

华中科技大学

本科生毕业设计[论文]

超爱丁顿吸积过程及潮汐瓦解事件的光度演化

院 系 物理学院

专业班级 物理学 1501 班

姓 名 陈思汉

学 号 U201510235

指导教师 吴庆文

2019 年 5 月 21 日

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的
研究成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包括任何其他个人或集
体已经发表或撰写的成果作品。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名：年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保障、使用学位论文的规定，同意学校保留
并向有关学位论文管理部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅
和借阅。本人授权省级优秀学士论文评选机构将本学位论文的全部或部分内容编
入有关数据进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论
文。

本学位论文属于 1、保密口，在 年解密后适用本授权书

2、不保密口。

（请在以上相应方框内打“√”）

作者签名：年 月 日

导师签名：年 月 日

摘 要

在潮汐瓦解事件初期，物质的回落率会很高，随后回落率随时间的推移而递减，遵循 $t^{-5/3}$ 。因而根据已知的吸积率（回落率）可以计算潮汐瓦解事件过程中光度随其时间的演化。然而，由于潮汐瓦解事件初期吸积率会远远大于爱丁顿吸积率，需要利用slim吸积盘模型来进行计算。在本工作中，我先模拟了恒星落入黑洞引力场被撕碎的潮汐瓦解过程，随后，我从理论上计算了潮汐瓦解事件中光度随着时间的演化，发现了其变化趋势与吸积率的趋势（ $\sim t^{-5/3}$ ）并不相同，并且各频段的光度亦不遵循此规律。

关键词：超大质量黑洞；吸积盘；slim；潮汐瓦解事件

Abstract

At the beginning of the tidal disruption, the fallback rate of debris can be very high, and then the fallback rate will decrease with time, following $t^{-5/3}$. Thus, based on the known accretion rate (fallback rate) we can calculate the evolution of luminosity over time throughout the tidal disruption event. However, since the initial accretion rate of the tidal disruption event is much larger than the Eddington accretion rate, the slim accretion disk model is needed for calculation. In this work, I first simulated the tidal disruption process, in which the star fell into the black hole gravitational field. Later, I theoretically calculated the evolution of luminosity over time in the tidal disruption event, and found that the evolution of luminosity doesn't follow $t^{-5/3}$, the luminosity of other frequency bands do not follow this rule as well.

Key Words: supermassive blackholes; accretion disks; slim; tidal disruption events

目 录

摘要	I
Abstract	II
1 绪论	1
1.1 黑洞天体	1
1.1.1 黑洞的形成	1
1.1.2 超大质量黑洞和 AGN	1
1.2 潮汐瓦解事件	2
1.2.1 TDE 的相关研究	2
1.3 slim 吸积盘	3
1.3.1 吸积盘的由来	3
1.3.2 slim 吸积盘的研究	4
1.4 本文研究重点	5
2 潮汐瓦解事件	6
2.1 潮汐瓦解事件模型	6
3 slim 吸积盘	9
3.1 slim 吸积盘模型方程	9
3.2 slim 吸积盘模型的计算	10
3.3 slim 吸积盘的辐射	14
4 潮汐瓦解事件光度演化	20
5 结论	23
致谢	24
参考文献	25
附录	27

1 绪论

1.1 黑洞天体

1.1.1 黑洞的形成

黑洞，最初指代一个简单的假想的极为致密的天体，这个天体周围的引力场十分强大，导致光子也无法从其中逃脱。假设这个天体是球形均匀的，那么该天体需要满足的条件很容易计算，仅需要其逃逸速度大于光速即可。因此，定义一个天体的临界半径称作施瓦西半径 R_s ，其大小为：

$$R_s = 2GM/c^2$$

其中 M 为黑洞的质量。

随后，对恒星结构及其演化的继续研究使人们逐渐加深了对黑洞存在这个事实的认识。恒星演化到晚期，恒星内部的氢、氦等核聚变物质消耗殆尽后，其自身引力将会导致恒星的进一步挤压塌缩，最终的坍缩结果则依赖于恒星自身的质量，当恒星质量超过拉塞卡极限时，恒星则会继续坍缩并演变成超新星爆发，向外抛射出大量的质量，仅仅会留下一个中心的致密的核，这个核的密度之高，足以将电子压缩进质子之中，形成一个中子星（中子组成的星）星。但是中子星本身，在超新星爆发后残留的核也存在一个质量上限（约为3个太阳质量）。这样的残骸自身的引力会超过中子的简并压力，并且我们无法在已知的力中找到一种力可以抵抗这个自身引力，因此该残骸会进一步收缩，从而形成了黑洞。

1.1.2 超大质量黑洞和 AGN

黑洞本身的尺寸是很多样的，具体的事件视界半径（黑洞的特征之一）则是由黑洞的质量决定的，例如，对于无自转的黑洞，其事件视界半径则为施瓦西半径。目前，我们可以将黑洞依据其质量分为两类。

第一类是恒星质量黑洞，这类黑洞的质量一般在3~50倍的太阳质量。根据标准的星系演化模型，我们银河系中存在数十亿个恒星质量黑洞。这些黑洞是由大质量恒星演化而来的，他们有些是孤立的黑洞，有些则靠近普通的恒星。这种耦合系统被称为黑洞 X 射线双星或微类星体。这种双星系统中的黑洞会从它的伴星中吸积气体，并且形成高温吸积盘，X 射线便是从这个吸积盘中幅射而出。

第二类为超大质量黑洞（SMBH），其质量范围是百万到千万倍的太阳质量。我

们在很多星系的中心都能找到超大质量黑洞。许多星系的核心的辐射通常跨越所有波长并且十分明亮。这些明亮的中心区域被称为活动星系核（AGN）。类星体（Quasars）和耀变体（blazars）都属于 AGN。AGN 通常只延伸几个光分到光天：它们的大小不到它们所在星系大小的千万分之一，但它们却比整个星系亮几百倍至几万倍。天文界现有的共识是：超大质量黑洞不是孤立的，AGN 由中央超大质量黑洞吸积物质提供能量，它们通过强大的引力场吸引附近的物质。“吸积”一词用于描述这种引力：气体向事件视界旋转，形成吸积盘。当气体旋入时，其能量转化为热量并开始明亮地发光，在整个电磁波谱中产生能观察到的极端光度。部分物质逃脱了被吞入黑洞的命运，则在靠近吸积盘的内边缘的地方被两个高度准直的电喷流带走。

1.2 潮汐瓦解事件

在宇宙中，黑洞本身不会发光，因此我们观测黑洞的手段是观测它周围的物质发出的辐射，例如吸积盘。我们将观测不到的但是存在的超大质量黑洞称为 dormant supermassive blackhole，这类黑洞占了宇宙中超大质量黑洞的绝大部分。黑洞由于其本身致密，在自己附近会产生强大的引力。当一颗恒星经过这颗沉睡的黑洞附近时，强大的潮汐力会导致这颗恒星会受到很大的不均匀的引力，从而被撕碎，撕碎后的残骸大约一半会被抛射至星际空间，而另一半则会被吸积进入黑洞，其粘滞过程的光度可超过爱丁顿光度，此过程中吸积率随着时间以 $-5/3$ 次方的幂律形式衰减。我们称之为潮汐瓦解事件(Tidal Disruption Event)，简称 TDE。

[4]

1.2.1 TDE 的相关研究

首先，TDE 可以用于探测星系中心的超大质量黑洞。中等质量黑洞（ $10^3 \sim 10^5$ 倍太阳质量）。中等质量黑洞主要存在于矮星系中，而理论上在矮星系中潮汐瓦解事件更可能出现，因此我们可以利用 TDE 来探测其中的黑洞，这可以帮助我们更进一步研究超大质量黑洞的形成、增长、与寄主星系的共同演化等课题。[5]

此外，我们也可以利用 TDE 研究与吸积相关的物理。在活动星系核中，黑洞的吸积过程周期会很长，因此我们几乎不可能观测到吸积的开始和结束。然而，TDE 的时标十分短，往往是几个月到几年，因此我们如果能获取大量的 TDE 样本，就能

够看到吸积开始到结束的全过程，这样更能够帮助我们理解吸积。少数 TDE 中还包含有射电喷流，例如 Swift J1644，而大约 10% 的 AGN 也带有射电喷流，且喷流在 AGN 中的产生机制尚不明确，所以对 TDE 中喷流的研究也能带给我们更多的信息去探索 AGN 中的喷流机制。[5]

此外，TDE 也对探测双黑洞，测量黑洞自旋等也有重大帮助，在此不一一展开叙述。

1.3 吸积盘

1.3.1 吸积盘的由来

在地球上，我们通常能利用的能源有化学能、引力能和原子能。但是在宇宙中，我们知道恒星的发光是由核聚变供能的，也就是原子能是宇宙的来源（这个事实是天文学家经过 19 世纪长期的讨论，在 20 世纪 30 年代才弄明白的）。又经过近 50 年，核反应产能已经成为了天文学中一个核心机制。

然而在最近几十年，这个常识已经有了些许变化。人们没有放弃对引力能的期待，因为从能量效率的角度比较化学能，引力能和核能，人们发现，对于普通的恒星，核能产生的能量效率是最佳的，但是对于黑洞或中子星这类致密天体而言，占主导地位的还是引力能。

引力能在宇宙中的地位最初来自于类星体的发现，起初人们以为类星体只是不寻常的“恒星”，但是后来更多的观测表明，类星体的一系列特征（强发射线，光谱显著红移，恒星状的天体）说明它是遥远的天体，因而类星体应当释放出巨大的能量。自从 1963 年类星体被发现以来，它的能源机制就成为了天文学中一个很大的谜团，这个谜团最终被超大质量黑洞和其周围吸积盘的概念所解决。

我们来比较类星体中引力能和核能中的效率：

1. 首先估算类星体释放的能量：类星体的光度 L 是由观测到的表面亮度和红移（也就是距离）来推算的。尽管光度有个体差异，但是典型值是在 $10^{45} \sim 10^{46} \text{ erg/s}$ 。类星体的典型寿命为 $\tau = 10^6$ （通过类星体周围延展的射电结构定出的下限）。因此类星体辐射得总能量应当为 $E = L\tau \sim 10^{60} \text{ erg}$ 。

2. 其次估算类星体发光的尺度：发光尺度是可以通过该辐射源的变化时标来估算的，因为当源以时标 t 变化时，它的尺度必须满足 $R \leq ct$ ， c 为光速。而在某

些情况下，类星体可以在几天或者更短的时标上变化超过 10%，因此类星体的发光区域的尺度应当满足 $R \leq \text{一光天} \sim 10^{15} \text{cm}$ 。

由以上两点，我们可以开始比较不同供能机制。如果需要通过核聚变产生 10^{60}erg 的能量。我们假设通过质量 M 的 H 转变成 He 来供能，由于核聚变效率是 0.007，那么放出的能量为 $E = 0.007Mc^2$ ，因此需要 $10^8 M_{\odot}$ 的氢聚变才能产生 10^{60}erg 的能量。而如果如此大的质量被聚集在发光区域的尺度以内，我们会发现释放的引力能会轻松超过 10^{60}erg 。因此，我们得以确定在类星体中，引力能扮演的主要角色。那么类星体具体如何释放引力能呢？这就迎来了吸积盘的概念。

Lynden-Bell (1969) 提出了一个黑洞盘吸积的概念——一个超大质量黑洞 & 吸积盘系统。随后在 1973 年提出的一个吸积盘的基本模型：SSD 模型，在吸积盘领域中作为中心学说超过二十年。且现在吸积盘已经成为了宇宙活动的原动力。[1]

1.3.2 slim 吸积盘的研究

基于 Shakura-Sunyaev 的研究。从 20 世纪 80 年代早期开始，天文学家们从一些不同的视角对不同种类的吸积盘进行了研究，从而提出了更多基于 SSD 的变体吸积盘模型。例如径移主导吸积流 (ADAFs)，径移主导的细盘 (slim disk，也就是本篇的主角) 等等。

吸积率是一个衡量吸积盘性质的重要指标，Slim disk 的特征是其吸积率可以远大于爱丁顿吸积率。吸积率描述了中心天体吸积物质的速度快慢。爱丁顿吸积率的定义为 $\dot{M}_c = L_{\text{Edd}} c^{-2}$ ， L_{Edd} 为爱丁顿光度。SSD 的吸积率一般小于 \dot{M}_{Edd} ，而 slim 吸积盘如此高的吸积率对这个吸积盘的结构，辐射等性质会有很大的影响，这些影响会进一步产生很多观测效应。

Slim 吸积盘的研究者们主要是将 slim 吸积盘的与 SSD 的不同性质找出来，并且探寻这些性质上的不同能否引发一些新效应，并且与观测作比较。例如 (Wang J. M., 2014)，slim 吸积盘得几何结构的特殊之处 ($H \sim R$)，会导致其辐射的各向异性 (self-shadowing effect)，这种各向异性会激发 AGN 的宽线区也产生各向异性辐射，从而让得到一些特殊的观测效应 (例如 H_{β} 谱线被分解为不同宽度的双成分，以及两个成分的 reverberation time lag 的差异)。还介绍了一些其他 slim 模型可能产生的观测效应：例如 Fe II 发射线的 reverberation，BLR 的外流，窄线区的辐射等

等。[2]

此外，许多超爱丁顿吸积的观测现象也已经通过 Slim 盘得到了良好的解释，如星系黑洞候选者、超亮 X 射线双星，也可将 slim 吸积盘用作研究宇宙学的距离探针[3]。虽然 slim 研究者不少，但是结合 slim 吸积盘和 TDEs 的研究并不多，因此本篇尝试在此课题上进行创新。

1.4 本文研究重点

本篇论文所要做的工作就是，对于超爱丁顿吸积的 slim 盘，由于盘中的 advection 径向能流效应，其光度随时间变化的规律未必符合这个吸积率随时间变化规律。因此可以将 slim 吸积盘模型在不同吸积率情况下产生的光谱，光度计算出来，从而观察吸积盘辐射性质随吸积率的变化时如何演化的，从而也就得出辐射随时间如何演化。

2 潮汐瓦解事件

2.1 潮汐瓦解事件模型

当一个恒星环绕一个黑洞的轨道的近心点 R_p 达到足够小时,这颗恒星会被黑洞的潮汐力所瓦解,我们称这个足够小的距离为潮汐瓦解半径 R_T ,此半径与恒星的半径与质量,黑洞的质量有关,关系如下:

$$R_T \approx R_{\star} \left(\frac{M_{\bullet}}{M_{\star}} \right)^{1/3}$$

其中 R_{\star} 为被撕裂的恒星的半径, $r_{\star} = R_{\star}/R_{\odot}$, M_{\star} 为其质量, $m_{\star} = M_{\star}/M_{\odot}$ 。 M_{\bullet} 为中心黑洞的质量, $M_4 = M_{\bullet}/10^4 M_{\odot}$ 。

我们定义比例参数 $\beta \equiv R_T/R_p$ 。此处取 $\beta \equiv 1$, 亦可设为 0.6, 0.9 等[7]黑洞的施瓦西半径为 $R_s = 2GM/c^2$ 。则恒星轨道的近心点为

$$R_p \sim 500 \beta^{-1} M_4^{-2/3} r_{\star} m_{\star}^{-1/3} R_s$$

当恒星被黑洞瓦解后,根据其在黑洞势阱中的位置,其残骸的比能量会有一个范围 $\sim \pm GM_{\bullet} R_{\star}/R_T^2$ 。靠近黑洞的残骸有着负的比能量,远端的残骸则有着正的比能量。所以大约一半的残骸会被黑洞束缚住,形成吸积盘,通过黏滞加热过程将引力能释放,产生超爱丁顿光度的辐射。剩下的一半则会沿着双曲线轨道逃逸。比能量 $E_{mb} \sim -GM_{\bullet} R_{\star}/R_T^2 \sim -GM_{\bullet}/2a_{mb}$ 的最靠近黑洞的残骸时最先回落到近心点的,此处 $a_{mb} \sim R_T^2/2R_{\star}$ 是最靠近黑洞的残骸轨道的半长轴。这个轨道的离心率为 $e_{mb} = 1 - R_p/a_{mb}$ 。这个轨道的周期为 $P_{mb} \sim 2\pi \sqrt{a_{mb}^3/GM_{\bullet}}$,在瓦解发生的第一个周期结束时,束缚最紧密的残骸抵达近心点。如图 2-1。

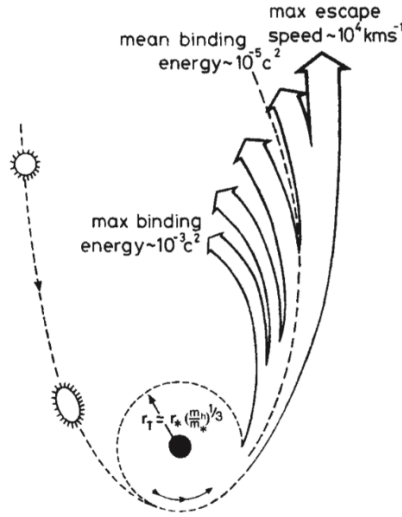


图 2-1 恒星被黑洞潮汐瓦解后，大约一半的残骸会被黑洞束缚住，剩下的一半则会沿着双曲线轨道逃逸

束缚得不那么紧密的物质会随束缚得最紧密的物质之后逐渐回落，回落率随着时间的变化为 (Rees (1988) [4], Phinney (1989) [16], Lodato et al. (2009) [17], Ramirez-Ruiz & Rosswog (2009) [18], Guillochon & Ramirez-Ruiz (2013) [19]):

$$\dot{M} \sim \dot{M}_{peak} \left(\frac{t}{P_{mb}} \right)^{-5/3}$$

我们如下近似整个回落过程。在 $t_{peak} = 1.5P_{mb}$ 时 (Evans & Kochanek (1989)) 回落率达到其最大值，在 P_{mb} 和 t_{peak} 之间，我们认为回落率保持在 \dot{M}_{peak} ，而在 t_{peak} 之后，回落率开始以 $t^{-5/3}$ 递减，如图所示。对于一个完整的潮汐瓦解事件，总回落的质量为 $M_{\star}/2$ ，因此 $\dot{M}_{peak} \sim 0.2M_{\star}/P_{mb}$ 。如图 2-2。

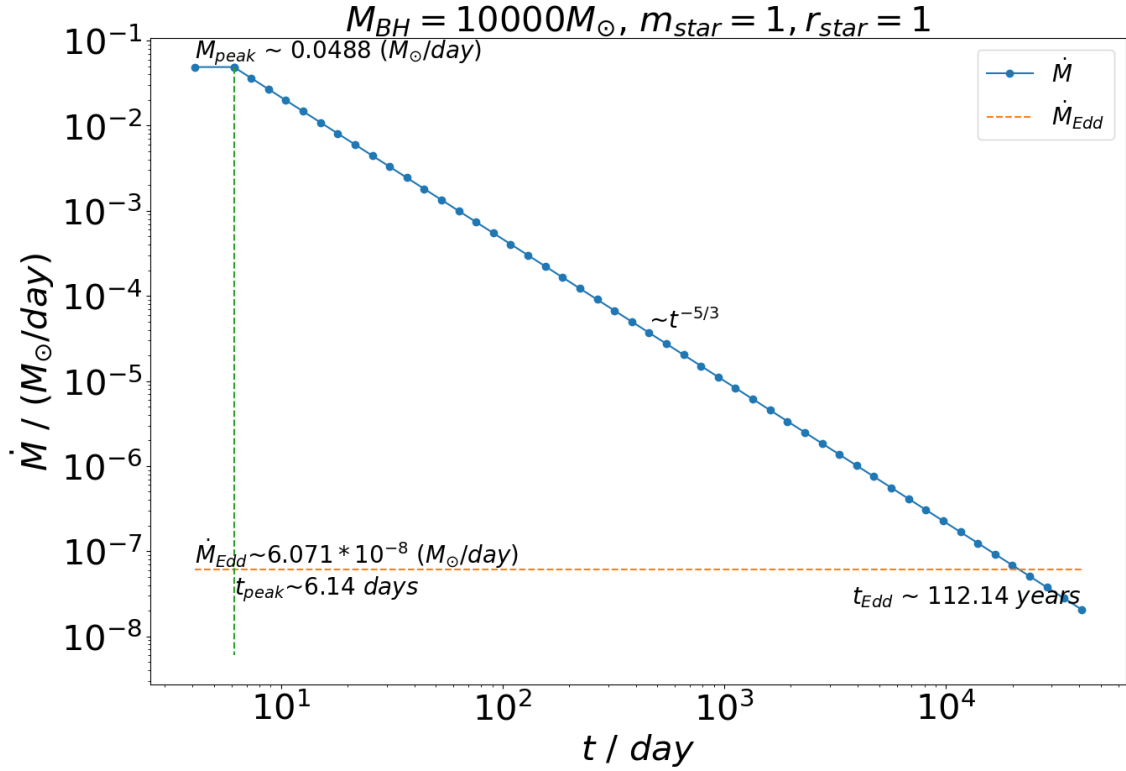


图 2-2 一个类太阳恒星 ($R_{\star} \sim R_{\odot}$, $M_{\star} \sim M_{\odot}$) 被一个的 $M = 10^4 M_{\odot}$ 中等质量黑洞撕裂瓦解后的回落过程的简化模型, 在 $P_{mb} = 4.09 \text{ days}$ 之后, 残骸物质开始回到轨道近心点, 在 $t_{peak} = 6.14 \text{ days}$ 之后, 回落率开始遵循 $t^{-5/3}$ 衰减。此处我忽略 P_{mb} 与 t_{peak} 之间的升高过程, 认为此过程中吸积率 $\dot{M} \sim \dot{M}_{peak}$ 。我们可以看到整个递减的过程可以持续几个月甚至几年。

因而我们认识到, 在各种黑洞质量下的潮汐瓦解事件的早期, 吸积率总是可以轻松超过爱丁顿吸积率。而超爱丁顿吸积过程与经典的吸积盘模型有所不同, 因此如果想要理解潮汐瓦解事件过程中的光度变化过程, 我们需要进一步计算适用于超爱丁顿吸积过程的吸积盘模型, 进而计算其光度, 也就是 slim 吸积盘。

3 slim 吸积盘

3.1 slim 吸积盘模型方程

在该 slim 吸积盘模型下会用到的物理常数见附录。

黑洞质量 M ，吸积率 \dot{M} ，半径 R ，爱丁顿光度 $L_{Edd} = 4\pi GMcm_p/\sigma_T$ ，爱丁顿吸积率 $\dot{M}_{Edd} = L_{Edd}/c^2$ ，史瓦西半径 $R_s = 2GM/c^2$ 。

再定义几个无量纲的物理量，无量纲半径 $r = R/R_s$ ，无量纲吸积率 $\dot{m} = \dot{M}/\dot{M}_{Edd}$ 。

Slim 吸积盘模型[2][6]需要满足的守恒方程有：质量守恒，动量守恒，角动量守恒，能量守恒。

质量守恒方程如下：

$$\dot{M} = -2\pi R \Sigma v_r$$

其中 v_r 是被吸积物质的径向速度， Σ 是吸积盘的面密度， $\Sigma = 2I_N H \rho$ ，其中 ρ 是吸积盘的密度， I_N 是积分常数， $I_N = (2^N N!)^2 / (2N + 1)!$ ，其中 $N = 3$ ，此面密度公式用于近似替代 $\Sigma = \int_{-H}^H \rho dz$ 。

角动量守恒方程如下：

$$\dot{M}(l - l_{in}) = -2\pi R^2 T_{r\phi}$$

其中 l 和 l_{in} 分别指在 R 处和在边界 R_{in} 处的角动量， $T_{r\phi}$ 指湍流的粘性， $T_{r\phi} = -\alpha W$ 。其中 α 为粘滞系数，本文中取 $\alpha = 0.1$ ， W 为面压强， $W = 2I_{N+1} H p$ ，用以近似代替 $W = \int_{-H}^H p dz$ ，其中 p 为总压强，总压强由辐射压和气体压共同组成 $p = p_{rad} + p_{gas}$ ，其中 $p_{rad} = aT^4/3$ ， $p_{gas} = R_g \rho T / \mu$ 。

径向动量守恒如下方程如下：

$$v_r \frac{dv_r}{dR} + \frac{1}{\Sigma} \frac{dW}{dR} = \frac{l^2 - l_k^2}{R^3} - \frac{W}{\Sigma} \frac{d \ln \Omega_k}{dR}$$

其中 Ω_k 为开普勒角速度， $\Omega_k = (GM)^{1/2} / (R - 2r_s)$ 。开普勒角动量 $l_k = R^2 \Omega_k$ 。

能量守恒方程如下：

$$Q_{vis} = Q_{adv} + Q_{rad}$$

Q_{vis} 为被吸积物在吸积过程中因为粘滞释放出引力能：

$$Q_{vis} = 2\pi R^2 T_{r\phi} \frac{d}{dR} \left(\frac{l}{R^2} \right)$$

Q_{rad} 为被吸积盘表面辐射掉的能量：

$$Q_{rad} = 4\pi R F_z$$

$$F_z = \frac{8acT^4}{3\bar{\kappa}\rho H}$$

其中 $\bar{\kappa} = \kappa_{es} + \bar{\kappa}_{ff}$, $\bar{\kappa}_{ff} = 6.5 * 10^{22} \rho T^{-3.5}$, $\bar{\kappa}_{ff}$ 是 Rossland 平均不透明度。

Q_{adv} 为吸积物径向黑洞运动带走的能量：

$$Q_{adv} = -\frac{\dot{M}W}{\Sigma(\Gamma_3 - 1)} \left[\frac{d \ln(\frac{W}{H})}{dR} - \Gamma_1 \frac{d \ln(\frac{\Sigma}{H})}{dR} \right]$$

气体压占总压强的比例 $\beta = R_g \rho T / \mu p$, $\Gamma_1 = (32 - 24\beta - 3\beta^2) / (24 - 21\beta)$,

$\Gamma_3 = (32 - 27\beta) / (24 - 21\beta)$ 。

径向流体平衡方程为：

$$H^2 \Omega_k = \frac{2(N+1)p}{\rho}$$

由上述模型，我们可以对该 slim 吸积盘进行求解。

3.2 slim 吸积盘模型的计算

Slim 吸积盘模型具体的解在很多文章中都已经讨论过了：Abramowicz et al. (1988) [14], Watarai et al. (2005) [11], and Li et al. (2010) [15] 讨论了恒星质量级别的黑洞，Szuszkiewicz et al. (1996) [9], Mineshige et al. (2000) [10], and Chen & Wang (2004) [13] 讨论了超大质量黑洞。

在此文章中我求解 slim 吸积盘模型来研究潮汐瓦解事件中吸积率下降过程中光度的演化。这儿是求解 slim 模型的基本思路：

取 $\eta = \frac{v_r^2}{W/\Sigma}$, $K = \frac{W}{\Sigma}$, 化简 2.1 节的方程组可得：

$$\frac{dl}{dR} = \frac{\frac{(\Gamma_1 + 1)}{(\Gamma_3 - 1)} \frac{1}{R} + \frac{(\Gamma_1 - 1)}{(\Gamma_3 - 1)} \frac{d \ln \Omega_k}{dR} + \frac{4\pi R F_z}{K\dot{M}} - \frac{4\pi\alpha W l}{K\dot{M}R} - \frac{(3\Gamma_1 - 1)}{2\eta(\Gamma_3 - 1)} \left(\left(\frac{l^2 - l_k^2}{R^3 K} \right) - \frac{\eta}{R} - \frac{d \ln \Omega_k}{dR} + \frac{2}{R} * (1 + \eta) \right)}{\frac{\dot{M}\Gamma_1}{R^2 \pi \alpha W (\Gamma_3 - 1)} - \frac{2\pi\alpha W}{K\dot{M}} - \left(\frac{(1 + \eta)\dot{M}}{2\pi\alpha W R^2} \frac{(3\Gamma_1 - 1)}{2\eta(\Gamma_3 - 1)} \right)}$$

$$\frac{d\eta}{dR} = \frac{(l^2 - l_k^2)}{R^3 K} - \frac{\eta}{R} - \frac{d \ln \Omega_k}{dR} + \frac{2(1 + \eta)}{R} - \frac{(1 + \eta)\dot{M}}{2\pi\alpha W R^2} \frac{dl}{dR}$$

在得到这两个方程后,我仅需要设定好边界条件,即可开始求解这组微分方程。本文设定 $r_0 = 10000$,并设定此处的边界角动量 $l_0 = l_k$ (此半径处的开普勒角动量)。 η 的计算公式为 $\eta = v_r^2 \Sigma / W$,我设定 v_{r0} 为标准吸积盘(SSD)在半径为 r_0 处的径向速度。可知标准吸积盘的径向速度解析解为[1]:

$$v_r = -(5.4 * 10^5) \alpha^{4/5} \dot{m}^{3/10} r^{-1/4} (M/M_\odot)^{-1/5}$$

代入 $r = r_0$ 即可算得 v_{r0} ,从而解出 Σ_0 , W_0 和 η_0 。

得知 η_0 和 l_0 后,可以逐一解出 $r = r_0$ 处的任意物理量。因而可以解出 $r = r_0$ 处的 dl/dr 和 $d\eta/dr$ 。于是可以从外边界处向内进行四阶龙格库塔方法的求解,一直解到盘的内边界。

据此,可以得到一系列半径下的各物理量。图 3-1 到 3-2 展示了我对不同吸积率以及黑洞质量下的计算结果。

$$M_{BH} = 10^7 M_{\odot}$$

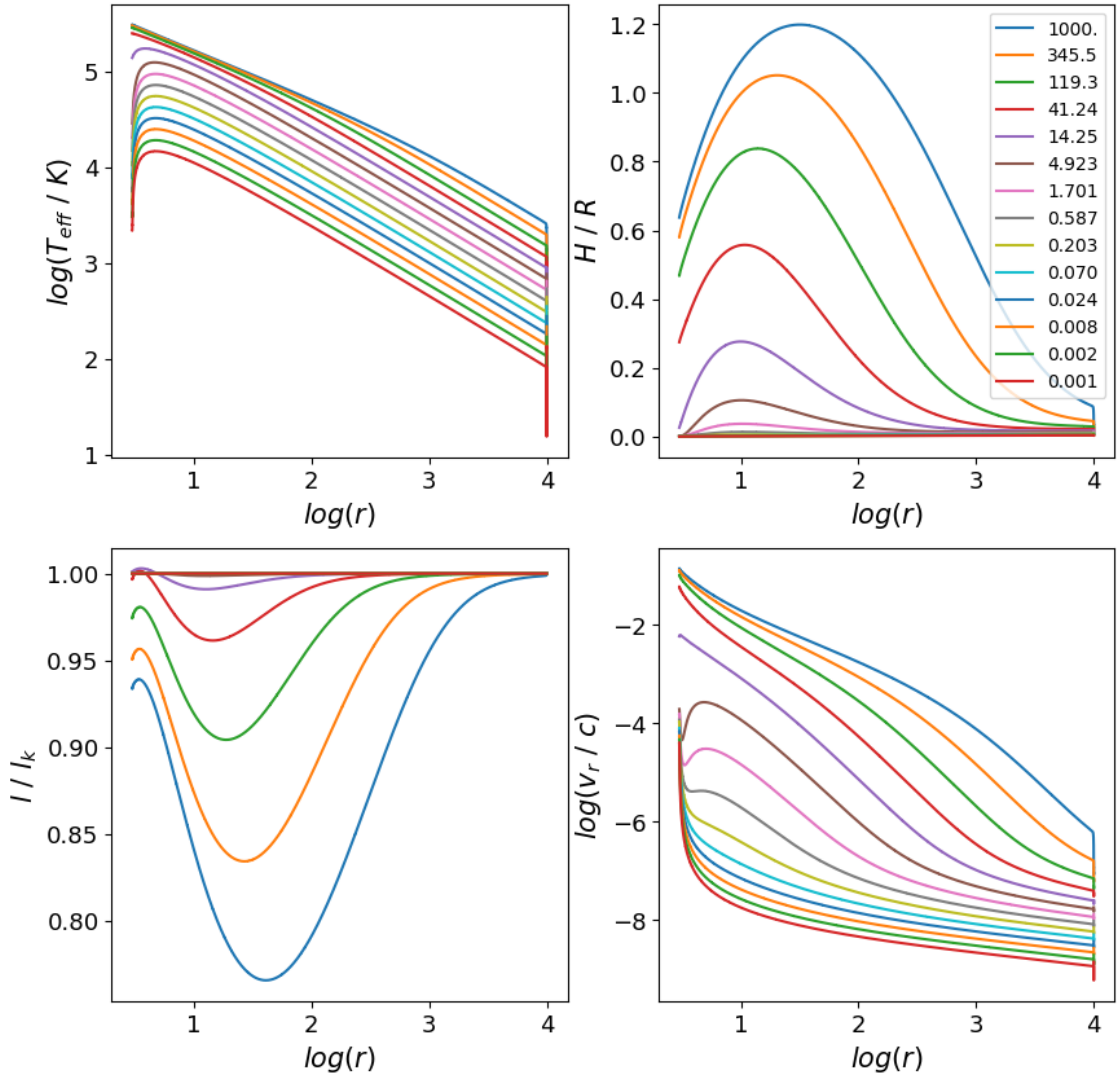


图 3-1 $M = 10^7 M_{\odot}$, 不同吸积率下的 slim 吸积盘结构 (通过不同颜色的线条展示)。图中展示了盘的厚度 H/R , 角动量 l/l_k , 径向速度 v_r/c , 有效温度 T_{eff} 随半径 r 的变化

$$M_{BH} = 10^1 M_{\odot}$$

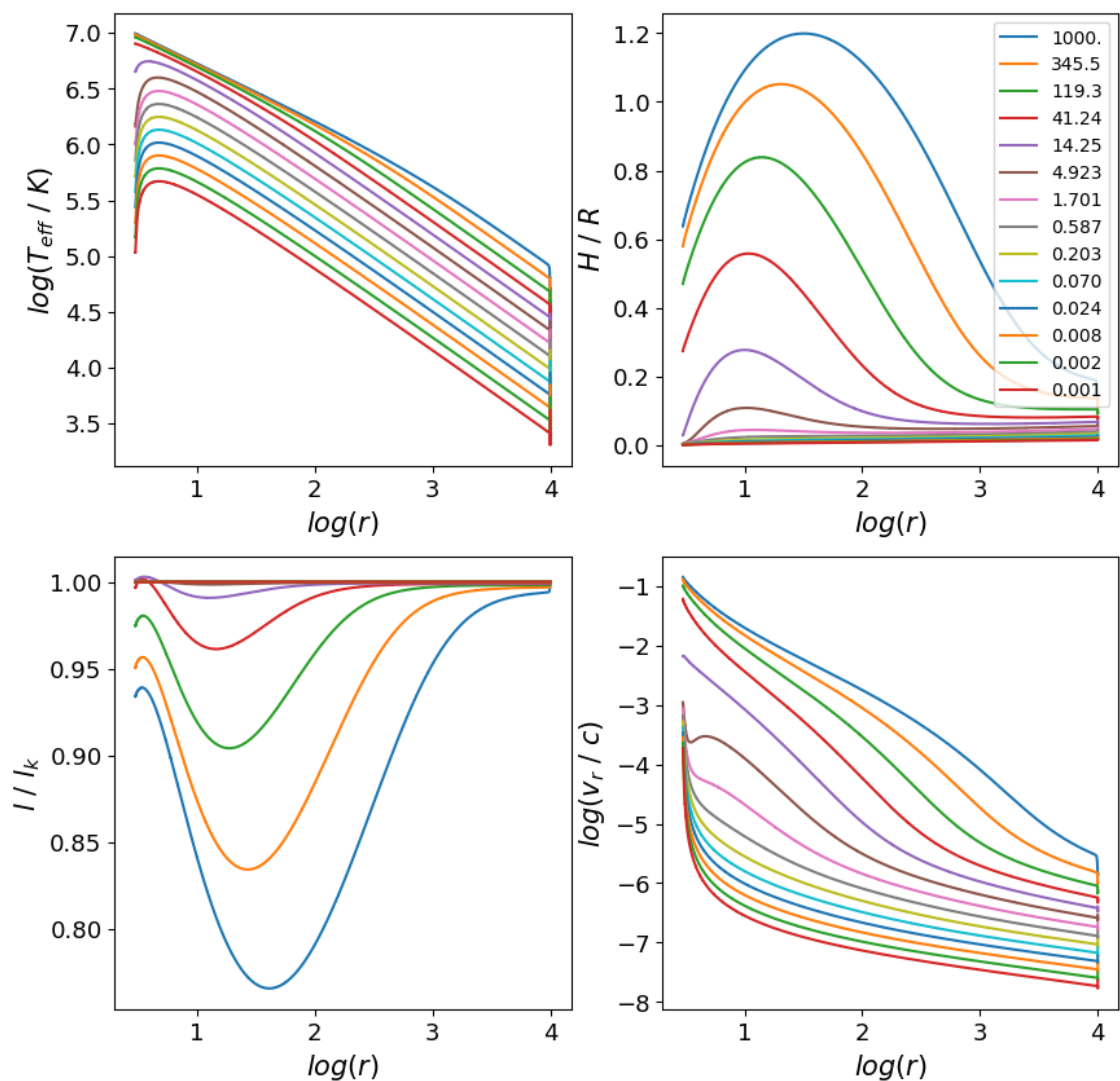


图 3-2 $M = 10M_{\odot}$ ，不同吸积率下的 slim 吸积盘结构（通过不同颜色的线条展示）。图中展示了盘的厚度 H/R ，角动量 l/l_k ，径向速度 v_r/c ，有效温度 T_{eff} 随半径 r 的变化

从图 3-1 到 3-2 可以看出, 对于标准吸积盘 ($\dot{m} \leq 1$), (1) 他们是几何薄的, 也就是说 $H/R < 10^{-2}$, (2) 即便在辐射压主导的区域, 角动量也是服从开普勒角动量分布的, (3) 有效温度与半径的关系大致为 $T_{eff} \sim r^{-3/4}$ 。相比于这些几何薄的吸积盘, slim 吸积盘则有着如下不同的特征: (1) 在 $r < 1000r_s$ 的区域, $H/R \sim 1$, 但在更靠外的区域, $H/R \sim 10^{-2}$, (2) 有效温度 $T_{eff} \sim r^{-1/2}$, (3) 吸积流的角动量分布是亚开普勒的, (4) 径流速度是超声速的, 且 $v_r \sim v_k$, 这导致能量快速被径流带进黑洞。这些结果与 Abramowicz et al. (1988) [14], Szuszkiewicz et al. (1996) [9], and Watarai et al. (2005) [11] 的结果基本吻合。

3.3 slim 吸积盘的辐射

Slim 吸积盘的标准谱已经被 Szuszkiewicz et al. (1996) [9], Wang et al. (1999) [12], Mineshige et al. (2000) [10], 和 Watarai et al. (2005) [11] 等人计算过了。在此文章中我采取简化的方法计算 slim 吸积盘的辐射, 我假设吸积盘是一个黑体, 并计算其表面的黑体辐射来得到其光谱。

普朗克函数 B_ν :

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)}$$

辐射的密度 I_ν 定义为 (系数 2 表示吸积盘的两个面, 系数 4π 表示全空间方向):

$$I_\nu = 2 * 4\pi * B_\nu$$

对全频率积分结果为:

$$F = \int I_\nu d\nu = 2 * 4\pi * \frac{2\pi^4 k^4 T^4}{15c^2 h^3}$$

将 I_ν 对整个吸积盘面积分得到 L_ν , 从而得到各频率下的光度 (使用 νL_ν 表示):

$$L_\lambda = \nu L_\nu = \nu \int 2\pi R I_\nu dR$$

将 F 对整个吸积盘面积积分，得到总的热光度 L_{bol} ：

$$L_{bol} = \int 2\pi R F dR$$

随后，我可以计算引力能转化为辐射能的效率：

$$Efficiency = \frac{L_{bol}}{\dot{M}c^2}$$

图 3-3 到 3-4 展示了一定黑洞质量下 L_{bol} 与 vL_v 随 \dot{m} 的变化。

$$M_{BH} = 10^7 M_{\odot}$$

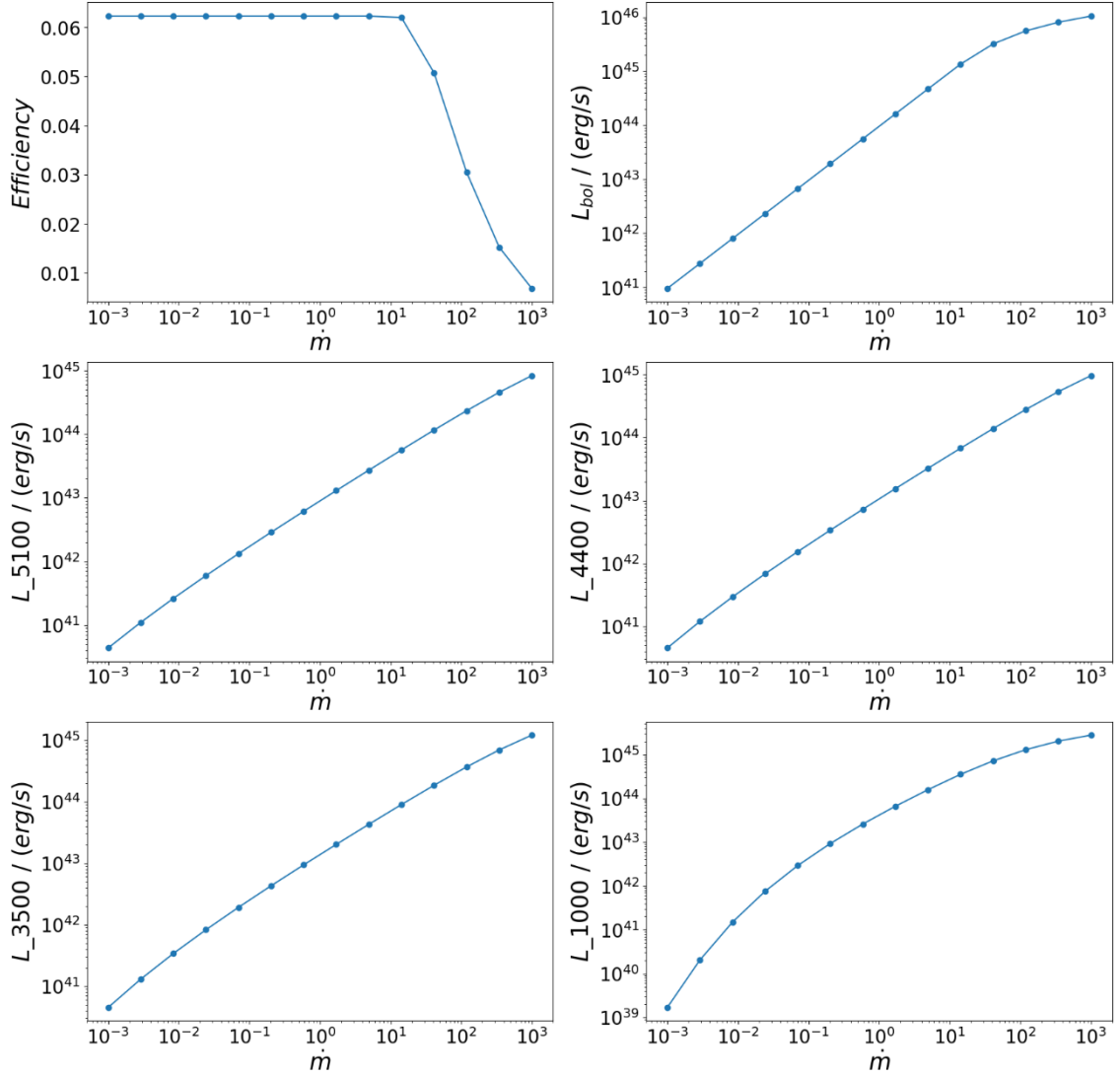


图 3-3 $M = 10^7 M_{\odot}$ ，不同频率的辐射光度随吸积率增高而增高的变化曲线，可以看到当吸积率 $\dot{m} > 10$ 时，光度上升速度开始减缓。此外通过 Efficiency 图的绘制，可以看出减缓的原因是辐射效率随着吸积率增高而下降。其中 5100, 4400, 3500, 1000 指的是辐射的波长（单位为埃）。

$$M_{BH} = 10^1 M_{\odot}$$

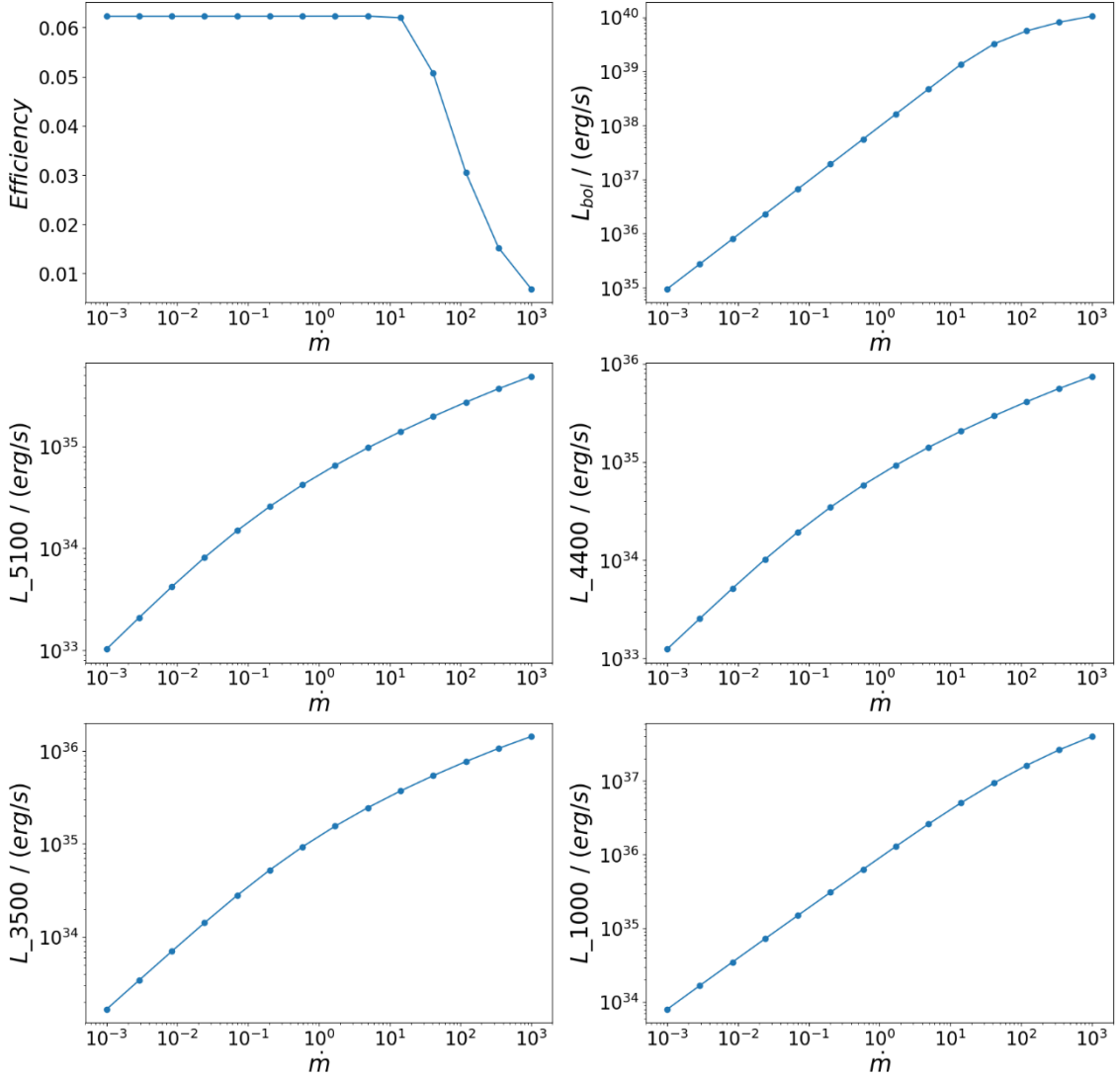


图 3-4 $M = 10M_{\odot}$ ，不同频率的辐射光度随吸积率增高而增高的变化曲线，可以看到当吸积率 $\dot{m} > 10$ 时，光度上升速度开始减缓。此外通过 Efficiency 图的绘制，可以看出减缓的原因是辐射效率随着吸积率增高而下降。其中 5100, 4400, 3500, 1000 指的是辐射的波长（单位为埃）。

此外，我也绘制出了不同吸积率情况下的吸积盘光谱，见图 3-5 到 3-6。

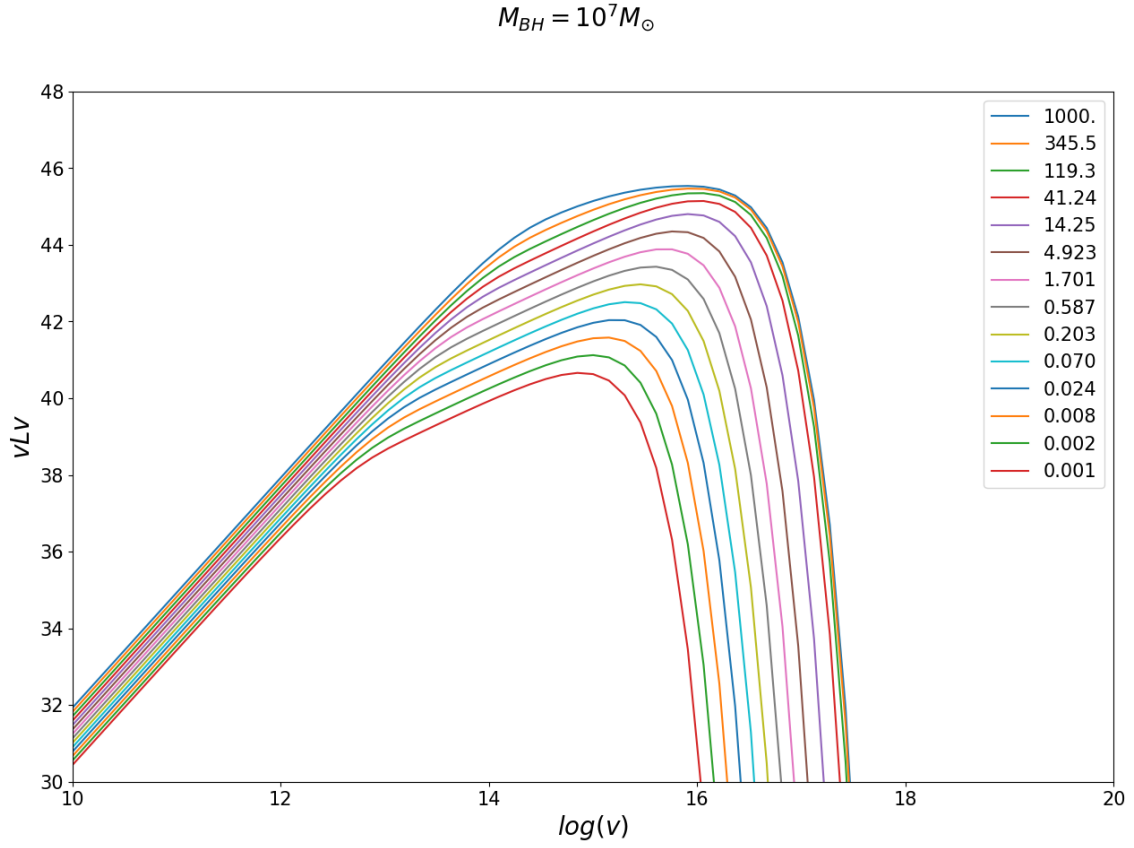


图 3-5 $M = 10^7 M_{\odot}$ ，不同吸积率下的 slim 吸积盘黑体辐射（通过不同颜色的线条展示）。可见在吸积率 $\dot{m} > 10$ 之后，谱的增强开始遇到上限，原因在于高吸积率下吸积径流将大量能量带入了黑洞，使得辐射的能量 Q_{rad} 无法随吸积率上升而无限增长

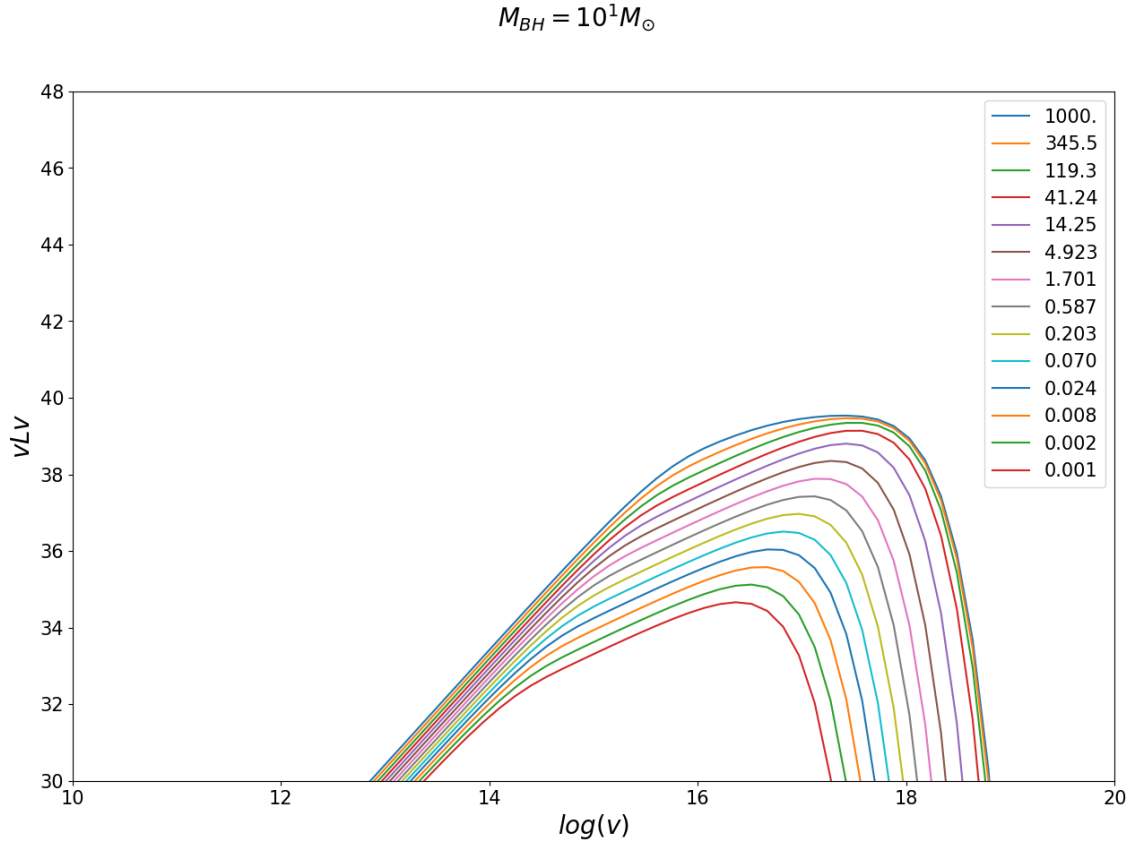


图 3-6 $M = 10M_{\odot}$ ，不同吸积率下的 slim 吸积盘黑体辐射（通过不同颜色的线条展示）。可见在吸积率 $\dot{m} > 10$ 之后，谱的增强开始遇到上限，原因在于高吸积率下吸积径流将大量能量带入了黑洞，使得辐射的能量 Q_{rad} 无法随吸积率上升而无限增长

4 潮汐瓦解事件的光度演化

接下来，根据 slim 吸积盘模型的光度计算结果，我们就可以计算不同质量和密度的恒星被撕碎时，得到光度随时间的演化。在此，我从理论上展示了一颗恒星（ $M_{\star} \sim 10M_{\odot}$ ）被撕碎的过程。其 $\dot{M}_{peak} \sim 1000\dot{M}_{Edd}$ 吸积盘吸积率由 1000 倍衰减到 0.001 倍爱丁顿吸积率的过程下的光度随时间变化的图像。当然，我们也可以取其他恒星质量来求解，但由于图像的横坐标是 t/t_{peak} ，而恒星的质量改变则反应在 t_{peak} 的改变，因而图像并不会变化，但是实际时间（而非比值）是会随着恒星质量变大而增多的。

绘制出图像后，可以看到在撕碎早期，光度下降的效率并不遵循 $t^{-5/3}$ 幂律形式递减，这是由 slim 吸积盘在高吸积率情况下辐射效率会降低导致的。

$$M = 10^7 M_{\odot} \text{ --- } M_* = 10.0 M_{\odot}$$

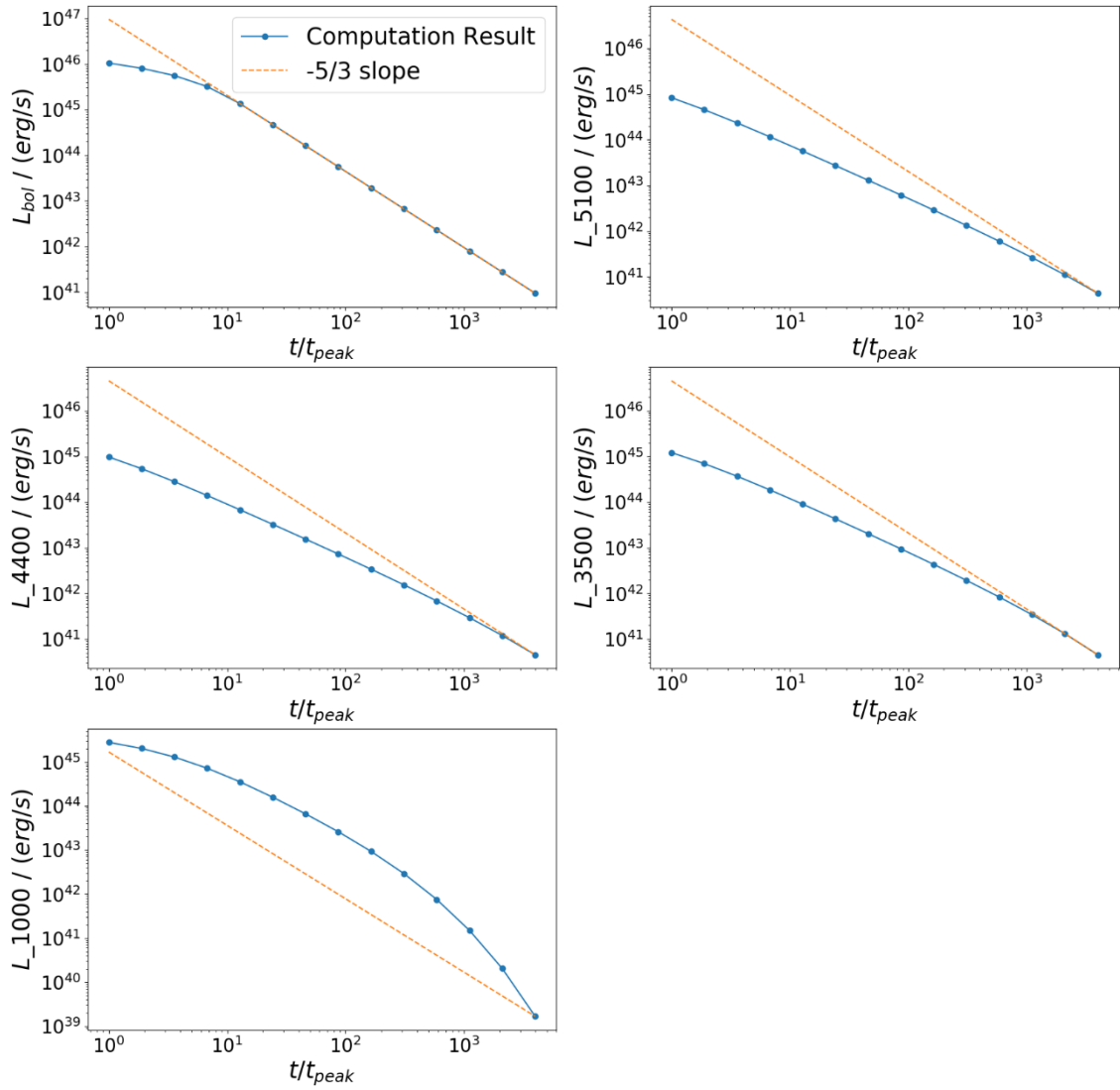


图 4-1 潮汐瓦解事件中, $M = 10^7 M_{\odot}$, 不同频率的辐射光度随时间流逝而下降的变化曲线, 可以看到在潮汐瓦解事件初始时 (吸积率 $\dot{m} \sim 1000$ 时), 光度下降的斜率并非为 $-5/3$, 而随后斜率逐渐向 $-5/3$ 靠近, 最后变成 $-5/3$ 。这种现象也是由辐射效率随着吸积率增高而下降导致的。此外也发现, 各频段的光度并不遵循此规律。其中 5100, 4400, 3500, 1000 指代的是辐射的波长 (单位为埃)。

$$M = 10^1 M_{\odot} \text{ --- } M_* = 10.0 M_{\odot}$$

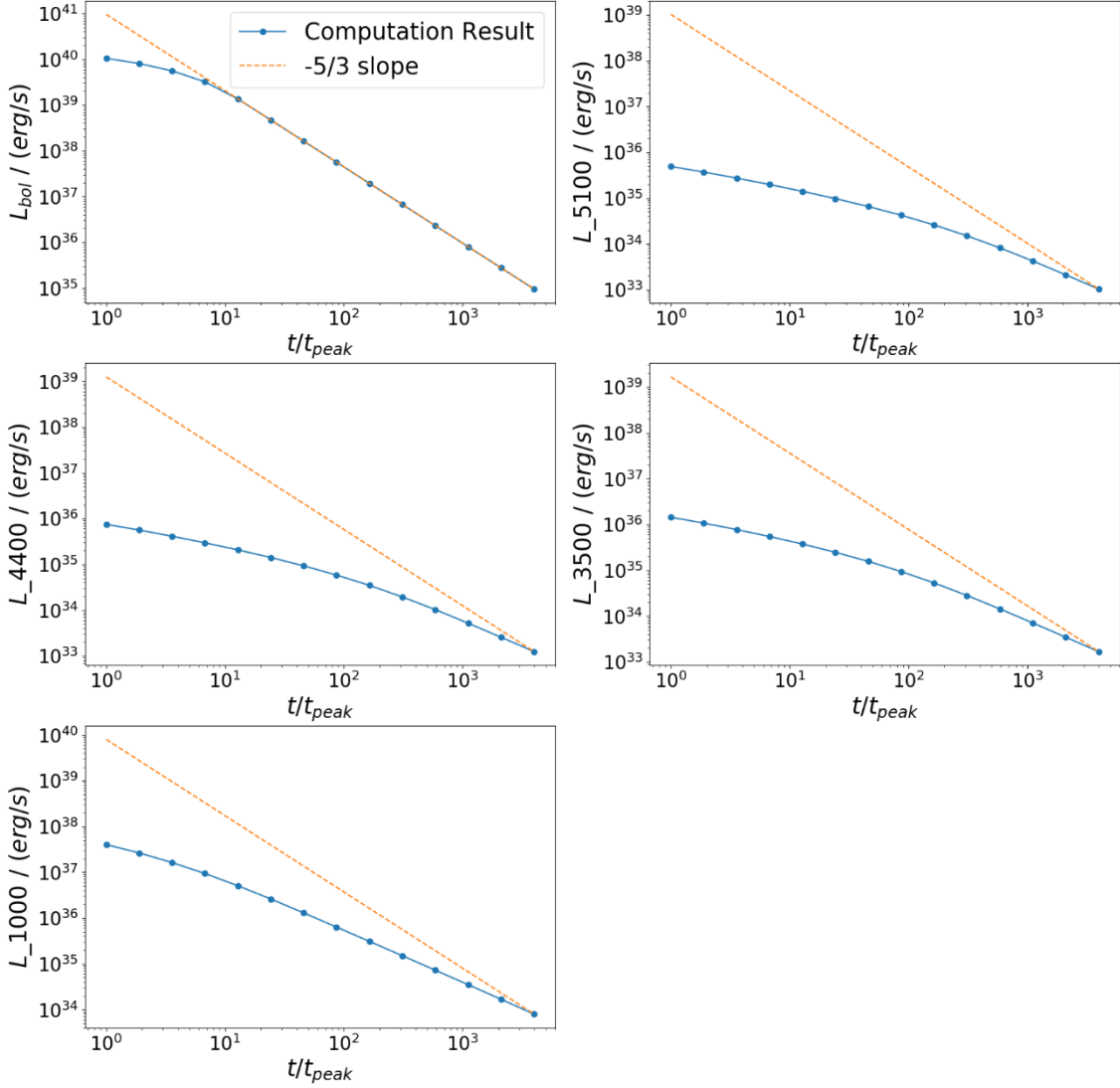


图 4-2 潮汐瓦解事件中, $M = 10 M_{\odot}$, 不同频率的辐射光度随时间流逝而下降的变化曲线, 可以看到在潮汐瓦解事件初始时 (吸积率 $\dot{m} \sim 1000$ 时), 光度下降的斜率并非为 $-5/3$, 而随后斜率逐渐向 $-5/3$ 靠近, 最后变成 $-5/3$ 。这种现象也是由辐射效率随着吸积率增高而下降导致的。此外也发现, 各频段的光度并不遵循此规律。其中 5100, 4400, 3500, 1000 指代的是辐射的波长 (单位为埃)。

5 结论

本工作中采用龙格库塔法计算了不同吸积率下吸积盘的整体解。得到了从 slim 吸积盘到 SSD 标准盘的谱演化。并且也估算了潮汐瓦解事件中不同频段光度随时间的演化，发现其总光度在初期不遵循 $\sim t^{-5/3}$ 的幂律形式，随后逐渐吻合此规律，这是由于 slim 吸积盘在高吸积率下的径流比例增大而导致的。然而各频段的光度并不遵循此规律。在往后的工作中，亦可以引入盘-冕模型[8]，加入冕的能量项，从而计算 X-ray 的光度演化的性质。

致谢

大学四年即将过去，在大学四年的学习和生活当中，我不但学到了知识，还学到了分析问题的方法和手段，有助于我在学习的道路上越走越远，越走越踏实。

首先感谢我的导师吴庆文教授。我从两年前开始跟随吴庆文教授学习，一路上吴老师给我提供了许多机会，开拓了我的眼界。吴老师一直很乐意与我交流，在后期我准备出国期间也给了我很多体谅。这几年与吴庆文教授的相处下来，我不但学到了思考问题的方法，还有对待科研严谨的态度。在我的研究遇到阻碍，以及对待某一个问题有新奇的想法时，我总能通过和吴老师进行交流使我有新的思路把问题继续研究下去。

其次感谢物理 1501 班的同学们，你们在平常的学习和生活之中与我的交流以及给我的帮助使我念念不忘；感谢周民罡、苏大钧、尚振中三位室友，和你们的朝夕相处使我有了一些美好的回忆。

最后感谢华中科技大学物理学院的所有老师和同学，在我平常的学习和生活之中给予了我无私地帮助，遇到困惑的时候也能帮我答疑解惑，在这里表示衷心的感谢。

最重要的是，感谢父母，感谢你们在我选择学习物理专业时的理解和支持。

参考文献

- [1] 加藤正二, 福江纯, 岭重慎, et al. 黑洞吸积盘[M]. 科学出版社, 2016.
- [2] Wang J.-M., Qiu J., Du P., Ho L. C., 2014, ApJ, 797, 65
- [3] 林一清. 超爱丁顿吸积盘的临界光度[J]. 中国科学:物理学 力学 天文学, 2016, 46(8):089512.
- [4] Rees M. J., 1988, Nature, 333, 523
- [5] 蒋凝, 王挺贵, 窦立明. 黑洞潮汐撕裂恒星事件及其回响[J]. 物理, 2018, 47(5):303-309.
- [6] Lee U . Transonic Disk Accretion Flows around a Weakly Magnetized Neutron Star[J]. Astrophysical Journal, 2009, 511(511):359.
- [7] Perets H B , Li Z , Lombardi J C , et al. Micro - tidal disruption events by stellar compact objects and the production of ultra-long GRBs[J]. Astrophysical Journal, 2016, 823(2):113.
- [8] Cao X . An accretion disc-corona model for X-ray spectra of active galactic nuclei[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2010, 394(1):207-213.
- [9] Szuszkiewicz, E., Malkan, M. A., & Abramowicz, M. A. 1996, ApJ, 458, 474
- [10] Mineshige, S., Kawaguchi, T., Takeuchim, M., & Hayashida, K. 2000, PASJ, 52, 499
- [11] Watarai, K.-Y., Ohsuga, K., Takahashi, R., & Fukue, J. 2005, PASJ, 57, 513
- [12] Wang, J.-M., Szuszkiewicz, E., Lu, F.-J., & Zhou, Y.-Y. 1999, ApJ, 522, 839
- [13] Chen, L.-H., & Wang, J.-M. 2004, ApJ, 614, 101
- [14] Abramowicz, M. A., Czerny, B., Lasota, J.-P., & Szuszkiewicz, E. 1988, ApJ, 332, 646
- [15] Li, G.-X., Yuan, Y.-F., & Cao, X. 2010, ApJ, 715, 623

- [16] Phinney, E. S. 1989, IAUS, 136, 543
- [17] Lodato, G., King, A. R., & Pringle, J. E. 2009, MNRAS, 392, 332
- [18] Ramirez-Ruiz, E., & Rosswog, S. 2009, ApJL, 697, L77
- [19] Guillochon, J., & Ramirez-Ruiz, E. 2013, ApJ, 767, 25 —. 2015, ApJ, 809, 166

附录

(以下常数均为 cgs 单位制)

辐射常数 $a = 7.5657 * 10^{-15}$

粘滞系数 $\alpha = 0.1$

引力常数 $G = 6.67 * 10^{-8}$

光速 $c = 3 * 10^{10}$

气体常数 $R_g = 8.314 * 10^7$

普朗克常数 $h = 6.626 * 10^{-27}$

平均分子摩尔质量 $\mu = 0.617$

电子散射不透明度 $\bar{\kappa}_{es} = 0.34$

玻尔兹曼常数 $k = 1.38 * 10^{-16}$

电子质量 $m_e = 9.1 * 10^{-27}$

质子质量 $m_p = 1.67 * 10^{-27}$

太阳质量 $M_{\odot} = 1.989 * 10^{33}$

汤普森散射截面 $\sigma_T = 6.6524 * 10^{-25}$