

Лабораторне робоче 1 Варіант 12

Завдання 1.

$$B-96: 10^2 = 100$$

Завдання 2.

$$B-96: 3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 15$$

Завдання 3.

$$\text{Обчислити } C_{25}^{23} - 3 \cdot C_{10}^7$$

$$\text{Згідно: } \frac{25!}{23!2!} - 3 \cdot \frac{10!}{7!3!} = 25 \cdot 12 - 5 \cdot 8 \cdot 9 = -60$$

$$B-96: -60$$

Завдання 4.

$$\begin{cases} A_x^y : A_x^{y-1} = 10 \\ C_x^y : C_x^{y-1} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Перетворимо

$$\begin{cases} \frac{x!}{(x-y)!} \cdot \frac{(x-y+1)!}{x!} = 10 \\ \frac{x!}{y!(x-y)!} \cdot \frac{(x-y+1)!(y-1)!}{x!} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Спростимо:

$$\begin{cases} x-y+1 = 10 \\ (x-y+1) \frac{1}{y} = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{y} = \frac{5}{3} \\ x-y+1 = 10 \end{cases} \therefore \begin{cases} x = 15 \\ y = 6 \end{cases}$$

В-46: $(x, y) = (15, 6)$

Задача 9.

а) $P(A) = \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{13}{500} = 0,026$

б) $P(D) = P(A) + \frac{50}{1000} = \frac{19}{250} = 0,076$

В-46: а) $P(A) = 0,026$; б) $P(D) = 0,076$

Задача 5.

В-46: $4! = 24$

Задача 6.

$A_x^2 = 56 \Rightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 56 \Rightarrow x = 8$

$x(x-1) = 56 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = -7$ and $x \geq 2$

В-46: 8

Задача 7.

$d_n = \frac{n(n-3)}{2} \therefore d_8 = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$

В-46: 20

Задача 8.

$P(A) = \frac{3}{10}$

В-46: $P(A) = 0,3$

Задача 10.

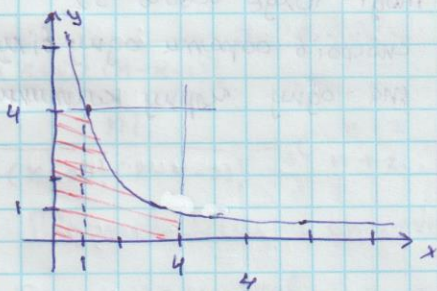
$P(A) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} + \frac{C_4^2}{C_{12}^2} + \frac{C_3^2}{C_{12}^2} = \frac{19}{66}$

В-46: $P(A) = \frac{19}{66} \approx 0,2879$

Завдання 11.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 4, & 0 \leq y \leq 4 \\ xy \leq 4 \end{cases}$$

Графік:



$$P(A) = \frac{\mu(m)}{\mu(n)}$$

$$\mu(n) = 4^2 = 16$$

$$\mu(m) = \int_1^4 \frac{4}{x} dx + 1 \cdot 4 = 4 \ln 4 + 4$$

$$\therefore P(A) = \frac{4 \ln 4 + 4}{16} = \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{4} \approx 0,5966$$

$$\text{В-96: } P(A) = \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{4} \approx 0,5966$$

Лабораторна робота 2 = Варіант 12

Завдання 1.

Обчислити

$$\frac{1}{P_{18}} (3A_{14}^5 - C_{11}^9) + C_{17}^8$$

В-96: ≈ 24310

Завдання 2.

$$P(A) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$$

В-96: $P(A) = \frac{1}{10} = 0,1$

Завдання 3.

$$P_1 = 0,4, q_1 = 0,6$$

$$P_2 = 0,9, q_2 = 0,1$$

$$P_3 = 0,5, q_3 = 0,5$$

Завдання 5.

$$\begin{cases} P_1 = 0,1, q_1 = 0,9 \\ P_2 = 0,2, q_2 = 0,8 \end{cases}$$

Випадкових: $\frac{2}{3}$

Легкових: $\frac{1}{3}$

$$1) P(A) = \frac{2}{3} \cdot 0,1 + \frac{1}{3} \cdot 0,2 = \frac{2}{15}$$

$$2) a) P_A(B_1) = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,1}{\frac{2}{15}} = \frac{1}{2}$$

$$б) P_A(B_2) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,2}{\frac{2}{15}} = \frac{1}{2}$$

В-96: 1) $P(A) = \frac{2}{15}$;

2) а) $P_A(B_1) = \frac{1}{2}$; б) $P_A(B_2) = \frac{1}{2}$.

Завдання 6.

$P(A)$ - ймовірність того, що всі обрані деталі не є бракованими.

$P(\bar{A})$ - ймовірність того, що хоча б одна бракована.

За означенням $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Звідси $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Знайдемо $P(A)$:

$$P(A) = \underbrace{\frac{C_{99}^1 \cdot \dots \cdot C_{99}^1}{C_{100}^1 \cdot \dots \cdot C_{100}^1}}_{100 \text{ разів}} = \left[\frac{99}{100} \right]^{100}$$

$$\therefore P(\bar{A}) = 1 - \frac{99^{100}}{100^{100}} = 1 - 0,99^{100}$$

В-96: $P(\bar{A}) = 1 - 0,99^{100} \approx 0,6339$

Завдання 7.

$$P(A) = \frac{56}{60} \cdot \frac{55}{59} \cdot \frac{54}{58} \cdot \frac{53}{57} \approx 0,7532$$

В-96: $P(A) = 0,7532$

Завдання 8.

$$P(A) = \frac{C'_{5000}}{C'_{10000}} + \frac{C'_{1000}}{C'_{10000}} + \frac{C'_{100}}{C'_{10000}} = \frac{6100}{10000} = 0,61$$

В-96: $P(A) = \frac{61}{100} = 0,61$

Завдання 9.

$$p_1 = 0,7, q_1 = 0,3$$

$$p_2 = 0,5, q_2 = 0,5$$

$$p_3 = 0,9, q_3 = 0,1$$

$$P(A) = 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,9 = 0,315$$

В-96: $P(A) = 0,315$

Завдання 10.

$$P(A) = \frac{5}{18} \cdot 0,05 + \frac{3}{18} \cdot 0,01 + \frac{10}{18} \cdot 0,1 = 0,071$$

де $P(A)$ - ймовірність браку кав'яни
взятої камішки.

$$P_A(B_2) = \frac{\frac{3}{18} \cdot 0,01}{0,071} \approx 0,0235$$

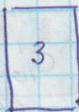
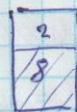
В-96: $P_A(B_2) \approx 0,0235$

* Завдання 4.

$$P(A) = \frac{44}{55} \cdot \frac{C_2^2}{C_7^2} + \frac{55}{44} \cdot \frac{C_2^2}{C_7^2} + \frac{54}{44} \cdot \frac{C_3^2}{C_7^2} +$$

$$+ \frac{44}{54} \cdot \frac{C_3^2}{C_7^2} + \frac{44}{44} \cdot \frac{C_4^2}{C_7^2} + \frac{54}{54} \cdot \frac{C_2^2}{C_7^2}$$

$$\text{де } \frac{44}{55} = \frac{C_5^2}{C_7^2} \cdot \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{126}; \frac{55}{44} = \frac{C_3^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}$$



I

II

III

$$БЧ/ЧЧ = \frac{C_3^1 C_5^1}{C_8^2} \cdot \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$$

$$ЧЧ/БЧ = \frac{C_5^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{63}$$

$$ЧЧ/ЧЧ = \frac{C_5^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}$$

$$БЧ/БЧ = \frac{C_3^1 C_5^1}{C_8^2} \cdot \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} = \frac{4}{21}$$

Рядом с этими значениями, отрицается:

$$P(A) = 0,141875$$

$$B - 96: P(A) = 0,141875$$

Лабораторна робота 3

Варіант 12

Завдання 1.

$$p = 0,3 \Rightarrow q = 0,7$$

$$P_4^2 = C_4^2 \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^2 = 0,2646$$

$$\text{В-96: } P(A) = 0,2646$$

Завдання 2.

$$\text{В-96: } m_0 = 6, \quad P(A) = 0,2066$$

Завдання 3.

$$p = 0,1 \Rightarrow q = 0,9$$

$$n = 100$$

$$\text{а) } P_{100}(m < 15) = P_{100}(0 \leq m \leq 14)$$

Використаємо інтегральну теорему Лапласа:

$$(m_1 \leq m \leq m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

$$\text{де } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad x_i = \frac{m_i - np}{\sqrt{npq}}$$

Звідси маємо:

$$P_{100}(0 \leq m \leq 14) = \Phi(1,3) - \Phi(-3,3) \approx 0,4082 + 0,4996 \approx 0,9078$$

$$\text{б) } P_{100}(5 \leq m \leq 12) = \Phi(0,6) - \Phi(-1,6) = 0,2454 + 0,4515 = 0,6969 \quad !!$$

$$\text{в) } P_{100}(m > 20) = 1 - P_{100}(0 \leq m \leq 19)$$

$$\therefore P_{100}(0 \leq m \leq 19) = \Phi(3) - \Phi(-3, 3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{100}(0 \leq m \leq 19) = 0,4987 + 0,4988 =$$

$$= 0,9975$$

В-96: а) 0,9078; б) 0,6969; в) 0,9975

Задача 4.

$$p = 0,7, q = 0,3$$

$$а) P_{10}^7 = C_{10}^7 \cdot 0,7^7 \cdot 0,3^3 = 0,2668$$

$$б) P_{10}(m \geq 8) = P_{10}^8 + P_{10}^9 + P_{10}^{10} = 0,3828$$

$$в) P_{10}^0 = 0,000006 \Leftrightarrow 6 \cdot 10^{-6}$$

В-96: а) 0,2668; б) 0,3828; в) 0,000006

Задача 5.

$$n = 200 \Rightarrow \lambda = 200 \cdot 0,025 = 5$$

$$p = 0,025$$

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \lambda = np, |p| < 0,1$$

$$а) P_{200}(m \leq 3) = P_{200}^0 + P_{200}^1 + P_{200}^2 + P_{200}^3 \approx$$

$$\approx \left(\frac{5^0}{0!} + \frac{5^1}{1!} + \frac{5^2}{2!} + \frac{5^3}{3!} \right) e^{-5} \approx 0,265$$

$$б) P_{200}^0 \approx \frac{5^0}{0!} e^{-5} = 0,0067$$

$$в) P_{200}(m \geq 4) = 1 - 0,265 = 0,735$$

В-96: а) 0,265; б) 0,0067; в) 0,735

Задача 6.

$$p = 0,1, \quad n = 400$$

$$a) \quad P_{400}^{50} \approx \frac{1}{6} \cdot \varphi(1,6) \approx 0,167 \cdot 0,1006 \approx 0,0167$$

$$b) \quad P_{400}(30 \leq m \leq 50) = \Phi(1,6) - \Phi(-1,6) = \\ = 2 \Phi(1,6) \approx 2 \cdot 0,4452 = 0,8904$$

$$b) \quad P_{400}(m \leq 30) = P_{400}(0 \leq m \leq 30) = \\ = \Phi(-1,6) - \Phi(-6,6) = \Phi(6,6) - \Phi(1,6) = \\ = 0,5 - 0,4452 = 0,0548$$

Лабораторное задание 4

Вариант 12

Задание 1.

x_i	-6	-5	-2	3	5	7
p_i	0,13	0,17	0,2	0,3	0,18	0,02

$$M(x) = \sum_{i=1}^6 x_i p_i = -0,09$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = \sum_{i=1}^6 x_i^2 p_i - 0,09^2 =$$

$$= 17,91 - 0,0081 = 17,9019$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{17,9019} \approx 4,23106$$

$$\text{В-96: } M(x) = -0,09; D(x) = 17,9019; \sigma(x) \approx 4,23106$$

Задание 2.

$$p = 0,3, q = 0,7, n = 5$$

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	0,16807	0,36015	0,3087	0,1323	0,02835	0,00243

$$p_i = p_5^i, p_n^m = C_n^m p^m q^{n-m}$$

$$p_5^0 = 0,16807; p_5^1 = 0,36015; p_5^2 = 0,3087$$

$$p_5^3 = 0,1323; p_5^4 = 0,02835; p_5^5 = 0,00243$$

$$M(x) = 1,5$$

$$D(x) = 3,3 - 1,5^2 = 1,05$$

$$\sigma(x) = \sqrt{1,05} \approx 1,0247$$

$$\text{В-96: } M(x) = 1,5;$$

$$D(x) = 1,05;$$

$$\sigma(x) = 1,0247.$$

Завдання 3.

Нехай ВВ X задає рівняння

$X = X_1 + X_2$ де X_1 та X_2 - кількість очок при підкиданні двох правильних кубиків.
 \therefore маємо всі існуючі пари чисел:

$(X_1, X_2) \Rightarrow$	1, 1	2, 1	3, 1	4, 1	5, 1	6, 1
	1, 2	2, 2	3, 2	4, 2	5, 2	6, 2
	1, 3	2, 3	3, 3	4, 3	5, 3	6, 3
	1, 4	2, 4	3, 4	4, 4	5, 4	6, 4
	1, 5	2, 5	3, 5	4, 5	5, 5	6, 5
	1, 6	2, 6	3, 6	4, 6	5, 6	6, 6

Побудуємо таблицю розподілу (закону):

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
P_i	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

$$M(X) = 7$$

$$D(X) = \frac{329}{6} - 49 = \frac{35}{6}$$

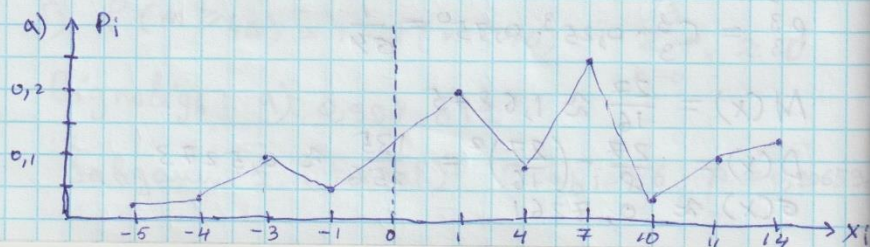
$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{35}{6}} = 2,41523$$

$$\text{В-ге: } M(X) = 7; D(X) = \frac{35}{6}; \sigma(X) = 2,41523$$

Задание 4.

X_i	-5	-4	-3	-1	1	4	7	10	11	14	Σ
P_i	0,02	0,03	0,1	0,05	0,2	0,04	a	0,03	0,1	0,13	1

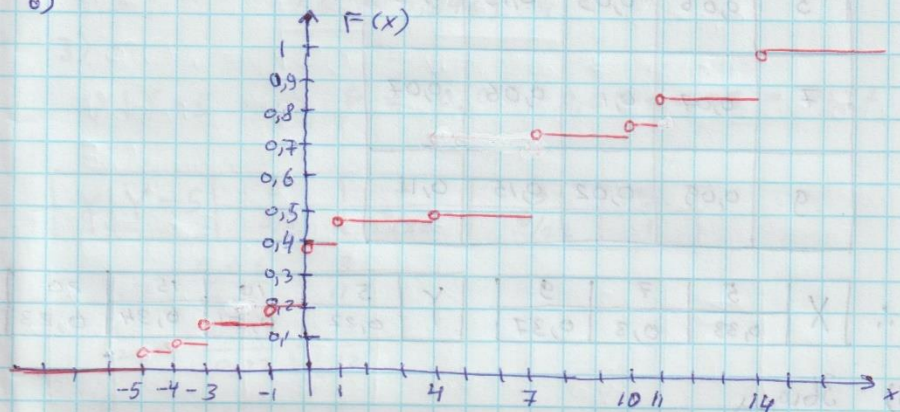
$$\because \sum_i P_i = 1 \quad \therefore 1 - \sum_{i \neq 7}^{10} P_i = a \Rightarrow a = 0,3 = P_7$$



б)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -5 \\ 0,02, & -5 < x \leq -4 \\ 0,05, & -4 < x \leq -3 \\ 0,15, & -3 < x \leq -1 \\ 0,2, & -1 < x \leq 1 \\ 0,4, & 1 < x \leq 4 \\ 0,44, & 4 < x \leq 7 \\ 0,74, & 7 < x \leq 10 \\ 0,77, & 10 < x \leq 11 \\ 0,87, & 11 < x \leq 14 \\ 1, & x > 14 \end{cases}$$

б)



2) $M_0 = 7$ ($p_7 = 0,3$)

9) $M_e = X \Leftrightarrow F(x) = 0,5 \therefore x = 10$

e) $M(x) = \sum_{i=1}^{10} x_i p_i = 5,11$

6) $D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 58,05 - 5,11^2 = 31,9379$

10) $\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{31,9379} \approx 5,65$

3) $A_s = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{1}{\sigma^3} (V_3 - 3V_1V_2 + 2V_1^2)$

$V_k = M(x^k)$

$\therefore A_s = -0,0262$

u) $E_s = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{1}{\sigma^4} (V_4 - 4V_1V_3 + 6V_1^2V_2 - 3V_1^4) - 3$

$\therefore E_s = -1,1077$

Лабораторна робота 5

Варіант 12

X \ Y	6	11	16	21
6	0,058	0,092	0,128	0,052
8	0,072	0,098	0,062	0,068
10	0,088	0,022	0,148	0,112

X	6	8	10
P _i	0,33	0,3	0,37

Y	6	11	16	21
P _j	0,218	0,212	0,338	0,232

$$M(X) = 8,08$$

$$M(Y) = 13,92$$

$$D(X) = 2,7936$$

$$D(Y) = 28,5736$$

$$\sigma(X) = 1,67141$$

$$\sigma(Y) = 5,34543$$

$$r_{XY} = \frac{\text{cov}(X; Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{M(XY) - M(X)M(Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$$

$$M(XY) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 x_i y_j p_{ij} = 113,34$$

$$\therefore r_{XY} = \frac{113,34 - 8,08 \cdot 13,92}{1,67141 \cdot 5,34543} \approx 0,0987$$

$$X|Y=21 \Rightarrow p = 0,052 + 0,068 + 0,112 = 0,232$$

X Y=21	6	8	10
P _i	$\frac{13}{58}$	$\frac{17}{58}$	$\frac{28}{58}$

$$Y|X=8 \Rightarrow p = 0,072 + 0,098 + 0,062 + 0,068$$

$$\therefore p = 0,3$$

$Y X=8$	6	11	16	21
p_j	$\frac{6}{25}$	$\frac{49}{150}$	$\frac{31}{150}$	$\frac{17}{75}$

$$M(X|Y=21) = \frac{3313}{377} \approx 8,7878$$

$$M(Y|X=8) = \frac{131}{10} = 13,1$$