в журналі групи.

Номер студента в журналі групи	Номер варіанту	Номер студента в журналі групи	Номер варіанту
1	1	14	1
2	2	15	2
3	3	16	3
4	4	17	4
5	5	18	5
6	6	19	6
7	7	20	7
8	8	21	8
9	9	22	9
10	10	23	10
11	11	24	11
12	12	25	12
13	13	26	13

# ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

Кафедра вищої математики, математичного моделювання та фізики

# МОДУЛЬНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1

# з дисципліни

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ

на тему «Математичні моделі динамічних систем на основі марківських процесів»

BAPIAHT N \_\_\_

	Виконав:
	Студент групи МНДМ-51
	Петренко С. В.
Дата здачі	

Оцінка \_\_\_\_\_

Київ – 2021

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=0,2; \ \lambda_{14}=0,1; \ \lambda_{21}=0,6; \ \lambda_{23}=1,5; \ \lambda_{25}=0,6; \ \lambda_{31}=0,2; \ \lambda_{34}=0,1; \ \lambda_{35}=0,6; \ \lambda_{41}=1,5; \ \lambda_{45}=1,6; \ \lambda_{52}=0,2; \ \lambda_{54}=1,6.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $200^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференційних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 =; p_2 =; p_3 =; p_4 =; p_5 =$
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) =; p_2(20) =; p_3(20) =; p_4(20) =; p_5(20) =;$
Висновки:

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 2 заявки на день. Середній час виконання однієї заявки - 4 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 10 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

виконанням попередньої заявки.
Bідповідь. $P$ =
<b>Задача 3.</b> Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ , $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$ – інтенсивність відмов, $T_0$ – середній наробіток на відмову).
Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока $t_1 = 2$ роки, а для 2-го блока $-t_2 = 1$ рік. Знайти імовірність того, що за 3 роки хоча б один блок залишиться працездатним.
Bідповідь. $P$ =
Задача 4. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 5 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 1 година. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює 4). Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки, а також знайти абсолютну пропускну здатність СМО.
Bідповідь. $P$ =, $A$ =
(підпис)

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=0,4;$$
  $\lambda_{13}=0,8;$   $\lambda_{21}=0,3;$   $\lambda_{23}=1,0;$   $\lambda_{25}=1,2;$   $\lambda_{31}=0,4;$   $\lambda_{32}=0,8;$   $\lambda_{35}=0,3;$   $\lambda_{41}=1,0;$   $\lambda_{45}=1,2;$   $\lambda_{52}=0,4;$   $\lambda_{54}=0,8.$ 

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $200^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 3 заявки на день. Середній час виконання однієї заявки - 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 6 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

Bідповідь. P=\_\_\_\_\_.

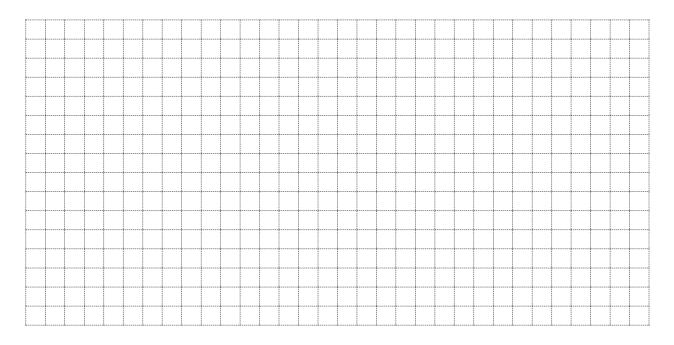
**Задача 3.** Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як  $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ ,  $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$  – інтенсивність відмов,  $T_0$  – середній наробіток на відмову).

Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока  $t_1 = 2$  роки, а для 2-го блока  $-t_2 = 1$  рік. Знайти імовірність того, що за 1,5 роки відмовлять обидва блоки.

Bідповідь. P=\_\_\_\_\_.

**Задача 4.** У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 4 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює m). Побудувати графік (в MathCad або в Excel) абсолютної пропускної здатності в залежності від числа місць в черзі A=f(m).

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\boldsymbol{A}$										



		(підпис)

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=0,6; \ \lambda_{13}=1,6; \ \lambda_{14}=0,1; \ \lambda_{23}=0,5; \ \lambda_{25}=0,8; \ \lambda_{31}=0,6; \ \lambda_{32}=1,6; \ \lambda_{34}=0,1; \ \lambda_{41}=0,5; \ \lambda_{45}=0,8; \ \lambda_{52}=0,6.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в год-1.

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:
<del></del>

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 4 заявки на день. Середній час виконання однієї заявки - 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 6 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

Bідповідь. P=\_\_\_\_\_.

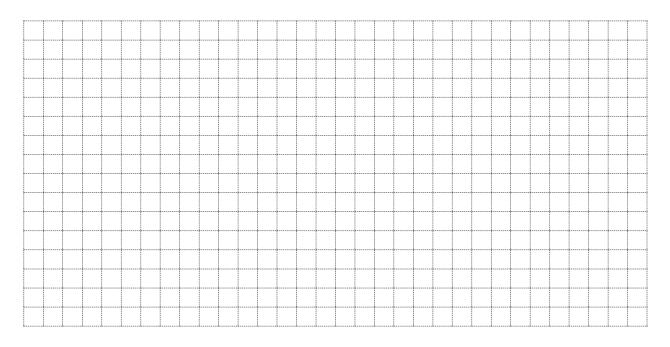
**Задача 3.** Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як  $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ ,  $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$  – інтенсивність відмов,  $T_0$  – середній наробіток на відмову).

Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока  $t_1 = 2$  роки, а для 2-го блока  $-t_2 = 1$  рік. Знайти імовірність того, що через 2,5 роки обидва блоки будуть працездатними.

Bідповідь. P=\_\_\_\_\_.

**Задача 4.** У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 6 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 40 хвилин. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює m). Побудувати графік (в MathCad або в Excel) абсолютної пропускної здатності в залежності від числа місць в черзі A = f(m).

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										



	, .
	(пілпис

#### Завдання.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=0.8; \ \lambda_{13}=2.4; \ \lambda_{14}=0.2; \ \lambda_{21}=0.3; \ \lambda_{25}=0.4; \ \lambda_{31}=0.8; \ \lambda_{32}=2.4; \ \lambda_{34}=0.2; \ \lambda_{35}=0.3; \ \lambda_{45}=0.4; \ \lambda_{52}=0.8; \ \lambda_{54}=0.8.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $200^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 =; p_2 =; p_3 =; p_4 =; p_5 =$
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 2 заявки на день. Середній час виконання однієї заявки - 4 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 8 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

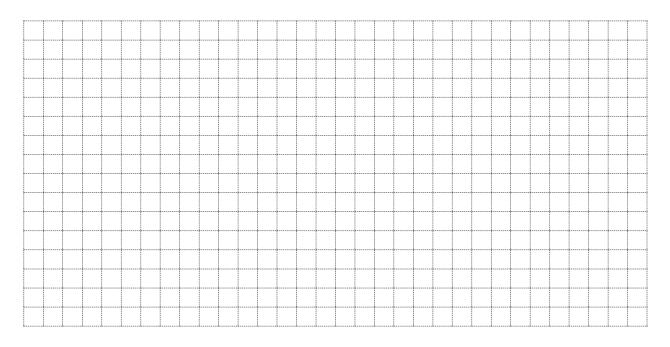
Відповідь.	P=
------------	----

**Задача 3.** До відділу ТЗІ, що має три прилади, надходять замовлення на перевірку технічних каналів на можливий витік інформації. Якщо всі прилади зайняті, то новий заказ не приймається. Середній час роботи по одному замовленню складає 2 години. Інтенсивність потоку замовлень — 2,5 заявки за годину. Знайти ймовірність того, що заказ на перевірку не буде прийнято, а також середнє число замовлень, що будуть виконані за годину.

Відповідь.	P=	Ncep =	

**Задача 4.** У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 12 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 36 хвилин. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 10 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює m). Побудувати графік (в MathCad або в Excel) абсолютної пропускної здатності в залежності від числа місць в черзі A=f(m).

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\boldsymbol{A}$										



	, .
	(пілпис

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=1,0; \ \lambda_{13}=3,2; \ \lambda_{14}=0,3; \ \lambda_{21}=0,6; \ \lambda_{23}=0,5; \ \lambda_{31}=1,0; \ \lambda_{32}=3,2; \ \lambda_{34}=0,3; \ \lambda_{35}=0,6; \ \lambda_{41}=0,5; \ \lambda_{52}=1,0; \ \lambda_{54}=1,6.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в год-1.

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:
<del></del>

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 5 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки - 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 12 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

Відповідь.	P =	

**Задача 3.** Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як  $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ ,  $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$  – інтенсивність відмов,  $T_0$  – середній наробіток на відмову).

Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока  $t_1 = 2$  роки, а для 2-го блока  $-t_2 = 1$  рік. Знайти імовірність того, що за 0,5 років не відмовить жоден блок.

Bідповідь. P=\_\_\_\_\_.

Задача 4. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 12 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 36 хвилин. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 10 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює 3). Знайти абсолютну пропускну здатність СМО та середній час очікування заявки в черзі.

Відповідь.	A= ,	To u =
2101100100.	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

(підпис)

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=1,2; \ \lambda_{13}=4,0; \ \lambda_{14}=0,4; \ \lambda_{21}=0,9; \ \lambda_{23}=1,0; \ \lambda_{25}=0,4; \ \lambda_{31}=1,2; \ \lambda_{32}=4,0; \ \lambda_{34}=0,4; \ \lambda_{35}=0,9; \ \lambda_{41}=1,0; \ \lambda_{45}=0,4; \ \lambda_{52}=1,2; \ \lambda_{54}=2,4.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $coo^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:
<del></del>

**Задача 2.** До відділу ТЗІ надходить в середньому 2 заявки на день. Вважати потік заявок найпростішим. Знайти імовірність того, що протягом трьох найближчих днів число заявок буде менше 3.

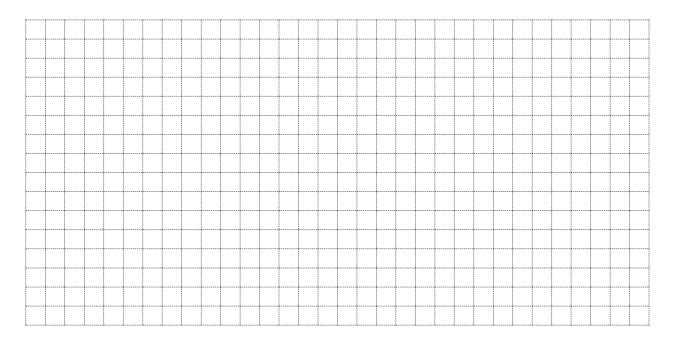
Відповідь.	D-	
Dionogios.	P=	

**Задача 3.** До відділу ТЗІ, що має два прилади, надходять замовлення на перевірку технічних каналів на можливий витік інформації. Якщо всі прилади зайняті, то новий заказ не приймається. Середній час роботи по одному замовленню складає 2,5 години. Інтенсивність потоку замовлень — 1,5 заявки за годину. Знайти ймовірність того, що заказ на перевірку не буде прийнято, а також середнє число замовлень, що будуть виконані за годину.

Відповідь.	P=	$Z_3a_M =$
Відповідь.	P=	$Z_3a_M =$

**Задача 4.** У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 5 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 1 година. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює m). Побудувати графік (в MathCad або в Excel) абсолютної пропускної здатності в залежності від числа місць в черзі A=f(m).

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										



(	(підпис)
	,

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=1,4; \ \lambda_{13}=4,8; \ \lambda_{14}=0,5; \ \lambda_{21}=1,2; \ \lambda_{23}=1,5; \ \lambda_{25}=0,8; \ \lambda_{31}=1,4; \ \lambda_{32}=4,8; \ \lambda_{34}=0,5; \ \lambda_{35}=1,2; \ \lambda_{41}=1,5; \ \lambda_{45}=0,8; \ \lambda_{52}=1,4; \ \lambda_{54}=3,2.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $coo^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:
<del></del>

<b>Задача 2.</b> До відділу ТЗІ надходить в середньому 3 заявки на день. Вважати потік заявок найпростішим. Знайти імовірність того, що протягом двох найближчих днів число заявок буде більше 2.
Bідповідь. $P$ =
Задача 3. До відділу ТЗІ, що має три прилади, надходять замовлення на перевірку технічних каналів на можливий витік інформації. Якщо всі прилади зайняті, то новий заказ не приймається. Середній час роботи по одному замовленню складає 5 годин. Інтенсивність потоку замовлень — 0,5 заявки за годину. Знайти ймовірність того, що заказ на перевірку не буде прийнято, а також середнє число замовлень, що будуть виконані за годину.
Bідповідь. $P$ =
Задача 4. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 6 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 40 хвилин. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює 2). Знайти середній час перебування заявки в черзі та абсолютну пропускну здатність СМО.
Bідповідь. $T$ оч $=$ , $A$ $=$
(підпис)

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=1,6$$
;  $\lambda_{14}=0,6$ ;  $\lambda_{23}=2,0$ ;  $\lambda_{25}=0,2$ ;  $\lambda_{35}=1,5$ ;  $\lambda_{41}=2,0$ ;  $\lambda_{45}=1,2$ ;  $\lambda_{52}=1,6$ .

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $200^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:
<del></del>

**Задача 2.** До відділу ТЗІ надходить в середньому 2 заявки на день. Вважати потік заявок найпростішим. Знайти імовірність того, що протягом двох найближчих днів число заявок буде не менше 2.

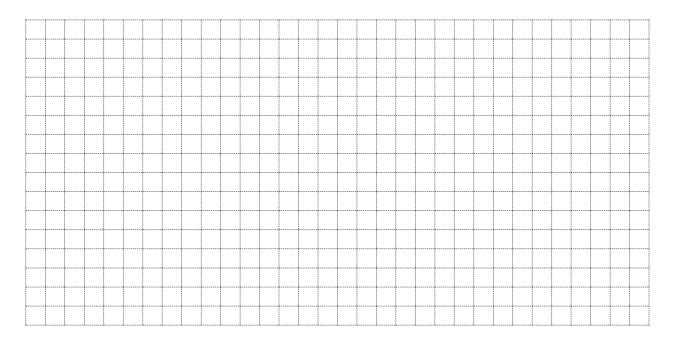
Відповідь.	P=	
Dioniooioo.	1 —	

**Задача 3.** До відділу ТЗІ, що має два прилади, надходять замовлення на перевірку технічних каналів на можливий витік інформації. Якщо всі прилади зайняті, то новий заказ не приймається. Середній час роботи по одному замовленню складає 4 години. Інтенсивність потоку замовлень — 0,5 заявки за годину. Знайти ймовірність того, що заказ на перевірку не буде прийнято, а також середнє число замовлень, що будуть виконані за годину.

Відповідь.	P=	$Z_3a_M =$	
------------	----	------------	--

**Задача 4.** У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 6 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 2,5 години. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює m). Побудувати графік (в MathCad або в Excel) абсолютної пропускної здатності в залежності від числа місць в черзі A=f(m).

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										



(	(підпис)
	,

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{13}=6,4$$
;  $\lambda_{21}=1,8$ ;  $\lambda_{34}=0,7$ ;  $\lambda_{35}=1,8$ ;  $\lambda_{45}=1,6$ ;  $\lambda_{52}=1,8$ .

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в год-1.

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:

<b>Задача 2.</b> До відділу ТЗІ надходить в середньому 4 заявки на день. Вважати потік заявок найпростішим. Знайти імовірність того, що протягом одного дня число заявок буде не менше 3
Biдnoвiдь. $P=$
Задача 3. До відділу ТЗІ, що має чотири прилади, надходять замовлення на перевірку технічних каналів на можливий витік інформації. Якщо всі прилади зайняті, то новий заказ не приймається. Середній час роботи по одному замовленню складає 0,5 години. Інтенсивність потоку замовлень —5 заявок за годину. Знайти ймовірність того, що заказ на перевірку не буде прийнято, а також середнє число замовлень, що будуть виконані за годину.
Bідповідь. $P$ =
Задача 4. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 6 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 2,5 години. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює 3). Знайти відносну пропускну здатність СМО та середнє число заявок в системі.
$Bi\partial noвi\partial b.$ $A=$ , $Ncep=$
(підпис)

#### Завдання.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=2,0; \lambda_{13}=7,2; \lambda_{14}=0,8; \lambda_{21}=2,1; \lambda_{23}=3,0; \lambda_{25}=2,0; \lambda_{31}=2,0; \lambda_{32}=7,2; \lambda_{34}=0,8; \lambda_{35}=2,1; \lambda_{41}=3,0; \lambda_{45}=2,0; \lambda_{52}=2,0; \lambda_{54}=5,6.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $coo^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

# Результати рішення.

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 =; p_2 =; p_3 =; p_4 =; p_5 =$
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) =; p_2(20) =; p_3(20) =; p_4(20) =; p_5(20) =;$
Висновки:

<b>Задача 2.</b> До відділу ТЗІ надходить в середньому 1 заявка на день. Вважати потік заявок найпростішим. Знайти імовірність того, що протягом одного дня число заявок буде не менше 2.
Bідповідь. $P$ =
<b>Задача 3.</b> Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ , $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$
$-$ інтенсивність відмов, $T_0$ – середній наробіток на відмову).
Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока $t_1 = 2$ роки, а для 2-го блока $-t_2 = 1$ рік. Знайти імовірність того, що за 2 роки відмовить хоча б один блок.
$Biдnoвiдь.$ $P=\_\_\_$ .
Задача 4. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 4 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює 2). Знайти абсолютну пропускну здатність СМО та середнє число заявок в черзі.
Відповідь. А=,
(підпис)

### Варіант 11

### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=2,0; \ \lambda_{13}=2,2; \ \lambda_{14}=0,8; \ \lambda_{21}=2,1; \ \lambda_{23}=3,0; \ \lambda_{25}=2,0; \ \lambda_{31}=2,0; \ \lambda_{32}=3,2; \ \lambda_{34}=0,8; \ \lambda_{35}=2,1; \ \lambda_{41}=3,0; \ \lambda_{45}=2,0; \ \lambda_{52}=2,0; \ \lambda_{54}=3,6.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $coo^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t), i=1,2,...,5$ .
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

## Результати рішення.

1) Граф станів та переходів системи:

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 2 заявки на день. Середній час виконання однієї заявки - 4 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 10 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

виконанням попередньої заявки.
Bідповідь. $P$ =
<b>Задача 3.</b> Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ , $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$ – інтенсивність відмов, $T_0$ – середній наробіток на відмову).
Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока $t_1 = 2$ роки, а для 2-го блока $-t_2 = 1$ рік. Знайти імовірність того, що за 3 роки хоча б один блок залишиться працездатним.
Bідповідь. $P$ =
Задача 4. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 5 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 1 година. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює 4). Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки, а також знайти абсолютну пропускну здатність СМО.
Bідповідь. $P$ =, $A$ =
(підпис)

### Варіант 12

#### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=0,2; \ \lambda_{14}=0,4; \ \lambda_{21}=0,6; \ \lambda_{23}=1,5; \ \lambda_{25}=0,6; \ \lambda_{31}=0,2;$$

$$\lambda_{34} {=} 0,1; \ \lambda_{35} {=} 0,8; \ \lambda_{41} {=} 1,5; \ \lambda_{45} {=} 1,6; \ \lambda_{52} {=} 1,2; \ \lambda_{54} {=} 1,6.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в  $200^{-1}$ .

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

## Результати рішення.

1) Граф станів та переходів системи:

2) Система диференційних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне
викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u>
Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 =; p_2 =; p_3 =; p_4 =; p_5 =$
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20)=$ ; $p_2(20)=$ ; $p_3(20)=$ ; $p_4(20)=$ ; $p_5(20)=$
Висновки:
Dichobki.

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 3 заявки на день. Середній час виконання однієї заявки - 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 6 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

Biдnовiдь. P=\_\_\_\_\_.

**Задача 3.** Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як  $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ ,  $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$  – інтенсивність відмов,  $T_0$  – середній наробіток на відмову).

Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока  $t_1 = 2$  роки, а для 2-го блока  $-t_2 = 1$  рік. Знайти імовірність того, що за 1,5 роки відмовлять обидва блоки.

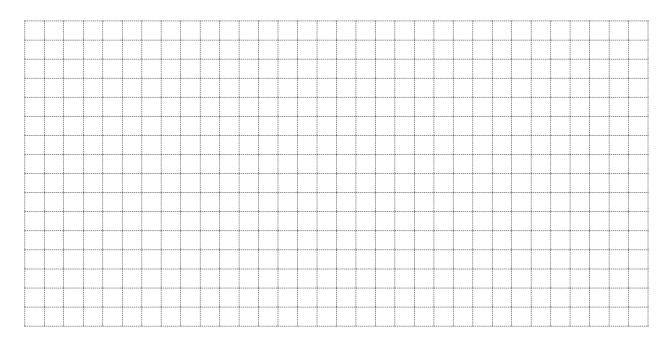
Bідповідь. P=\_\_\_\_\_.

**Задача 4.** У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 4 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює m). Побудувати графік (в MathCad або в Excel) абсолютної пропускної здатності в залежності від числа місць в черзі A=f(m).

Відповідь.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										

# $\Gamma pa\phi$ ік залежності абсолютної пропускної здатності від числа місць в черзі A = f(m)



### Варіант 13

#### Задача 1.

Система технічного захисту інформації може функціонувати в 5 станах S1, S2, S3, S4, S5. Вважається що переходи здійснюються під впливом найпростішого потоку подій. Інтенсивності переходів мають значення:

$$\lambda_{12}=0,4; \ \lambda_{13}=0,8; \ \lambda_{21}=2,3; \ \lambda_{23}=1,0; \ \lambda_{25}=1,2; \ \lambda_{31}=0,4; \ \lambda_{32}=1,8; \ \lambda_{35}=0,3; \ \lambda_{41}=1,0; \ \lambda_{45}=1,2; \ \lambda_{52}=1,4; \ \lambda_{54}=0,8.$$

Одиниці вимірювання: всі інтенсивності приведені в год-1.

Вважається, що система починає працювати із стану S1.

Побудувати математичну модель системи на основі марківського процесу з дискретними станами та неперервним часом, промоделювати систему, знайти ймовірності перебування системи в зазначених станах. Для цього виконати:

- 1) побудувати граф станів та переходів, на якому відмітити значення інтенсивностей переходів;
  - 2) скласти систему диференційних рівнянь Колмогорова;
- 3) рішити систему дифрівнянь Колмогорова за допомогою MathCad; побудувати графіки  $p_i(t)$ , i=1,2,...,5.
- 4) скласти систему алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей  $p_i$ , i=1,2,...,5. Обчислити граничні імовірності. Порівняти їх з результатами, що отримано в попередньому пункті;
  - 5) знайти значення імовірностей  $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи.
- 6) представити в додатку програму рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad.

## Результати рішення.

1) Граф станів та переходів системи:

2) Система диференціних рівнянь Колмогорова:
3) Рішення системи дифрівнянь Колмогорова: відправлено / не відправлено (не потрібне викреслити) на електронну пошту <u>irinafraktal@gmail.com</u> Значення ймовірностей $p_i(t)$ при $t \to \infty$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
4) Система алгебраїчних рівнянь для обчислення граничних ймовірностей $p_i$ , $i=1,2,,5$ :
Значення граничних ймовірностей $p_i$ :
$p_1 = $ ; $p_2 = $ ; $p_3 = $ ; $p_4 = $ ; $p_5 = $
5) Значення імовірностей $p_i$ , через 20 годин після початку роботи системи:
$p_1(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_2(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_3(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_4(20) = \underline{\hspace{1cm}}; p_5(20) = \underline{\hspace{1cm}}$
Висновки:
<del></del>

Задача 2. У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 4 заявки на день. Середній час виконання однієї заявки - 2 години. Вважати потік заявок найпростішим, а тривалість робочого дня 6 годин. Знайти ймовірність того, що під час надходження будь-якої заявки співробітник відділу буде зайнятим виконанням попередньої заявки.

Відповідь.	P=	
------------	----	--

**Задача 3.** Пошуковий прилад має у своєму складі 2 блоки, що працюють незалежно. Час безвідмовної роботи визначається експонентним законом (імовірність безвідмовної роботи розраховується як  $p(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ ,  $\partial e \lambda = \frac{1}{T_0}$  – інтенсивність відмов,  $T_0$  – середній наробіток на відмову).

Відомо, що середній наробіток на відмову для 1-го блока  $t_1 = 2$  роки, а для 2-го блока  $-t_2 = 1$  рік. Знайти імовірність того, що через 2,5 роки обидва блоки будуть працездатними.

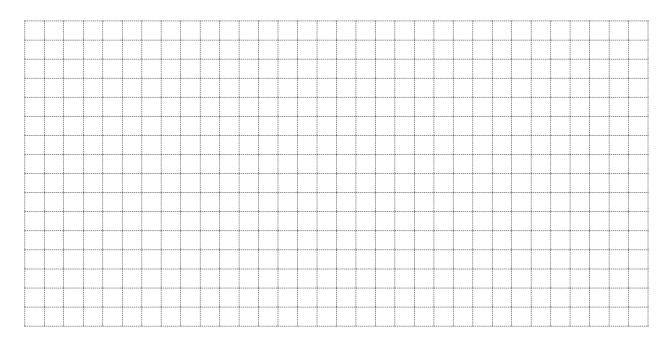
Відповідь.	D-	
DIUHUBIUB.	1 —	

**Задача 4.** У відділі ТЗІ залишився один співробітник. Виклики до працівників надходять із інтенсивністю 6 заявок/день. Середній час виконання однієї заявки — 40 хвилин. Вважати потік заявок найпростішим, тривалість робочого дня 8 годин, дисципліна обслуговування заявок — СМО з обмеженою чергою (число місць в черзі дорівнює m). Побудувати графік (в MathCad або в Excel) абсолютної пропускної здатності в залежності від числа місць в черзі A=f(m).

Відповідь.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\boldsymbol{A}$										

# $\Gamma pa\phi$ ік залежності абсолютної пропускної здатності від числа місць в черзі A = f(m)



(п	ідпис)

# Програма рішення системи диференційних рівнянь Колмогорова на MathCad

