

2018 年全国大学生数学建模竞赛暨美赛培训

排队论

厦门大学2016 级各学院

数学建模团队：谭忠教授；助教：陈小伟，姜小蒙，姚瑶，余娇妍

要求：(1) 必须用TEX输入编辑后将TEXPDF以及图表一并发邮件提交给ztan85@163.com及sxjm004@163.com，压缩包及邮件主题名为“编号+姓名+专业+第*次作业”；

(2) 必须抄题，以免判错。

1. 为开办一个小型理发店，目前只招聘了一个服务员，需要决定等待理发的顾客的位子应设立多少. 假设需要理发的顾客到来的规律服从泊松流，平均每4分钟来一个，而理发的时间服从负指数分布，平均3分钟一个人，如果要求理发的顾客因没有等待的位子而转向其他理发店的人数占理发的人数的百分之七时，应该安放几个供顾客等待的位子？

2. 某商店每天开10小时，一天平均有90个顾客到达商店，商店的服务平均速度是每小时服务10个，若假定顾客到达的规律是服从泊松分布，商店服务时间服从负指数分布，求：(1)在商店前等待服务的顾客平均数；(2)在队长中多于2个人的概率；(3)在商店中平均有顾客的人数；(4)若希望商店平均顾客只有2人，平均服务速度应提高到多少？

3. 某修理店只有一个修理工人，来修理的顾客到达次数服从泊

松分布，平均每小时3人，修理时间服从负指数分布，平均需10分钟，求：(1)修理店空闲时间概率；(2) 店内有4个顾客的概率；(3)店内至少有一个顾客的概率；(4)在店内顾客平均数；(5)等待服务的顾客平均数；(6)在店内平均逗留时间；(7)平均等待修理时间；(8)必须在店里消耗15分钟以上的概率.

4. 汽车自动加油站上设有两个加油管，汽车按简单流到达，平均每0.5min到达一辆，汽车加油时间服从负指数分布，平均每辆车的加油时间为2min. 自动加油站最多只能停3辆汽车等待加油，如果汽车到来时，系统已饱和，则汽车另求服务. 试求该系统的运行指标.

5. 工厂平均每天有一台机器发生故障而需要修理，机器的故障数服从泊松分布. 修理一台机器平均花费20元. 现有技术水平不同的修理工人A和B，A种修理工平均每天能修理1.2台机器，每天工资3元；B种修理工平均每天能修理1.5台机器，每天工资5元，两种修理工修理机器的时间为负指数分布. 问工厂录用哪种工人比较合算？

6. 设有一单人打字室，顾客的到达为泊松流，平均到达时间间隔为20分钟，打字时间服从指数分布，平均时间为15分钟，求：(1)顾客来打字不必等待的概率；(2)打字室内顾客的平均数；(3)顾客在打字室内平均逗留时间；(4)若顾客在打字室内的平均逗留时间超过1.25小时，则主人将考虑增加设备及打字员，问顾客的平均到达概率为多少时，主人才会考虑这样做？

7. 某大桥在维持交通的情况下进行修建, 车辆上, 下桥由交警指挥行驶, 平均每辆车下桥时间为9s, 如果桥上单方向来车的交通量为300辆/h, 试分析桥上的排队情况.
8. 拟修建一个服务能力为120辆/h的停车场, 布设一个出入道. 据调查每小时有72辆车到达, 车辆服从泊松分布, 每辆车的服务时间服从负指数分布, 若出入道长度能容纳5辆车, 问是否合适?
9. 单人理发馆有6个椅子接待人们排队等待理发, 当6个椅子都坐满时, 后来的顾客就不进店而离开, 顾客的平均到达率为3人/h, 理发需时平均15min, 求该排队系统的状态指标和运行指标.
10. 某汽车修理服务站, 前来修理的车辆是随机到达的, 到达率为4辆/h, 每辆汽车在场上修理的持续时间平均为0.5h, 且服从指数分布. 该站有5个修理服务台可供停车修理, 求该汽车修理服务站的运行特性.
11. 某车间有5台机器, 每台机器的连续运转时间服从负指数分布, 平均连续运转时间15分钟, 有一个修理工, 每次修理时间服从负指数分布, 平均每次12分钟. 求: (1)修理工空闲的概率; (2)五台机器都出故障的概率; (3)出故障的平均台数; (4)等待修理的台数; (5)平均停工时间; (6)平均等待时间; (7)评价这些结果.
12. 设有两个修理工人, 负责5台机器的正常运行, 每台机器平均损坏的概率为每运转一小时1次, 两个工人能以相同的平均修复率4(次/小时)修好机器. 求: (1)等待修理的机器平均数; (2)需要修理的机器平均数; (3)有效损坏数; (4)等待修理时间; (5)停工时间.
13. 某无控交叉路口, 主要道路和次要道路的车流到达过程符合泊松分布. 设次路车流的交通量为350辆/h, 次路车辆到达停车线到通过交叉路口的平均服务时间为10s, 试求该系统的运行指标.
14. 某储蓄所有一个服务窗口, 顾客按泊松分布平均每小时到达10人, 为任一顾客办理存款, 取款等业务的时间 T 服从 $N \sim (0.05, 0.01^2)$ 的正态分布. 试求储蓄所空闲的概率及其主要工作指标.
15. 一收费公路, 高峰小时以2400辆/h的车流量通过四个排队车道引向四个收费口, 平均每辆车办理收费的时间为5s, 服从负指数分布, 试分别按M/M/4系统和4个平行的M/M/1系统计算各相应指标并比较之.
16. 在某收费公路入口处, 并排设有3个收费亭, 车辆进入收费公路需在收费亭前交费, 因而在收费亭前常出现排队现象, 收费亭前的排队通道有两种形式, 即单路排队多通道服务系统和多路排队多通道服务系统. 假设三个收费亭的服务率是相同的, 平均10s处理一辆汽车, 车辆的到达率为900辆/h. 试比较两种排队系统的运行指标.
17. (选做)于印第安纳州韦恩堡的办公室设施公司(简称OEI)向商业客户出租自动邮递机器. 公司的成功来自于它提供及时的维修

和享有修理服务的良好声誉，每份OEI服务合同都会做出承诺，从客户设备出现问题通知OEI，到OEI的服务技师到达客户的企业所在地，这中间的时间平均不会超过3小时。

对以往服务记录的一次统计分析显示：系统运行过程中，每名客户的报修率是每50小时一次。目前，OEI有10名签订了服务合同的客户，有一名技师负责处理所有要求的来电。若某客户来电要求服务时，该技师正好空闲，那么技师平均要等1个小时赶到客户要求的办公室，并且平均花1.5h来完成修理服务。服务技师的薪水是每小时80美元，而从客户角度看，设备停工时间内造成的损失每小时100美元。

OEI正在计划扩展业务。公司计划在1年内争取到20名客户，2年内有20名客户。尽管OEI对一名服务技师能接待10名现有客户的状况感到满意，公司管理层还是有这样一层担忧：当OEI的客户群扩大时，一名技师是否有能力确保在接到客户电话3小时内为客户提供维修服务。在最近的一次规划会议上，营销经理提出一项建议：OEI在客户数达到20名时增加一名技师，客户数到达30名是再增加一名服务技师。在做出最终决策前，公司管理层要求对OEI服务能力进行分析，公司尤其希望能以尽可能最低总成本来实现平均3小时等候时间的承诺。

请讨论以下问题：

(1) 每名客户的平均到达率和每名服务技师的平均服务率是多少？

(2) OEI对一名服务技师能接待10名客户感到满意，利用顾客源有限的排队论模型来确定下列信息：

(a) 系统中没有客户的概率；(b) 系统中客户的平均人数；(c) 等候处理保修的客户平均数；(d) 机器正常运转之前，客户等候的平均时间；(e) 服务技师到达之前，客户等候的平均时间；(f) 服务系统运行时每小时的总成本。

(3) 当OEI客户群分别扩大到20名、30名时，你建议公司雇佣几名服务技师？

(4) 假设每年有250天营业，每天营业8小时，当有30名客户时，你在问题(3)中的建议与每年雇佣3名技师相比每年可以为OEI节约多少成本？

18. (选做)随着计算机技术的飞速发展，校园信息网已经在全国高校中普及。某高校拟建设一校园信息网，并与internet连接，用户可以通过网络通信端口拨号上网。为此，需要根据用户数量研究通信端口的设计规模。实际中随着通信端口数量的增加，其成本费用也将成倍增加。如何根据实际情况在保证基本满足用户需求的前提下，确定合适的端口数量，以减少费用开支和资源浪费。

当网络建成以后，为了保证用户有效的使用信息网，必须通过适

当的收取线路调节费来控制上网时间，一般采用分段收费比较合理，户想上网而上不去所产生的抱怨的可能性和通信端口的平均使用率；例如按照上网时间分为“免费—半费—全费—2倍—4倍...”．现在的问题是：

(1)假设有 m 个用户，每个用户平均每天(按照16h计)上网1.5h，试确定通信端口数 n 与 m 之比 $\frac{n}{m}$ ；

(2)假设 $m = 150$ ，按照所规定的通信端口数 n ，试讨论平均每天每个用户上网1h、1.5h、2h、3h、4h、5h的可能性，出现因线路忙用

(3)为了控制上网时间，学校要求适当收取线路调节费，试给出一种合理的分段计时收取线路调节费用的方案.

19. 某厂的原料仓库，平均每天有20车原料入库，原料车到达服从Poisson分布，卸货率服从负指数分布，平均每人每天卸货5车，每个装卸工每天总费用50元，由于人手不够而影响当天装卸货物，导致每车的平均损失为每天200元，试问，工厂应安排几名装卸工，最节省开支？