1.

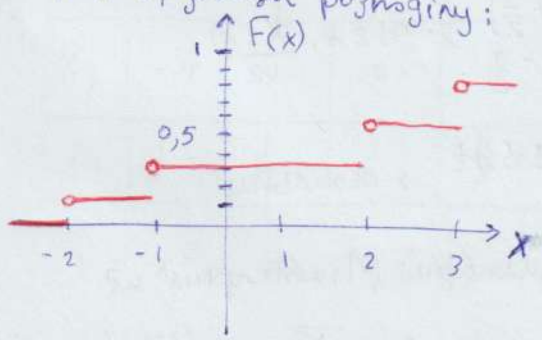
N23

x_i	-2	-1	2	3
p_i	0,1	0,2	0,4	p

$$p = 1 - \sum_{i \neq 4} p_i = 1 - 0{,}1 - 0{,}2 - 0{,}4 = 0{,}3$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ 0{,}1, & -2 < x \leq -1 \\ 0{,}3, & -1 < x \leq 2 \\ 0{,}7, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Графік функції розподілу:



2.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos^2 x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx \Rightarrow M(x) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \frac{2}{\pi} \cos^2 x\, dx$$

Відомо, що $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

Звідси $\cos 2\alpha + 1 = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \underbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}_{\text{осн. триг. тотожність}}$

Звідси отримуємо: $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

Перепишемо:

$$M(x) = \frac{2}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\left(\frac{1}{2} + \frac{\cos 2x}{2}\right) dx$$

$$\frac{\pi}{2}M(x) = \cancel{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{2}\, dx}^{\to 0} + \frac{2}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{2}\cos 2x \cdot \frac{d(2x)}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}M(x) = \frac{1}{8}\int_{-\pi}^{\pi} t\cos t\, dt$$, оскільки

$g(t) = t\cos t$ – ф-я непарна, інтеграл на відрізку $[-a;a]$, де $a = const, \in \mathbb{C}$ дорівнює нулю. $\therefore$ $\frac{\pi}{2}M(x) = \frac{1}{8}\cdot 0$

$\Rightarrow M(x) = 0$

В-дь: $M(x) = 0$

3. $p = 0{,}8$

$$\Rightarrow P_n^m = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad p = 1 - q, \quad n \geqslant m,$$

X	0	1	2	3	4
p_i	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5

$$p_1 = C_4^0 \cdot 0{,}8^0 \cdot 0{,}2^4 = 0{,}0016$$

$$p_2 = C_4^1 \cdot 0{,}8^1 \cdot 0{,}2^3 = 0{,}0256$$

$$p_3 = C_4^2 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}1536$$

$$\left.\begin{array}{l} p_4 = C_4^3 \cdot 0{,}8^3 \cdot 0{,}2^1 = 0{,}4096 \\ p_5 = C_4^4 \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}2^0 = 0{,}4096 \end{array}\right\} \text{найбільш ймовірна ймовірність}$$

4.

X_i	-4	-1	0	4	5
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

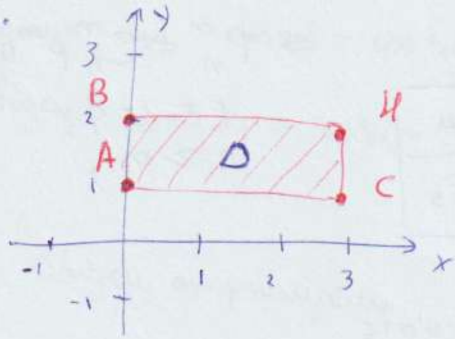
$$Y = X^2 \Rightarrow M(Y) = M(X^2)$$

$$M(Y) = M(X^2) = \sum_i x_i^2 p_i = \frac{29}{4} = 7{,}25$$

$$D(Y) = M(Y^2) - M^2(Y) = \sum_i x_i^4 p_i - \left(\frac{29}{4}\right)^2$$

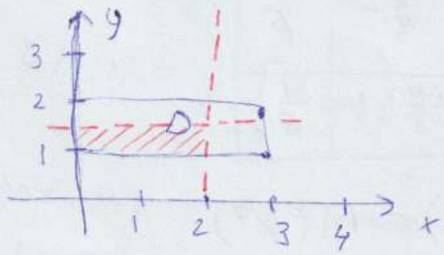
$\therefore$ маємо $D(Y) = \frac{1435}{16} = 89{,}6875$

5.



$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 \le x \le 3,\ 1 \le y \le 2 \\ 0, & (x,y) \notin D \end{cases}$$

$P(0<X<2,\ Y<1,5)$



За формулою

$$P(A) = \frac{M(m)}{M(n)}$$

де $M(n) = 3$, $M(m) = 2 \cdot 0,5 = 1$

$\therefore\ P(A) = \frac{1}{3} = P(0<X<2,\ Y<1,5)$

В-дь: $P(0<X<2,\ Y<1,5) = \frac{1}{3}$