

## 2018 年全国大学生数学建模竞赛暨美赛培训

### 随机系统建模

厦门大学2016 级各学院

数学建模团队：谭忠教授；助教：陈小伟，姜小蒙，姚瑶，余娇妍

要求：(1) 必须用TEX输入编辑后将TEXPDF以及图表一并发邮件提交给ztan85@163.com及sxjm004@163.com，压缩包及邮件主题为“编号+姓名+专业+第\*次作业”；

(2) 必须抄题，以免判错。

1. 一批产品共有20件，其中有5件次品，其余为正品.现依次进行不放回抽取3次，求：

(1)第三次才取到次品的概率；

(2)在第一、第二次取到正品的条件下，第三次取到次品的概率；

(3)第三次取到次品的概率.

2. 设每个人血清中含有肝炎病毒的概率为0.004，随机混合100人的血清，求此血清中含有肝炎病毒的概率.

3. 甲、乙、丙三门高射炮彼此独立地向同一驾飞机射击，设甲乙丙射中飞机的概率分别为0.7,0.8,0.9.求：

(1)飞机被射中的概率

(2)又设若只有一门炮射中飞机坠毁的概率为0.7，若有两门炮射中飞机坠毁的概率为0.9，若三门炮都射中，飞机必坠毁，求飞机坠

毁的概率.

4. 某单位招聘2500人，按考试成绩从高分到低分依次录用，共有10000人报名，假设报名者的成绩 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，已知90 分以上有359 人，60分以下有1151人，问被录用者中最低分为多少？

5. 现有90台同类型的设备，各台设备的工作是相互独立的，发生故障的概率是0.01，且一台设备故障能由一个人处理.配备维修工人的方法有两种，一种是3 人分开维护，每人负责30 台，另一种是由三人共同维护90台.试比较两种方法在设备发生故障时不能及时维修的概率大小.

6. 某保险公司制定赔偿方案：如果一年内一个顾客的投保事件A发生，该公司就赔偿该顾客 $a$ 元.已知一年内事件A发生的概率为 $p$ ，为使公司收益的期望值等于 $a$ 的5%,该公司应该要求顾客缴纳多少元的保费？

7. 有朋自远方来，他乘火车、轮船、汽车飞机来的概率分别为0.3,0.2,0.1,0.4，如果他乘火车轮船、汽车来的话，迟到的概率分别为1/4, 1/3, 1/12，而乘飞机则不会迟到.现朋友迟到了，问他是乘火车来的概率是多少？

8. 掷两枚不均匀硬币，每枚正面出现的概率为0.4，记录前1000次掷硬币试验中两枚都为正面频率的波动情况.

9. 在一袋中有10个相同的球，分别标有号码1, 2,  $\dots$ , 10.每次任

取一个球,记录其号码放入袋中,再任取下一个.这种取法叫做有放回抽取.现有放回抽取三个球,球这三个球号码均为偶数的概率(用频率估计概率)

10、两人约定于12点到1点某地会面,先到者等20分钟后离去,试求两人能会面的概率.

11、用蒙特卡罗模拟计算 $\pi$

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \pi/4$$

12.我国某商品在国外销售情况共有连续24个季度的数据(1表示畅销,2表示滞销)序列如下:

112122111212112211212111

如果该商品销售情况满足马氏性和齐次性,试求:

(1) 试确定销售状态转移概率矩阵

(2) 如果现在是畅销,试预测这以后第四个季度的销售状态.

(3) 如果影响销售所有因素不变,试预测长期的销售状况.

13.一个系统由四个子系统组成,每个子系统独立工作,且在一个时间单位类正常工作的概率均为0.99,且都独立工作,又至少有2个子系统正常工作系统才能正常工作.当一个子系统出现故障不能工作室修理或者替换需4个单位时间.如果现在4个子系统都是新的,问在4个单位时间后该系统任正常工作的可靠性多大? 如果现在已坏了1个子系统,求4个工作单位后系统任正常工作的概率?

14.到达政府机关的客户常常去服务台1,结束了那里的服务后,30%的客户离开,而70%的客户去往服务台2.在服务台2服务结束后,50%的客户去往服务台3,20%的客户返回到服务台1,30%离开.从服务台3离开的客户,20%返回到服务台2,另外80%离开.假设客户从系统外部仅能到达服务台1,速率为每小时 $\lambda_1 = 3.8$ ,若服务的速率为 $\mu_1 = 9, \mu_2 = 7, \mu_3 = 7$ ,求均衡分布,系统中的平均人数和每一位顾客的平均等待时间.