Carlos Arguedas Barahona

Ing. Eléctrica

Análisis de Sistemas Lineales

Criterio de Routh

Básicamente, el teorema proporciona un criterio capaz de determinar en cuál semiplano (izquierdo o derecho) del plano complejo están localizadas las raíces del denominador de la función de transferencia de un sistema; y en consecuencia, conocer si dicho sistema es estable o no. Si tras aplicar el criterio nos da como resultado que todos los polos están en el semiplano izquierdo, el sistema es estable, y si hay un mínimo de un polo en el semiplano derecho, el sistema es inestable.

El criterio se refiere a la función de transferencia en lazo cerrado del sistema. Para aplicar el criterio a un sistema descrito por su función de transferencia en lazo abierto, hay que incluir la realimentación haciendo.

$$G(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

- **Primer paso:** Teniendo la función

  $$G(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$$

Empezamos a formar la tabla de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c|ccccc}
s^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots \\
s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots \\
s^{n-2} & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \ldots \\
s^{n-3} & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \ldots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
s^0 & \delta_1 & & &
\end{array}$$

- **Segundo paso:** Debemos calcular los α, β y δ de la siguiente manera.

$$
\begin{array}{ll|ll|l}
\alpha_1 = \dfrac{(a_{n-1}\cdot a_{n-2})-(a_n\cdot a_{n-3})}{a_{n-1}} & & \beta_1 = \dfrac{(\alpha_1\cdot a_{n-3})-(a_{n-1}\cdot\alpha_2)}{\alpha_1} & & \dots \\
\alpha_2 = \dfrac{(a_{n-1}\cdot a_{n-4})-(a_n\cdot a_{n-5})}{a_{n-1}} & & \beta_2 = \dfrac{(\alpha_1\cdot a_{n-5})-(a_{n-1}\cdot\alpha_3)}{\alpha_1} & & \dots \\
\alpha_3 = \dfrac{(a_{n-1}\cdot a_{n-6})-(a_n\cdot a_{n-7})}{a_{n-1}} & & \beta_3 = \dfrac{(\alpha_1\cdot a_{n-7})-(a_{n-1}\cdot\alpha_4)}{\alpha_1} & & \dots \\
\vdots & & \vdots & & \vdots
\end{array}
$$

- **Tercer paso:** Luego de calcular todas las α, β y δ debemos fijarnos en la primera columna. Si existe algún cambio de signos entre los términos de esa columna esto nos indicara la estabilidad de dicha función de transferencia.

Por ejemplo:

$G(s) = s^4 + 5s^3 + 3s^2 + s + 2$

s^4	1	3	2
s^3	5	1	0
s^2	2´8	2	0
s^1	-2´57	0	0
s^0	2		

$$\alpha_1 = \frac{(5\cdot 3)-(1\cdot 1)}{5} \qquad \beta_1 = \frac{(2'8\cdot 1)-(5\cdot 2)}{2'8}$$

$$\alpha_2 = \frac{(5\cdot 2)-(1\cdot 0)}{5} \qquad \beta_2 = \frac{(2'8\cdot 0)-(5\cdot 0)}{2'8}$$

$$\alpha_3 = \frac{(5\cdot 0)-(1\cdot 0)}{5} \qquad \beta_3 = \frac{(2'8\cdot 0)-(5\cdot 0)}{2'8}$$

$$\delta_1 = \frac{(-2'57\cdot 2)-(-2'8\cdot 0)}{-2'57}$$

Esto nos da como resultado en la primera columna: 1, 5, 2´8, -2´57, 2, con lo que por haber dos cambios de signo, el sistema es inestable por poseer dos elementos (-2,57 y 2) con cambio de signo.