530 陈斯杰 电子信息工程 第7次作业

1.

(1).规划阶段:$A->B->C->D->E$

(2).设置$x_i, i=1,2,3,4,5$为当前节点状态变量，$u_i, i=1,2,3,4$为决策变量，其中$x_1=A, x_5=E$

(3).有$x_{i+1}=u(x_i)$

(4).得到最优值函数:$f_k(x_k)=min(v(x_k,u_k)+f_{k+1}), v=d(x_k,u_k)$

可以解出:

$f_4(D_1)=30, f_4(D_2)=40$

$f_3(C_1)=40(C_1,D_1), f_3(C_2)=70(C_2,D_2), f_3(C_3)=60(C_3,D_1)$

$f_2(B_1)=90(B_1,C_3), f_2(B_2)=70(B_2,C_1), f_2(B_3)=80(B_3,C_1/B_3,C_2)$

$f_1(A)=110(A,B_1/A,B_2/A,B_3)$

(5).因此得到4条运费最低路线，均为110:

- $A-B_1-C_3-D_1-E$
- $A-B_2-C_1-D_1-E$
- $A-B_3-C_1-D_1-E$
- $A-B_3-C_2-D_2-E$

2.

状态表示：

f[i][j]表示在第i个时期结束后剩余j个商品，需要花费的最少金钱.

from[i][j]表示f[i][j]是经过f[i-1][from[i][j]]转移而来,用于记录生产过程.

a[i]表示在第i阶段需要的产品数.

状态转移：f[i][j]可以优化f[i+1][j-a[i]+k]的状态为f[i][j]+3*(bool)k+k+0.5(j-a[i]+k), $0 \leq \mathrm{k} \geq 6$

最终的答案即为f[4][0],并能够还原出过程.

以下为c语言核心代码:

```
for(i=0;i<=4;i++) f[1][i]=3+(i+2)+0.5*i,from[1][i]=0;
  for(i=1;i<=4;i++)
    for(j=0;j<=i*6;j++)
    {
      if(j>=a[i+1])//能够不生产
        if (f[i+1][j-a[i+1]]>f[i][j]) f[i+1][j-a[i+1]]=f[i][j],from[i+1][j-a[i+1]]=j;
      for(int k=1;k<=6;k++)//生产
      if(j+k>=a[i+1])
      {
        int price=3+k+0.5*(j+k-a[i+1]);
        if (f[i+1][j-a[i+1]+k]>f[i][j]+price) f[i+1][j-a[i+1]+k]=f[i][j]+price,from[i+1][j-a[i+1]+k]=j;
      }
    }
```

得到结果：第一天生产5个，第三天生产6个成本最低，为20500元.

3.

从动态规划的角度分析，该问题可分为三个阶段$k=1,2,3$，分别表示对甲、乙、丙三个工程进行设备的分配。

四个状态s_1,s_2,s_3,s_4，其中s_4表示对丙分配完之后设备剩余数量，显然$s_4=0$,我们用x_1,x_2,x_3表示三个阶段所作的决策，则$x_k\leq s_k$;最优指标函数$f_k(s_k)$表示在第k阶段所做决策能使盈利最大的函数。

则：

$$\begin{cases} f_k(s_k)=\max\limits_{0\leq x_k\leq s_k}\{g_k(x_k)+f_{k+1}(s_{k+1})\}, k=1,2,3 \\ f_4(s_4)=0 \end{cases}$$

(1)当k=3时：$f_3(s_3)=\max\limits_{0\le x_3\le s_3}\{g_3(x_3)\}=\begin{cases}0, & s_3=0\\ 4, & s_3=1\\ 16, & s_3\ge 2\end{cases}$

因为$g_3(x_3)=g_3(s_3)$是一个离散的函数，我们要对s_3可能的取值进行分类讨论；

1)$s_3=0$

则$s_2+x_1=5, f_2(s_2)=\max\limits_{0\le x_2\le s_2}\{g_2(x_2)+f_3(s_3)\}=\max\limits_{0\le x_2\le s_2}\{g_2(x_2)\}=\begin{cases}0, & s_2=0\\ 5, & s_2=1\\ 10, & s_2=2\\ 11, & s_2\ge 3\end{cases}$

$f_1(s_1)_1=\max\limits_{0\le x_1\le s_1}\{g_1(x_1)+f_2(s_2)\}=\max\{13+0,12+5,9+10,7+11\}=19,$

此时$x_1=3, x_2=2, x_3=0.$

2)$s_3=1$

则$s_2+x_1=4, f_2(s_2)=\max\limits_{0\le x_2\le s_2}\{g_2(x_2)+f_3(s_3)\}$

$=\begin{cases}4, & s_2=1\\ 9, & s_2=2\\ 14, & s_2=3\\ 15, & s_2\ge 4\end{cases}$

$f_1(s_1)_1=\max\limits_{0\le x_1\le s_1}\{g_1(x_1)+f_2(s_2)\}=\max\{12+4,9+9,14+7,15+3\}=21,$

此时$x_1=2, x_2=2, x_3=1.$

3)$s_3=2$

则$s_2+x_1=3, f_2(s_2)=\max\limits_{0\le x_2\le s_2}\{g_2(x_2)+f_3(s_3)\}$

$=\begin{cases}16, & s_2=2\\ 21, & s_2=3\\ 26, & s_2=4\\ 27, & s_2=5\end{cases}$

$f_1(s_1)_3=\max\limits_{0\le x_1\le s_1}\{g_1(x_1)+f_2(s_2)\}=\max\{16+9,21+7,26+3,27+0\}=29,$

此时$x_1=1,x_2=2,x_3=2.$

所以$f_1(s_1)=\max\{f_1(s_1)_1,f_1(s_1)_2,f_1(s_1)_3\}=29$,此时$x_1=1,x_2=2,x_3=2$.所以给甲工厂分配1台设备，乙工厂2台，丙工厂2台。

4.

模型建立：

设在A、B、C区增设分店分别为第1、2、3个阶段

状态变量s_k为在第k个阶段下仍可新增的门店数量。

决策变量x_k为第k个阶段的新增的门店数。$(1\le x_k\le min(s_k,4)$

状态转移方程:$s_k=s_{k-1}-x_{k-1}$

基本方程

$$\begin{cases} f_k(s_k)=\max\limits_{0\le x_k\le s_k} v_k(x_k)+f_{k+1}(s_{k+1}) \\ f_4(s_4)=0 \end{cases}$$

模型求解：

(1)当k=3时：$f_3(s_3)=\max\limits_{0\le x_3\le s_3}(v_3(x_3))$

即$x_3^*=s_3$，$f_3(s_3)=v_3(s_2-x_2)$

(2)当k=2时：$f_2(s_2)=\max\limits_{0\le x_2\le s_2}(v_2(x_2))$

即$x_2^*=s_2$，$f_2(s_2)=v_2(s_1-x_1)+f_3(s_3)$

(3)当k=1时：$f_2(s_2)=\max\limits_{0\le x_1\le s_1}(v_1(x_1))$

即$x_1^*=s_1$，$f_1(s_1)=v_1(s_0)+f_2(s_2)$

由表格可解得当A3家门店，B1家门店，C2家门店或A3家门店，B2家门店，C1家门店或者A4家门店，B1家门店，C1家门店时，总利润最大为710。

5.

构建模型：

$$F = min\sum_{k=1}^{n}(f_{1k}+f_{2k}+f_{3k}+f_{4k})$$

式子中 n 为规划年限；f_{1k}为第k年的变电站的投资金额；f_{2k}为第k年线路的投资金额；f_{3k}为系统第k年的运行费用里；f_{4k}为系统第k年的维护费用。

在电力企业中，维护费用一半按照投资总额的百分比来计算，和投资金额成正比关系。所以可以将目标函数进一步化简为

$$F = min\sum_{k=1}^{n}(f_{1k}+f_{2k}+f_{3k})$$

动态规划计划描述：

1、阶段。每年为一个阶段，认为概念的投资是在每年的年初完成。

2、状态。由电网的结构构成状态变量，取值用0-1描述:

$$X_k = \begin{bmatrix} X_{k1} \\ X_{k2} \\ \vdots \\ X_{kn} \end{bmatrix}$$

式子中X_{ki}为第k阶段中电网各个构成的函数，n为构成元素的个数，其中分别包括已存在的变电站集合、线路集合和候选的变电站集合以及线路集合。

如果在第k阶段中存在则为1，否则为0.

3、决策。决策为第k阶段中增加变电站和线路的决策用U_k表示，其他为0。

目标函数中f_1指新增变电站投资费用，即：

$$f_{1k}(U_{ki} = \sum C_{kl}U_{kl})$$

式子中U是0-1变量，C_{1l}是第l个新变电站投资的费用。

目标函数中f_2指新增线路投资费用，即：

$$f_{2k}(U_{ki} = \sum C_{kl}U_{kl})$$

式子中U是0-1变量，C_{2l}是第l个新线路投资的费用。