

## Звіт до лабораторної роботи № 12

### на тему "Невизначений інтеграл"

студента групи ПД-11

Гапєй М.Ю.

Варіант №5

→  $f:(2 \cdot x + 3)/\sqrt{1 - x - x^2};$

$$(f) \quad \frac{2x + 3}{\sqrt{-x^2 - x + 1}}$$

→  $\text{integrate}(f, x);$

$$(\%o2) \quad -2\sqrt{-x^2 - x + 1} - 2 \arcsin\left(\frac{-2x - 1}{\sqrt{5}}\right)$$

→  $f:x^2 \cdot \log(2 + 3 \cdot x^3);$

$$(f) \quad x^2 \log(3x^3 + 2)$$

→  $\text{integrate}(f, x);$

$$(\%o4) \quad \frac{(3x^3 + 2) \log(3x^3 + 2) - 3x^3 - 2}{9}$$

→  $f:1/(2 \cdot \sin(x) + \cos(x)^2);$

$$(f) \quad \frac{1}{2 \sin(x) + \cos(x)^2}$$

→  $\text{integrate}(f, x);$

$$(\%o21) \quad \int \frac{1}{2 \sin(x) + \cos(x)^2} dx$$

→  $f:(x^4 + x + 3)/(x^3 - x - 6);$

$$(f) \quad \frac{x^4 + x + 3}{x^3 - x - 6}$$

→  $\text{integrate}(f, x);$

$$(\%o23) \quad -\frac{5 \log(x^2 + 2x + 3)}{11} + \frac{25 \operatorname{atan}\left(\frac{2x + 2}{2^{3/2}}\right)}{11\sqrt{2}} + \frac{x^2}{2} + \frac{21 \log(x - 2)}{11}$$

→  $f:(x - b)/(x^2 - a \cdot x);$

$$(f) \quad \frac{x - b}{x^2 - ax}$$

→  $\text{integrate}(f, x);$

$$(\%o25) \quad \frac{b \log(x)}{a} - \frac{(b - a) \log(x - a)}{a}$$

→  $\text{ratsimp}(\%);$

$$(\%o26) \quad -\frac{(b - a) \log(x - a) - b \log(x)}{a}$$

→ `f:x^2*log(x);`

(f)  $x^2 \log(x)$

→ `F:integrate(f,x)+C;`

(F)  $\frac{x^3 \log(x)}{3} - \frac{x^3}{9} + C$

→ `ls:ev(F,x=2);`

(ls)  $C + \frac{8 \log(2)}{3} - \frac{8}{9}$

→ `solve(ls=2,C);`

(%o31)  $[C = -\frac{24 \log(2) - 26}{9}]$

→ `exp:(x^5-1)/(x^4+x^3-3*x^2-5*x-2);`

(exp)  $\frac{x^5 - 1}{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}$

→ `partfrac(exp,x);`

(%o33)  $\frac{77}{27(x+1)} - \frac{13}{9(x+1)^2} + \frac{2}{3(x+1)^3} + x + \frac{31}{27(x-2)} - 1$

## Звіт до лабораторної роботи № 13

### на тему “Визначений інтеграл”

студента групи ПД-11

Гапєй М.Ю.

#### Варіант №5

→ `load(romberg)$`

→ `f(x):=(sin(x)+cos(2·x))/(sin(x)+2);`

(%o57)  $f(x) := \frac{\sin(x) + \cos(2x)}{\sin(x) + 2}$

→ `a:0;`  
`b:%pi;`

(a) 0

(b) π

→ `romberg(f(x),x,a,b);`

(%o66) 4.506295366359653

→ `f(x):=atan(5·x+2);`

(%o67)  $f(x) := \operatorname{atan}(5x + 2)$

→ `a:-(%pi)/4;`

(a)  $-\frac{\pi}{4}$

→ `b:%e;`

(b) %e

→ `romberg(f(x),x,a,b);`

(%o70) 3.88284634030045

→ `f(x):=2^(x^2+x+1);`

(%o71)  $f(x) := 2^{x^2 + x + 1}$

→ `a:-2;`  
`b:1;`

(a) -2

(b) 1

→ `romberg(f,x,a,b);`

(%o74) 277.6604329811181

→ `f:sin(x)/x;`

(f)  $\frac{\sin(x)}{x}$

→ `integrate(f,x,0,inf);`

(%o76)  $\frac{\pi}{2}$

→ `F(x):=integrate(exp(-2*t),t,0,x)+0;`

(%o95)  $F(x) := \int_0^x \exp((-2)t) dt + 0$

→ `ev(F(x),x=0);`

(%o96) 0

→ `wxplot2d(F(x),[x,1,8]);`

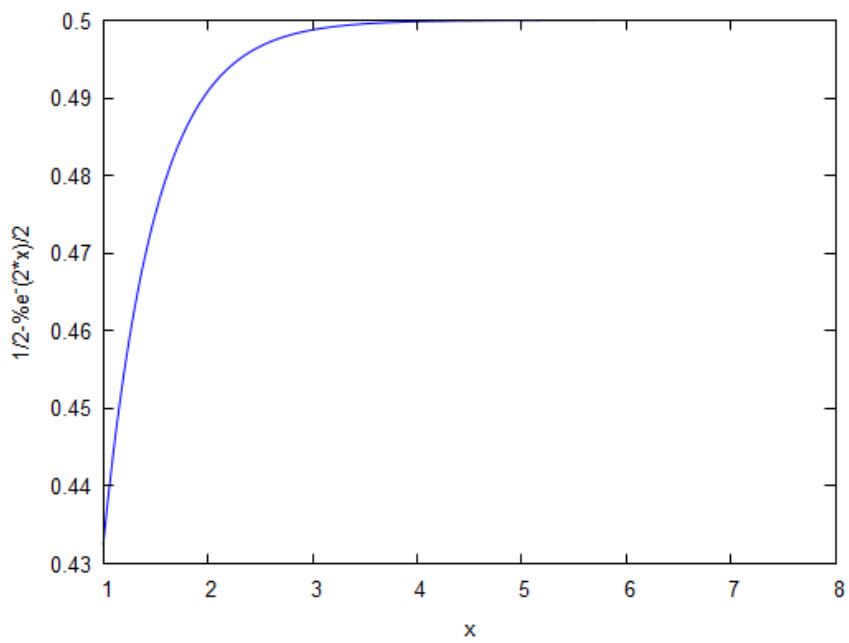
→ `f:=exp(-x^3);`

(f)  $\%e^{-x^3}$

→ `integrate(f,x,-2,inf);`

(%o78)  $\frac{\text{gamma\_incomplete}\left(\frac{1}{3}, -8\right)}{3}$

(%t97)



## Звіт до лабораторної роботи № 14

### на тему “Застосування визначених інтегралів”

студента групи ПД-11

Гапєй М.Ю.

Варіант №5

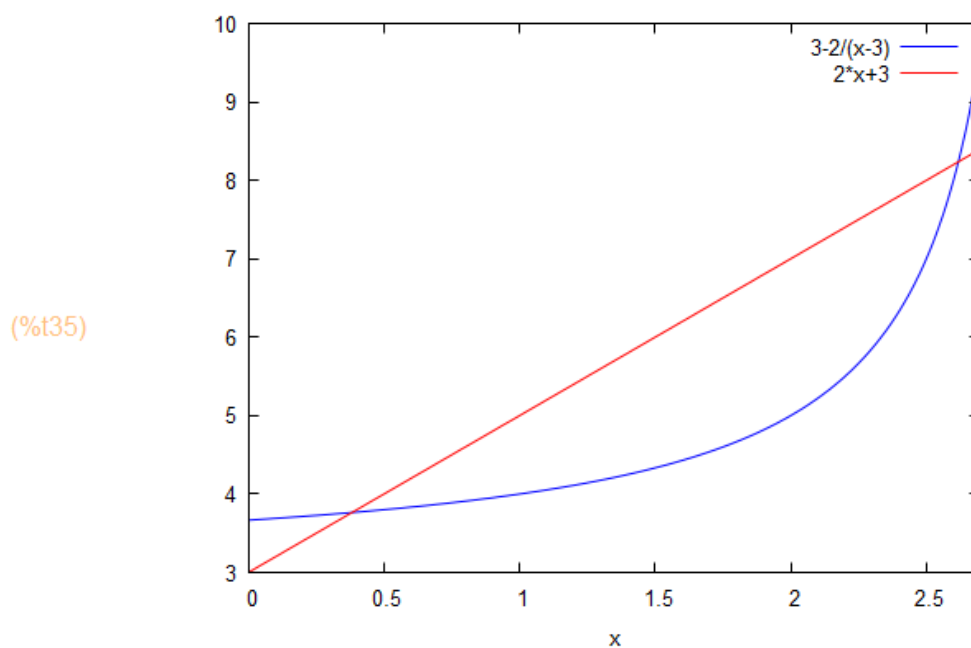
→  $y1: 3 - \frac{2}{(x-3)}$ ;

(y1)  $3 - \frac{2}{x-3}$

→  $y2: 2 \cdot x + 3$ ;

(y2)  $2x + 3$

→ `wxplot2d([y1,y2],[x,0,2.7]);`



→ `x1.find_root(y2-y1,x,0,1);`

(x1) 0.3819660112501052

→ `x2.find_root(y2-y1,x,2.5,2.7);`

(x2) 2.618033988749895

→ `load(romberg)$`

→ `S:romberg(y2-y1,x,x1,x2);`

(S) 2.85850928661784

→ `dy1:diff(y1,x);`

(dy1)  $\frac{2}{(x-3)^2}$

→ `dy2:diff(y2,x);`

(dy2) 2

→ `P:romberg(sqrt(1+dy1^2)+sqrt(1+dy2^2),x,x1,x2);`

(P) 10.4163590484171

→ `V:romberg((y2^2-y1^2)*%pi,x,x1,x2);`

(V) 100.7137232689769

→ `S1:romberg(2*%pi-y1*sqrt(1+dy1^2),x,x1,x2);`

(S1) 193.6766837429712

→ `S2:romberg(2*%pi-y2*sqrt(1+dy2^2),x,x1,x2);`

(S2) 188.4955592153876

→ `S:S1+S2;`

(S) 382.1722429583588

→ `Xc:romberg((y2^2-y1^2)*%pi-x/V,x,x1,x2);`

(Xc) 1.775412520631983

## Звіт до лабораторної роботи № 15

на тему “Кратні інтеграли”

студента групи ПД-11

Гапєй М.Ю.

Варіант №5

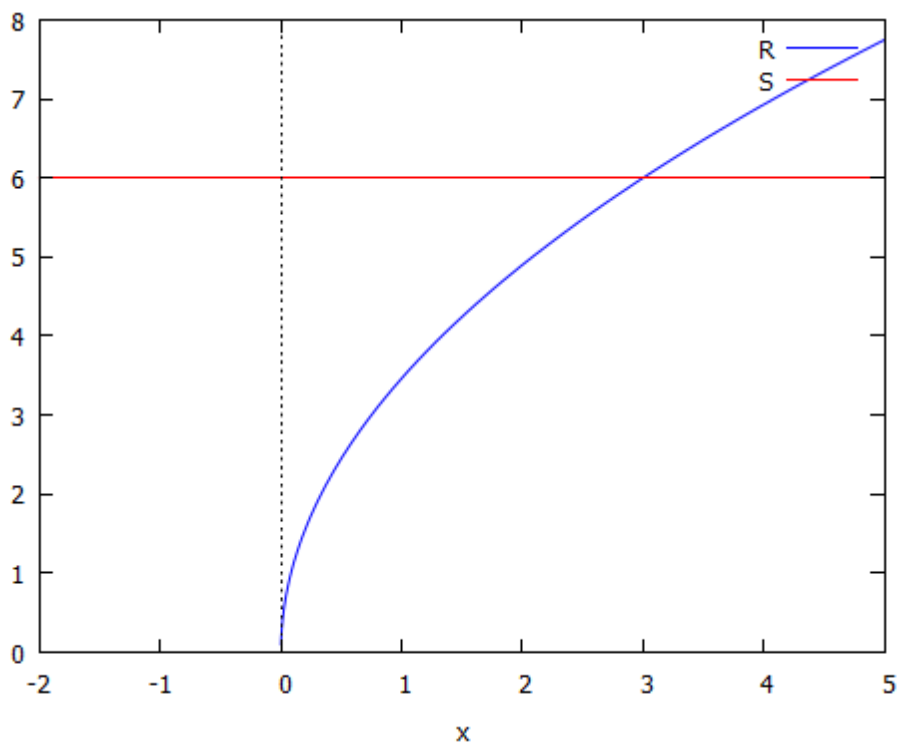
```
→ R(x):=sqrt(12·x);  
S(x):=6;
```

```
(%o15) R(x):= $\sqrt{12x}$ 
```

```
(%o16) S(x):=6
```

```
→ plot2d([R,S],[x,-2,5]);
```

*plot2d: expression evaluates to non-numeric value somewhere in plotting range.*



```
→ x1.find_root(R(x)=S(x),x,2,3.1);
```

```
(x1) 3.0
```

```
→ load(dblint);
```

```
→ f(x,y):=x/(x^2+y^2);
```

```
(%o20) f(x,y):= $\frac{x}{x^2+y^2}$ 
```

```
→ dblint(f,R,S,0.1·10(-9),x1);
```

```
(%o21) 0.232258928888506
```

→  $R1(x) := 2 \cdot x$ ;  
 $R2(x) := 9 - x$ ;  
 $S(x) := 0$ ;

(%o22)  $R1(x) := 2x$

(%o23)  $R2(x) := 9 - x$

(%o24)  $S(x) := 0$

→  $\text{plot2d}([R1, R2, S], [x, -2, 5])\$;$

→  $\text{find\_root}(R1(x)=R2(x), x, 2, 3);$

(%o26) 3.0

→  $f(x, y) := y^2/4$ ;

(%o27)  $f(x, y) := \frac{y^2}{4}$

→  $\text{dblnt}(f, R1, R2, 0, x1);$

(%o30) 96.1875

→  $f:(x^2+y^2)^3 - 9 \cdot x^3 \cdot y$ ;

(f)  $(y^2 + x^2)^3 - 9x^3y$

→  $p:\text{sublis}([x=r \cdot \cos(t), y=r \cdot \sin(t)], f);$

(p)  $(r^2 \sin(t)^2 + r^2 \cos(t)^2)^3 - 9r^4 \cos(t)^3 \sin(t)$

→  $r1:\text{solve}(p, r);$

(r1)  $\left[ r = -\frac{3 \cos(t) \sqrt{\cos(t) \sin(t)}}{(\sin(t)^2 + \cos(t)^2)^{3/2}}, r = \frac{3 \cos(t) \sqrt{\cos(t) \sin(t)}}{(\sin(t)^2 + \cos(t)^2)^{3/2}}, r = 0 \right]$

→  $\text{rho}:\text{rhs}(r1[1]);$

(rho)  $-\frac{3 \cos(t) \sqrt{\cos(t) \sin(t)}}{(\sin(t)^2 + \cos(t)^2)^{3/2}}$



→ `plot2d([parametric,rho*cos(t),rho*sin(t),t,-3*%pi,3*%pi])$`

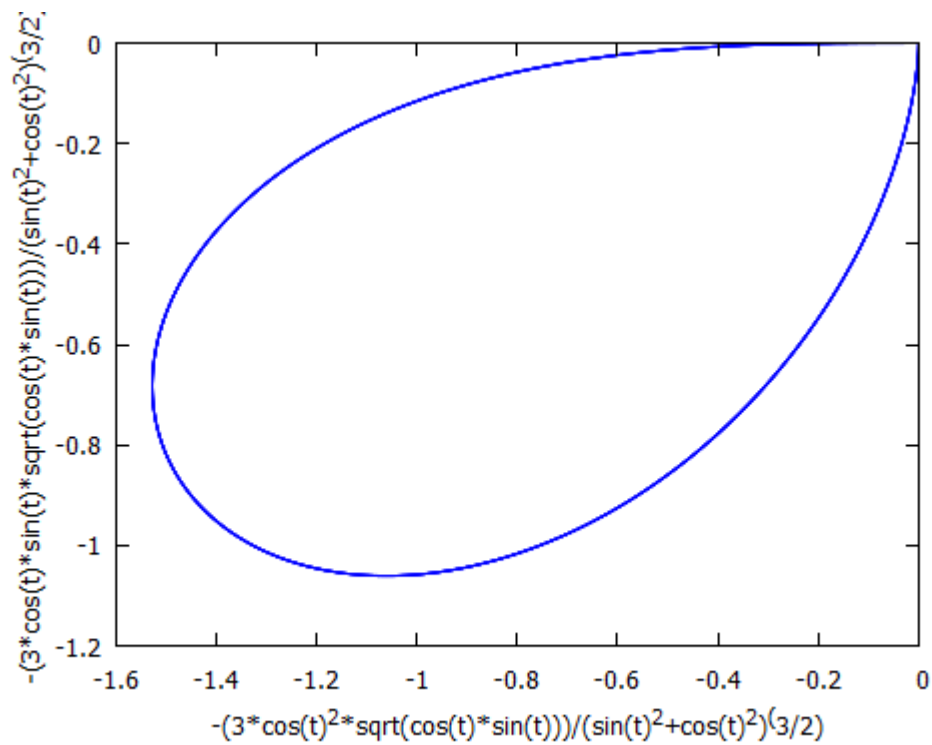
***plot2d: expression evaluates to non-numeric value somewhere in plotting range.***

→ `i1:integrate(r,r,0,rho);`

$$(i1) \quad \frac{9 \cos(t)^3 \sin(t)}{2 \sin(t)^6 + 6 \cos(t)^2 \sin(t)^4 + 6 \cos(t)^4 \sin(t)^2 + 2 \cos(t)^6}$$

→ `i2:integrate(i1,t,0,%pi/2);`

$$(i2) \quad \frac{9}{8}$$



## Звіт до лабораторної роботи № 16

### на тему “Поверхневі інтеграли”

студента групи ПД-11

Гапєй М.Ю.

Варіант №5

→  $f1:(x^2+y^2)/3;$   
 $f2:(3-2\cdot x-y)/2;$

$$(f1) \quad \frac{y^2+x^2}{3}$$

$$(f2) \quad \frac{-y-2x+3}{2}$$

→  $F:[y\cdot z, x-y, -2\cdot x];$

$$(F) \quad [y\cdot z, x-y, -2x]$$

→  $nn1:[diff(f1,x),diff(f1,y),-1];$   
 $nn2:[diff(f2,x),diff(f2,y),-1];$

$$(nn1) \quad \left[\frac{2x}{3}, \frac{2y}{3}, -1\right]$$

$$(nn2) \quad \left[-1, -\frac{1}{2}, -1\right]$$

→  $nm1:sqrt(nn1.nn1);$   
 $nm2:sqrt(nn2.nn2);$

$$(nm1) \quad \sqrt{\frac{4y^2}{9} + \frac{4x^2}{9} + 1}$$

$$(nm2) \quad \frac{3}{2}$$

→  $n1:nn1/nm1;$   
 $n2:nn2/nm2;$

$$(n1) \quad \left[\frac{2x}{3\sqrt{\frac{4y^2}{9} + \frac{4x^2}{9} + 1}}, \frac{2y}{3\sqrt{\frac{4y^2}{9} + \frac{4x^2}{9} + 1}}, -\frac{1}{\sqrt{\frac{4y^2}{9} + \frac{4x^2}{9} + 1}}\right]$$

$$(n2) \quad \left[-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right]$$

→  $p:solve(f1-f2,y);$

$$(p) \quad \left[y = -\frac{\sqrt{-16x^2 - 48x + 81} + 3}{4}, y = \frac{\sqrt{-16x^2 - 48x + 81} - 3}{4}\right]$$

→  $\phi2:rhs(p[1]);$   
 $\phi1:rhs(p[2]);$

$$(\phi2) \quad -\frac{\sqrt{-16x^2 - 48x + 81} + 3}{4}$$

$$(\phi1) \quad \frac{\sqrt{-16x^2 - 48x + 81} - 3}{4}$$

→ `ab:solve(-16·x^2-48·x+81,x);`

(ab)  $\left[ x = -\frac{3\sqrt{13}+6}{4}, x = \frac{3\sqrt{13}-6}{4} \right]$

→ `a:rhs(ab[2]);`  
`b:rhs(ab[1]);`

(a)  $\frac{3\sqrt{13}-6}{4}$

(b)  $-\frac{3\sqrt{13}+6}{4}$

→ `F1:ev(F,z=f1);`  
`F2:ev(F,z=f2);`

(F1)  $\left[ \frac{y(y^2+x^2)}{3}, x-y, -2x \right]$

(F2)  $\left[ \frac{(-y-2x+3)y}{2}, x-y, -2x \right]$

→ `integrand1: F1.n1;`  
`integrand2: F2.n2;`

(integrand1)  $\frac{2(x-y)y}{3\sqrt{\frac{4y^2}{9} + \frac{4x^2}{9} + 1}} + \frac{2x}{\sqrt{\frac{4y^2}{9} + \frac{4x^2}{9} + 1}} + \frac{2xy(y^2+x^2)}{9\sqrt{\frac{4y^2}{9} + \frac{4x^2}{9} + 1}}$

(integrand2)  $-\frac{(-y-2x+3)y}{3} - \frac{x-y}{3} + \frac{4x}{3}$

→ `load(dblint)$;`

→ `dblint(integrand1,phi1,phi2,a,b)+dblint(integrand2,phi1,phi2,a,b);`

(%o4) `dblint(integrand2,phi1,phi2,a,b)+dblint(integrand1,phi1,phi2,a,b)`

## Звіт до лабораторної роботи № 17

на тему “ДР 1-го порядку”

студента групи ПД-11

Гапєй М.Ю.

Варіант №5

```
(%i1) result: rk((y+x)*sin(y*x),y,1,[x,-1,5,0.1])$;
```

```
(%i2) plot2d([discrete,result])$
```

```
→ eqn:x^2*'diff(y,x)+x*y+1=0;
```

```
(eqn)  $x^2 \left( \frac{d}{dx} y \right) + x y + 1 = 0$ 
```

```
→ ode2(eqn,y,x);
```

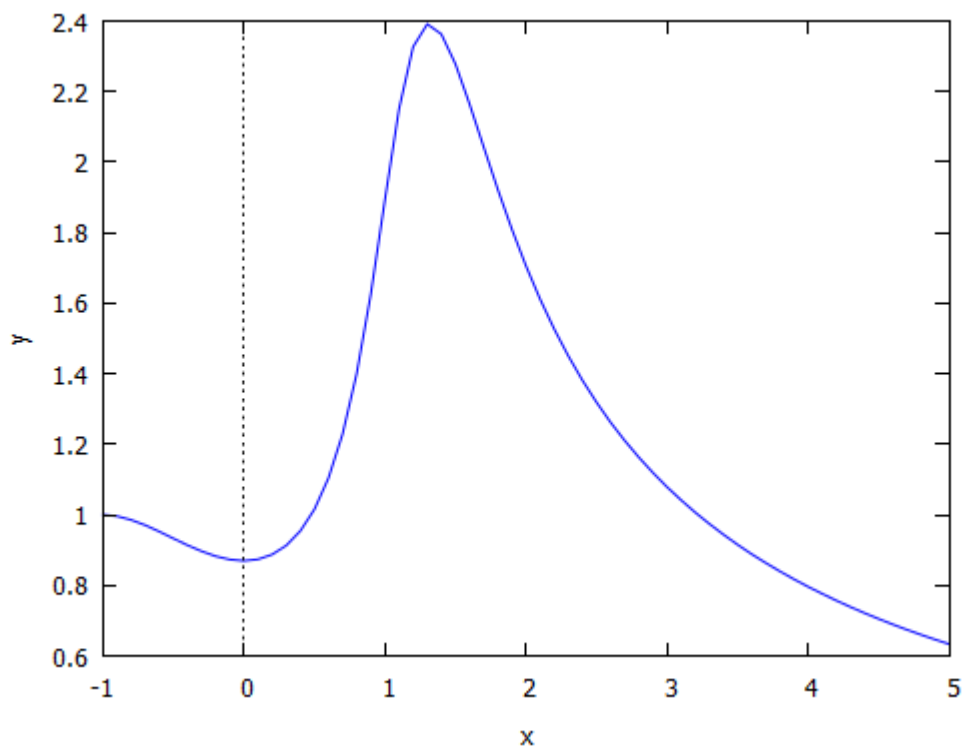
```
(%o26)  $y = \frac{\%c - \log(x)}{x}$ 
```

```
→ y1:rhs(%);
```

```
(y1)  $\frac{\%c - \log(x)}{x}$ 
```

```
→ ev(eqn,y=y1,diff);
```

```
(%o28)  $-\log(x) + x^2 \left( -\frac{\%c - \log(x)}{x^2} - \frac{1}{x^2} \right) + \%c + 1 = 0$ 
```



## Звіт до лабораторної роботи № 18

на тему “ДР 2-го порядку”

студента групи ПД-11

Гапєй М.Ю.

Варіант №5

(%i7)  $f: (x1^2 + x2 + x1) / (t^2 + t + 1);$

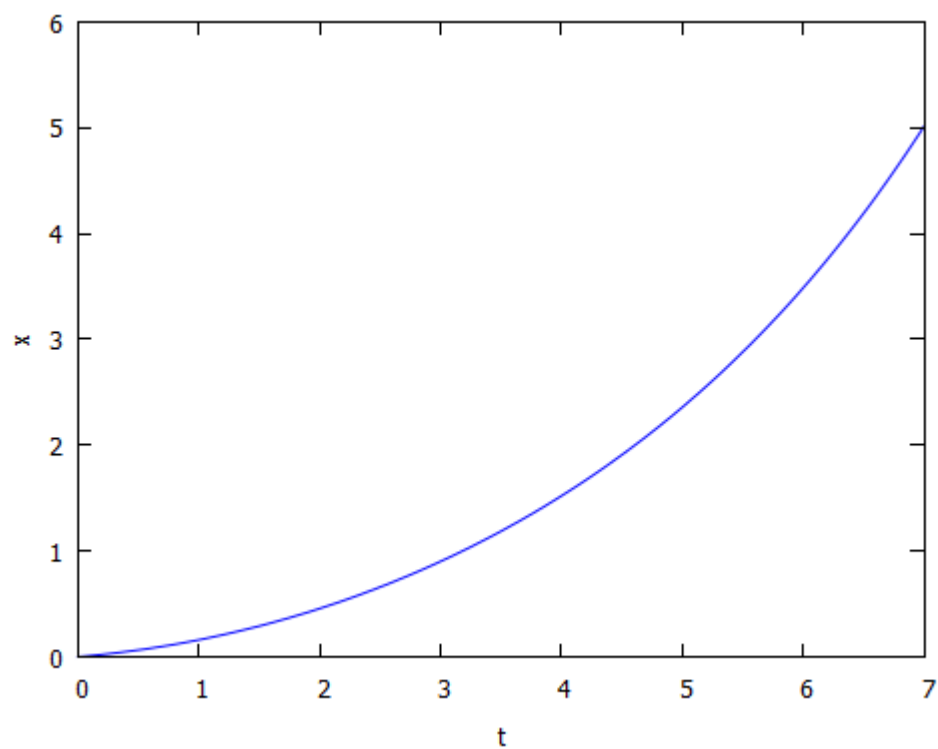
(f) 
$$\frac{x2 + x1^2 + x1}{t^2 + t + 1}$$

(%i8)  $\text{result:rk}([x2,f],[x1,x2],[0,0.1],[t,0,7,0.05]);$

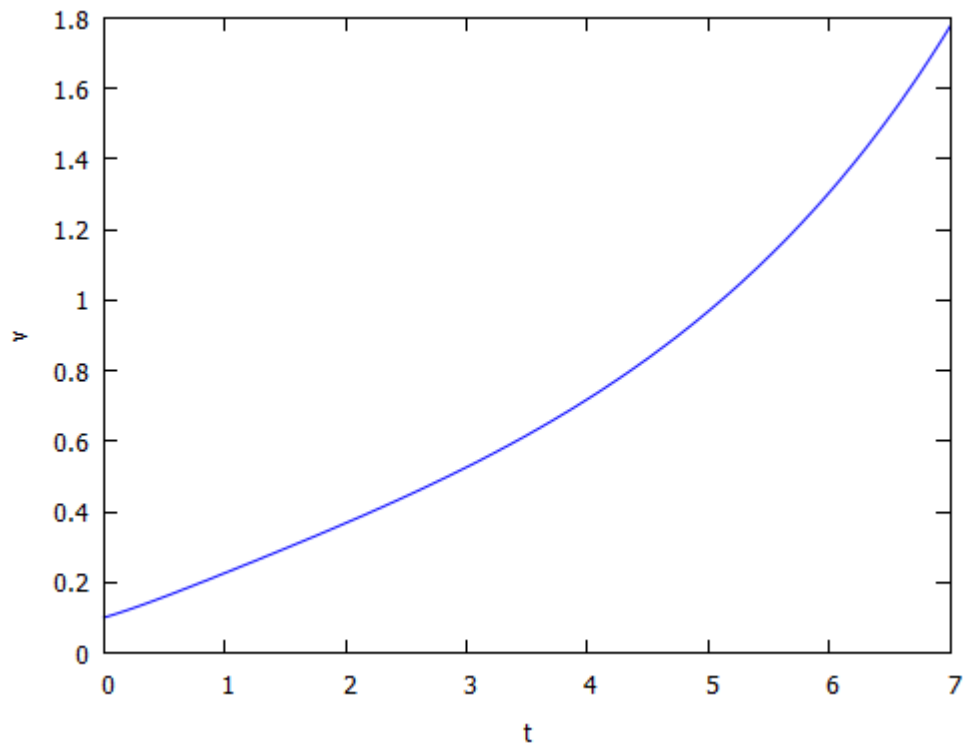
(%i9)  $x:\text{makelist}([p[1],p[2]],p,\text{result})\$$

(%i10)  $v:\text{makelist}([p[1],p[3]],p,\text{result})\$$

→  $\text{plot2d}([\text{discrete},x],[x\text{label},"t"],[y\text{label},"x"]);$



```
→ plot2d([discrete,v],[xlabel,"t"],[ylabel,"v"])
```



```
(%i11) load(interpol)$
```

```
(%i12) csplive(v)$
```

```
(%i13) g(x):=' %'$
```

```
(%i14) map(g,[2.3,4,7]);
```

```
(%o14) ['%, '%, '%]
```