

1 观察法与初等函数方法

1.8 电子游戏售卖问题

1.8.1

$$s(6) = \frac{200 \cdot 6}{6^2 + 100} = \frac{1200}{136} \approx 8.8235$$

$$s(12) = \frac{200 \cdot 12}{12^2 + 100} = \frac{2400}{244} \approx 9.8361$$

$$s(36) = \frac{200 \cdot 36}{36^2 + 100} \approx 5.1576$$

1.8.2

该产品的长期销售应为时间 $t \rightarrow \infty$ 时的销售量

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{200t}{t^2 + 100} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{200}{t + \frac{100}{t}} = 0$$

上式说明当时间 $t \rightarrow \infty$ 时，销售量的极限为0，即人们购买此游戏会越来越少直至无人购买。

1.11 洗衣问题

设分 n 次洗，第 n 次洗时用 a_n 公斤水，初始残留污物 m_0 ，第 n 次洗完残留污物 m_n

假设经过漂洗后，污物充分平均分布在水中，每次拧干后还剩含污物的水1公斤，我们

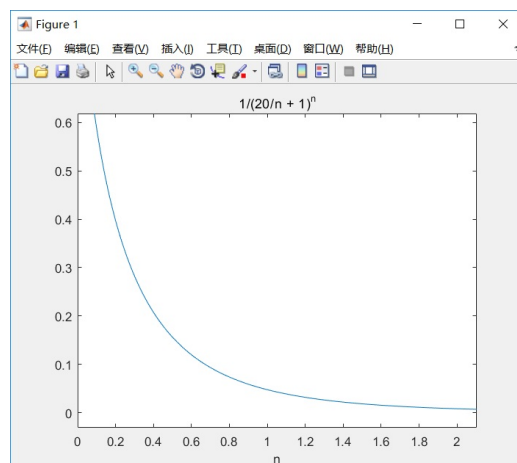
可以得出：
$$\frac{m_n}{m_{n-1}} = \frac{1}{a_n + 1}$$

可解得：
$$m_n = m_0 \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + a_i}$$

已知 m_0 为常数，及 $\sum_{i=1}^n 1 + a_i = n + 20$ 可知，当 $a_1 = a_2 = \dots = a_n = \frac{20}{n}$ 时 m_n 最小。

此时 $\frac{m_n}{m_0} = \frac{1}{(1 + \frac{20}{n})^n}$ ，并利用matlab画出其图像。

```
1 syms y n;
2 y=1/(1+20/n)^n;
3 ezplot(y)
```



由图像可得，当 n 增大时，残留物越少，由此可得出洗衣方法，每次洗衣用水相等，且洗得越多次越干净。

1.14 理财问题

利润=收入-支出

1.17 旅游问题

设孩子个数为 n 个，原价为 x ，总费用为 Y

$$Y_{\text{甲}} = (1.5 + 0.5n)x$$

$$Y_{\text{乙}} = \frac{2}{3}(2 + n)x$$

令 $Y_{\text{甲}} = Y_{\text{乙}}$ 得 $n = 1$

当 $n > 1$ 时甲旅行社优惠，当 $n = 1$ 时甲乙旅行社一样优惠。

1.20 建桥问题

1.20.1

$$y = \frac{256m}{x} + m\sqrt{x} + 2m - 256$$

1.20.2

求导得 $y' = \frac{m}{2x^2}(x^{\frac{3}{2}} - 512)$

令 $y' = 0$ 得 $x = 64$ ，在此点取到函数最小值，此时桥墩数为 $\frac{m}{x} - 1 = 9$ 个
故需新建9个桥墩才能使y最小。

1.23

T年后总收入为 $\int_0^T (850 - 40t)e^{0.05T} dt$

T年后总利润为 $Y(T) = \int_0^T (850 - 40t)e^{0.05T} dt - 400T$

当n=10时总利润最高，所以企业应该在第十年的时候报废设备

1.26

已知椭圆面积公式为 $S = \pi ab$

当椭圆柱油罐正立时，油量为 $S = \pi abh$

当椭圆柱油罐侧放时，且 $b < h < 2b$ 时，油量为 $S = \frac{al}{b}[(h-b)\sqrt{h(2b-h)} + b^2 \arcsin \frac{h-b}{b} + \frac{1}{2}\pi b^2]$

当椭圆柱油罐侧放时，且 $h < b$ 时，油量为 $abl[\frac{\pi}{2} - \arcsin(1 - \frac{H}{b}) - \frac{1}{2}\sin 2\arcsin(1 - \frac{H}{b})]$

1.29

$$A_0 e^{kt}$$

1.32

$$C = C(t) = A(e^{-k_e t} - e^{-k_a t})$$

$C'(t) = A(-k_e e^{-k_e t} + k_a e^{-k_a t})$ 设当 $t = t_0$ 时导数等于0。服药后，体内血药浓度的变化规律是：从0到 t_0 这段时间内体内药物浓度不断增高， t_0 以后逐渐减少。

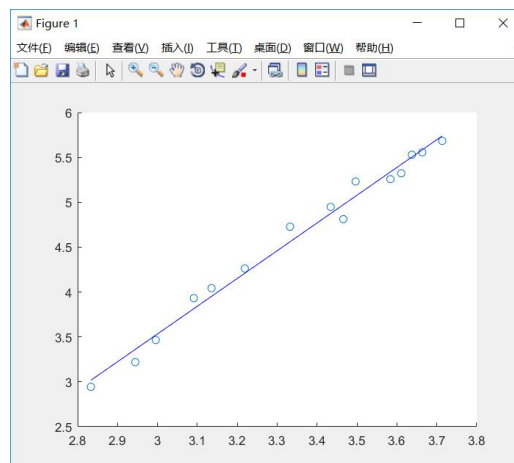
2 数据拟合方法与插值方法

2.2

```

4  x=[17 19 20 22 23 25 28 31 32 33 36 37 38 39 41];
5  y=[19 25 32 51 57 71 113 141 123 187 192 205 252 259 294];
6  x=log(x);
7  y=log(y);
8  A=polyfit(x,y,1);
9  z=polyval(A,x);
10 plot(x,y,'o',x,z,'b');
11 a=exp(A(2))
12 b=A(1)

```



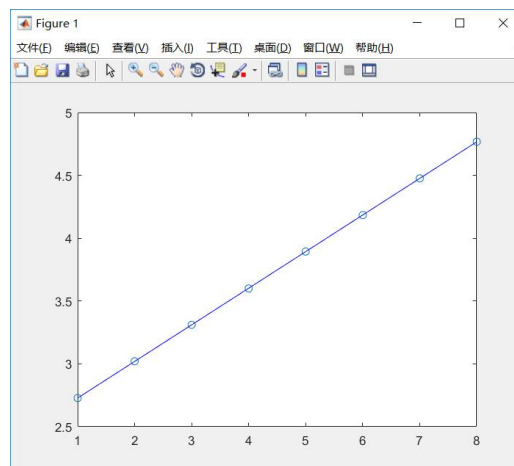
得 $a=0.0032$; $b=3.0919$

2.5

```

13 x=1:8;
14 y=[15.3 20.5 27.4 36.6 49.1 65.6 87.87 117.6];
15 y=log(y);
16 A=polyfit(x,y,1);
17 z=polyval(A,x);
18 plot(x,y,'o',x,z,'b');
19 a=exp(A(2))
20 b=A(1)

```



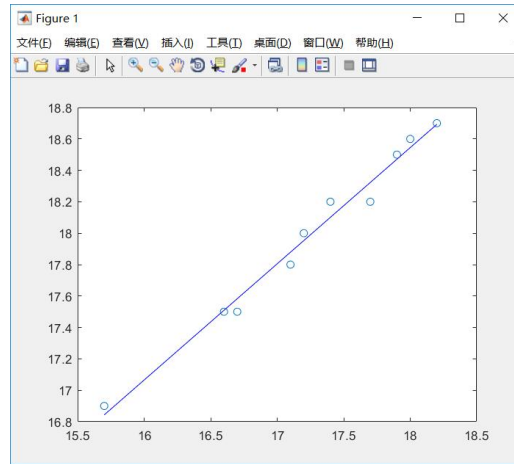
得 $a=11.4358$; $b=0.2913$

2.8

```

21 x=[16.7 18.2 18.0 17.9 17.4 16.6 17.2 17.7 15.7 17.1];
22 y=[17.5 18.7 18.6 18.5 18.2 17.5 18.0 18.2 16.9 17.8];
23 A=polyfit(x,y,1)
24 z=polyval(A,x);
25 plot(x,y,'o',x,z,'b');

```



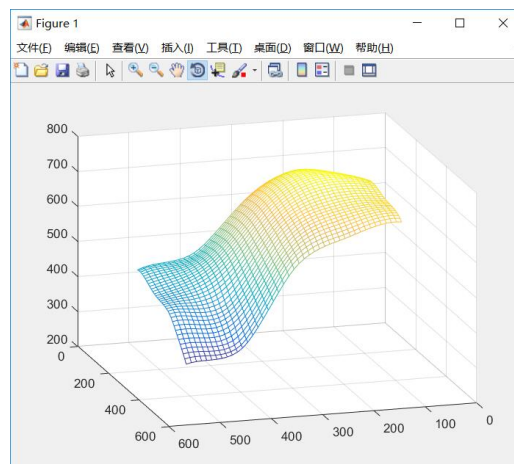
得 $y = 0.7398x + 5.2286$

2.14

```

26  x=[100 200 300 400 500 100 200 300 400 500 100 200 300 400 500
    100 200 300 400 500];
27  y=[100 100 100 100 100 200 200 200 200 200 300 300 300 300 300
    400 400 400 400 400];
28  z=[636 697 624 478 450 698 712 630 478 420 680 674 598 412 400
    662 626 552 334 310];
29  [x1,y1]=meshgrid(90:10:510,90:10:410);
30  z1=griddata(x,y,z,x1,y1,'v4');
31  mesh(x1,y1,z1);

```



得最高点为 (200, 200), 最高高程为712