Лабораторна робота 1   Варіант 22

Завдання 1.

B-дь: $7! = 5040$

Завдання 2.

$A_{10}^3 = \dfrac{10!}{7!}$

B-дь: 720

Завдання 3.

$C_n^{n-2} + 2n = 9$, $n \geqslant 2$

$\dfrac{n!}{(n-2)! \, 2!} + 2n = 9 \implies n(n-1) + 4n = 18$

$n(n+3) = 18$ очевидно $n = 3$

B-дь: $n = 3$

Завдання 4.

$C_x^4 = \dfrac{15}{4} A_x^2$, $x \geqslant 4$

$\dfrac{x!}{(x-4)! \, 4!} = \dfrac{15}{4} \dfrac{x!}{(x-2)!}$

$\dfrac{1}{24} x(x-1)(x-2)(x-3) = \dfrac{15}{4} x(x-1)$
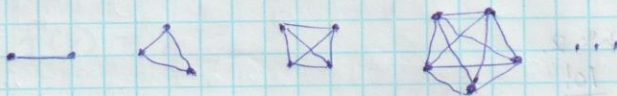
$(x-2)(x-3) = 90$, очевидно $x = 12$

B-дь: $x = 12$

Завдання 5.

В-дь: $10! = 3628800$

Завдання 6.

Встановивши закономірність маємо

$(n-1)n$ — кількість розданих ф-й для n

кількості учнів. $\therefore$ при $n = 25$ маємо:

$24 \cdot 25 = 600$

В-дь: 600

Завдання 7.

$C_5^1 C_{30}^6 = 2968875$

В-дь: $C_5^1 C_{30}^6 = 2968875$

Завдання 8.

$\Pi = 3K$, де Π - прості олівці

K - кольорові олівці

$P(A) = \dfrac{C_\Pi^1}{C_{\Pi+K}^1} = \dfrac{\Pi}{\Pi+K} = \dfrac{\Pi}{\Pi + \frac{\Pi}{3}} = \dfrac{3\Pi}{3\Pi + \Pi} = \dfrac{3}{4}$

В-дь: $P(A) = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$

Завдання 9.

$\boxed{5 \mid 35}$ $P(A) = \dfrac{C_5^2}{C_{40}^2} = \dfrac{1}{78} \approx 0{,}013$

В -дь: $P(A) = \frac{1}{78} \approx 0,013$

Завдання 10.

	8	4

I: | 4 | 2 | 4 | 2 |

II: | 6 | 2 | 4 |

(1): $P(A) = \dfrac{C_8^4 C_4^2}{C_{12}^6} = \dfrac{5}{11}$

(2): $P(A) = \dfrac{C_4^4 C_8^2}{C_{12}^6} = \dfrac{1}{33}$

В - дь: а) $P(A) = \dfrac{5}{11}$; б) $P(A) = \dfrac{1}{33}$

Завдання 11

$$\begin{cases} -1 \le p \le 1 \quad, \quad -1 \le q \le 1 \\ \dfrac{p^2}{4} - q \ge 0 \end{cases}$$

Графік:

$q = \dfrac{p^2}{4}$

$P(A) = \dfrac{M(m)}{M(n)}$
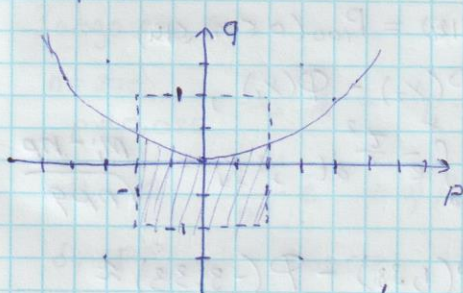
$M(m) = 2 + 2 \int\limits_0^1 \dfrac{p^2}{4} dp = 2 + \dfrac{p^3}{6} \Big/_0^1 = 2 + \dfrac{1}{6}$

$M(n) = 2^2 = 4$

$P(A) = \dfrac{2 + \frac{1}{6}}{4} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{24} = \dfrac{13}{24} \approx 0,5416$

В-дь: $P(A) = \dfrac{13}{24} \approx 0,5416$

Лабораторна робота 2   Варіант 22

Завдання 1.

Обчислити знач. виразу:

$$\frac{1}{P_{15}}\left(A_{20}^6 + C_{13}^{10}\right) - 6,3\,C_{23}^{15}$$

В-дь:

Завдання 2.

$$P(A) = \frac{m}{n} \Rightarrow n = C_{25}^5, \quad m = C_{10}^2 C_{15}^3$$

$$\therefore P(A) = \frac{C_{10}^2 C_{15}^3}{C_{25}^5} = \frac{196}{506} = 0,3854$$

В-дь: $P(A) = \frac{196}{506} \approx 0,3854$

Завдання 3.

$$\begin{cases} P_1 = 0,8 \\ P_2 = 0,6 \\ P_3 = 0,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 0,2 \\ q_2 = 0,4 \\ q_3 = 0,8 \end{cases}$$

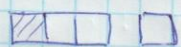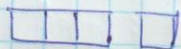a) $P(A_1) = P_1 q_2 q_3 + q_1 P_2 q_3 + q_1 q_2 P_3 = 0,368$

б) $P(A_2) = P_1 q_2 P_3 = 0,064$

в) $P(A_3) = q_1 q_2 q_3 = 0,064$

г) $P(A_4) = q_1 P_2 P_3 + P_1 q_2 P_3 + P_1 P_2 q_3 = 0,472$

В-дь: a) $0,368$; б) $0,064$; в) $0,064$; г) $0,472$

Задание 4.

$$(1) \quad P(A_1) = \frac{C_4^1}{C_4^1} = 1$$

$$(2) \quad P(A_2) = \frac{C_3^1}{C_4^1} = \frac{3}{4}$$

$$(3) \quad P(A_3) = \frac{C_2^1}{C_4^1} = \frac{1}{2}$$

$$(4) \quad P(A_4) = \frac{C_1^1}{C_4^1} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{1}{4}\left[1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right] = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

B-ğb: $P(A) = \frac{5}{8} = 0,625$

Задание 5.

$P_1 = 0,02$, $P_2 = 0,05$, $P_3 = 0,1$

$x + 2x + 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

$I = \frac{1}{5} = 0,2$ a) $P(A) = 0,2 \cdot 0,02 + 0,4 \cdot 0,05 +$

$II = \frac{2}{5} = 0,4$ $+ 0,4 \cdot 0,1 = 0,064$

$III = \frac{2}{5} = 0,4$ б) $P_A(B_1) = \frac{0,2 \cdot 0,02}{0,064} = 0,0625$

$P_A(B_2) = \frac{0,4 \cdot 0,05}{0,064} = 0,3125$

$P_A(B_3) = \frac{0,4 \cdot 0,1}{0,064} = 0,625$
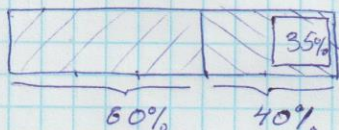
B-ğb: 1) $P(A) = 0,064$; 2) На третьюю

Завдання 6.

$$\begin{cases} p_1 = 0,3 \\ p_2 = 0,4 \\ p_3 = 0,7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 0,7 \\ q_2 = 0,8 \\ q_3 = 0,3 \end{cases}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - q_1 q_2 q_3 = 0,832$$

В-дь: $P(A) = 0,832$

Завдання 7.

$$\frac{40}{x} = \frac{100}{35} \Rightarrow x = 14$$

$$P(A) = \frac{C_{14}^1}{C_{100}^1} = \frac{14}{100} = \frac{7}{50}$$

В-дь: $P(A) = \frac{7}{50} = 0,14$

Завдання 8.

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,38 - \text{Математика} \\ 0,32 - \text{Фізика} \\ 0,3 - P \text{ (розваги)} \end{bmatrix}$$

$\therefore P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,7$

$$P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = 0,3$$

В-дь: $P(A) = 0,7$

Завдання 9.

$p_1 = 0,7$, $p_2 = 0,8$, $p_3 = 0,9$, $p_4 = 0,85$, $p_5 = 0,75$

$$P(A) = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 = 0,3213$$

В-дь: $P(A) = 0,3213$

Завдання 10.

Зоря : 42 %   ⟶ $P_1 = 0,02$ ⟹ $q_1 = 0,98$

Схід : 33 %   ⟶ $P_2 = 0,04$ ⟹ $q_2 = 0,96$

Струмок : 25%   ⟶ $P_3 = 0,03$ ⟹ $q_3 = 0,97$

$P(A) = 0,42 \cdot 0,98 + 0,33 \cdot 0,96 + 0,25 \cdot 0,97 = 0,9709$

В-дь: $P(A) = 0,9709$

Завдання 1.

$$m = 5, \quad n = 9, \quad p = 0,6$$

$$P_n^m = C_n^m q^{n-m} p^m$$

$$\therefore P_9^5 = C_9^5 \, 0,6^5 \, 0,4^4 = 0,2508$$

В-дь: 0,2508

Завдання 2.

В-дь: $m_0 = 4$, $P(A) = 0,2290$

Завдання 3.

$$p = 0,1$$

$$n = 100$$

а) $P_{100}(m \leq 15)$

Звідки $P_{100}(m \leq 15) = P_{100}(0 \leq m \leq 15)$

$$\therefore P(m_1 \leq m \leq m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

де $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad x_i = \dfrac{m_i - np}{\sqrt{npq}}$

Звідки маємо:

$$P_{100}(0 \leq m \leq 15) = \Phi(1,66) - \Phi(-3,33) \approx$$

$$\approx 0,4515 + 0,4996 = 0,9511$$

$$\therefore P_{100}(m \leq 15) = 0,9511$$

б) $P_{100}(5 \leq m \leq 12) = \Phi(0,66) - \Phi(-1,66) \approx$

$$\approx 0,2454 + 0,4515 = 0,6969 \; \|$$

в) $P_{100} (m \geqslant 20) = 1 - P_{100} (m \leq 19)$

$P_{100} (0 \leq m \leq 19) = \varphi(3) - \varphi(-3,33) =$

$= 0,4987 + 0,4996 = 0,9983$

$\therefore P_{100} (m \geq 20) = 1 - 0,9983 = 0,0017$

B-gb: a) $0,9515$; б) $0,6969$; в) $0,0017$

Задание 4.

$p = 0,7 \quad , \quad n = 10$

a) $P_{10}^{7} = C_{10}^{7} \cdot 0,7^{7} \cdot 0,3^{3} = 0,2668$

б) $P_{10} (m \geqslant 8) = P_{10}^{8} + P_{10}^{9} + P_{10}^{10} = 0,3828$

в) $P_{10}^{0} = 6 \cdot 10^{-6}$

B-gb: a) $0,2668$; б) $0,3828$; в) $6 \cdot 10^{-6}$

Задание 5.

$n = 200$

$p = 0,025 \quad \Rightarrow \quad \lambda = np = 0,025 \cdot 200 = 5$

$P_{m} \approx \dfrac{\lambda^{m}}{m!} e^{-\lambda} \Rightarrow$ a) $P_{200} (m < 3) = 0,265$

б) $P_{200}^{0} \approx 0,0067$

в) $P_{200} (m \geqslant 4) = 1 - (P_{200}^{0} + P_{200}^{1} + P_{200}^{2} + P_{200}^{3}) =$

$= 1 - 0,265 = 0,735$

B-gb: a) $0,265$; б) $0,0067$; в) $0,735$

Завдання 6.

$= n = 400$, $p = 0,8$

а) $P_{400}(m \geqslant 250) = \varphi(10) - \varphi(-8,75) = 1$

б) $P_{400}(m \geqslant 200) = \varphi(10) - \varphi(-15) = 1$

В-дь: а) 1 ; б) 1.

Лабораторна робота 4   Варіант 22

Завдання 1.

X	-5	-4	0	1	2	4
P_i	0,15	0,2	0,25	0,2	0,15	0,05

$$M(x) = \sum_i x_i p_i = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i = -0,85$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 p_i - 0,85^2 =$$

$$= 7,8275$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{7,8275} \approx 2,7978$$

Завдання 2.

$$p = 0,45 \quad , \quad k = 3 \qquad P_n^m = C_n^m p^m q^{n-m}$$

X_i	0	1	2	3
P_i	$\dfrac{1331}{8000}$	$\dfrac{3267}{8000}$	$\dfrac{2673}{8000}$	$\dfrac{729}{8000}$

$$P_3^0 = C_3^0 \, 0,45^0 \, 0,55^{3-0} = \frac{1331}{8000};$$

$$P_3^1 = \frac{3267}{8000}; \quad P_3^2 = \frac{2673}{8000}; \quad P_3^3 = \frac{729}{8000}$$

$$M(x) = 1,35 \quad ; \quad D(x) = 0,7425;$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \approx 0,8617$$

Завдання 3.

Знайдемо найімовірнішу ймовірність:

$$np - q \leq m_0 \leq np + p$$

$$(np + p - 1 \leq m_0 \leq np + p)$$

$n = 105$, $p = 0{,}5$

$$105 \cdot 0{,}5 - 0{,}5 \leq m_0 \leq 105 \cdot 0{,}5 + 0{,}5$$

$$52 \leq m_0 \leq 53 \quad \Rightarrow \quad m_0 = \{52, 53\}$$

Закон розподілу:

X	40	45	50	53	60	62	65	70
Pi	0,003962	0,02678	0,06903	0,077315	0,0267	0,01402	0,00396	0,00021

$$M(x) = np = 105 \cdot 0{,}5 = 52{,}5$$

$$D(x) = npq = 105 \cdot 0{,}5^2 = 26{,}25$$

$$\sigma(x) = \sqrt{npq} \approx 5{,}12348$$

Завдання 4.

x_i	-5	-4	-3	-1	1	4	7	10	11	14	$\sum_i$
P_i	0,02	0,03	0,1	0,05	0,2	0,04	a	0,03	0,1	0,13	1

$$\because \sum_i P_i = 1 \quad \therefore \quad 1 - \sum_{i \neq 7}^{10} P_i = a \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}3 = P_7$$

а)
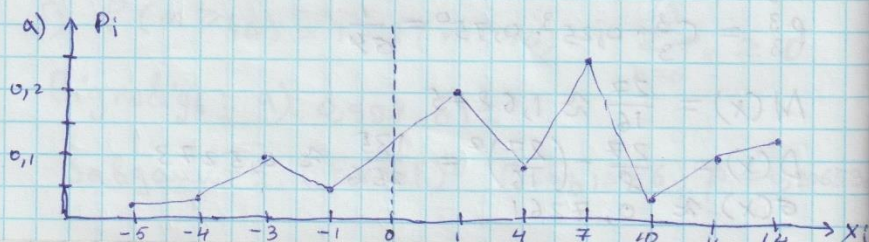
б)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -5 \\ 0,02, & -5 < x \leq -4 \\ 0,05, & -4 < x \leq -3 \\ 0,15, & -3 < x \leq -1 \\ 0,2, & -1 < x \leq 1 \\ 0,4, & 1 < x \leq 4 \\ 0,44, & 4 < x \leq 7 \\ 0,74, & 7 < x \leq 10 \\ 0,77, & 10 < x \leq 11 \\ 0,87, & 11 < x \leq 14 \\ 1, & x > 14 \end{cases}$$

в)
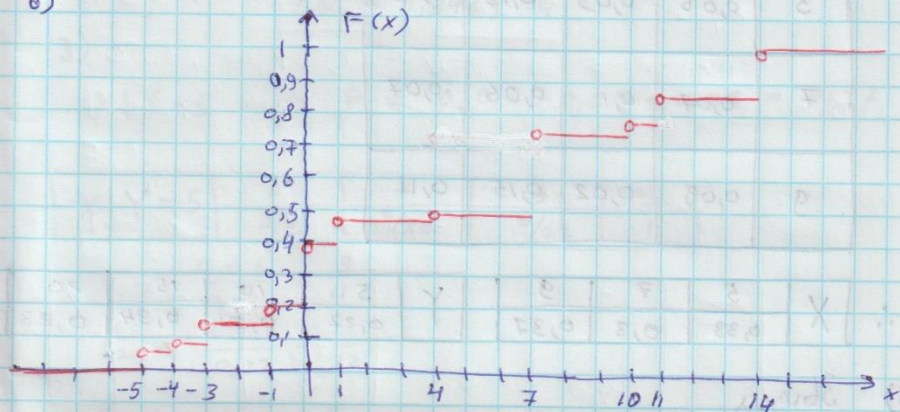
г) $M_0 = 7$ $(P_7 = 0,3)$

д) $M_e = X \iff F(x) = 0,5$ $\therefore x = 10$

е) $M(x) = \sum_{i=1}^{10} x_i P_i = 5,11$

ё) $D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 58,05 - 5,11^2 = 31,9379$

ис) $\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{31,9379} \approx 5,65$

з) $A_s = \dfrac{M_3}{\sigma^3} = \dfrac{1}{\sigma^3}(\nu_3 - 3\nu_1\nu_2 + 2\nu_1^2)$

$\nu_k = M(x^k)$

$\therefore A_s = -0,0262$

и) $E_s = \dfrac{M_4}{\sigma_4} - 3 = \dfrac{1}{\sigma_4}(\nu_4 - 4\nu_1\nu_3 + 6\nu_1^2\nu_2 - 3\nu_1^4) - 3$

$\therefore E_s = -1,1077$

Лабораторна робота 5   Варіант 22

Y X	20	25	30	35
10	0,03	0,12	0,1	0,08
12	0,1	0,07	0,09	0,04
14	0,06	0,05	0,12	0,14

X	10	12	14
P_i	0,33	0,3	0,37

Y	20	25	30	35
P_j	0,19	0,24	0,31	0,26

$$M(x) = \sum_i x_i p_i = 12,08$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 2,7936$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = 1,67141$$

$$M(Y) = \sum_j y_j P_j = 28,2$$

$$D(Y) = M(Y^2) - M^2(Y) = 28,26$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{D(Y)} = 5,31601$$

$$r_{xy} = \frac{cov(X;Y)}{\sigma(x)\sigma(Y)} = \frac{M(XY) - M(X)M(Y)}{\sigma(x)\sigma(Y)}$$

$$M(XY) = \sum_i \sum_j x_i y_j P_{ij} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} x_i y_j P_{ij} = 341,5$$

$$\Rightarrow r_{xy} = \frac{341,5 - 12,08 \cdot 28,2}{1,67141 \cdot 5,31601} \approx 0,0949891$$

$X / Y = 20 \Rightarrow p = 0,03 + 0,1 + 0,06 = 0,19$

$\tilde{P_1} = 0,03 : 0,19 = 3/19$

$\tilde{P_2} = 0,1 : 0,19 = 10/19$

$\tilde{P_3} = 0,06 : 0,19 = 6/19$

Звідси маємо:

$X / Y = 20$	10	12	14
	$\frac{3}{19}$	$\frac{10}{19}$	$\frac{6}{19}$

$M(X / Y = 20) = \dfrac{234}{19} = 12,3$

$Y / X = 14 \Rightarrow p = 0,06 + 0,05 + 0,12 + 0,14 = 0,37$

$Y / X = 14$	20	25	30	33
	$\frac{6}{37}$	$\frac{5}{37}$	$\frac{12}{37}$	$\frac{14}{37}$

$\tilde{P_1} = 0,06 : 0,37 = 6/37$

$\tilde{P_2} = 0,05 : 0,37 = 5/37$

$\tilde{P_3} = 0,12 : 0,37 = 12/37$

$\tilde{P_4} = 0,14 : 0,37 = 14/37$

$M(Y / X = 14) = \dfrac{1095}{37} = 29,595$