Análisis de sistemas lineales

Método de estabilidad de Routh

Tarea: 9

Profesor: Erick Salas Chaverri

Alumno: Jorge Eduardo Alpizar Mejías

Periodo: segundo cuatrimestre

Año: 2018

Método de estabilidad de Routh

Aplicando el criterio de estabilidad de Routh, podremos saber si un sistema de regulación es estable sin necesidad de resolver la ecuación característica, es decir sin tener que calcular los polos de la ecuación polinómica sea del grado que sea. Lo que simplifica significativamente los cálculos, ya que el criterio de estabilidad de Routh indica si hay o no raíces positivas o con parte real positiva en una ecuación, sin tener que resolverla.

Para que un sistema sea estable la ecuación característica debe cumplir las siguientes premisas:

1. El polinomio en s de la ecuación característica, se escribe ordenado.

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + ... + a_n - 1 s^1 + a_n s^0$$

El polinomio debe ser completo (todos los coeficientes tienen que ser distintos de cero, an ≠ 0)

2. Si alguno de los coeficientes es nulo o negativo y hay coeficientes positivos, el sistema no es estable

3. Si todos los coeficientes son positivos, con ellos se construye la tabla de Routh, como se indica. Debe tener tantas filas como el número de términos del polinomio de la función característica, se colocan en filas y columnas como sigue: Las dos primeras filas se van llenando con los coeficientes de los monomios de la ecuación característica, alternando la primera fila con la segunda, y así sucesivamente, hasta que se terminan los coeficientes.

Para calcular coeficientes de las siguientes filas de la tabla, se sigue la siguiente pauta.

Tabla de Routh

$$
\begin{array}{c|ccccc|c}
s^{n} & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots & \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots & \\
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & b_i = \dfrac{a_1 a_{2i} - a_0 a_{2i+1}}{a_1} \\
s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \cdots & c_i = \dfrac{b_1 a_{2i+1} - a_1 b_{i+1}}{b_1} \\
s^{n-4} & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & \cdots & d_i = \dfrac{c_1 b_{i+1} - b_1 c_{i+1}}{c_1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & & & & \\
s^{3} & v_1 & v_2 & & & & \\
s^{2} & x_1 & x_2 & & & & x_i = \dfrac{v_1 u_{i+1} - u_1 v_{i+1}}{v_1} \\
s^{1} & y_1 & & & & & y_1 = \dfrac{x_1 v_2 + v_1 x_2}{x_1} \\
s^{0} & z_1 & & & & & z_1 = x_2
\end{array}
$$

De la misma forma, vamos calculando las restantes filas, c, d, e, f,... Hasta completar la tabla.

4. El sistema será estable si en la primera columna de la tabla de Routh no existen cambios de signo.

La condición necesaria para que todas las raíces tengan parte real negativa es:

- Que el polinomio esté completo en s, es decir, que todas las potencias en s, desde sn a so, deben figurar en la ecuación.
- Si algún coeficiente distinto de an, es cero, o si hay algún coeficiente negativo, hay varias raíces positivas o raíces imaginarias con parte real positiva y el sistema es inestable.