530 陈斯杰 电子信息工程 第16次作业

1.依题意，以X_1, X_2为参考数列，X_3, X_4为比较数列。

```
1
A=[45.8,43.3,42.3,41.9]
B=[39.1,41.6,43.9,44.9]
C=[3.4,3.3,3.5,3.5]
D=[6.7,6.8,5.4,4.7]
%标准化
A=A./45.8
B=B./39.1
C=C./3.4
D=D./6.7
%求两级极值
E=abs(C-A)
F=abs(D-A)
G=abs(C-B)
H=abs(D-B)
max1=max([E,F])
max2=max([G,H])
min1=min([E,F])
min2=min([G,H])
%求灰色关联系数和加权关联度
M13=(min1+0.5*max1)./(E+0.5*max1);
R13=mean(M13)
M14=(min1+0.5*max1)./(F+0.5*max1);
R14=mean(M14)
M23=(min2+0.5*max2)./(G+0.5*max2);
R23=mean(M23)
M24=(min2+0.5*max2)./(H+0.5*max2);
R24=mean(M24)
```

可得，关联度$r_{13}=0.6983, r_{14}=0.6036, r_{23}=0.7658, r_{23}=00.6418$

2、

利用matlab计算关联矩阵R

```
x=[308.58  310  295  346  367
   195.4  189.9  189.2  205  222.7
   24.6  21  12.2  15.1  14.57
   20  25.6  23.3  29.2  30
   18.98  19  22.3  23.5  27.66
   170  174  197  216.4  235.8
   57.55  70.74  76.8  80.7  89.85
   68.56  70  85.38  99.83  103.4]';
[m,n]=size(x);
for  i=1:n
    x(:,i)=x(:,i)/x(1,i);
end
s1=3;
s2=5;
mu=x(:,s2+1:end);
zi=x(:,1:s2);
for  i=1:s1
    for  j=1:s2
        t(:,j)=zi(:,j)-mu(:,i);
    end
    min2=min(min(abs(t)));
    max2=max(max(abs(t)));
    rho=0.5;
    eta=(min2+rho*max2)./(abs(t)+rho*max2);
    R(i,:)=mean(eta);
end
R
```

得出结果如下图：

```
命令行窗口
>> test

R =

    0.8016    0.7634    0.5570    0.8102    0.9354
    0.6887    0.6672    0.5287    0.8854    0.8005
    0.7491    0.7219    0.5594    0.8927    0.8805

fx >>
```

根据关联矩阵分析得：

$R_{15}=0.9354$同行内最大，表明x_5对y_1的影响最大

$R_{24}=0.8854$同行内最大，表明x_4对y_2的影响最大

$R_{34}=0.8927$同行内最大，表明x_4对y_3的影响最大

第一行元素较大，表明y_1受行为影响最大。反之，第二行元素较小，表明，y_2受行为影响最小。

3.

原始数列为：x=[11 5.4 11.2 2.3 11.3 5 9 22 3 6 7 5 22 7 2 13 3 8 40 12 12 10 6 15 12]

欠年阈值为6，对应日期集为[2 4 6 9 12 15 17] 使用日期集进行GM(1,1)灰色预测，代码如下：

```
%建立符号变量a发展系数()和b灰作用量()
syms a b;
c = [a b];
%原始数列 A
A = [2 4 6 9 12 15 17];
n = length(A);
%对原始数列 A 做累加得到数列 B
B = cumsum(A);
%对数列 B 做紧邻均值生成
for i = 2:n
    C(i) = (B(i) + B(i - 1))/2;
end
C(1) = [];
```

```
%构造数据矩阵
B = [-C;ones(1,n-1)];
Y = A; Y(1) = []; Y = Y';
%使用最小二乘法计算参数 a发展系数()和b灰作用量()
c = inv(B*B')*B*Y;
c = c';
a = c(1); b = c(2);
%预测后续数据
F = []; F(1) = A(1);
for i = 2:(n+10)
    F(i) = (A(1)-b/a)/exp(a*(i-1))+ b/a;
end
%对数列 F 累减还原得到预测出的数据,
G = []; G(1) = A(1);
for i = 2:(n+4)
    G(i) = F(i) - F(i-1); %得到预测出来的数据
end
disp('预测数据为：');
G
```

得到的预测结果为：23.4069,30.0224,38.5076,49.3911，

即预测1994，2001，2010,2020年为欠年.

4.

设原始序列为$x(0) = (x(0)(1); x(0)(2); ; x(0)(5))$ $(2:874; 3:278; 3:337; 3:39; 3:679)$试建立GM (2; 1) 模型.

解：建立矩阵：

$$B=\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2)+x^{(1)}(1)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(3)+x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(4)+x^{(1)}(3)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(5)+x^{(1)}(4)] & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -4.513 & 1 \\ -7.8205 & 1 \\ -11.184 & 1 \\ -14.7185 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5)]^{\mathrm{T}}$$
$$= [3.278, 3.337, 3.390, 3.679]^{\mathrm{T}}$$

计算$(B^TB)^{-1}$

$$(B^{\mathrm{T}}B)^{-1}=\begin{bmatrix} 0.01732 & 0.1655 \\ 0.1655 & 1.8324 \end{bmatrix}.$$

由$U=(B^TB)^{-1}B^Ty$,得：

$$\hat{U}=\begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{bmatrix}=(B^TB)^{-1}B^{\mathrm{T}}y=\begin{bmatrix} -0.0372 \\ 3.0654 \end{bmatrix}.$$

把$\hat{a}$和$\hat{u}$带入时间响应方程，由于$x^{(1)}(1)=2.874$，故时间响应方程为

$$x^{(1)}(k+1)=[x^{(1)}(1)-\frac{\hat{u}}{\hat{a}}]e^{-\hat{a}k}+\frac{\hat{u}}{\hat{a}}=85.2665e^{0.0372k}-82.3925,$$

即时间响应方程为

$$x^{(1)}(k+1)=85.2665\,e^{0.0372k}-82.3925.$$

计算拟合值：

模型计算值$\hat{x}^{(0)}(k)$	**实际值**	**残差**$E(k)$	**相对误差**$e(k)$
$\hat{x}^{(0)}(2)$ **=3.2320**	$x^{(0)}(2)$ **=3.2780**	**0.0460**	**1.4%**
$\hat{x}^{(0)}(3)$ **=3.3545**	$x^{(0)}(3)$ **=3.3370**	**-0.0175**	**-0.53%**
$\hat{x}^{(0)}(4)$ **=3.4817**	$x^{(0)}(4)$ **=3.3900**	**-0.0917**	**-2.71%**
$\hat{x}^{(0)}(5)$ **=3.6137**	$x^{(0)}(5)$ **=3.6790**	**0.0653**	**1.78%**

精度检测与预测;

计算残差$E(k)=x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)$ **与相对残差**

$$e(k)=[x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)]/x^{(0)}(k)$$

见表 7.4 最后两列.

$x^{(0)}$ **的均值：** $\bar{X}=\frac{1}{5}\sum_{k=1}^{5}x^{(0)}(k)=3.3116$；

$x^{(0)}$ **的方差：** $S_1=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[x^{(0)}(k)-\bar{X}]^2}=0.2586$；

残差的均值： $\bar{E}=\frac{1}{N-1}\sum_{k=2}^{N}E(k)=0.0005$；

残差的方差： $S_2=\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=2}^{N}[E(k)-\bar{E}]^2}=0.0614$；

后验差比值： $C=\frac{S_2}{S_1}=\frac{0.0615}{0.4958}=0.2375$，

现在$0.6745S_1=0.6745\times0.2586=0.1744$，**而所有的**$|E(k)-\bar{E}|$
都小于0.1744，**故小误差概率：**

$$P=P\{|E(k)-\bar{E}|<0.6745S_1\}=1.$$

根据$P\geq0.95, C=0.2376<0.35$，**表示预测等级好，由此可知预测方程** $x^{(1)}(k+1)=85.2665\,e^{0.0372k}-82.3925$
可用. 进行外推预测：依次令$k=4,5$，**代入时间响应方程（7.9）得**

$$\hat{x}^{(1)}(5)=16.5542,\ \hat{x}^{(1)}(6)=20.3066.$$

解：根据灰色系统GM(1,2)的定义，写出一个适宜所有GM(2,1)的matlab程序：

```
function [ result ,err ] = gm21( x0 ,pre_num )
```

```
%如 x0=[41,49,61,78,96,104]; 注意这里为行向量%
%num 为预测个数
%为预测数组myans
%为相对误差err

n = length(x0);
x1 = cumsum(x0);%计算次累加序列1
a_x0 = diff(x0)';
z=0.5*(x1(2:end)+x1(1:end-1))'; %计算矩阵序列
B=[-x0(2:end)',-z,ones(n-1,1)];
u=B\a_x0;
x=dsolve('D2x+a1*Dx+a2*x=b','x(0)=c1,x(5)=c2');
x=subs(x,{'a1','a2','b','c1','c2'},{u(1),u(2),u(3),x1(1),
    x1(n)});
yuce=subs(x,'t',0:n-1);
x=vpa(x,6);
pre = zeros(1,n+pre_num);
for i = 1:n+pre_num
    if(i == 1)
        pre(i) = double(vpa(subs(x,'t',i-1),6));
    else
        pre(i) = double(vpa(subs(x,'t',i-1),6)) - double(
            vpa(subs(x,'t',i-2),6));
    end
end
result = pre;
err = zeros(1,n);
step = zeros(1,-1);
for i = 1:n
```

```
        err(i) = (x0(i) - pre(i))/x0(i);
    end
    end
x0 = [7.04  7.645  8.075  8.53  8.744];
[ result1 ,err1 ] = gm21( x0,1)
x1 = [7.04  7.645  8.075  8.53  8.744];
[ result2 ,err2 ] = gm21( x1,1)
```

结果为：result1 = 7.0400,6.9408,7.0901,7.0017,6.5262,5.4353

err1 = -0.0000 , 0.0921, 0.1220 , 0.1792 , 0.2536

result2 = 121.0000 , 155.3004 , 183.8785 , 210.0632 , 217.6622 , 158.0958

err2 = -0.0000 ,0.0811 , 0.0061 , 0.0320 , 0.3851

此为GM(2,1)的通用matlab代码。

6.(1)级比检验

```
#级比检验
x <- c(2.874,3.278,3.337,3.390,3.679)
lambda <- numeric(4)
for (i in 1:4) {
  lambda[i]=x[i]/x[i+1]
}
lambda
```

输出结果为：

```
> lambda
[1] 0.8767541 0.9823194 0.9843658 0.9214460
```

可见，所有的级比$\lambda(k)$都落在可容覆盖$\Theta = (e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}}) = (0.7165, 1.3956)$，所以数列$x^{(0)} = (2.874, 3.278, 3.337, 3.390, 3.679)$可以作为模型$GM(1,1)$进行数据灰色预测。

(2)建立模型$GM(1,1)$

```
#建立灰色模型#（，）对应的函数GM11
```

```
##表示原始数据数列，表示数据个数xk
gm11<-function(x,k)
{
  n<-length(x)
  x1<-numeric(n);
  for(i in 1:n)    #一次累加#
  {
    x1[i]<-sum(x[1:i]);
  }
  b<-numeric(n)
  m<-n-1
  for(j in 1:m)
  {
    b[j+1]<-(0.5*x1[j+1]+0.5*x1[j])    #紧邻均值生成#
  }
  Yn=t(t(x[2:n]))                  #构造#矩阵Yn
  B<-matrix(1,nrow=n-1,ncol=2)
  B[,1]<-t(t(-b[2:n]))             #构造#矩阵B
  A<-solve(t(B)%*%B)%*%t(B)%*%Yn;   #使用最小二乘法求得灰参数#a,u
  a<-A[1];
  u<-A[2];
  x2<-numeric(k);
  x2[1]<-x[1];
  for(i in 1:k-1)
  {
    x2[1+i]=(x[1]-u/a)*exp(-a*i)+u/a;
  }
  x2=c(0,x2);
  y=diff(x2);                     #累减生成，获得预测数据数列#
```

```
  y
}

yc <- gm11(x,6)
```

输出结果为：

```
> yc <- gm11(x,6)
> yc
[1] 2.874000 3.232039 3.354550 3.481704 3.613679 3.750656
```

所以，我们预测2004年的销售额为3.750656

(3)精度检验

```
#计算残差、相对误差#
NO <- 1:5
year <- 1999:2003
ori <- x
simu <- yc[1:5]
delta <- ori-simu
err <- abs(delta)/ori
tabl <- data.frame(NO,year,ori,simu,delta,err)
```

输出结果为：

```
> tabl
  NO year   ori     simu         delta          err
1  1 1999 2.874 2.874000  4.884981e-15 1.699715e-15
2  2 2000 3.278 3.232039  4.596109e-02 1.402108e-02
3  3 2001 3.337 3.354550 -1.754976e-02 5.259144e-03
4  4 2002 3.390 3.481704 -9.170440e-02 2.705145e-02
5  5 2003 3.679 3.613679  6.532115e-02 1.775514e-02
```

(4)计算灰色关联度.

```
##原始数据数列，是预测数据数列x1x2
x1 <- x
```

```
x2 <- gm11(x,length(x))
#检验模型精度#
acc <- function(x1,x2)
{
  n <- length(x1);
  sum1 = 0;
  for(k in 2:n-1)
  {
    sum1 <- sum1+(x1[k]-x1[1]);
  }
  s1 <- sum1+0.5*(x1[n]-x1[1]);
  sum2 = 0;
  for(k in 2:n-1)
  {
    sum2 <- sum2+(x2[k]-x2[1]);
  }
  s2 <- sum2+0.5*(x2[n]-x2[1]);
  abs1 <- abs(s1)
  abs2 <- abs(s2)
  abs12 <- abs(s1-s2)
  ee <- (1+abs1+abs2)/(1+abs1+abs2+abs12)
  ee
}
acc(x1,x2)
```

输出结果为：

```
> acc(x1,x2)
[1] 0.9933871
```

灰色关联度为0.9933871，模型精度较高，可以用于预测。

7、

(1) 本问题主要分析影响渔获量即总产量X_1 的主要因素，将序列$X_1 = (38453.9, 35541.81, 57236.4, 46120$
作为参考序列.

- 将参考序列即剩余四个因素序列用均值法进行无量纲化得：

$$X_1 = (0.8167, 0.7549, 1.2156, 0.9796, 1.2989, 0.9343)$$

$$X_2 = (0.7795, 0.5983, 0.9222, 0.8872, 1.5271, 1.2857)$$

$$X_3 = (0.9753, 0.8907, 0.8035, 1.0546, 1.1789, 1.0969)$$

$$X_4 = (0.9964, 1.2000, 1.2536, 1.0500, 0.8089, 0.6911)$$

$$X_5 = (0.8263, 0.8363, 1.4929, 0.9166, 1.0873, 0.8405)$$

- 计算灰色关联系数

  根据关联系数$\xi_i(k)$的公式，其中ρ取0.5得系数矩阵为：

$$\xi_i(k) = \begin{pmatrix} 0.9022 & 0.6340 & 0.4729 & 0.7548 & 0.5381 & 0.4269 \\ 0.6309 & 0.6685 & 0.3875 & 0.7955 & 0.6975 & 0.6246 \\ 0.5995 & 0.3689 & 0.8999 & 0.8072 & 0.3464 & 0.5215 \\ 1.0000 & 0.7801 & 0.4875 & 0.8268 & 0.5577 & 0.7516 \end{pmatrix}$$

- 计算灰色加权关联度

  把各年份的权重相等取值即$W = (1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6)$ 得

$$R(1,2) = 0.6215, R(1,3) = 0.6341, R(1,4) = 0.5906, R(1,5) = 0.7339$$

  从以上结果可以看出平均单船产量是影响渔获量得最大因素，其他依次为作业船数、作业次数、CPUE。

(2) 选择关联度在0.60以上的因素作为建立模型的因子，运行以下代码：

```
A =[38453.9,35541.81,57236.4,46120.8,61158.05,43989.54];
x0=[20674,15867,24460,23531,40502,34100;
    369,337,304,399,446,415;
    104.2111,105.4653,188.2776,115.591,137.1257,105.9989];
[n,m]=size(x0);
AGO=cumsum(A);
```

```
T=1;
x1=zeros(n,m+T);
for k=1:(m-1)
    Z(k)=(AGO(k)+AGO(k+1))/2; %Z(i)为xi(1)的紧邻均值生成序列
end
for i=1:n
    for j=1:m
        for k=1:j
            x1(i,j)=x1(i,j)+x0(i,k);%原始数据一次累加得到,xi(1)
        end
    end
end
x11=x1(:,1:m);
X=x1(:,2:m)';%截取矩阵
Yn =A;%为常数项向量Yn
Yn(1)=[]; %从第二个数开始，即x(2),x(3)...
Yn=Yn';
%Yn=A(:,2:m)';
B=[-Z',X];
C=((B'*B)\(B'*Yn))';%由公式建立GM(1,n)模型
a=C(1);
b=C(:,2:n+1);
```

得灰类参数

$$a = 1.7144, b = [0.9021, 20.3951, 401.7470]$$

根据模型GM(1,4)得

$$\widehat{x_1}^{(1)}(k+1) = [x_1^{(0)} - \frac{1}{a}\sum_{i=2}^{N} b_i x_i^{(1)}(k+1)]e^{-ak} + \frac{1}{a}\sum_{i=2}^{N} b_i x_i^{(1)}(k+1)$$

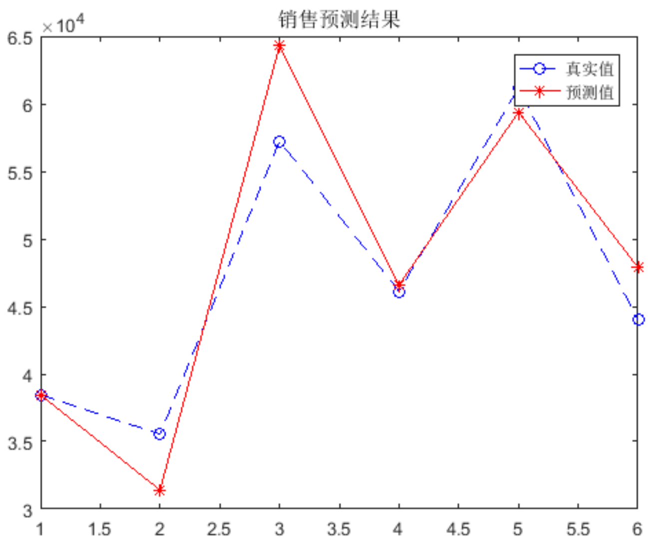
$$\widehat{x_1}^{(0)}(k+1) = \widehat{x_1}^{(1)}(k+1) - \widehat{x_1}^{(1)}(k)$$

代码如下：

```
F=[];
F(1)=A(1);
u=zeros(1,m);
```

```
for i=1:m
    for j=1:n
        u(i)=u(i)+(b(j)*x11(j,i));
    end
end
for k=2:m
    F(k)=(A(1)-u(k)/a)/exp(a*(k-1))+u(k)/a;
end
G=[];
G(1)=A(1);
for k=2:m
    G(k)=F(k)-F(k-1);%两者做差还原原序列，得到预测数据
end
t1=1:m;
t2=1:m;
plot(t1,A,'bo--');
hold on;
plot(t2,G,'r*-');
title('预测结果');
legend('真实值','预测值');
```

得比较图如下：



对上述模型进行检测，如下表：

年份	$\hat{x}_0$拟合值	观察值	误差	相对误差(%)
1996	38453.9	38453.9	0	0
1997	31408.4	35541.8	4133.3	11.63
1998	64296.8	57236.4	-7060.3	-12.34
1999	46586.3	46120.8	-465.5	-1.01
2000	59373.7	61158.1	1784.3	2.92
2001	47883.9	43989.5	-3894.3	-8.85

总体相对误差绝对值在2——13%之间，平均误差为6.125%。因此该模型具有一定的可信度

我们假定2002年平均单船产量达到往年平均水平，为126.11吨/艘，北太平洋实际参加生产的渔船数量为380艘，作业次数采用历年单船平均值为依据合计26000次，则2002年总产量将达53200吨

8.可采用主成分分析，因子分析和灰色系统分析，此处，我们采用灰色系统分析来进行因素分析。

以X_0为参考数列,$X_i, i = 1...16$为比较数列。将秒换算为毫秒。

```
data=table2array(readtable('8.txt'))
for i=1:17
  eval(['X',num2str(i-1),'=','data(i,:)',';'])
end
%均值化
for i=1:17
  eval(['X',num2str(i-1),'=','X',num2str(i-1),'./(sum(','X',
      num2str(i-1),')/5)'';'])
end
%求两级极值
for i=1:16
  eval(['Y',num2str(i),'=','abs(','X',num2str(i),'-','X',num2str
      (0),');'])
```

```
end
Z=Y1
for i=2:16
    eval(['Z=','[Z,Y',num2str(i),'];'])
end
max=max(Z);
min=min(Z);
%求灰色关联系数和加权关联度
for i=1:16
    eval(['M',num2str(i),'=','(min+0.5*max)./','(X',num2str(i),'
        +0.5*max)',';'])
end
for i=1:16
    eval(['R',num2str(i),'=','sum','(M',num2str(i),')/5',';'])
end
r=R1
for i=2:16
    eval(['r=','[r,R',num2str(i),'];'])
end
r=r'
```

得到最后得灰色关联矩阵

$$\begin{pmatrix} 0.0712 \\ 0.0708 \\ 0.0706 \\ 0.0705 \\ 0.0709 \\ 0.0717 \\ 0.0713 \\ 0.0711 \\ 0.0708 \\ 0.0708 \\ 0.0707 \\ 0.0705 \\ 0.0707 \\ 0.0707 \\ 0.0705 \\ 0.0705 \end{pmatrix}$$

由以上矩阵可知，抓举对铅球影响相对最大，而田径类运动对铅球影响相对较小。

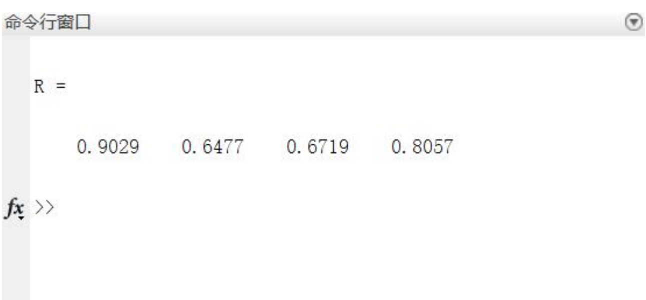
9、

利用matlab计算关联矩阵，代码如下：

```
[language=matlab, linewidth=0.9\linewidth]
clear;clc;
x=[960800 257119 173758 688860 2080537
   971668 276880 216354 702719 2167621
   1023730 296592 204911 715030 2240263
```

```
    1046095  355943  211100  716341  2329479
    1052384  365933  239101  729051  2386469
    1099454  398715  244888  771625  2514682
    1167362  319486  232816  806689  2526353
    1193838  459177  269779  758769  2681563
    1185079  488706  268956  768619  2711360];
[m,n]=size(x);
for  i=1:n
     x(:,i)=x(:,i)/x(1,i);
end
s1=1;
s2=4;
mu=x(:,s2+1:end);
zi=x(:,1:s2);
for  i=1:s1
     for  j=1:s2
          t(:,j)=zi(:,j)-mu(:,i);
     end
     min2=min(min(abs(t)));
     max2=max(max(abs(t)));
     rho=0.5;
     eta=(min2+rho*max2)./(abs(t)+rho*max2);
     R(i,:)=mean(eta);
end
R
```

得到关联矩阵如下图：



10.

原始矩阵$X^{(0)}$=[2.38 2.80 4.25 6.85 11.30],

累加矩阵$X^{(1)}$=[2.38 5.18 9.43 16.28 27.58],

构造矩阵$B=\begin{pmatrix} -3.78 & 1 \\ -7.3 & 1 \\ -12.8 & 1 \\ -21.9 & 1 \end{pmatrix}$,

使用最小二乘法算得$\hat{u}=\begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.97 \end{pmatrix}$,检验误差为0.04，精度理想。

对32kg/mm^{2}下的时间做预测，得23.82，即估计能够承受2382h后断裂。