

## 2018 年全国大学生数学建模竞赛暨美赛培训

### 模糊数学方法

厦门大学2016 级各学院

数学建模团队：谭忠教授；助教：陈小伟，姜小蒙，姚瑶，余娇妍

要求：(1) 必须用TEX输入编辑后将TEXPDF以及图表一并发邮件提交给ztan85@163.com及sxjm004@163.com，压缩包及邮件主题为“编号+姓名+专业+第\*次作业”；

(2) 必须抄题，以免判错。

1. 设论域集 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ ,

$$A(\text{“高个子”}) = \frac{0.80}{x_1} + \frac{0.55}{x_2} + \frac{0}{x_3} + \frac{0.30}{x_4} + \frac{1}{x_5}$$

$$B(\text{“胖子”}) = \frac{0.10}{x_1} + \frac{0.21}{x_2} + \frac{0.86}{x_3} + \frac{0.60}{x_4} + \frac{0}{x_5}$$

求模糊集 $A^c, A \cap B, A \cup B$ .

2.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 0.8 & 0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 1 & 0.1 & 0.2 & 0.4 \\ 0.8 & 0.1 & 1 & 0.3 & 0.1 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 & 1 & 0.6 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 & 0.6 & 1 \end{pmatrix}$$

求R的传递闭包 $t(R)$ .

3. 设A, B为论域上的两个模糊集,  $A = (0.4, 0.6, 0.3, 0.5), B^T = (0.1, 0.7, 0.5, 0.2)$ , 求 $A \circ B$ .

4. 已知A的 $\lambda$ 截集分别为:

$$A_{0.1} = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8\}$$

$$A_{0.2} = \{u_2, u_3, u_4, u_6, u_7, u_8\}$$

$$A_{0.3} = \{u_2, u_3, u_6, u_7\}$$

$$A_{0.9} = \{u_3, u_6, u_7\}$$

$$A_1 = \{u_6\}$$

试求模糊集A.

5. 对教师教学质量的综合评判:

设因素集 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ , 分别表示教材熟练, 逻辑性强, 启发性强, 语言生动, 板书整齐.

设评价集 $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ , 分别表示很好, 好, 一般, 不好.

通过调查统计得出对教师讲课各因素的评语比例如下:

	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$
$u_1$	0.45	0.25	0.2	0.1
$u_2$	0.5	0.4	0.1	0
$u_3$	0.3	0.4	0.2	0.1
$u_4$	0.4	0.4	0.1	0.1
$u_5$	0.3	0.5	0.1	0.1

假定确定权重分配为 $A = (0.3, 0.2, 0.2, 0.2, 0.1)$ .

6. 已知“青年人”模糊集Y，其隶属度规定为

$$Y(x) = \begin{cases} 1, 0 \leq x \leq 25 \\ [1 + (\frac{x-25}{5})^2]^{-1}, 25 < x \leq 200 \end{cases}$$

对于 $x_1 = 27$ 岁及 $x_2 = 30$ 岁的人来说，问阈值 $\lambda_1 = 0.7$ 和 $\lambda_2 = 0.5$ 时他们属于年轻人吗？

7. 为了综合评价某公园的噪声，将该公园的四个功能区：休闲、观赏、餐饮和通道作为因素集合： $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ ；

而将游客对噪声的主观感受：烦恼、较烦恼、有点烦恼、不大烦恼和毫不烦恼作为评语集合： $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ；

又通过向游客发卷调查的方式得到因素论域U与评语论域V之间的模糊关系矩阵为：

$$R = \begin{pmatrix} 0.40 & 0.31 & 0.15 & 0.08 & 0.06 \\ 0.12 & 0.13 & 0.15 & 0.28 & 0.32 \\ 0.11 & 0.22 & 0.47 & 0.17 & 0.03 \\ 0.15 & 0.20 & 0.41 & 0.16 & 0.08 \end{pmatrix}$$

设各功能区的权为： $A = \{0.28, 0.35, 0.20, 0.17\}$ ，试用模糊综合评判模型 $M(\wedge, \vee)$ 对该公园的环境作出评价.

8. 设 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ 为生产资料商品集， $V = \{v_1, v_2\}$ 为两种消费品的集合， $W = \{w_1, w_2, w_3\}$ 为三个市场的细分，以R表示U到V的原料供应关系，以Q表示V到W的市场占有关系. 若取

$$R = \begin{pmatrix} 0.60 & 0.40 \\ 0.30 & 0.80 \\ 0.12 & 0.63 \\ 0.25 & 0.60 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0.38 & 0.45 & 0.24 \\ 0.47 & 0.53 & 0.82 \end{pmatrix}$$

试求生产资料对市场的间接占有关系 $R \circ Q$ .

9. 设6种商品集合为 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ ，U上的滞销商品模糊集为

$$A = \frac{1}{u_1} + \frac{0.1}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \frac{0.6}{u_4} + \frac{0.5}{u_5} + \frac{0.4}{u_6}$$

脱销商品模糊集为

$$B = \frac{0}{u_1} + \frac{0.1}{u_2} + \frac{0.6}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \frac{0}{u_5} + \frac{0.05}{u_6}$$

畅销商品模糊集为

$$C = \frac{0}{u_1} + \frac{0.8}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{0.4}{u_4} + \frac{0.4}{u_5} + \frac{0.5}{u_6}$$

(1) 求不滞销商品模糊集D;

(2) 求D与C的关系;

(3) 求又滞销又畅销商品模糊集;

(4) 在 $\lambda = 0.5$ 时, 分别求滞销, 脱销, 畅销商品;  $\lambda = 0.7$ 时呢?

10. 设有8个企业, 记为 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8\}$ , 对每个企业用3个指标: 生产工人劳动生产率, 每百万元固定资产所容纳的职工人数和技术管理人员在职工中的比重来刻画企业的技术密集水平, 令 $u_i = \{x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}\}$ ,  $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}$ 依次表示上述3个指标.

$$u_1 = \{1.8, 95, 0.15\}, u_2 = \{2.1, 99, 0.21\}$$

$$u_3 = \{3.2, 101, 0.18\}, u_4 = \{2.2, 103, 0.17\}$$

$$u_5 = \{2.5, 98, 0.16\}, u_6 = \{2.8, 102, 0.20\}$$

$$u_7 = \{1.9, 120, 0.09\}, u_8 = \{2.0, 130, 0.11\}$$

其中第一个坐标单位是万元/人年均, 试用绝对值指数法进行聚类分析.

11. 设 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ , 其中:

$$x_1 = \{0.5, 5, 10\}, x_2 = \{0.7, 8, 22\}$$

$$x_3 = \{0.6, 4, 12\}, x_4 = \{0.5, 5, 10\}$$

$$x_5 = \{1.2, 9, 25\}, x_6 = \{0.8, 12, 28\}$$

采用标准差变换进行数据预处理, 然后用绝对值指数法计算相似度, 并作聚类分析.

12. 甲, 乙, 丙, 丁四人面貌彼此相像的模糊关系如下:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.4 & 0.8 \\ 0.5 & 1 & 0.7 & 0.5 \\ 0.4 & 0.7 & 1 & 0.6 \\ 0.8 & 0.5 & 0.6 & 1 \end{pmatrix}$$

试求传递闭包 $t(R)$ , 并做出聚类图.

13. 在天气预报评分中, 定义天气预评分 $s = \sigma(A, B)$ , 其中 $\sigma(A, B)$ 为A, B的格贴近度.

$$A(x) = e^{-|\frac{x-a_1}{\sigma}|^2}, B(x) = e^{-|\frac{x-a_2}{\sigma}|^2}$$

$a_1$ 为实况值,  $a_2$ 为预报值,  $\sigma$ 为标准差, 今有某气象站预报甲, 乙两地某月降水量, 甲地预报为220mm, 实况为225mm, 标准差为30mm; 乙地预报为40mm, 实况为0.5mm, 标准差为1mm; 试分别求出甲, 乙两地天气预评分.

14. 解模糊关系方程:

(1)

$$(x_1 \wedge 0.7) \vee (x_2 \wedge 0.8) \vee (x_3 \wedge 0.6) \vee (x_4 \wedge 0.3) = 0.6$$

(2)

$$(x_1 \wedge 0.6) \vee (x_2 \wedge 0.7) \vee (x_3 \wedge 0.5) \vee (x_4 \wedge 0.8) \vee (x_5 \wedge 0.3) = 0.6$$

(3)

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.1 \\ 0.5 & 0.4 & 0 & 0.6 \\ 0.8 & 0.6 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.6 & 0.3 & 0.7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.5 \end{pmatrix}$$

15. 某化工厂在使用某种剧毒液体氰化钠时不慎将其流入河内, 河中的鱼蚌大量死亡, 危害了下游人民的生命安全, 由此受到起诉,

法院受理了这一案件, 并用模糊综合评判的方法研究其中的犯罪事实.

考虑犯罪的因素集  $U = \{\text{污染程度 } U_1, \text{污染范围 } U_2, \text{危害程度 } U_3\}$ , 而其中的每一元素  $U_i (i = 1, 2, 3)$  又由更加基本的因素决定. 对于  $U_1$ , 其因素集与评语集分别为:

$$U_1 = \{\text{生物需氧量 } u_{11}, \text{化学需氧量 } u_{12}, \text{氨氮 } u_{13}, \text{溶解氧 } u_{14}\}$$

$$V_1 = \{\text{严重 } v_{11}, \text{中等 } v_{12}, \text{轻度 } v_{13}, \text{清洁 } v_{14}\}$$

设  $U_1$  中各因素经专家评议得到重要程度的模糊子集为

$$A_1 = (0.20, 0.57, 0.21, 0.02)$$

而综合评判矩阵为

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0.81 & 0.19 & 0 & 0 \\ 0.79 & 0.20 & 0.01 & 0 \\ 0.88 & 0.09 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0.49 & 0.5 \end{pmatrix}$$

对于  $U_2$ , 主要是针对污染物, 其因素和评语集分别为:

$$U_2 = \{\text{分子量 } u_{21}, \text{溶解度 } u_{22}, \text{颗粒吸着性 } u_{23}, \text{水流速 } u_{24}\}$$

$$V_2 = \{\text{很远 } v_{21}, \text{远 } v_{22}, \text{较远 } v_{23}, \text{近 } v_{24}\}$$

经专家评议得到的因素重要程度模糊子集为

$$A_2 = (0.6, 0.1, 0.1, 0.2)$$

综合评判矩阵为

$$R_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.6 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 0.5 & 0.1 \end{pmatrix}$$

对于 $U_3$ ，主要针对危害和损失情况，其因素集和评语集分为

$$U_3 = \{\text{人身危害}u_{31}, \text{社会经济损失}u_{32}, \text{厂家经济损失}u_{33}\}$$

$$V_3 = \{\text{很严重}v_{31}, \text{严重}v_{32}, \text{较严重}v_{33}, \text{一般}v_{34}\}$$

经专家评议得到的因素重要程度模糊子集为

$$A_3 = (0.1, 0.6, 0.3)$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0.7 \\ 0.5 & 0.4 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}$$

设 $U = \{U_1, U_2, U_3\}$ 的因素重要程度为

$$A = (0.5, 0.3, 0.2)$$

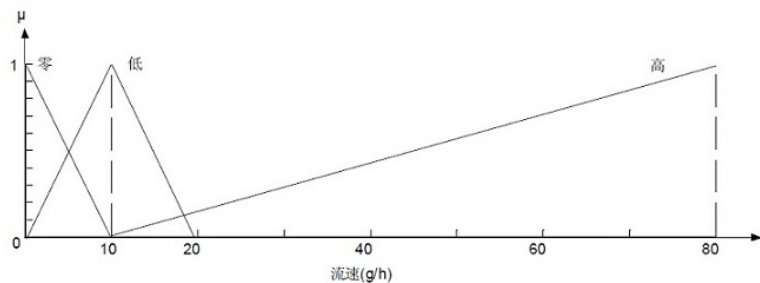
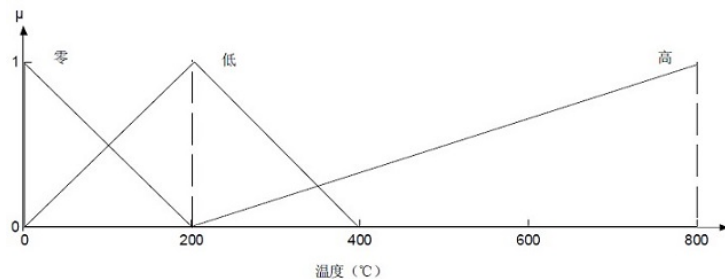
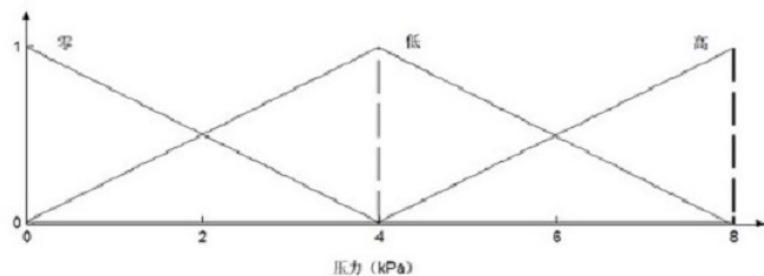
并且采用 $M(\wedge, \vee)$ 模型.

16. 某地区设置有11个雨量站，10年来各雨量站所测得的年降雨量列入表中. 现因经费问题，希望撤销几个雨量站，问撤销那些雨量站，而不会太多的减少降雨信息？

年序号	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$
1	276	324	159	413	232	258	311	303	175	243	320
2	251	287	349	344	310	454	285	451	402	307	470
3	192	433	290	563	479	502	221	220	320	411	232
4	246	232	243	281	267	310	273	315	285	327	352
5	291	311	502	308	330	410	352	267	603	230	232
6	466	158	224	178	164	203	502	320	240	278	350
7	258	327	432	401	361	381	301	413	402	199	421
8	453	365	357	452	384	420	482	228	360	316	252
9	156	271	410	308	283	410	201	179	430	342	185
10	324	406	235	520	442	520	358	343	251	282	371

17. 某工厂产品的生产过程可用三种特性来描述：(i) 压力；(ii) 温度；(iii) 流量. 这些特性的组合，可指示产品生产过程中当前操作的四种模型（模式）. 对于每一种操作模式，其特性的典型语言表述值可用下表中的模糊集来定义. 此时，模式识别的任务如下：系统读取各个特性（压力、温度、流量）传感器指示值，然后决定当前操作的模型. 在工程上，压力、温度和流量等特征分别用kPa（千帕斯

克)、 $^{\circ}\text{C}$  (摄氏温度) 和  $\text{g/h}$  (每小时加仑) 单位表示. 这三个特征的隶属函数如图所示.



用  $A_1$  表示“热压过程”， $A_2$  表示“退火过程”， $A_3$  表示“烧结过程”， $A_4$  表示“传输过程”.

用  $B_{11}$  表示“压力高”， $B_{12}$  表示“压力低”， $B_{13}$  表示“压力为

零”， $B_{21}$  表示“温度高”， $B_{22}$  表示“温度低”， $B_{23}$  表示“温度为零”， $B_{31}$  表示“流量高”， $B_{32}$  表示“流量低”， $B_{33}$  表示“流量为零”

. 于是，我们有：

表：操作模型和特征值的关系

模型(模式)	压力	温度	流量
热压过程	高	高	0
退火过程	高	低	0
烧结过程	低	0	低
传送过程	0	0	高

$$A_1 = (B_{11}, B_{21}, B_{33})$$

$$A_2 = (B_{11}, B_{22}, B_{33})$$

$$A_3 = (B_{12}, B_{23}, B_{32})$$

$$A_4 = (B_{13}, B_{23}, B_{31})$$

一般情况下，对于  $\forall u \in U$ ，我们定义

$$A_i(u) = \sum_{j=1}^3 w_j B_{ij}(u),$$

$$\sum_{j=1}^3 w_j = 1, i = 1, 2, 3, 4$$

现在，假设系统从一组传感器读得一组清晰值：压力=5kPa，温度=150° C，流量=5g/h. 我们需要将这一组传感器数值分配（归类到四种模式）的一种.