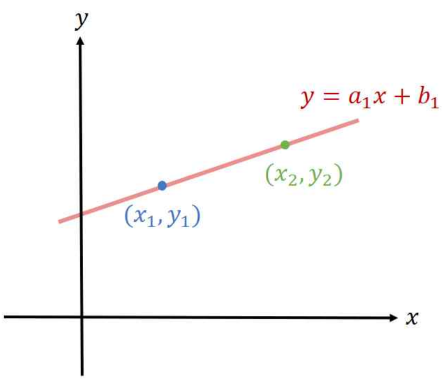
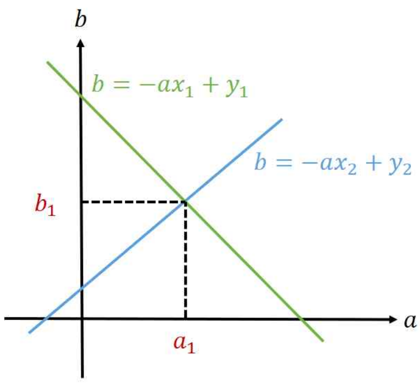
2. 허프변환

허프 변환이란 영상에서 직선을 찾아내는 방법 중 하나이다. 직선을 검출하는 방법 중에 윤곽선끼리 연결하여 직선을 찾아내는 방법도 있다. 하지만 현실에서는 연결 관계가 명확하지 않거나 잡음으로 인해 작은 조각으로 끊어져 있는 경우들이 많다. 허프 변환은 이러한 상황에서도 직선을 검출할 수 있게 해준다.

허프 변환의 기본 개념은 한 점이 가질 수 있는 직선은 $y = ax + b$ 로 표현할 수 있고, 이를 a와 b에 대한 식으로 표현하면 $b = -ax + y$로 나타낼 수 있다는 것이다. 즉 한 점이 가질 수 있는 모든 직선을 a와 b에 대한 평면에서 하나의 직선으로 표현할 수 있다. 그렇다면 반대로 a와 b 공간에서 두 직선의 교점은 x, y 공간에서 두 점을 지나는 하나의 직선을 의미하는 것이다. 지금까지 설명한 것들을 아래 그림을 통해 이해할 수 있다.



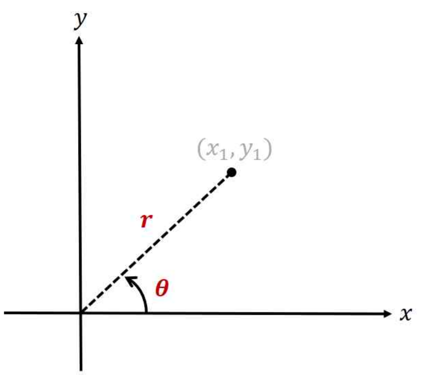
[x-y 공간]



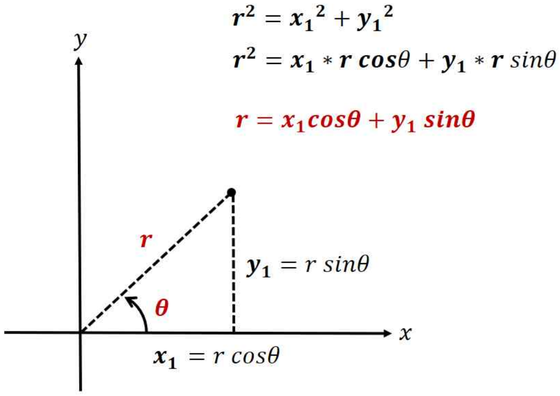
[a-b 공간]

따라서 윤곽선들을 대상으로 생각해 보면, 각각의 수많은 윤곽선 위의 점들을 [a-b]평면의 수많은 직선으로 옮기고, 이 직선들의 교점이 [x-y]평면에서 그 점들을 지나는 직선을 의미한다. 즉, 한 교점(a_1, b_1)에서 직선들이 겹친다는 것은 그 영상에서 $y = a_1x + b_1$ 이라는 직선이 존재할 가능성이 높아진다는 것을 의미한다.

하지만 이러한 [a-b] 공간으로의 변환에는 문제점이 존재한다. [x-y] 공간에서 기울기와 y 절편을 의미하는 a와 b는 범위가 무한대로 갈 수 있다는 것이다. 영상에는 범위가 존재한다. 화소의 정보를 담고 있는 배열은 가로와 세로의 길이가 유한한데, a와 b의 범위가 무한대로 간다면 정보를 담는 과정을 무한대로 반복해야 하는 오류가 생긴다. 따라서 [x-y] 공간의 점들을 다른 공간으로 변환시켜 표현한다는 아이디어는 같지만 범위가 유한한 변수들을 사용하여 공간 변환을 시켜줄 필요가 있다. 이에 사용되는 변수가 바로 r (원점과의 거리)와 θ (x축으로부터 각도)이다.

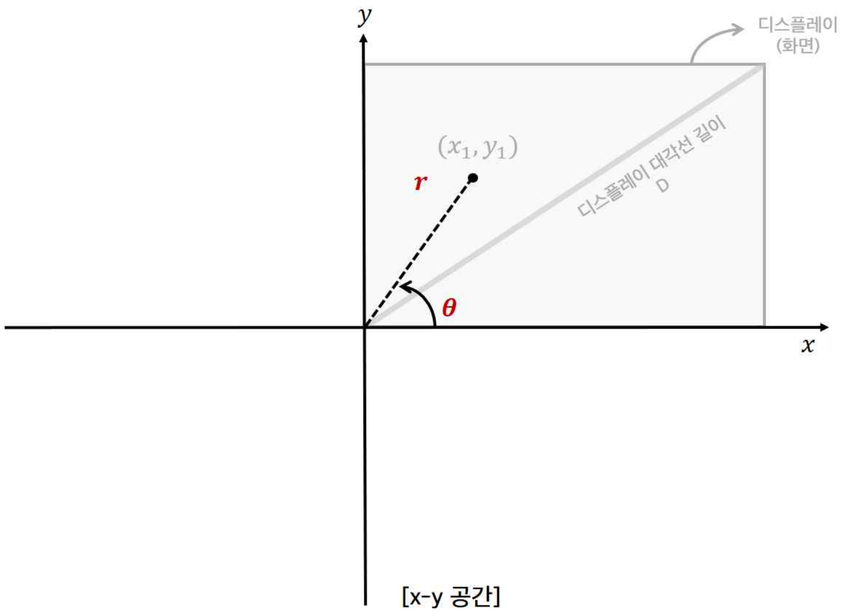


[x-y 공간]



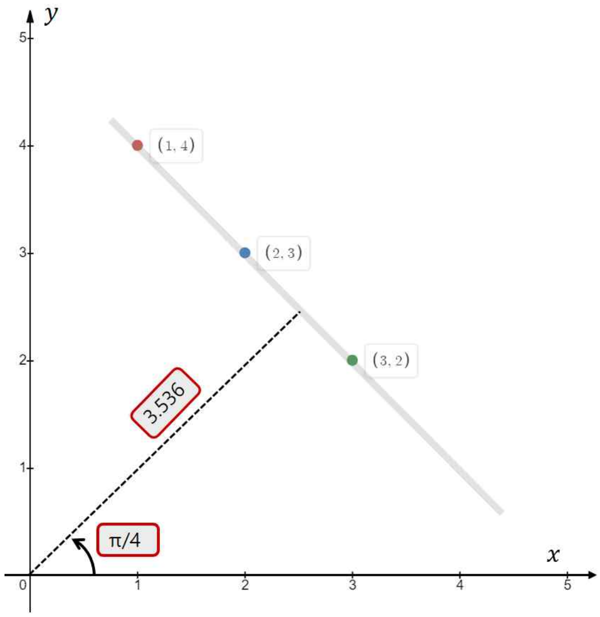
[x-y 공간]

위의 왼쪽 그림처럼 한 점을 원점에서 오른쪽으로 간 거리(x)와 원점에서 위로 간 거리(y)로 표현할 수 있지만, **각도(θ)**와 **거리(r)**를 통해서도 표현할 수 있다. 그리고 피타고라스의 정리를 통해 위의 오른쪽 그림에서 볼 수 있듯 $r = x_1\cos\theta + y_1\sin\theta$ 라는 식을 유도할 수 있다. 이 식을 기반으로 [x-y] 공간에 있는 점을 [θ-r] 공간으로 변환하면 곡선으로 표현된다. [x-y]공간에서 [θ-r] 공간으로 변환하는 것을 바로 허프 공간으로의 변환이라고 한다.

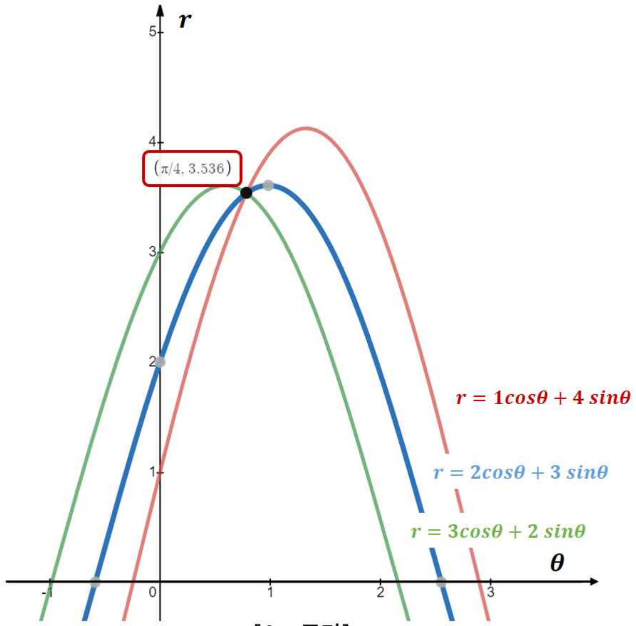


[x-y 공간]

그렇다면 왜 r와 θ를 통해 점을 표현하면 무한한 공간에서 유한한 공간으로 변환할 수 있는지에 대해 살펴보자. 위의 그림처럼 결국 우리가 직선을 검출해야 하는 부분은 디스플레이에 출력되는 1사분면에 있는 일정한 크기의 화면이다. 이러한 점을 고려해보면, r이 디스플레이를 넘어가는 점은 살펴볼 필요가 없는 점인 것이다. 따라서 r의 범위는 디스플레이의 대각선 길이인 D를 넘어갈 수 없다. 또한 θ가 180~270범위 사이에 있으면 r의 값이 얼마든지 1사분면에 직선이 표현될 수 없다. 따라서 θ의 범위는 이 범위를 제외한 -90~180 사이의 값을 가질 수 있는 것이다.



[x-y 공간]



[θ-r 공간]

지금까지 설명한 내용을 위의 그림으로 표현해보았다. [x-y] 공간에 있는 영상의 윤곽선 하나하나를 모두 허프 공간으로 변환시킨 후 곡선들 간의 교점을 찾는다. 그 교점은 겹쳐진 곡선만큼의 점들을 지나는 직선이라고 이해할 수 있으니 r과 θ정보를 가져와 다시 [x-y] 공간에서 직선을 그릴 수 있는 것이다.