9° Tarea análisis de sistemas lineales

Criterio de Routh

Alumno: Leonardo Bogantes Bogantes

Para la function

$G(s) = \frac{2s+1}{s^2+3s-1}$

S^2	1	-1
S^1	3	0
S^0	-1	

$a0 = 1$
$a1 = 2$
$a2 = -1$

$b1 = \frac{a1 * a2 - a0 * a3}{a1} = \frac{3 * (-1) - 1 * 0}{3} = -1$

Por lo tanto:

$s^2 + 3s + k$

S^2	1	k
S^1	3	0
S^0	k	

$a0 = 1$
$a1 = 2$
$a2 = k$

$b1 = \frac{a1 * a2 - a0 * a3}{a1} = \frac{3 * (k) - 1 * 0}{3} = \frac{3k}{3} = k$

k debe de ser mayor a 0

$k > 0$

Criterio de estabilidad de Routh:

El criterio de estabilidad de Routh permite determinar la cantidad de polos en lazo cerrado que se encuentran en el semiplano derecho del plano s (raíces positivas) sin tener que factorizar el polinomio. Este criterio de estabilidad sólo se aplica a los polinomios con una cantidad finita de términos.

Procedimiento en el criterio de estabilidad de Routh:

1. Escriba el polinomio en s del denominador en la forma siguiente:

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

En donde los coeficientes son cantidades reales. Suponemos que 0 ≠ n a ; es decir, se elimina cualquier raíz cero.

2. Si alguno de los coeficientes es cero o negativo, ante la presencia de al menos un coeficiente positivo, hay una raíz, o raíces imaginarias o que tiene partes reales positivas. En tal caso, el sistema no es estable. La condición necesaria, pero no suficiente, para la estabilidad es que todos los coeficientes de la ecuación estén presentes y tengan signo positivo.

3. Si todos los coeficientes son positivos, ordene los coeficientes del polinomio en renglones y columnas de acuerdo con el patrón o arreglo siguiente:

$$\begin{array}{cccccc}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots \\
s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdots \\
s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \cdots \\
s^{n-4} & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & \cdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & & & \\
s^2 & e_1 & e_2 & & & \\
s^1 & f_1 & & & & \\
s^0 & g_1 & & & &
\end{array}$$

Los coeficientes b1,b2,b3,…,c1,c2,c3,….,d1,d2,…, etc., se evalúan del modo siguiente:

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} \quad c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} \quad c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1} \quad d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$

$$b_1 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1} \quad c_3 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1} \quad d_2 = \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

La evaluación continúa hasta que todas las restantes son cero.

El criterio de estabilidad de Routh- Hurwitz plantea que el número de raíces de la ecuación con partes reales positivas es igual al número de cambios de signo de los coeficientes de la primera columna del arreglo.
La condición necesaria y suficiente para que todas las raíces de la ecuación se encuentren en el semiplano izquierdo del plano s es que todos los coeficientes de la ecuación sean positivos y que todos los términos de la primera columna del arreglo tengan signo positivo.

Ejemplo 1:

Considere el polinomio siguiente:

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s^1 + 5 = 0$$

Los primeros dos renglones se obtienen directamente del polinomio dado. El arreglo de coeficientes sería

$$\begin{array}{cccc} s^4 & 1 & 3 & 5 \\ s^3 & 2 & 4 & 0 \\ s^2 & 1 & 5 & \\ s^1 & -6 & & \\ s^0 & 5 & & \end{array}$$

Hay dos cambios de signo en los coeficientes de la primera columna. Esto significa que existen dos raíces con partes reales positivas. Observe que el resultado no se modifica cuando los coeficientes de cualquier renglón se multiplican por, o se dividen entre, un número positivo para simplificar el cálculo.