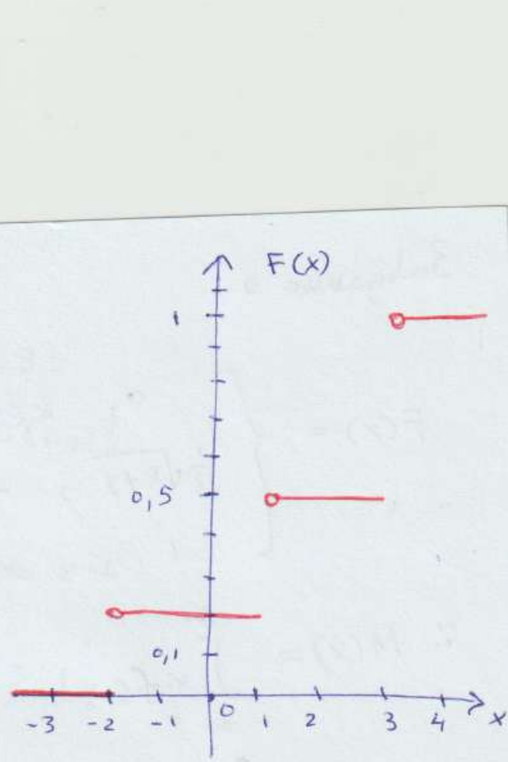
N 19.

Завдання 1.



$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant -2 \\ 0{,}2, & -2 < x \leqslant 1 \\ 0{,}5, & 1 < x \leqslant 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

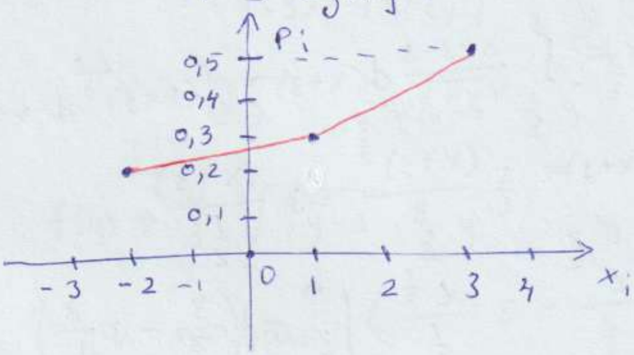
x_i	-2	1	3
p_i	$0{,}2$	$0{,}3$	$0{,}5$

$$M(x) = \sum_i x_i p_i = 1{,}4$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 3{,}64$$

$M_0 = 3$, $P(x<2) = F(2) - \underbrace{F(-\infty)}_{0} = 0{,}5$

Полігон розподілу:



Завдання 2.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{1}{3}\sqrt{x+3}, & -3 < x \leq 6 \\ 1, & x > 6 \end{cases}$$

$$\because \quad M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\, dx$$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+3}}, & -3 < x \leq 6 \\ 0, & x > 6 \end{cases}$$

$$\therefore \quad M(x) = \frac{1}{6}\int_{-3}^{6} \frac{x}{\sqrt{x+3}}\, dx = \left(I(6) - I(-3)\right) : 6$$

$$I = \int \frac{x}{\sqrt{x+3}}\, dx = \int \frac{x+3-3}{\sqrt{x+3}}\, d(x+3) = \int (x+3)^{\frac{1}{2}}\, d(x+3) -$$

$$- 3\int (x+3)^{-\frac{1}{2}}\, d(x+3) = \frac{(x+3)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 3\,\frac{(x+3)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \quad M(x) = \frac{1}{6}\left(\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 3\,\frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right)\Bigg|_0^9 = \frac{1}{6}\left(\frac{3^3}{\frac{3}{2}} - 3\,\frac{3}{\frac{1}{2}}\right)$$

$$M(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3} \cdot 3^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3\right) = 3 - 3 = 0$$

Звідси маємо $M(x) = 0$

Завдання 3.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (2;3] \\ a\sqrt[3]{x-2}, & x \in (2;3] \end{cases}$$

$f(y) = ?$ якщо $Y = x^3$

$$\because \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \int_2^3 \sqrt[3]{x-2}\,dx = \frac{1}{a}$$

$$\int_2^3 (x-2)^{\frac{1}{3}}\,dx = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}\Big|_0^1 = \frac{3}{4} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore a = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (2;3] \\ \frac{4}{3}\sqrt[3]{x-2}, & x \in (2;3] \end{cases}$$

$$f(y) = f(\psi(y)) \cdot |\psi'(y)|, \quad y \in (8;27]$$

$$\psi(y) = \sqrt[3]{y}, \quad \psi'(y) = \frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}$$

$$f(y) \Rightarrow \frac{4}{3}\sqrt[3]{\sqrt[3]{y}-2} \cdot \frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}, \quad y \in (8;27]$$

Звідси маємо:

$$f(y) = \begin{cases} 0, & y \notin (8;27] \\ \frac{4}{9}\sqrt[3]{y^{-\frac{5}{3}} - 2y^{-2}}, & y \in (8;27] \end{cases}$$

Завдання 4.

5	3

, де $\begin{cases} \square \text{ - стд. деталі} \\ \boxtimes \text{ - брк. деталі} \end{cases}$

$$0:\ P(A_0) = \frac{C_5^4}{C_8^4} = \frac{1}{14} \qquad \sum_i P(A_i) = 1$$

$$I:\ P(A_1) = \frac{C_5^3 C_3^1}{C_8^4} = \frac{6}{14} \qquad \left\{ \frac{1}{14} + \frac{6}{14} + \frac{6}{14} + \frac{1}{14} = \frac{14}{14} = 1 \right\}$$

$$II:\ P(A_2) = \frac{C_5^2 C_3^2}{C_8^4} = \frac{6}{14}$$

$$III:\ P(A_3) = \frac{C_5^1 C_3^3}{C_8^4} = \frac{1}{14}$$

Закон розподілу ДВВ:

x_i	0	1	2	3
p_i	$\frac{1}{14}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{6}{14}$	$\frac{1}{14}$

Завдання 5.

$y_j \backslash x_i$	0	1	2
1	0,1	0,25	0,15
3	0,2	0,1	p

$$r_{XY} = \frac{cov(X;Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$cov(X;Y) = M(XY) - M(X)M(Y)$$

$$M(XY) = \sum_i \sum_j x_i y_j p_{ij}$$

$$p = 1 - \sum_{ij \neq 23} p_{ij} = 0,2$$

$$M(X) = \sum_i x_i p_i, \quad M(Y) = \sum_j y_j p_j$$

x_i	0	1	2
p_i	0,3	0,35	0,35

$M(X) = 1,05$

$\sigma(X) = \sqrt{M(X^2) - M^2(X)} = \sqrt{0,6475} \approx 0,8047$

y_j	1	3
p_j	0,5	0,5

$M(Y) = 2$

$\sigma(Y) = \sqrt{M(Y^2) - M^2(Y)} = 1$

$M(XY) = 2,05 \Rightarrow \mathrm{COV}(X;Y) = -0,05$

$\therefore r_{XY} = \dfrac{-0,05}{0,8047} \approx -0,062135$

Виявлено від'ємну слабку залежність.