

Лабораторна робота 1

Варіант 11

Завдання 1:

$$B-96: 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$$

Завдання 2.

$$C_{40}^1 C_{39}^1 C_{38}^3$$

$$B-96: 13160160$$

Завдання 3.

$$3C_{n+1}^2 - 2A_n^2 = n$$

$$\frac{3}{2} \frac{(n+1)!}{(n-1)!} - 2 \frac{n!}{(n-2)!} = n$$

$$3(n+1)n - 4n(n-1) = 2n, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$3(n+1) - 4(n-1) = 2$$

$$3n+3-4n+4 = 2 \Rightarrow n=5$$

$$B-96: n=5$$

Завдання 4.

Розв'язати систему:

$$\begin{cases} A_x^y + 3C_x^y = 90 \\ A_x^y - 2C_x^y = 40 \end{cases}$$

Перетворимо:

$$\begin{cases} \frac{x!}{(x-y)!} + 3 \frac{x!}{(x-y)!y!} = 90 \\ \frac{x!}{(x-y)!} - 2 \frac{x!}{(x-y)!y!} = 40 \end{cases}$$

Задание:

$$\begin{cases} 5 \frac{x!}{(x-y)!y!} = 50 \Rightarrow \frac{x!}{(x-y)!y!} = 10 \\ 2 \frac{x!}{(x-y)!} + \frac{x!}{(x-y)!y!} = 120 \end{cases}$$

$$2 \frac{x!}{(x-y)!} + 10 = 120 \Rightarrow \frac{x!}{(x-y)!} = 60$$

$$\frac{60}{y!} = 10 \Rightarrow y! = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$\frac{x!}{(x-y)!} = 60 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} = 60 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) = 60$$
$$x = 5$$

В-гб: $(x; y) = (5; 3)$

Задание 5.

В-гб: $5! = 120$

Задание 6.

$$A_x^4 = 12 A_x^2 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-4)!} = 12 \cdot \frac{x!}{(x-2)!}$$
$$(x-2)(x-3) = 12 \Rightarrow x = 6$$

В-гб: $x = 6$

Задание 7.

$$\frac{8 \cdot 7}{2!} = 56$$

В-гб: 56

Задача 8.

$$P(A) = \frac{C_{10}^2 C_8^3}{C_{18}^5} = \frac{5}{17}$$

$$\text{В-96: } P(A) = \frac{5}{17} \approx 0,2941$$

Задача 9.

$$P(A) = \frac{C_6^3}{C_{14}^3} = \frac{5}{91} \approx 0,0549$$

$$\text{В-96: } P(A) = \frac{5}{91} \approx 0,0549$$

Задача 10.

$$\text{а) } P(A) = \frac{A_5^5}{5!}$$

$$\text{б) } P(B) = \frac{A_3^3}{5!}$$

$$\text{В-96: а) } P(A) = \frac{1}{120}; \quad \text{б) } P(B) = \frac{1}{2}$$

Задача 11.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 15, & 0 \leq y \leq 15 \\ 245x + y \leq 28, & (x, y) \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{16}{15^2} = \frac{216}{225} \approx 0,0717$$

$$\therefore P(A) = \frac{16}{225} = 0,0717$$

$$\text{В-96: } P(A) = \frac{16}{225} = 0,0717$$

Лабораторная работа 2 Вариант 11

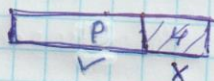
Задача 1.

Обчислити:

$$\frac{A_{25}^8 + 5 C_{12}^7}{P_{14}} + A_{18}^8$$

В-96: 1764322560

Задача 2.



$$P(A) = \frac{C_8^5 C_4^4}{C_{12}^9}$$

В-96: $P(A) = \frac{56}{495} \approx 0,113$

Задача 3.



$$P(\bar{A}) = \frac{1}{C_{20}^3} [C_4^3] = \frac{1}{205} \approx 0,0036$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,9964$$

В-96: $P(A) = 0,9964$

Задача 4.

$$I : 0,1 \Rightarrow P_1 = 0,6$$

$$II : 0,4 \Rightarrow P_2 = 0,7$$

$$III : 0,5 \Rightarrow P_3 = 0,8$$

$$P(A) = 0,1 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,26$$

В-96: $P(A) = 0,26$

Задача 5.

η :	10	8	5	2	} 25
q :	30	25	20	15	
	I	II	III	IV	

$$P_1 = \frac{30}{30} = 1$$

$$P_2 = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$P_3 = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$P_4 = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

$$1) P(A) = \frac{10}{25} \cdot 1 + \frac{8}{25} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{25} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{25} \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{25} = 0,84$$

2)

$$a) P_A(B_1) = \frac{\frac{10}{25} \cdot 1}{0,84} = \frac{10}{21} = 0,4762$$

$$b) P_A(B_4) = \frac{\frac{2}{25} \cdot \frac{1}{2}}{0,84} = \frac{1}{21} = 0,04762$$

B-гб:

$$1. P(A) = 0,84 \quad 2. a) \tilde{P}_1 = 0,4762$$

$$b) \tilde{P}_4 = 0,04762$$

Задача 6.

$$P = \frac{5}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} = \frac{35}{36} \approx 0,972$$

$$B-гб: P(A) = \frac{35}{36} \approx 0,972$$

Задание 10.

$$\begin{cases} p_1 = 0,6 \\ p_2 = 0,4 \\ p_3 = 0,45 \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = 0,4 \\ q_2 = 0,6 \\ q_3 = 0,55 \end{cases}$$

$$P(A) = p_1 q_2 q_3 + q_1 p_2 q_3 + q_1 q_2 p_3 = 0,394$$

$$\therefore P_A(B_1) = \frac{0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,55}{0,394} = 0,5025$$

$$\text{В-96: } \tilde{p}_1 = 0,5025$$

Лабораторна робота 3.

Варіант 1

Завдання 1.

$$p = 0,4, \quad n = 6$$

$$P_6^5 = C_6^5 0,4^5 0,6^1 = 0,036864$$

$$\text{В-96: } P(A) = 0,036864$$

Завдання 2.

$$\text{В-96: } m_0 = 5, \quad P(A) = 0,2270$$

Завдання 3.

$$p = 0,3, \quad q = 0,7, \quad n = 5$$

$$\text{а) } P_5' = C_5' 0,3^1 0,7^4 = 0,36015$$

$$\text{б) } P_5(m \geq 1) = 1 - P_5^0 = 0,83193$$

Завдання 4.

$$n = 400, \quad p = 0,8$$

Використаємо інтегральну теорему Лівасся:

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

$$\text{де } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad x_i = \frac{m_i - np}{\sqrt{npq}}$$

$$\therefore \text{ а) } P_{400}(m \geq 300) = P_{400}(300 \leq m \leq 400) = \Phi(10) - \Phi(-2,5) = \frac{1}{2} + 0,4938 = 0,9938$$

$$\text{б) } P_{400}(m \geq 200) = P_{400}(200 \leq m \leq 400) = \Phi(10) - \Phi(-15) = 1$$

В-96: а) 0,9938 ; б) 1.

Задача 5.

$$p = 0,0005, \quad n = 1000$$

$$а) P_{1000}^3 \approx \frac{0,5^3}{3!} e^{-0,5} \approx 0,01263$$

$$б) P_{1000}(m \leq 3) = e^{-0,5} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{0,5^2}{2!} + \frac{0,5^3}{3!} \right) = 0,9982$$

$$в) P_{1000}(m \geq 1) = 1 - P_{1000}^0 = 1 - \frac{1}{e} \approx 0,3934$$

В-96: а) 0,01263; б) 0,9982; в) 0,3934.

Задача 6.

$$p = 0,01 \Rightarrow \lambda = 8 \cdot 0,01 = 0,08$$

$$а) P_8^2 \approx \frac{0,08^2}{2!} e^{-0,08} = 0,0029$$

$$б) P_8^0 \approx \frac{0,08^0}{0!} e^{-0,08} = 0,9231$$

$$P_8^0 + P_8^1 = e^{-0,08} (1 + 0,08) = 0,9969$$

В-96: а) 0,0029; б) 2 лампы

Лабораторны роботе 4 Вяртаем 11

Задача 1.

x_i	-3	-2	0	1	2	4
p_i	0,13	0,17	0,2	0,3	0,18	0,02

$$M(x) = 0,01$$

$$D(x) = 3,19 - 0,01^2 = 3,1899$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \approx 1,78603$$

Задача 2.

$$p = 0,4 \quad k = 4$$

x	0	1	2	3	4
p_i	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

$$M(x) = 1,6 \quad D(x) = 3,52 - 1,6^2 = 0,96$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \approx 0,97976$$

Задача 3.

$$\begin{array}{l} \begin{array}{|c|} \hline \text{штрих} \\ \hline \end{array} \rightarrow \frac{C_1' C_{14}'}{C_{15}^2} \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{штрих} \\ \hline \end{array} \rightarrow \frac{C_1' \cdot 0}{C_{15}^2} = 0 \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{пусто} \\ \hline \end{array} \rightarrow \frac{C_{14}^2}{C_{15}^2} \end{array}$$

x	0	1	2
p_i	0	$\frac{2}{15}$	$\frac{13}{15}$

$$M(x) = 1,86$$

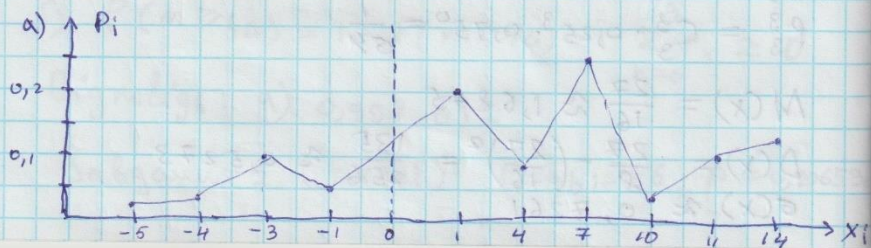
$$D(x) = 0,1404$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{2}{15}, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Задание 4.

X_i	-5	-4	-3	-1	1	4	7	10	11	14	Σ
P_i	0,02	0,03	0,1	0,05	0,2	0,04	a	0,03	0,1	0,13	1

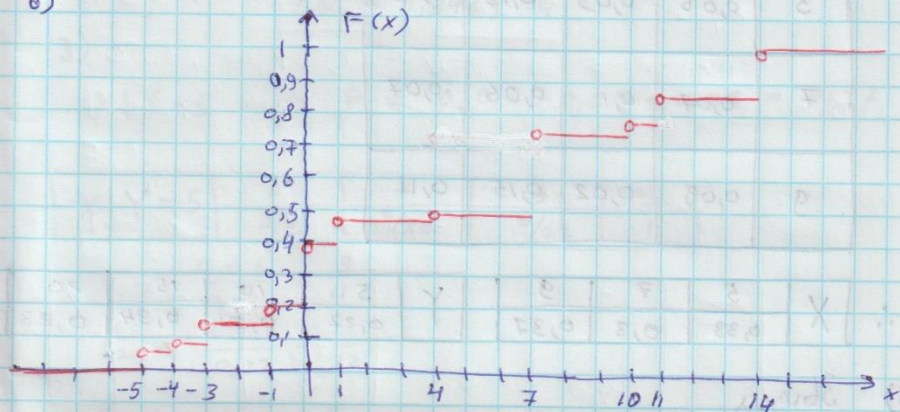
$$\because \sum_i p_i = 1 \quad \therefore 1 - \sum_{i \neq 7}^{10} p_i = a \Rightarrow a = 0,3 = p_7$$



б)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -5 \\ 0,02, & -5 < x \leq -4 \\ 0,05, & -4 < x \leq -3 \\ 0,15, & -3 < x \leq -1 \\ 0,2, & -1 < x \leq 1 \\ 0,4, & 1 < x \leq 4 \\ 0,44, & 4 < x \leq 7 \\ 0,74, & 7 < x \leq 10 \\ 0,77, & 10 < x \leq 11 \\ 0,87, & 11 < x \leq 14 \\ 1, & x > 14 \end{cases}$$

б)



2) $M_0 = 7$ ($p_7 = 0,3$)

9) $M_e = X \Leftrightarrow F(x) = 0,5 \therefore x = 10$

e) $M(x) = \sum_{i=1}^{10} x_i p_i = 5,11$

6) $D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 58,05 - 5,11^2 = 31,9379$

10) $\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{31,9379} \approx 5,65$

3) $A_s = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{1}{\sigma^3} (V_3 - 3V_1V_2 + 2V_1^2)$

$V_k = M(x^k)$

$\therefore A_s = -0,0262$

u) $E_s = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{1}{\sigma^4} (V_4 - 4V_1V_3 + 6V_1^2V_2 - 3V_1^4) - 3$

$\therefore E_s = -1,1077$

Лабораторна робота 5 Варіант 11

$X \backslash Y$	-2	3	8	13
-2	0,074	0,076	0,144	0,036
0	0,056	0,114	0,046	0,084
2	0,104	0,006	0,164	0,096

X	-2	0	2
P_i	0,33	0,3	0,37

Y	-2	3	8	13
P_j	0,234	0,196	0,354	0,216

$$M(X) = 0,08$$

$$M(Y) = 5,76$$

$$D(X) = 1,329472$$

$$D(Y) = 28,6824$$

$$\sigma(X) = 1,15303$$

$$\sigma(Y) = 5,3556$$

$$r_{XY} = \frac{\text{Cov}(X; Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}, \quad \text{Cov}(X; Y) = M(XY) - M(X)M(Y)$$

$$M(XY) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 x_i y_j p_{ij} = 1,34$$

$$\therefore r_{XY} = \frac{1,34 - 0,08 \cdot 5,76}{1,15303 \cdot 5,3556} = 0,142377$$

$$X|Y=-2 \Rightarrow p = 0,074 + 0,056 + 0,104 = 0,234$$

$X Y=-2$	-2	0	2
P_i	$\frac{37}{117}$	$\frac{28}{117}$	$\frac{4}{9}$

$$M(X|Y=-2) = \frac{10}{39} \approx 0,2564$$

$$Y|X=0 \Rightarrow P = 0,056 + 0,114 + 0,046 + 0,084 = 0,3$$

$Y X=0$	-2	3	8	13
p_j	$\frac{14}{75}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{23}{150}$	$\frac{7}{25}$

$$M(Y|X=0) = \frac{169}{30} \approx 5,63$$