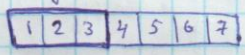
Лабораторна робота 1 Варіант 8

Завдання 1.




$3!\ 5! = 6! = 720$

В-дь: 720

Завдання 2.

$\frac{16 \cdot 15}{2!} = 120$

В-дь: 120

Завдання 3.

Обчислити: $\frac{A_{10}^6 + A_{10}^5}{A_9^5 - A_9^4}$

Перепишемо, як:

$$\frac{\frac{10!}{4!} + \frac{10!}{5!}}{\frac{9!}{4!} - \frac{9!}{5!}} = \frac{10!}{9!}\left(\frac{5! + 4!}{5! - 4!}\right) = 10 \cdot \frac{\overbrace{120+24}^{12^2}}{\underbrace{120-24}_{42 \cdot 6}} = 15$$

В-дь: 15

Завдання 4.

$A_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7}P_x, \quad x \geq 1$

Перепишемо:

$\frac{(x+1)!}{2!} + 2(x-1)! = \frac{30}{7}x!$

$\frac{1}{2}x(x+1) + 2 = \frac{30}{7}x$

$7x(x+1) + 28 = 60x$

$7x^2 - 53x + 28 = 0 \Rightarrow x = 7$

В-дь: 7

Завдання 5.

$4 \cdot 4! = 96$

В-дь: 96

Завдання 6.

$C_{40}^{1} C_{39}^{1} C_{38}^{3} = 13160160$

В-дь: $C_{40}^{1} C_{39}^{1} C_{38}^{3}$

Завдання 7.

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Подій існує всього $C_6^3 = 20$ підмножин

В-дь: 20

Завдання 8

6 { (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)
1 + (1,1)
1 + (2,2)

$m = 8$, $n = 36$

$P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \approx 0,2223$

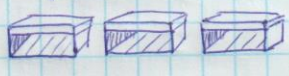
В-дь: $P(A) = \frac{2}{9} \approx 0,2223$

Завдання 9.

$$P(A) = \frac{C_5^2 C_4^3}{C_9^5} = \frac{20}{63} \approx 0,3175$$

В-дь: $P(A) = \frac{20}{63} \approx 0,3175$

Завдання 10.



1 = {1 0 - 0 - 0}
2 = {9 - 1 - 0, 9 - 0 - 1}
3 = {8 - 2 - 0, 8 - 0 - 2, 8 - 1 - 1}
4 = {7 - 3 - 0, 7 - 0 - 3, 7 - 2 - 1, 7 - 1 - 2}
5 = {6 - 4 - 0, 6 - 0 - 4, 6 - 3 - 1, 6 - 1 - 3, 6 - 2 - 2}
6 = {5 - 5 - 0, 5 - 0 - 5, 5 - 4 - 1, 5 - 1 - 4,
... 5 - 3 - 2, 5 - 2 - 3}
... інші пари будуть симетричними тому всього шансів $3 \cdot (1+2+...+10)$

∴

$$3\left(1+2+3+4+5+6+7+8+\frac{9}{3}+\frac{10}{2}\right) = 165$$

$$P(A) = \frac{1}{165} = 0,0060$$

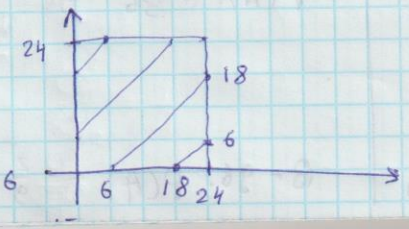
В-дь: $P(A) = \frac{1}{165} = 0,0060$

Завдання 11

$0 \le t_{train} \le 24$

$$P(A) = \frac{M(m)}{M(n)}$$

$M(m) = 24 - 18 = 6$



$M(n) = 24 - 1 = 23$

$P(A) = \frac{6}{23} \approx 0,26$

B - 98: 0,26

Лабораторна робота 2 Варіант 8

Завдання 1.

Обчислити: $\frac{1}{P_{21}}\left(2A_{18}^{9} - C_{24}^{4}\right) + C_{12}^{5}$

В-дь: $\approx 792$

Завдання 2.

$P(A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$

В-дь: $P(A) = \frac{7}{15} \approx 0,46$

Завдання 3.

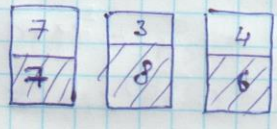
$P_1 = 0,5$, $P_2 = 0,4$, $P_3 = 0,7$

$P(A) = P_1P_2P_3 + q_1P_2P_3 + P_1P_2q_3 + q_1P_2q_3 =$

$= 0,4$

В-дь: $P(A) = 0,4$

Завдання 4.




(1) ○ $\left[ P_1(A_\circ) = \frac{C_7^1}{C_{14}^1} = \frac{1}{2} \right.$

● $\left[ P_1(A_\bullet) = \frac{1}{2} \right.$

(2) +○ $\left[ P_2(A_\circ) = \frac{C_4^1}{C_{12}^1} = \frac{1}{3} \right.$

$\left[ P_2(A_\bullet) = \frac{C_8^1}{C_{12}^1} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \right.$

$(\bar{2}) + \bullet$ $\begin{cases} P_{\bar{2}}(A_0) = \dfrac{C_3^1}{C_{12}^1} = \dfrac{1}{4} \\ P_{\bar{2}}(A_\bullet) = \dfrac{C_9^1}{C_{12}^1} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$

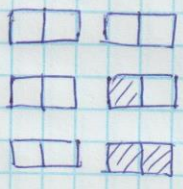
$(3) + 0$ [output 0 $\Rightarrow$ $P_3(A_0) = \dfrac{C_5^1}{C_{11}^1} = \dfrac{5}{11}$

$(\bar{3}) + \bullet$ [output 0 $\Rightarrow$ $P_{\bar{3}}(A_0) = \dfrac{C_4^1}{C_{11}^1} = \dfrac{4}{11}$

$\therefore P(A) = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{11}} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{11}} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{11}} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{11}} = \frac{103}{264}$

В-96: $P(A) = \dfrac{103}{264} \approx 0,39015$

Завдання 5.



$P(A_1) = 1$

$P(A_2) = \frac{1}{3}$

$P(A_3) = \frac{1}{2}$

а) $P(A) = \frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = \frac{11}{18} \approx 0,61$

б) $P_A(B_3) = \dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{11}{18}} = \dfrac{3}{11} \approx 0,27$

В-96: а) 0,61 ; б) 0,27

Завдання 6.

$P_1 = 0,6$ , $P_2 = 0,8$ , $P_3 = 0,7$

$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,4 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,976$

В-96: $P(A) = 0,976$

Завдання 7.

$$\begin{cases} p_1 = 0,1 \\ p_2 = 0,15 \\ p_3 = 0,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 0,9 \\ q_2 = 0,85 \\ q_3 = 0,8 \end{cases}$$

$P(A) = q_1 q_2 q_3 = 0,612$

В-96: $P(A) = 0,612$

Завдання 8.

$p_1 = 0,95$

$p_2 = 0,86$

$p_3 = 0,89$

$P(\bar{A}) = q_1 q_2 q_3 = 0,00231$

В-96: $P(\bar{A}) = 0,00231$

Завдання 9.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$m = C_{25}^{2} C_{500-25}^{18} + C_{25}^{3} C_{500-25}^{18-1} + C_{25}^{4} C_{500-25}^{18-2} + \dots + C_{25}^{20} C_{500-25}^{0}$$

$$n = C_{500}^{20}$$

$$P(A) = \left( C_{25}^{2} C_{475}^{18} + C_{25}^{3} C_{475}^{17} + \dots + C_{25}^{20} C_{475}^{0} \right) : C_{500}^{20}$$

Знайдемо ймовірність коли бракована деталь одна або її зовсім немає:

$$P(\bar{A}) = \frac{C_{25}^{0} C_{475}^{20}}{C_{500}^{20}} + \frac{C_{25}^{1} C_{475}^{19}}{C_{500}^{20}} = 0,001$$

∴ $P(A) = 0,999$

В-дь: $P(A) = 0,999$

Завдання 10.

$P_1 = 0,85$, $P_2 = 0,65$, $P_3 = 0,45$, $P_4 = 0,35$

$P(A) = 0,6 \cdot 0,85 + 0,25 \cdot 0,65 + 0,1 \cdot 0,45 + 0,5 \cdot 0,35$

Звідси $P(A) = 0,8925$

В-дь: 0,8925

Лабораторна робота 3 Варіант 8

Завдання 1.

$P_7^5 = C_7^5 0,7^5 0,3^2 = 0,3177$

В-дь: $P(A) = 0,3177$

Завдання 2.

В-дь: $m_0 = 5$, $P(A) = 0,2214$

Завдання 3.

$p = 0,6$, $n = 10$

а) $P_{10}^5 = C_{10}^5 0,6^5 0,4^5 = 0,2007$

б) $P_{10}(m \leq 4) = P_{10}^0 + P_{10}^1 + \ldots + P_{10}^4 = 0,1662$

в) $P_{10}(3 \leq m \leq 5) = 0,3546$

В-дь: а) 0,2007; б) 0,1662; в) 0,3546

Завдання 4.

$n = 400$, $p = 0,8$

$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$

де $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, $x_i = \frac{m_i - np}{\sqrt{npq}}$

Звідси:

а) $= P_{400}(m \geq 300) = P_{400}(\infty \leq m \leq 400) =$

$= \Phi(10) - \Phi(-2,5) = +0,4938 = 0,9938$

б) $P_{400}(m \geq 200) = \Phi(10) - \Phi(-15) = 1$

В-дь: а) 0,9938; б) 1

Завдання 5.

$$\begin{cases} n = 200 \\ p = 0{,}025 \end{cases} \Rightarrow \lambda = 0{,}025 \cdot 200 = 5$$

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \quad \lambda = np, \quad |p| \le \frac{1}{10}$$

а) $P_{200}(m \le 3) = P^0_{200} + P^1_{200} + \ldots + P^3_{200} = 0{,}265$

б) $P^0_{200} = 0{,}0067$

в) $P_{200}(m \ge 4) = 1 - P_{200}(m \le 3) = 1 - 0{,}265 = 0{,}735$

В-дь: а) 0,265; б) 0,0067; в) 0,735

Завдання 6.

$p = 0{,}9$, $P(A) = 0{,}95$, $m_1 = 200$

$$P_n(m \ge m_1) = P(A)$$

Звідси маємо: $P_{m_2}(200 \le m \le m_2) = 0{,}95$

$$\Phi(0{,}33\sqrt{m_2}) - \Phi\left(\frac{200 - 0{,}9\,m_2}{\sqrt{m_2 \cdot 0{,}09}}\right) = 0{,}95$$

$$\Phi(0{,}33\sqrt{m_2}) - \Phi\left(\frac{666{,}66}{\sqrt{m_2}} - 3\sqrt{m_2}\right) = 0{,}95$$

Звідси: $m_2 = 278$

В-дь: 278

Лабораторна робота 4 Варіант 8

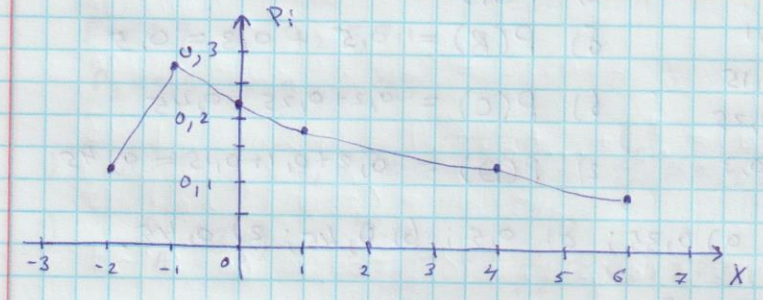
Завдання 1.

| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,12 | 0,28 | 0,22 | 0,18 | 0,12 | 0,08 |

$$M(x) = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i = 0,62$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 p_i - M^2(x) = 5,3556$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = 2,31422$$




Завдання 2. $(p = 0,3,\ n = 5)$

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,16807 | 0,36015 | 0,3087 | 0,1323 | 0,02835 | 0,00243 |

$$M(x) = pn = 1,5$$

$$D(x) = pqn = 1,05$$

$$\sigma(x) = \sqrt{pqn} = 1,22474$$

## Завдання 3.

$p = 0{,}8$ , $n = 4$

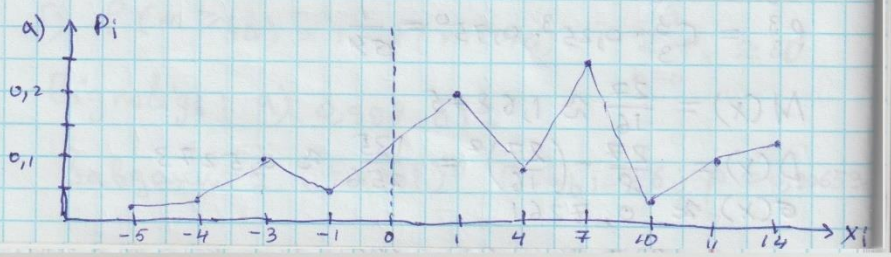
| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,0016 | 0,0256 | 0,1536 | 0,4096 | 0,4096 |

$$P_4^0 = C_4^0\, 0{,}8^0 0{,}2^4 = 0{,}0016$$
$$P_4^1 = C_4^1\, 0{,}8^1 0{,}2^3 = 0{,}0256$$
$$P_4^2 = C_4^2\, 0{,}8^2 0{,}2^2 = 0{,}1536$$
$$P_4^3 = C_4^3\, 0{,}8^3 0{,}2^1 = 0{,}4096$$
$$P_4^4 = C_4^4\, 0{,}8^4 0{,}2^0 = 0{,}4096$$

## Завдання 4.

| $x_i$ | -5 | -4 | -3 | -1 | 1 | 4 | 7 | 10 | 11 | 14 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,02 | 0,03 | 0,1 | 0,05 | 0,2 | 0,04 | a | 0,03 | 0,1 | 0,13 | 1 |

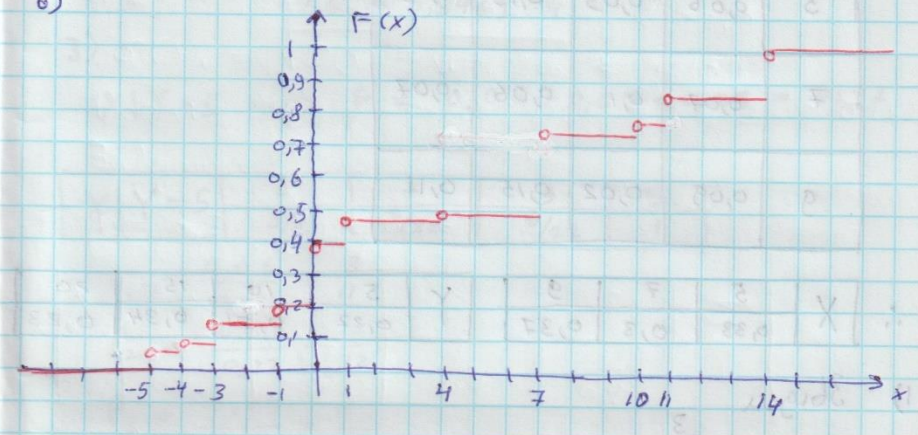
$$\because \sum_i p_i = 1 \quad \therefore \quad 1 - \sum_{i \neq 7}^{10} p_i = a \Rightarrow a = 0{,}3 = p_7$$



б)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -5 \\ 0{,}02, & -5 < x \le -4 \\ 0{,}5, & -4 < x \le -3 \\ 0{,}15, & -3 < x \le -1 \\ 0{,}2, & -1 < x \le 1 \\ 0{,}4, & 1 < x \le 4 \\ 0{,}44, & 4 < x \le 7 \\ 0{,}74, & 7 < x \le 10 \\ 0{,}77, & 10 < x \le 11 \\ 0{,}87, & 11 < x \le 14 \\ 1, & x > 14 \end{cases}$$

в)




г) $M_0 = 7 \quad (p_7 = 0{,}3)$

д) $M_e = X \Leftrightarrow F(X) = 0{,}5 \quad \therefore x = 10$

е) $M(x) = \sum_{i=1}^{10} x_i p_i = 5{,}11$

ж) $D(x) = M(X^2) - M^2(x) = 58{,}05 - 5{,}11^2 = 31{,}9379$

жс) $\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{31{,}9379} \approx 5{,}65$

з) $A_S = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{1}{\sigma^3}(\nu_3 - 3\nu_1\nu_2 + 2\nu_1^2)$

$\nu_k = M(x^k)$

$\therefore A_S = -0{,}0262$

и) $E_S = \frac{M_4}{\sigma_4} - 3 = \frac{1}{\sigma_4}(\nu_4 - 4\nu_1\nu_3 + 6\nu_1^2\nu_2 - 3\nu_1^4) - 3$

$\therefore E_S = -1{,}1077$