

Carlos Arguedas Barahona

Ing. Eléctrica

Análisis de Sistemas Lineales

1) Respuesta de la siguiente función de transferencia: $\mathbf{F(S)} = \frac{1}{S * C_1 * R_1 + 1}$ ante una V_{in} de rampa, la cual tiene un modelo matemático $\frac{1}{S^2}$.

Valor final:

$$\lim_{s \rightarrow 0} S * F(S) * E(S)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} S * \frac{1}{S * C_1 * R_1 + 1} * \frac{1}{S^2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{S(S * C_1 * R_1 + 1)} = \boxed{?}$$

Podemos comprobar la repuesta que tiene nuestra función de transferencia, cuando tenemos V_{in} de entrada en función de una señal de rampa. Para esto utilizamos el programa “Octave”. A continuación tenemos la demostración.

```
octave:5> num=[1]
num = 1
octave:6> den=[0.001,1]
den =
```

```
0.0010000  1.0000000
```

```
octave:7> fun_trans=tf(num,den)
```

Transfer function 'fun_trans' from input 'u1' to output ...

```
      1
y1:  ----
      0.001 s + 1
```

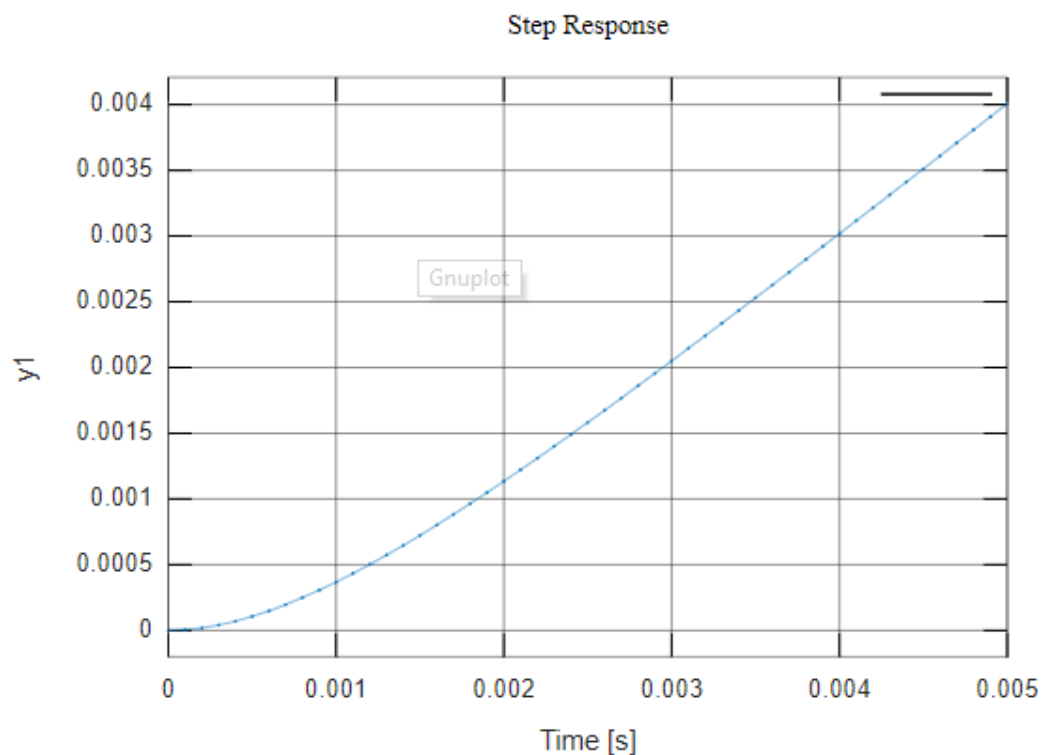
Continuous-time model.

```
octave:8> s=tf('s')
```

Transfer function 's' from input 'u1' to output ...

```
y1:  s
```

Continuous-time model.



2) Valor de (V_t) =

$$\frac{V_t}{V_{in}} = \frac{1}{S * C_1 * R_1 + 1}$$

$$V_t = \frac{1}{S * C_1 * R_1 + 1} * V_{in}$$

$$V_t = \frac{1}{S * C_1 * R_1 + 1} * \frac{1}{S^2}$$

$$V_t = \frac{1}{S^2(S * C_1 * R_1 + 1)}$$

Aplicando fracciones parciales obtenemos el siguiente término:

$$\frac{1}{S^2(S * C_1 * R_1 + 1)} = \frac{A * S + B}{S^2} + \frac{C}{S * C_1 * R_1 + 1}$$

Para obtener los valores de las variable A, B y C utilizamos el programa “Octave”.

A continuación hacemos la demostración. Para esto tenemos que la ecuación

$$\frac{1}{S^2(S * C_1 * R_1 + 1)}, \text{ aplicando ley distributiva } \frac{1}{S^3 * C_1 * R_1 + S^2}.$$

```

octave:3> num=[1]
num = 1
octave:4> den=[0.001,1,0,0]
den =

    0.00100    1.00000    0.00000    0.00000

octave:5> [r,p,k,e]=residue(num,den)
r =

-0.0010000
 1.0000000
 0.0010000

p =

     0
     0
  -1000

```

Replantando la ecuación con los valores de las variables A, B, C tenemos que:

$$A=-0.001= -C_1 * R_1$$

$$B=1$$

$$C=0.001=C_1 * R_1$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{S^2(S * C_1 * R_1 + 1)} &= \frac{-C_1 * R_1 * S + 1}{S^2} + \frac{C_1 * R_1}{S * C_1 * R_1 + 1} \\
 &= \frac{-C_1 * R_1 * S + 1}{S^2} + \frac{C_1 * R_1}{S * C_1 * R_1 + 1} \\
 &= \frac{-C_1 * R_1 * S}{S^2} + \frac{1}{S^2} + \frac{C_1 * R_1}{S * C_1 * R_1 + 1} \\
 &= \frac{-C_1 * R_1}{S} + \frac{1}{S^2} + \frac{C_1 * R_1}{C_1 * R_1 \left(S + \frac{1}{C_1 * R_1} \right)}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{-C_1 * R_1}{S} + \frac{1}{S^2} + \frac{1}{S + \frac{1}{C_1 * R_1}}$$

Aplicando la transformada de Laplace obtenemos la ecuación de V_t

$$V_t = t^{-C_1 * R_1} + t + e^{-\frac{1}{C_1 * R_1} * t}$$