

# Лабораторна робота: Варіант 19

## Завдання 1.

8									
7									
6									
5									
4									
3									
2									
1									

Всього на дошці 64 клітинок  
32 білі та 32 чорні.  
Могі існує всього  $32^2$   
способів обрати одну білу  
та одну чорну клітинку.

В-96:  $32^2 = 1024$

## Завдання 2.

В-96:  $C_{10}^2 + C_8^2 = 73$

## Завдання 3.

Обчислити:  $\frac{1}{86!} (88! - 2 \cdot 87!)$

Перепишемо вираз, як:

$$88 \cdot 87 - 2 \cdot 87 = 86 \cdot 87 = 7482$$

В-96: 7482

## Завдання 4.

Довести тотожність:

$$C_n^k + 2C_n^{k+1} + C_n^{k+2} \equiv C_{n+2}^{k+2}$$

Відома, що  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

Могі:

$$C_n^k + 2C_n^{k+1} + C_n^{k+2} = \frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{2 \cdot n!}{(k+1)!(n-k-1)!} + \frac{n!}{(k+2)(n-k-2)!}$$

Маємо:  $C_{n+2}^{k+2} = \frac{(n+2)!}{(k+2)!(n-k)!}$

Перепишемо:

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} = C_{n+2}^{k+2} \cdot \frac{(k+2)(k+1)}{(n+2)(n+1)}$$

$$\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!} = C_{n+2}^{k+2} \cdot \frac{(k+2)(n-k)}{(n+2)(n+1)}$$

$$\frac{n!}{(k+2)!(n-k-2)!} = C_{n+2}^{k+2} \cdot \frac{(n-k)(n-k-1)}{(n+2)(n+1)}$$

Підставивши і скоротивши на  $C_{n+2}^{k+2}$

отримаємо нову тотожність:

$$(k+2)(k+1) + 2(k+2)(n-k) + (n-k)(n-k-1) \equiv (n+2)(n+1)$$

Перепишемо, як:

$$(k+2)(k+1) + (n-k)(2k+4+n-k-1) \equiv (n+2)(n+1)$$

$$k^2 + 3k + 2 + (n-k)(k+3+n) \equiv (n+2)(n+1)$$

Звіси:

$$\cancel{k^2} + 3k + 2 + \cancel{n}k + 3n + n^2 - \cancel{k^2} - 3k - \cancel{nk} \equiv (n+2)(n+1)$$

$$n^2 + 3n + 2 = n^2 + 2n + n + 2 = n(n+2) + (n+2) \equiv (n+2)(n+1)$$

що і треба було довести ■

Завдання 5.

Число кратне 10 лише в тому випадку, коли його закінчується нулем, тоді:

$$i \text{ кр. } 10: 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$B-96: 24$$



Завдання 6.

$$\text{В-96: } 25 \cdot 24 = A_{25}^2 = 600$$

Завдання 7.

Усього 6 різних монет, тоді існує  
всього випадків, коли:

- 1) Усі монети в одній кишені
- 2) 5 монет в одній і 1 в другій
- 3) 4 монети в одній і 2 в другій
- 4) 3 монети в одній і 3 в другій
- 5) 2 монети в одній і 4 в другій
- 6) 1 монета в одній і 5 в другій
- 7) Усі монети в другій кишені

$$\therefore \Rightarrow C_6^6 + C_6^5 + C_6^4 + C_6^3 + C_6^2 + C_6^1 + C_6^0 = 2^6$$

$$\text{В-96: } 64$$

Завдання 8.

$$P(A) = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{840}$$

$$\text{В-96: } P(A) = \frac{1}{840} \approx 0,0012$$

Завдання 9.

$$P(A) = \frac{1}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{1}{720}$$

$$\text{В-96: } P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,0014$$

Завдання 10.

$$\frac{40}{x} = \frac{100}{30} \Rightarrow x = 12 - \text{нестандартні вироби}$$

$$\frac{12}{y} = \frac{100}{50} \Rightarrow y = 6 - \text{брановані вироби}$$

Потім  $40 - 6 = 34$  - нормальні вироби

$$a) P(A) = \frac{C_6^1 C_{34}^3}{C_{40}^4} \approx 0,3928$$

$$b) P(B) = \frac{C_6^4}{C_{40}^4} \approx 0,0002$$

$$\text{В-96: } a) P(A) = \frac{C_6^1 C_{34}^3}{C_{40}^4} \approx 0,3928;$$

$$b) P(B) = \frac{C_6^4}{C_{40}^4} \approx 0,0002.$$

Завдання 11.

$$\begin{cases} (x, y) \in [-1; 2] \\ x + y > 1, \quad xy < 1 \end{cases}$$

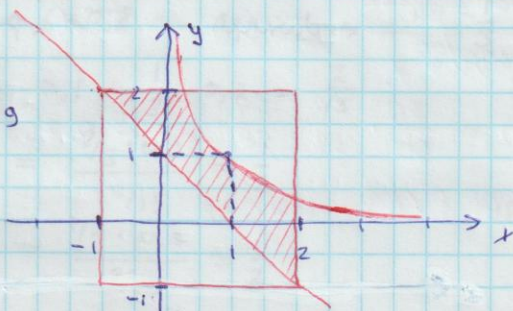
$$P(A) = \frac{\mu(m)}{\mu(n)}$$

Графік:

$$\mu(n) = 3^2 = 9$$

$$\mu(m) = S$$

де  $S$  -  
площа зашт.  
фігури





$$S = \frac{1^2}{2} \cdot 3 + 2 \cdot \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2$$

$$\therefore S = \frac{3}{2} + 2 \ln 2$$

$$\text{36icu } P(A) = \frac{\frac{3}{2} + 2 \ln 2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \ln 2 \approx 0,3207$$

$$\text{B-96: } P(A) = \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \ln 2 \approx 0,3207$$

## Лабораторна робота 2 Варіант 19.

### Завдання 1.

Обчислити

$$\frac{1}{P_{19}} (3A_{24}^9 - C_{19}^7) + A_{26}^7$$

В-96:  $\approx 3,3153 \cdot 10^9$

### Завдання 2.

$$P(A) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$$

В-96:  $P(A) = \frac{1}{3} \approx 0,3334$

### Завдання 3.

$$P_1 = 0,2 \quad \{498\}$$

$$P_2 = 0,6 \quad \{500\}$$

$$P_3 = 0,2 \quad \{502\}$$

Згідно  $P_1 + P_3$  і  $P_2 + P_2$  мають однакову масу, тоді маємо:

$$P(A) = P_1 P_3 + P_2^2 = 0,4$$

В-96:  $P(A) = 0,4$

### Завдання 4.

$$\begin{cases} P(A_1) = 0,1 \\ P(A_2) = 0,07 \\ P(A_3) = 0,05 \end{cases} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{15} \cdot 0,1 + \frac{5}{15} \cdot 0,07 + \frac{4}{15} \cdot 0,05$$

$$\therefore P(B) = \frac{23}{300} \approx 0,0767$$



B-96:  $P(B) = 0,0767$

Задача 5.

$\square\square + \square \Rightarrow P(A_1) = \frac{3}{4}$

$\square\square + \square \Rightarrow P(A_2) = \frac{2}{4}$

$\square\square + \square \Rightarrow P(A_3) = \frac{1}{4}$

$\square\square + \square \Rightarrow P(A_4) = \frac{0}{4}$

$$P(A) = \frac{1}{4} \left[ \frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} + \frac{0}{4} \right] = \frac{6}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$P_A(B_1) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{2}$$

$$P_A(B_2) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}$$

$$P_A(B_3) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{6}$$

$$P_A(B_4) = 0$$

$\therefore$  Найбільш імовірним початковим складом гемалей є 3 гемалі.

B-96: 1)  $P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$

2)  $P(A) = \frac{3}{4}$  і відносно 3 гемалі (стандартні)

Задача 6.

$$p_1 = 0,9 > q_1 = 0,1$$

$$p_2 = 0,95 > q_2 = 0,05$$

$$p_3 = 0,98 > q_3 = 0,02$$

$$P(\bar{A}) = q_1 q_2 q_3 = 0,0001$$

$$\therefore P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,0001 = 0,9999$$

$$\text{В-гб: } P(A) = 0,9999$$

Задача 7.

$$P(A) = \frac{C_4^4}{C_7^4} + \frac{C_3^3 C_4^1}{C_7^4} = \frac{1}{7}$$

Задача 8.

$$\begin{cases} p_1 = 0,1 \\ p_2 = 0,06 \\ p_3 = 0,02 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0,81 + \frac{2}{3} \cdot 0,94 + \frac{3}{3} \cdot 0,98$$

$$\therefore P(A) = 0,9108$$

$$\text{В-гб: } P(A) = 0,9108$$

Задача 9.

$$P(A) = \frac{C_4^2 C_{32}^2}{C_{36}^4} + \frac{C_4^3 C_{32}^1}{C_{36}^4} + \frac{C_4^4 C_{32}^0}{C_{36}^4} = \frac{69}{1309} \approx 0,0527$$

$$\text{В-гб: } P(A) = \frac{69}{1309} \approx 0,0527$$

Задача 10.

$$P(A) = \frac{1}{4} \cdot 0,1 + \frac{1}{2} \cdot 0,2 + \frac{1}{4} \cdot 0,4 = \frac{9}{40} = 0,225$$

$$\text{В-гб: } P(A) = 0,225$$



Лабораторна робота 3 Варіант 19

Завдання 1.

$$p = 0,7, \quad n = 7$$

$$P_7^3 = C_7^3 0,7^3 0,3^4 = 0,0972$$

В-гб:  $P(A) = 0,0972$

Завдання 2.

В-гб:  $m_0 = 8, \quad P(A) = 0,2214$

Завдання 3.

$$p = 0,7, \quad q = 0,3$$

а)  $P_{10}^7 = C_{10}^7 0,7^7 0,3^3 = 0,2668$

б)  $P_{10}(m \geq 8) = P_{10}^8 + P_{10}^9 + P_{10}^{10} = 0,3828$

в)  $P_{10}^0 = C_{10}^0 0,7^0 0,3^{10} = 6 \cdot 10^{-6}$

В-гб: а) 0,2668; б) 0,3828; в)  $6 \cdot 10^{-6}$

Завдання 4.

$$n = 2000, \quad p = 0,001$$

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \quad \lambda = p, \quad |p| < 0,1$$

а)  $P_5 \approx \frac{2^5}{5!} e^{-2} \approx 0,036$

б)  $P(m \leq 3) = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = e^{-2} \left( 1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} \right)$

$$\Rightarrow P(m \leq 3) = 0,8571$$

В-гб: а) 0,036; б) 0,8571

Задача 5.

$$p = 0,005, n = 1000$$

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \lambda = np, |p| < \frac{1}{10}$$

Значит  $\lambda = 5$ , тогда:

$$a) P(m \leq 3) = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 0,265$$

$$b) P(m \geq 6) = 1 - P(m \leq 5) = 0,384$$

$$b) P_0 = e^{-5} \approx 0,0067$$

$$\text{Ответ: а) } 0,265; \text{ б) } 0,384; \text{ в) } 0,0067$$

Задача 6.

$$p = 0,87, n = 4$$

$$a) P_4 = C_4^4 0,87^4 0,13^0 = 0,5729$$

$$b) P_4(m \geq 1) = 1 - P_4^0 = 0,9997$$

$$b) P_4(m \geq 3) = P_4^3 + P_4^4 = 0,9153$$

$$\text{Ответ: а) } 0,5729; \text{ б) } 0,9997; \text{ в) } 0,9153$$



Лабораторна робота 4 Варіант 19

Завдання 1.

$x_i$	2	4	7	9	12	15
$p_i$	0,05	0,15	0,35	0,2	0,15	0,1

$$M(x) = \sum_{i=1}^6 x_i p_i = 8,25$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = \sum_{i=1}^6 x_i^2 p_i - 8,25^2 =$$

$$= 80,05 - 68,0625 = 11,9875$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{11,9875} = 3,4623$$

В-96:  $M(x) = 8,25$ ;  $D(x) = 11,9875$ ;  $\sigma(x) \approx 3,4623$

Завдання 2.

$p = 0,4$ ,  $n = 3$

$x_i$	0	1	2	3
$p_i$	0,216	0,432	0,288	0,064

$$p_1 = C_3^0 0,4^0 0,6^3 = 0,216$$

$$p_2 = C_3^1 0,4^1 0,6^2 = 0,432$$

$$p_3 = C_3^2 0,4^2 0,6^1 = 0,288$$

$$p_4 = C_3^3 0,4^3 0,6^0 = 0,064$$

$$M(x) = 1,2$$

$$D(x) = 2,16 - 1,2^2 = 0,72$$

$$\sigma(x) = \sqrt{0,72} \approx 0,8485$$

В-96:  $M(x) = 1,2$ ;  $D(x) = 0,72$ ;  $\sigma(x) \approx 0,8485$

Завдання 3.

X	0	1	2	3	4	5	...	1000
P <sub>i</sub>	0,135	0,2706	0,2706	0,1804	0,0902	0,036	...	≈ 0

Знайдено найімовірніше число зв'язків

$$np - p \leq m_0 \leq np + p \Leftrightarrow np + p - 1 \leq m_0 \leq np + p$$

$$1000 \cdot 0,002 - (1 - 0,002) \leq m_0 \leq 1000 \cdot 0,002 + 0,002$$

$$1,002 \leq m_0 \leq 2,002 \Rightarrow m_0 = \{1, 2\}$$

Оскільки  $\frac{2^2}{2!} e^{-2} = \frac{2^1}{1!} e^{-2}$

$$M(x) \approx 2$$

$$D(x) \approx 5,2 - 4 = 1,2$$

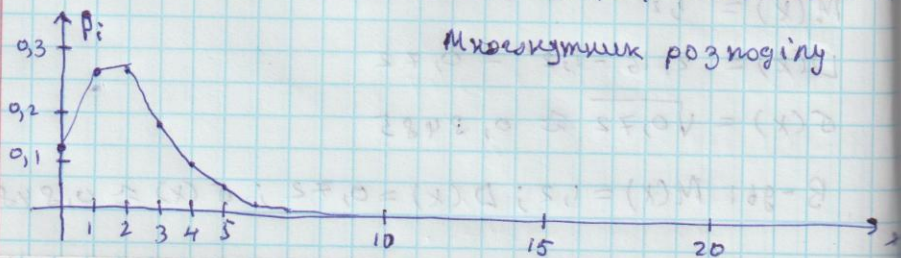
$$\sigma(x) \approx \sqrt{D(x)} \approx 1,09545$$

Примітка:

$$\because e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \therefore e^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

$$\text{можемо припустити } e^2 \approx \sum_{n=0}^{1000} \frac{2^n}{n!}$$

В-го:  $M(x) \approx 2$ ;  $D(x) \approx 1,2$ ;  $\sigma(x) \approx 1,0954$

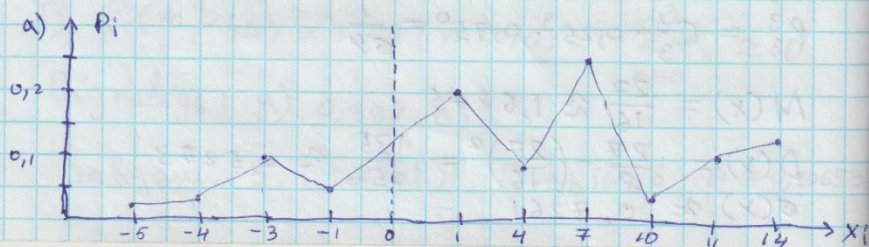




Задание 4.

$X_i$	-5	-4	-3	-1	1	4	7	10	11	14	$\Sigma$
$P_i$	0,02	0,03	0,1	0,05	0,2	0,04	a	0,03	0,1	0,13	1

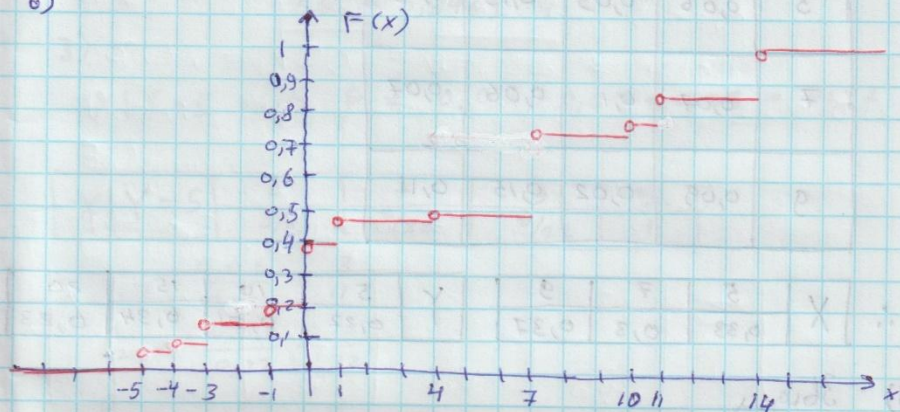
$$\because \sum_i P_i = 1 \quad \therefore 1 - \sum_{i \neq 7}^{10} P_i = a \Rightarrow a = 0,3 = P_7$$



5)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -5 \\ 0,02, & -5 < x \leq -4 \\ 0,05, & -4 < x \leq -3 \\ 0,15, & -3 < x \leq -1 \\ 0,2, & -1 < x \leq 1 \\ 0,4, & 1 < x \leq 4 \\ 0,44, & 4 < x \leq 7 \\ 0,74, & 7 < x \leq 10 \\ 0,77, & 10 < x \leq 11 \\ 0,87, & 11 < x \leq 14 \\ 1, & x > 14 \end{cases}$$

6)



2)  $M_0 = 7$  ( $p_7 = 0,3$ )

9)  $M_e = X \Leftrightarrow F(x) = 0,5 \therefore x = 10$

e)  $M(x) = \sum_{i=1}^{10} x_i p_i = 5,11$

6)  $D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 58,05 - 5,11^2 = 31,9379$

10)  $\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{31,9379} \approx 5,65$

3)  $A_s = \frac{M_3}{\sigma^3} = \frac{1}{\sigma^3} (V_3 - 3V_1V_2 + 2V_1^2)$

$V_k = M(x^k)$

$\therefore A_s = -0,0262$

u)  $E_s = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{1}{\sigma^4} (V_4 - 4V_1V_3 + 6V_1^2V_2 - 3V_1^4) - 3$

$\therefore E_s = -1,1077$



Лабораторна робота 5 Версія 19

X \ Y	18	23	28	33
18	0,034	0,116	0,104	0,076
20	0,096	0,074	0,086	0,044
22	0,064	0,046	0,124	0,136

X	18	20	22	Y	18	23	28	33
P <sub>i</sub>	0,33	0,3	0,37	P <sub>j</sub>	0,194	0,236	0,314	0,256

$$M(X) = 20,08$$

$$M(Y) = 26,16$$

$$D(X) = 2,7936$$

$$D(Y) = 28,3144$$

$$\sigma(X) = 1,67141$$

$$\sigma(Y) = 5,32113$$

$$r_{XY} = \frac{\text{Cov}(X; Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{M(XY) - M(X)M(Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$$

$$M(XY) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 x_i y_j p_{ij} = 526,14$$

$$\therefore r_{XY} = \frac{526,14 - 20,08 \cdot 26,16}{1,67141 \cdot 5,32113} = 0,0952$$

$$X|Y=33 \Rightarrow P = 0,076 + 0,044 + 0,136 = 0,256$$

X Y=33	18	20	22
P <sub>i</sub>	$\frac{19}{64}$	$\frac{11}{64}$	$\frac{24}{64}$

$$M(X|Y=33) = \frac{545}{32} \approx 17,03125$$

$$Y/X=18 \Rightarrow P = 0,034 + 0,116 + 0,04 + 0,076 = 0,33$$

$Y/X=18$	18	23	28	33
$P_j$	$\frac{17}{165}$	$\frac{58}{165}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{38}{165}$

$$M(Y/X=18) = \frac{914}{15} = 20,93$$