

2018 年全国大学生数学建模竞赛暨美赛培训

图论方法

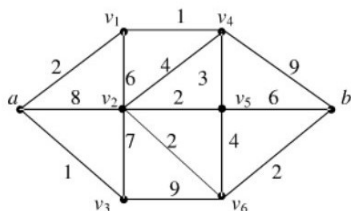
厦门大学2016 级各学院

数学建模团队：谭忠教授；助教：陈小伟，姜小蒙，姚瑶，余娇妍

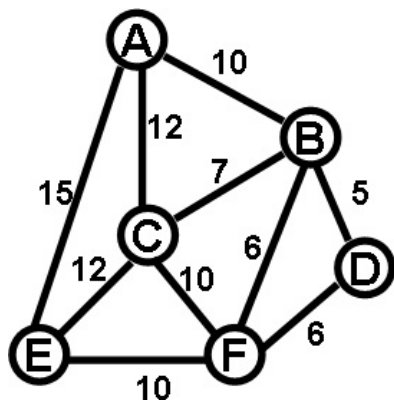
要求：(1) 必须用TEX输入编辑后将TEXPDF以及图表一并发邮件提交给ztan85@163.com及sxjm004@163.com，压缩包及邮件主题名为“编号+姓名+专业+第*次作业”；

(2) 必须抄题，以免判错。

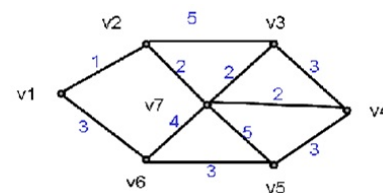
1.在赋权图中，找出 a 到所有点的最短距离；



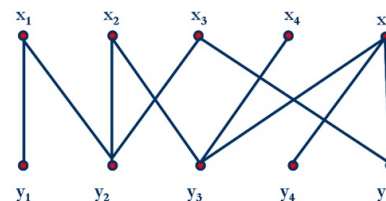
2.用Kruskal算法求下图的的最小生成树，并计算其权.



3.求出下图中以 $v1$ 为起点的一条中国邮路.

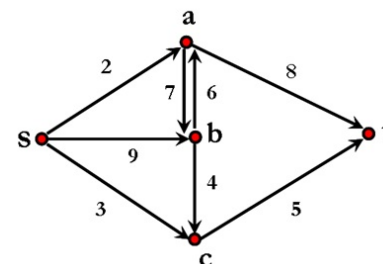


4.用匈牙利算法求下图的最大匹配.



5.现有4名教师：张、王、李、赵，要求他们去教四门课程：数学、物理、电工和计算机科学.已知张老师能教数学和计算机科学，王老师能教物理和电工，李老师能教数学、物理和电工，而赵老师只能教电工.如何安排才能使4位教师都能教课，并且每门课都有人教，共有几种方案？

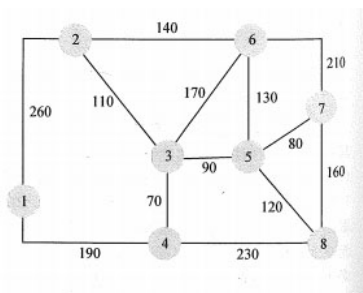
6.用2F标号算法求下图的最大流.



7. 一摆渡人欲将一只狼，一头羊，一篮菜从河西渡过河到河东，由于船小，一次只能带一物过河，并且，狼与羊，羊与菜不能独处，给出渡河方法.

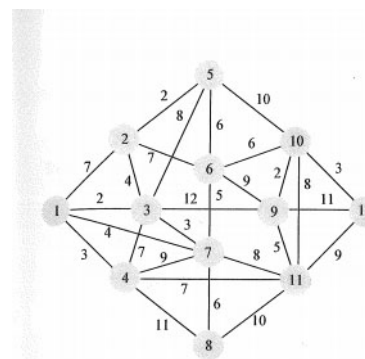
8. 如何说明在任意6人的集会上，总有3人互相认识，或总有3人互相不认识.

9. 服装厂要重新改造厂房，不同房间和建筑物管道可能的连接方案以及每个管道的长度显示在如下的网络图中，确定用最少长度的管道来连接各个房间和建筑的通风系统并显示需要多少英尺的管道？



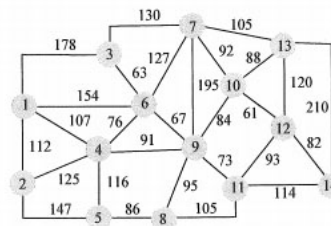
10. 政府已经决定要建设一个自行车道来连接镇上的各个郊区与购物中心、市区中心以及地方大学。确定需要连接城镇各个地区的自行车道的最少建设工作的方案，并指出最终需要的总的车道长度。

11. 确定网络中的最小生成树。

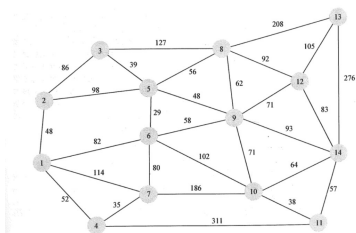


12. 大学的行政部门要确定他们能改进的最小的人行道以让轮椅通过，从而链接所有的建筑。如下是该大学东边的现有人行道的网络图，每个分支上显示了各个建筑物之间的英尺数。

确定最小生成树来连接校园的轮椅通道并显示人行道总的英尺数。



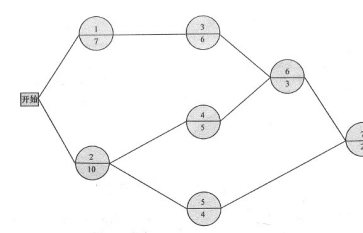
13. 某大学想设立一个网络将主要的校园建筑与计算机的人造卫星中心连接起来，从而提高网络服务质量，尽管一些电缆要埋到地下，但是电缆主要利用现有的电缆通道来架设。如下的网络显示了节点1计算机中心与不同建筑物之间的各个分支及距离（米）：



14. 构造下面一组活动的甘特图和项目网络，计算网络中每条路径的长度并指出关键路径。

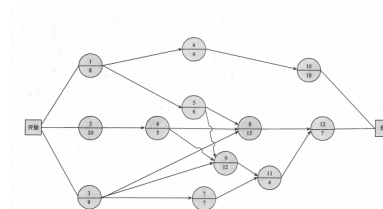
| 活动 | 紧前活动 | 时间（月） |
|----|-------|-------|
| 1 | - | 4 |
| 2 | - | 7 |
| 3 | 1 | 8 |
| 4 | 1 | 3 |
| 5 | 2 | 9 |
| 6 | 3 | 5 |
| 7 | 3 | 2 |
| 8 | 4,5,6 | 6 |
| 9 | 2 | 5 |

15. 识别下面网络图中的所有路径，计算每条路径的长度，并指出关键路径(活动时间单位为周)。

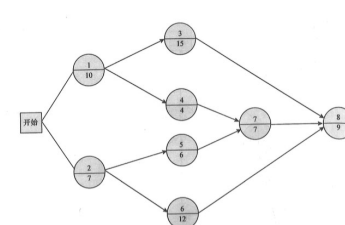


16. 计算第15题中每项活动的最早时间、最晚时间和松弛，并说明根据这些信息怎样确定关键路径。

17. 基于下面的网络图（活动时间为月），计算每项活动的最早活动时间、最晚活动时间和松弛，并指出关键路径和项目工期。



18. 基于下面的网络路(活动时间的单位为周)，计算每项活动的最早活动时间、最晚活动时间和松弛，并指出关键路径和项目工期。



19.(设备更新问题)某企业使用一台设备,每年年初,企业都要作出决定,如果继续使用旧的,要付维修费;若购买一台新设备,要付购买费.试制定一个5 年更新计划,使总支出最少.已知设备在每年年初的购买费分别为11,11,12,12,13.使用不同时间设备所需的维修费分别为5,6,8,11,18.

20.一个国际会议,有a, b, c, d, e, f, g等7个人.已知下列事实:a会讲英语;b会讲英语和汉语;c会讲英语、意大利语和俄语;d会讲日语和汉语;e 会讲德语和意大利语;f 会讲法语、日语和俄语;g会讲法语和德语. 试问这7个人应如何排座位,才能使每个人都能和他身边的人交谈?请将该问题转化为图论问题并建立模型将其解出.

21.有这样一个古老的数学问题.假设有许多张卡片,每张卡片上都写着一个英文单词,现在要把这些卡片按照一定的顺序连成串.这个顺序要求每张卡片(第一张卡片可以除外)上的单词的首字母恰好是前一张卡片上的单词的尾字母,并且要求每张卡片只能用一次,简单地说就是“单词接龙”.有一些单词组通过适当的组合是可以完成接龙的,例如,“teach”,“teeth”,“yet”,“happy”.但是某些单词组却不具备这样的性质,比如“ok”,“old”,“deep”,“king”.问题的关键是能否找出一种科学的方法快速、准确地判断一组单词是否可以按照上述规则完成接龙呢? 请将该问题转化为图论问题并建立模型将其解出.

以下题的要求是将自己对案例的分析思路写出来, 并将问题转化

为图论的相关知识来构造模型, 只需要讲清思路即可

22. 有一石油公司计划为它拥有的许多存储站设计一个管道连接系统, 它共有9 个存储站, 如果两个存储站之间可以修管道, 就用一条边连接起来, 用一个数表示修这两站之间的管道所需的费用, 这样这个公司所有的存储站和可能修管道的情况, 如图1表示.

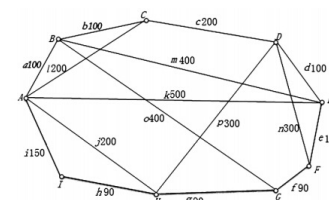


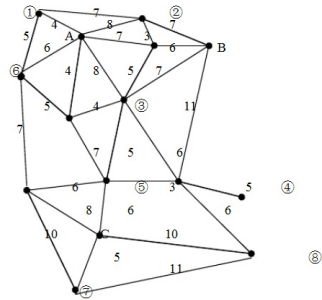
图1 石油公司所有的存储站和可能修管道的情况

设计计划要求: 管道网可以把任意两个存储站都连接起来, 且修管道的费用最低

23. 阳光市是一个人口不到15万人的小城市, 根据该市的蔬菜种植情况, 分别在花市(A)、城乡路口(B)和下塘街设(C)三个集散点, 清晨5 点以前菜农将蔬菜送至各集散点, 再由各集散点分送到全市的8个菜市场.该市道路情况、各路段距离(单位: 公里)及各集散点、菜市场的具体位置见图14.24所示.按统计资料, A、B、C三个集散点每天收购量分别为200、170 和160 (单位: 100公斤), 各菜市场的每天需求量及发生供应短缺时带来的损失(元/100 公斤)如表1所示.设从集散点至各菜市场蔬菜调运费为1元/(100公斤.公里).分别建立数学模型并求解:

1) 为该市设计一个从各集散点至各菜市场的定点供应方案，使用于蔬菜调运及预期的短缺损失为最小；

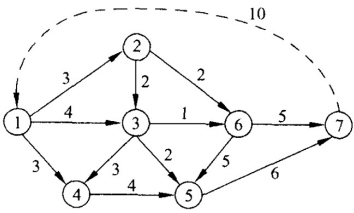
2) 若规定各菜市场短缺量一律不得超过需求量的20%，重新设计定点供应方案；3) 为满足城市居民的蔬菜供应，光明市的领导规划增加蔬菜种植面积，试问增产的蔬菜每天应分别向A、B、C三个集散点各供应多少最经济合理.



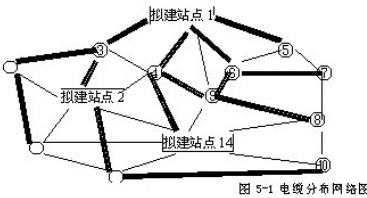
| 菜市场 | 每天需求（100公斤） | 短缺损失（元/100公斤） |
|-----|-------------|---------------|
| (1) | 75 | 10 |
| (2) | 60 | 8 |
| (3) | 80 | 5 |
| (4) | 70 | 10 |
| (5) | 100 | 10 |
| (6) | 55 | 8 |
| (7) | 90 | 5 |
| (6) | 80 | 8 |

24. 某城市有7个供水加压站，分别用节点1，节点2,……，节点7表示.见下图.其中节点1为水厂，各泵站间现有的管网用相应节点

间的边表示.现规划在节点7处建一个开发区，经对现有管网调查，各段管网尚可增加的供水能力(万吨 / 日)如下图中各边上的数值所示.依照现有管网状况，从水厂(源点)到开发区(汇点)，每日最多可增加多少供水量？



25. 电缆的气压维护是保障通讯完好畅通的重要手段，某城市经调查分析，并结合电缆分布情况确定安装14个传感器，建立相应的14个遥测点.在选定的测试头上有3处可供建立自动充气站，见图5-1所示.



在详细分析了技术上的要求之后，最终将问题抽象成如何确定自动充气站位置，使以充气站为起点，所需建设的遥测点总线路最短的问题.已知建立遥测点每100M的造价是1200 元，因此归结为一个使总造价最省的问题.试进行讨论分析自动充气站位置应如何确定？