530 陈斯杰 电子信息工程 第14次作业

1、

$P(1)=\frac{15}{20}\times\frac{14}{19}\times\frac{5}{18}=\frac{35}{228}$

$P(2)=\frac{5}{18}$

$P(3)=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

2、含有肝炎病毒的概率= 1-不含有肝炎病毒的概率(100 人均不含肝炎病毒)，即

$$P=1-0.996^{100}=0.3302$$

所以，此血清中含有肝炎病毒的的概率为0.3302.

3.(1)P(飞机被射中) $=1-P$(飞机为被射中) $=1-0.3\times0.2\times0.1=0.994$;
(2)P(飞机坠毁) $=P$(一门高射炮射中) $\times P$(飞机坠毁| 一门高射炮射中) $+P$(两门高射炮射中) $\times P$(飞机坠毁|两门高射炮射中) $+P$(三门高射炮射中) $\times P$(飞机坠毁|三门高射炮射中)
$=(0.7\times0.2\times0.1+0.3\times0.8\times0.1+0.3\times0.2\times0.9)\cdot0.7$

$+(0.7\times0.8\times0.1+0.7\times0.2\times0.9+0.3\times0.8\times0.9)\cdot0.9$

$+(0.7\times0.8\times0.9)\cdot1$

$=0.9266$

4.
模型符合正态分布.
10000人招聘2500人，即招聘通过率25%,后75%的人将被筛去.
通过查询标准正态分布表可得，$\Phi(0.67)=0.7486$，
又因为90分以上359人，60分以下1151人，查表可得$\Phi(1.80)=0.9641$，$\Phi(1.20)=0.8849$
$\frac{90-\mu}{\phi}=1.8,\frac{\mu-60}{\phi}=1.2$,解得$\mu=72,\phi=10$.
代回$\frac{X-\mu}{\phi}=0.67$,得X=78.7,即最低分为78.7.

5.解：假设发生故障为事件A，则$p_A=0.01$，假设同时发生故障的机器台数为k：若采用三人共同维护90台的方案：
p不能及时维修
=1-p(k=0)-p(k=1)-p(k=2)-p(k=3)
=1-$C_{90}^0*0.99^{90}-C_{90}^1*0.01*0.99^{89}-C_{90}^2*0.01^2*0.99^{98}-C_{90}^3*0.01^3*0.99^{97}$
=0.01294

若采用三人每个人分别维护30台的方案：p不能及时维修

=[1-p(k=0)-p(k=1) $]^3$

=[1-$C_{30}^0 * 0.99^{30} - C_{30}^1 * 0.01 * 0.99^{29}]^3$

=$4.72 * 10^{-5}$

6.

$\because P(A) = p, \therefore P(\overline{A} = 1 - P(A) = 1 - p)$

$E = (1-p) * x - p * a = 0.05 * a, \therefore x = \frac{(0.05+p)*a)}{1-p}$

得到的x即是该公司要求顾客缴纳的保费

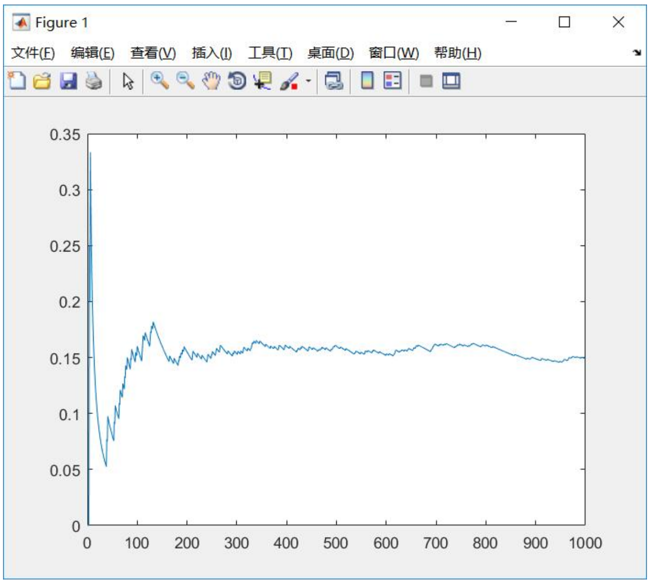
7.由贝叶斯公式可知，乘火车的概率为

$P = \frac{0.3\times0.25}{0.3\times0.25+0.2\times\frac{1}{3}+0.1\times\frac{1}{12}} = 0.5$

8、利用matlab模拟，代码如下：

```
clc;clear;
m=zeros(1000,1);
n=0;
for i=1:1000
    a=rand;
    b=rand;
    if a<0.4&&b<0.4
        n=n+1;
    end
    m(i)=n/i;
end
plot(m);
```

得出频率变化结果如下图：



9.每次抽取时抽到偶数的概率为$\frac{1}{2}$，因为是有放回抽取，所以三次抽取时抽到偶数的概率均为$\frac{1}{2}$，设事件X为三个球号均为偶数，则：

$$P(X)=\frac{1}{2}^3=0.125$$

所以，三个球号码均为偶数的概率为0.125

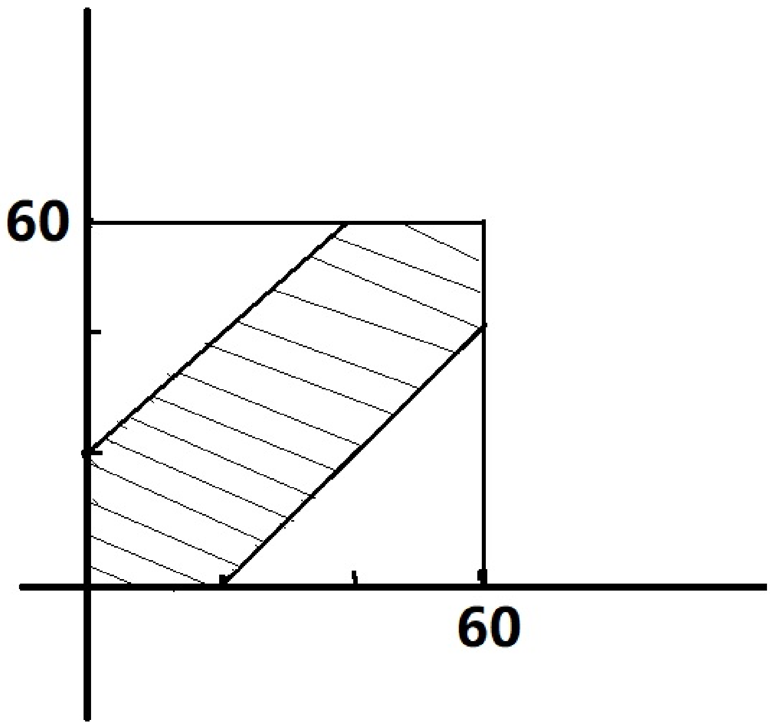
10.假设时间长度定义为[0,60]，两人到达的时间分别为x_1, x_2,

在此，我们有如下假设：

两人在60分钟内任一分钟到达的机会是均等的，即两人到达时间x_1, x_2均服从[0,60]上的均匀分布。

故当$|x_1 - x_2| \leq 20$,则两人能会面。

实际上这是一个几何概率问题，两人能会面的概率为图中阴影部分面积与正方形面积比值。

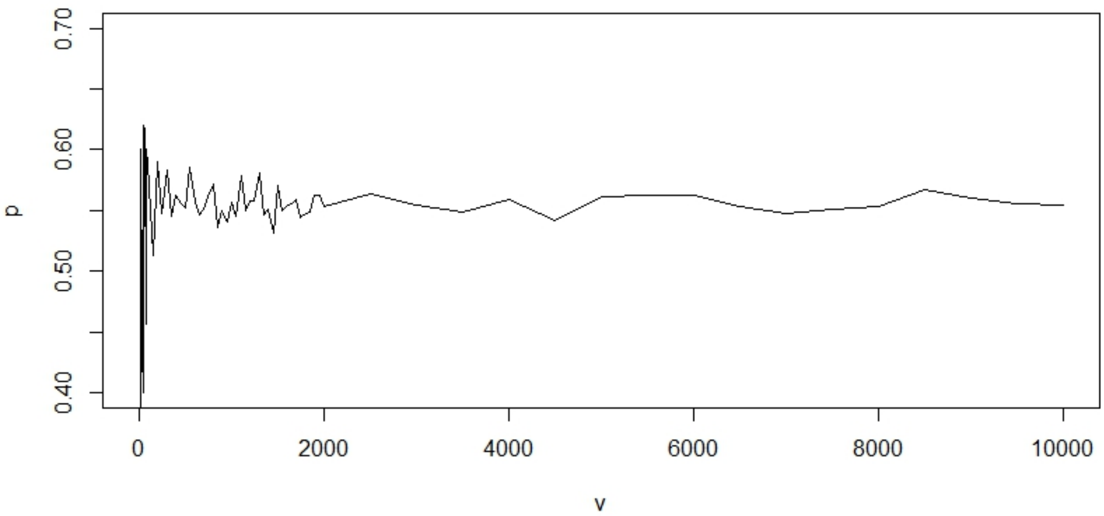


所以$P=\frac{200}{360}=\frac{5}{9}$

另外我们用计算机对这一过程进行模拟，

```
v <- c(seq(10,100,10),seq(150,2000,50),seq(2500,10000,500))
p <- rep(0,length(v))
m <- 1:length(v)
for (j in m) {
n <- 1:v[j]
t <- rep(0,v[j])
for (i in n) {
x1 <- runif(1,min = 0,max = 60)
x2 <- runif(1,min = 0,max = 60)
if (abs(x1-x2)<20) t[i]=1
}
p[j] <- mean(t)
}
p
plot(v,p,'l',ylim = c(0.4,0.7))
```

```
#输出结果为:
> p
 [1] 0.6000000 0.3000000 0.5333333 0.4000000 0.6200000 0.6166667 0.4571429 0.6000000 0.5888889
[10] 0.5700000 0.5133333 0.5900000 0.5480000 0.5833333 0.5457143 0.5625000 0.5555556 0.5520000
[19] 0.5854545 0.5566667 0.5461538 0.5514286 0.5613333 0.5712500 0.5364706 0.5500000 0.5410526
[28] 0.5570000 0.5447619 0.5790909 0.5495652 0.5583333 0.5584000 0.5815385 0.5466667 0.5507143
[37] 0.5317241 0.5706667 0.5496774 0.5543750 0.5551515 0.5594118 0.5440000 0.5472222 0.5486486
[46] 0.5621053 0.5630769 0.5535000 0.5640000 0.5543333 0.5491429 0.5587500 0.5422222 0.5610000
[55] 0.5629091 0.5621667 0.5536923 0.5477143 0.5510667 0.5532500 0.5675294 0.5597778 0.5556842
[64] 0.5547000
```



发现在样本足够大的时候，这一概率一直落在0.55-0.56附近，与我们求得的理论值相吻合。

11.

代码如下：

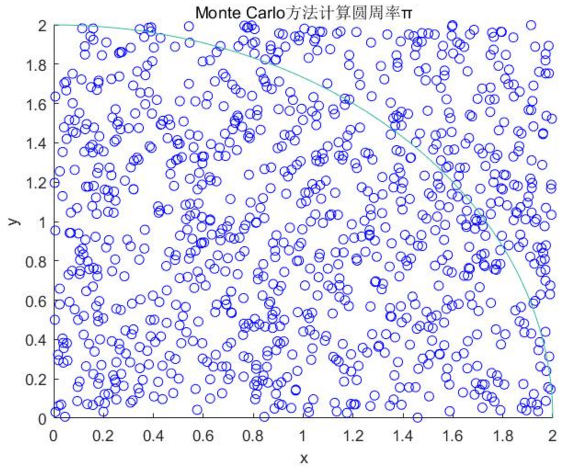
```
clc,clear
r=1;
center_x=1;
center_y=1;
num=1000;
s=rng;
rng(s);
sample_point=2*rand(2,num);
total_in=0;
for i=1:num
    distance=sqrt((sample_point(1,i)-1)^2+(sample_point(2,i)-1)^2);
    if distance<1
        total_in=total_in+1;
    end
end
my_pi=total_in/num*4;
fprintf('result:\π n=%.4f\n',my_pi);
error=abs((pi-my_pi)/pi);
fprintf('误差：%.4f\n',error);
figure
scatter(sample_point(1,:),sample_point(2,:),'bo');hold on
ezplot('x^2+y^2-4')
title('Monte 方法计算圆周率π Carlo'),xlabel('x'),ylabel('y')
axis([0,2,0,2])
```

结果如下：

result:

π=3.1360

误差：0.0018



12.解：一共24个季度数据，其中共有15个季度畅销，9个季度滞销，现分别统计出：连续畅销、由畅转滞、由滞转畅和连续滞销的次数。

以p_{11}表示连续畅销的可能性，以频率代替概率，得：

$$p_{11}=\frac{7}{15-1}=0.5$$

以p_{12}表示由畅转滞的可能性，以频率代替概率，得：

$$p_{12}=\frac{7}{15-1}=0.5$$

以p_{21}表示由滞转畅的可能性，以频率代替概率，得：

$$p_{21}=\frac{7}{9}=0.78$$

以p_{22}表示连续滞销的可能性，以频率代替概率，得：

$$p_{22}=\frac{2}{9}=0.22$$

综上所述，销售状态转移概率矩阵为：

$$\mathrm{P}=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.78 & 0.22 \end{bmatrix}$$

所以4个季度后，

$$\text{P(4)}=P^4=\begin{bmatrix}0.6118 & 0.3882\\0.6056 & 0.3944\end{bmatrix}$$

假设四个状态分别为情况1-4，由全概率公式得：

$$p_{X_3=1}=p(X_n=1|X_0=1)p(X_0=1)+p(X_n=1|X_0=3)p(X_0=3)=0.7831$$
$$p_{X_3=2}=p(X_n=2|X_0=1)p(X_0=1)+p(X_n=2|X_0=3)p(X_0=3)=0.4969$$
$$p_{X_3=3}=p(X_n=3|X_0=1)p(X_0=1)+p(X_n=3|X_0=3)p(X_0=3)=0.7752$$
$$p_{X_3=4}=p(X_n=4|X_0=1)p(X_0=1)+p(X_n=4|X_0=3)p(X_0=3)=0.5048$$

因为：

$$\text{P(10)}=P^{10}=\begin{bmatrix}0.6094 & 0.3906\\0.6094 & 0.3906\end{bmatrix}, \text{P(20)}=P^{20}=\begin{bmatrix}0.6094 & 0.3906\\0.6094 & 0.3906\end{bmatrix}$$

所以销售情况会趋于一个固定的情况，即销售状态转移矩阵趋于：

$$\begin{bmatrix}0.6094 & 0.3906\\0.6094 & 0.3906\end{bmatrix}$$

13.

(1).设A,B,C,D为四个系统各个正常工作

$P(A)=P(B)=P(C)=P(D)=0.99, P(\overline{A})=P(\overline{B})=P(\overline{C})=P(\overline{D})=0.01$

$P(X)=P(\text{单个系统4单位时间后正常工作})=0.99^4, P(\text{4单位时间后系统正常工作})=P(X)^4+C_4^1*P(X)^3*(1-P(X))+C_4^2*P(X)^2*(1-P(X))^2=0.9998=99.98\%$

即可靠性为99.98%

(2).

$P(\text{能正常工作})=P(X)^3+C_3^!*P(X)^2*(1-P(X))=0.9955=99.55\%$

14.假设输入过程为泊松流，办理事务的时间服从负指数分布，那么系统的输出也为泊松流。

将三个服务台看为三个子系统，输入效率分别为λ_1,λ_2,λ_3 由题目所给信息可给出合理假设，即所有顾客在单个子系统中逗留的时间不超过1小时，列出以下方程组。

$$\begin{cases}\lambda_1=3.8+0.2\lambda_2\\ \lambda_2=0.7\lambda_1+0.2\lambda_3\\ \lambda_3=0.5\lambda_2\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}\lambda_1 = 4.5 \\ \lambda_2 = 3.5 \\ \lambda_3 = 1.75\end{cases}$$

此为每小时输入过程的均衡状态。

$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{1}{2}$

$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{1}{2}$

$\rho_3 = \frac{\lambda_3}{\mu_3} = \frac{1}{4}$

$L_{S1} = \frac{\rho_1}{1-\rho_1} = 1$

$L_{S2} = \frac{\rho_2}{1-\rho_2} = 1$

$L_{S3} = \frac{\rho_3}{1-\rho_3} = \frac{1}{3}$

系统中的平均人数即为$L_{s1} + L_{s2} + L_{s3} = \frac{7}{3}$

$W_{q1} = \frac{\lambda_1}{\mu_1(\mu_1-\lambda_1)} = \frac{1}{9}$

$W_{q2} = \frac{\lambda_2}{\mu_2(\mu_2-\lambda_2)} = \frac{1}{7}$

$W_{q3} = \frac{\lambda_3}{\mu_3(\mu_3-\lambda_3)} = \frac{1}{21}$

每小时从外部输入该系统3.8人，因此平均等待时间可认为为

$W = \frac{\frac{1}{9}\times 4.5+\frac{1}{7}\times 3.5+\frac{1}{21}\times 1.75}{3.8} = 0.286h$