

Булевы функции в лямбда-исчислении

Введем булевы константы и некоторые базовые функции

1. $True = \lambda t f. t$
2. $False = \lambda t f. f$
3. $NOT = \lambda b. b \ False \ True$
4. $AND = \lambda x y. x \ y \ False$
5. $OR = \lambda x y. x \ True \ y$

Пример вывода штриха Шеффера

1. При помощи таблицы истинности

X	Y	X Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Если один из аргументов равен 0(False), то функция примет значение 1(True), следовательно, проверять второй аргумент необходимо только в случае если первый равен 1(True). Функция принимает значение 0(False) только в том случае, когда оба аргумента равны 1(True). Исходя из этих соображений, функция примет следующий вид:

$$SHEFFER = \lambda x y. x \ (y \ False \ True) \ True$$

2. При помощи выведенных функций

$$SHEFFER = NOT \ AND = (\lambda b. b \ False \ True) \ \lambda x y. x \ y \ False = \lambda x y. x \ y \ False \ False \ True$$

Задача 1:

Построить формулу стрелки Пирса и импликации двумя способами:

- при помощи таблицы истинности
- при помощи выведенных булевых функций

Задача 2:

Составить таблицу истинности для приведенных формул, определить какие функции они описывают

$$F_1 = \lambda xy. x (y \text{ False True}) y$$

$$F_2 = \lambda xy. x (y \text{ False True}) \text{ False}$$

Задача 3:

Составить формулы по заданным таблицам истинности

1.

X	Y	X Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

2.

X	Y	X Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Числовые функции в лямбда-исчислении

Задача 4:

Реализовать рекурсивную функцию взятия числа по модулю 4 (Подсказка: последовательно вычитать модуль). Можно использовать полученные в работе функции. Для проверки результата подставьте 4, 2 и 6. Функции можно не раскрывать

Задача 5:

Реализовать возведение в степень 5 (если сможете, то в произвольную степень). Можно реализовать двумя способами, используя times и не используя, реализуйте как сможете