N 13

Завдання 1.

X_i	-6	-2	1	2
P_i	0,15	0,25	0,4	P

$$P = P_4 = 1 - \sum_{i \neq 4} P_i = 0,2$$

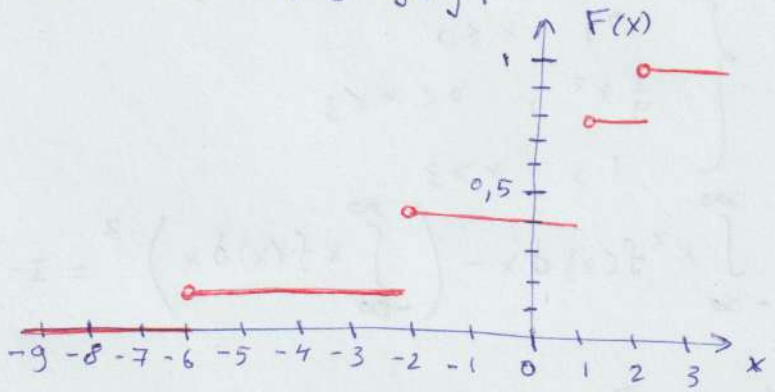
$$M(x) = \sum_i x_i p_i = -0,6$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = \sum_i x_i^2 p_i - 0,36 = 7,24$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \approx 2,69072$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -6 \\ 0,15, & -6 < x \leq -2 \\ 0,4, & -2 < x \leq 1 \\ 0,8, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Графік ф-ї розподілу:



Завдання 2.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ ax^2 + b, & 0 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 2ax, & 0 < x \le 3, \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{3} 2ax\,dx + \int_{3}^{\infty} 0\,dx = 1$$

→ За властивістю $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

Звідси маємо: $\int_{0}^{3} 2ax\,dx = 1$

$$ax^2\Big|_0^3 = 1 \iff 9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad \therefore b = 0$$

тоді $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{1}{9}x^2, & 0 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx\right)^2 = I_1 - I_2^2$$

Знайдемо I_1 та I_2 :

$$I_1 = \int_0^3 x^2 \cdot \frac{2}{9} x\,dx = \frac{2}{9}\int_0^3 x^3 dx = \frac{2}{9}\cdot \frac{x^4}{4}\Big|_0^3 =$$

$$= \frac{2}{9}\cdot \frac{9\cdot 9}{2\cdot 2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$$

$$I_2 = \int_0^3 x \cdot \frac{2}{9} x\,dx = \frac{2}{9}\int_0^3 x^2 dx = \frac{2}{9}\cdot \frac{x^3}{3}\Big|_0^3 =$$

$$= \frac{2}{9}\cdot \frac{9\cdot 3}{3} = 2$$

Оскільки $D(x) = I_1 - I_2^2$, маємо:

$$D(x) = 4{,}5 - 2^2 = 0{,}5$$

Завдання 3.

$p_i = 0{,}1 + 0{,}2\,i$

$$\begin{cases} p_1 = 0{,}3 \\ p_2 = 0{,}5 \\ p_3 = 0{,}7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 0{,}7 \\ q_2 = 0{,}5 \\ q_3 = 0{,}3 \end{cases}$$

x_i	0	1	2	3	Σ
$\bar{p}_i$	p_1	p_2	p_3	p_4	1

$\bar{p}_1 = q_1 q_2 q_3 = 0{,}105$

$\bar{p}_4 = p_1 p_2 p_3 = 0{,}105$

$\bar{p}_3 = p_1 p_2 q_3 + p_1 q_2 p_3 + q_1 p_2 p_3 = 0{,}395$

$\bar{p}_2 = p_1 q_2 q_3 + q_1 p_2 q_3 + q_1 q_2 p_3 = 0{,}395$

$M(x) = \sum_i x_i \bar{p}_i = 1{,}5 \quad D(x) = M(x^2) - M^2(x)$

$\Rightarrow D(x) = 0{,}67$

Завдання 4.

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ \frac{1}{5}, & 0<x\le 5 \\ 0, & x>5 \end{cases}$$

$$f(y)=\begin{cases} 0, & y\le 0 \\ \frac{1}{25}, & 0,\ y\le 25 \\ 0, & y>25 \end{cases}$$

оскільки $\int_0^5 \frac{1}{5}\,dx = 1$

тоді $\int_0^{25} \frac{1}{25}\,dx = 1$, за умови $\underline{Y = X^2}$

Завдання 5.

y_i \ x_i	-1	1	4
-3	0,27	0,11	0,15
5	0,2	0,1	P

$$P = 1 - \sum_{i,j} p_{ij}\Big|_{ij\neq 23} \Rightarrow P = 0,17$$

$Y|X=4 \Rightarrow \bar{P} = 0,15 + 0,17 = 0,32$

$\bar{P}_1 = \frac{15}{32}$

$\bar{P}_2 = \frac{17}{32}$

$Y\|X=4$	-3	5
	$\frac{15}{32}$	$\frac{17}{32}$

$$\Rightarrow M(Y|X=4) = \sum_i x_i \bar{P}_i = \frac{5}{4}$$

$$\because \sum_i x_i \bar{P}_i = \frac{-3\cdot 15 + 5\cdot 15 + 5\cdot 2}{32} = \frac{30+10}{32} = \frac{5}{4}$$