530 陈斯杰 电子信息工程 第20次作业

1、由差分方程可推导出公式

$2 = (1+i)^n$，即

$n = \frac{ln2}{ln(1+i)}$

当i=1%时,n=69.661

当i=2%,n=35.003

当i=5%,n=14.207

当i=7%,n=10.245

当i=9%,n=8.043

当i=13%,n=5.671

2.

根据题意列出方程组：$\begin{cases} (1+r)^n = 2 \\ (1+2r)^m = 2 \end{cases}$ 得到：

$$\frac{2}{m} = \frac{2\ln(1+2r)}{n\ln(1+r)}$$

3.

(1).在Malthus模型中：$P(n+1) = kP(n) = K^{n+1}P(0)$

$\therefore P(n) = 2P(0) = k^n P(0) \to \tau = n = \frac{\ln 2}{\ln k}$

(2).$P(0) = 50, P(60) = k^{60}P(0)$

$k = 1.05, P(60) = 933.9593$

$k = 1.03, P(60) = 294.5802$

$k = 1.01, P(60) = 90.8348$

4.

令$P_n = P(n)$表示某人口群体在时间段n开始时的总数，若按年计算，设初始年为0,增量为$\Delta P_n = P_{n+1} - P_n$.

$$\Delta P_n = (\frac{40000 * 365}{1 * 10^9} - \frac{P}{d})P_n = (0.0146 - \frac{P}{d})P_n$$

所以

$$k = 1 + (0.0146 - \frac{P}{d}) = 1.0146 - \frac{P}{d}$$

5.

解方程：$x(n+1) = kx(n) + n$

解得：$x(n) = k^n x(0) + \sum_{i=0}^{n} k^{n-i-1} i$

6.

p(0)是借款=c,利息为r,每次还款数R,

得到递推公式p(n+1)=(1+r)p(n)-R,

化简后得cr(1+r)=R.

r变化后改为c(r+δr)(1+r+δr)=R即可.

7.若按月增长，每年的增长率为$(1+\frac{r}{1200})^{12}$

即将按月增长的年增长率与按年增长的年增长率$\frac{r}{100}$相比较，取较大值。

如果货币按每年c%贬值，那按月增长的工资实际年增长率为$(1+\frac{r}{1200}-\frac{c}{100})^{12}$

按年增长的工资的实际年增长率为$\frac{r-c}{100}$。

8.

可以列出P,b,T,R的关系式为：

$$P(1+b)^T = R$$

若P,b固定，T和R的关系式为：

$T = \frac{\ln(\frac{R}{P})}{\ln(1+b)}$,T随R的变大而变大.

若P,T固定，R和b的关系式为：

$R = P(1+b)^T$,R随b的变大而变大。

9.

(1).显而易见，n+1年后：$L(n+1) = L(n)(1+\frac{r}{100}) - R$

(2).$\frac{L(n+1)}{L(n)} = (1+\frac{r}{100}) - \frac{R}{L(n)} < 1 + \frac{r}{100} - \frac{R}{100\frac{R}{r}}$

$\because \frac{r}{100} - \frac{R}{100\frac{R}{r}} = \frac{100R-100R}{100\frac{R}{r}} = 0, \therefore \frac{L(n+1)}{L(n)} < 1 \rightarrow L(n+1) < L(n)$,证得每次还款都会使$L(n)$减少

(3).利用MATLAB与maple工具箱求解：

```
rn=maple('rsolve({r(n+1)=k*r(n)-c},r(n))')
```

得到$\lambda(n) = k^n(\lambda(0) + \frac{c}{1-k}) - \frac{c}{1-k}$

```
%q1_9_3
clear;clc;
eq=sym('(k^n)*(L+c/(1-k))-c/(1-k)');
sub_k=sym('1+r/100');
sub_c=sym('R');
eq=subs(eq,'k',sub_k);
eq=subs(eq,'c',sub_c);固定
%r,L,R求,n:
n=solve(eq,'n')固定
%r,L,n求,R:
R=solve(eq,'R')
```

固定r,L,R,$n = 1\ln\left(-100\frac{R}{Lr-100\,R}\right)\left(\ln\left(1+\frac{r}{100}\right)\right)^{-1}$

固定r,L,n,$R = \frac{Lr}{100}\left(1+\frac{r}{100}\right)^n\left(\left(1+\frac{r}{100}\right)^n - 1\right)^{-1}$

11、

每年年末所产生的种子数为原一岁种子产生的种子和原一岁以上种子产生的种子，即

$$u(n+1) = 21u(n) + 44(1 + u(1) + u(2) + \cdots + u(n-1)) \tag{1}$$

当n=n+1时，原式变化为：

$$u(n+2) = 21u(n+2) + 44(1 + u(1) + u(2) + \cdots + u(n)) \tag{2}$$

（2）式减去（1）式得

$$u(n+2) - 22u(n+1) - 23u(n) = 0 \tag{3}$$

由（3）式解得：

$$u(n)=\frac{1}{24}[u(0)+u(1)]23^n+\frac{1}{24}[23u(0)-u(1)](-1)^n$$

12.

l(n+1)=b(n),b(n+1)=l(n)-b(n),

因此b(n)=b(n-1)+b(n-2),

原矩形长与宽的比例是$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

16. 体积$V(t)=\frac{2}{3}\pi r^3$

$\frac{dv}{dt}=-KS=-K^{'}V(t)^{2/3}$

两边积分得

$$\int\frac{dv}{dt}=\int-K^{'}V(t)^{2/3}$$

$$\int V(t)^{-2/3}dv=\int K^{'}dt$$

$$-V(t)^{1/3}=K^{'}t+C$$

t $=0$时，$V(t)=V$ 得$C=-V^{1/3}$

t $=3$时，$V(t)=\frac{1}{8}V$ 得$K^{'}=\frac{1}{6}V^{1/3}$

当$V(t)=0$时，$t=-\frac{C}{K^{'}}=6$

所以还需要3小时全部融化