

Сборник практических заданий к учебному пособию
“Введение в лямбда-исчисление”
Кравчук Иван 5302

Оглавление

Введение	3
Расстановка скобок.....	4
Свободные и связанные переменные	5
Комбинаторы	6
Подстановки.....	7
Редукция	8
Нормальная форма	9
Редукционные графы	10
Ответы для самопроверки	11

Введение

Данный сборник практических заданий является дополнением учебного пособия “Введение в лямбда-исчисление” и служит для практического закрепления изученного материала. Сноска у каждой темы указывает на страницу учебного пособия, на которой находится необходимая информация, однако предпочтительно, чтобы данные задания выполнялись самостоятельно, после изучения определенного раздела.

Расстановка скобок¹

Раскройте скобки, где это необходимо

1. $M(N(K(P)))$

2. $((M(KN)P)(L))$

3. $P(N)((MN)(L))$

4. $((MP)(L(N(K))))$

5. $M(NK)P(NL)$

6. $(M((PN)K))$

7. $(K(P(L)M)N(B))$

¹ Стр. 4

Свободные и связанные переменные²

Определить для данного лямбда-терма множество свободных (FV) и связанных переменных (BV). Определить, является ли этот терм комбинатором.

1. $\lambda x.axy$

2. $\lambda xy.xzx$

3. $\lambda xyz.xzyx$

4. $\lambda x.yz$

5. $\lambda axy.zxayxz$

6. $\lambda f.fxx$

7. $\lambda px.axpzp$

² Стр. 5

Комбинаторы³

Дано определение комбинатора. Записать соответствующий лямбда-терм

1. $Ix = x$

2. $Sxyz = xz(yz)$

3. $Kxy = x$

4. $K^*xy = y$

5. $\omega x = xx$

6. $Nxyz = yxzzzy$

7. $Mx = x(xx)$

³ Стр. 6

Подстановки⁴

Произвести указанные подстановки. Там, где это необходимо, выполнить α -конверсию.

1. $(abx)[x := y]$

2. $(\lambda x.y)[y := z]$

3. $(\lambda x.yz)[z := x]$

4. $(\lambda xy.yzxa)[z := a][a := x]$

5. $(axy)[x := y]$

6. $(\lambda xy.N)[x := P]$

7. $(xab)[y := z]$

⁴ Стр. 8, 9

Редукция⁵

Дан лямбда-терм. Произвести редукцию (один раз).

1. $\lambda x. x \ y$

2. $(\lambda x. xy) \ z$

3. $\lambda x. xx \ \lambda x. xx$

4. $\lambda xy. y \ x \ z$

5. $\lambda xy. Mx \ N$

6. $(\lambda xy. x(yx))y$

7. $(\lambda f gx. fx(gx)) \ \lambda x. xx \ \lambda x. x \ \lambda x. xx$ (применить нормальную стратегию редукции)⁶

⁵ Стр. 10

⁶ Стр. 14

Нормальная форма⁷

Привести лямбда-терм к нормальной форме.

1. $\lambda x. xx \lambda y. y \lambda xy. yz$
2. $(\lambda x. xy) z$
3. $\lambda xy. x(yx) y$
4. $\lambda xy. x \lambda x. x$
5. $(\lambda xy. yxy) \lambda xy. y \lambda xy. x$
6. $(\lambda xy. x) (\lambda z. z) (\lambda x. (xx) \lambda x. (xx))$
7. $\lambda f gx. f(gx) \lambda xy. x \lambda x. xx \lambda x. x$

⁷ Стр. 12

Редукционные графы⁸

Дан лямбда-терм. Построить для него редукционный граф.

1. $\lambda xy. x(yx) y$
2. $\lambda x. (xx) \lambda x. (xx)$
3. $\lambda x. (xx) (\lambda x. (xx) \lambda x. (xx))$
4. $(\lambda x. (\lambda y. y)) (\lambda x. (xx) \lambda x. (xx))$
5. $(\lambda x. (\lambda y. y)) (\lambda x. (xx) (\lambda x. (xx) \lambda x. (xx)))$
6. $\lambda x. x \lambda z. z \lambda xy. x$
7. $(\lambda xy. yxy) \lambda xy. y \lambda xy. x$

⁸ Стр. 15

Ответы для самопроверки

Раскрытие скобок

1. $M(N(KP))$
2. $M(KN)PL$
3. $PN(MNL)$
4. $MP(L(NK))$
5. $M(NK)P(NL)$
6. $M(PNK)$
7. $K(PLM)NB$

Свободные и связанные переменные

1. $FV = \{a, y\} BV = \{x\}$, не является комбинатором
2. $FV = \{z\} BV = \{x, y\}$, не является комбинатором
3. $FV = \{\emptyset\} BV = \{x, y, z\}$, является комбинатором
4. $FV = \{y, z\} BV = \{x\}$, не является комбинатором
5. $FV = \{z\} BV = \{a, x, y\}$, не является комбинатором
6. $FV = \{x\} BV = \{f\}$, не является комбинатором
7. $FV = \{a, z\} BV = \{p, x\}$, не является комбинатором

Комбинаторы

1. $\lambda x. x$
2. $\lambda xyz. xz(yz)$
3. $\lambda xy. x$
4. $\lambda xy. y$
5. $\lambda x. xx$
6. $\lambda xyz. yxzzu$
7. $\lambda x. x(xx)$

Подстановки

1. aby
2. $\lambda x. z$
3. $\lambda x. yx'$
4. $\lambda xy. yx'xx'$
5. ayu

6. $\lambda xy. N$

7. xab

Редукция

1. y

2. zy

3. $\lambda x. xx \lambda x. xx$

4. z

5. $\lambda y. MN$

6. $\lambda y. y'(yy')$

7. $\lambda x. xx \lambda x. xx (\lambda x. x \lambda x. xx)$

Нормальная форма

1. $\lambda xy. yz$

2. zy

3. $\lambda y. y'yy'$

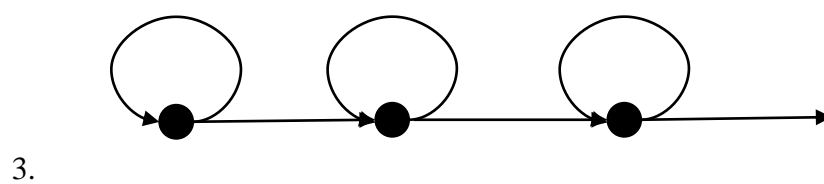
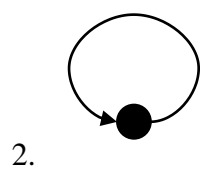
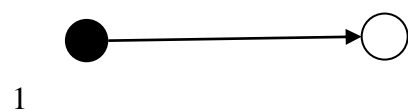
4. $\lambda yx. x$

5. $\lambda xy. y$

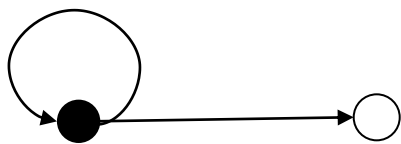
6. $\lambda z. z$

7. $\lambda x. x$

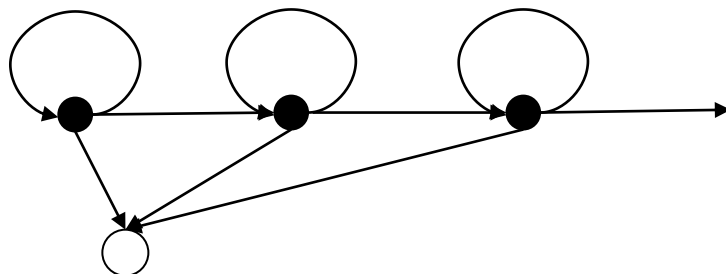
Редукционные графы



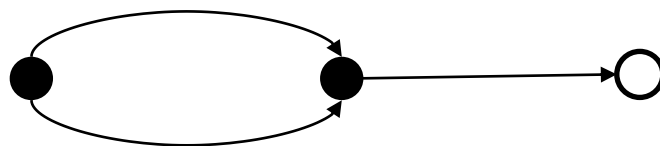
4.



5.



6.



7.

