530 陈斯杰 电子信息工程 第21次作业

1、$t=\frac{v}{a}$

$S=\frac{1}{2}v\frac{v}{a}=\frac{v^2}{2a}$

带进方程可得

$10=\frac{45^2}{2a}$

解得a=101.25

将s=21带入上式解得，v=65.21

2.

解：假设总人口为R，青年人口和老年人口的比例为K，青年人对出生率贡献为常数c_1,老年人的死亡率为c_2,自然因素对人口增长率的影响为常数r_1,社会经济因素对人口的影响为常数r_2,根据情况列出人口增长率和社会、自然等因素的关系式为：

$$\frac{dR}{dt}=\frac{c_1K}{1+K}R-\frac{c_2}{1+K}R+r_1+r_2$$

由此可以解得总人口和c_1,c_2,r_1,r_2的关系。

3.

物质与人力资源w,技术水平s,政府购买b,总产出P

$\frac{dP}{dt}=C_1*ws+C_2*b$

4.

(1) 假设A：设t时刻产品销量的增长率$\frac{dx}{dt}$与$x(t)$ 成正比，预测t 时产品销量

模型建立：

t时刻时，新产品销量为$x(t)$，把$x(t)$当做连续可微函数处理。每件新产品都是宣传品，且单位时间内每件新产品能够使a件新产品被销售，由假设可知：

$$x(t+\Delta t)-x(t)=ax(t)$$

即：

$$\frac{dx}{dt}=ax$$

开始时有x_0件新产品被销售，即$x(0)=x_0$, 整理得：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}=ax \\ x(0)=x_0 \end{cases}$$

求解得：

$$x(t)=x_0e^{at}$$

(2) 假设B:设考虑到产品销售存在一定市场容量Mx,预测t 时产品销量

模型建立：

事实上，x(t)往往是有上界的，统计表明$\frac{dx}{dt}$ 与该产品的潜在容量$N-x(t)$成正比，且设b为产品销售量的增长率与潜在容量的比例系数，则：

$$\frac{dx}{dt}=b(Mx-x(t))$$

调用matlab的dsolve函数得：

$$x(t)=\frac{Mx(e^{bt}-1)-x_0}{e^{bt}}$$

5、

假设A中经营者前期产量应该设置少量，后期设置多量。

假设B中，当购买量为最大需求量M_x一半时购买速度最快，此时产量应该最大，当刚开始销售和市场接近饱和时产量设置少量。

7.假设t时刻销售量为Q(t)，t时刻的广告费用投入为M(t),潜在的市场容量为N，则可得到

$\frac{dQ(t)}{dt}=a(N-Q(t))$

其中$a=F(M(t))=bM(t)$

而广告投入随销售速率的增加而减少，可得

$M(t)=\frac{1}{\frac{dQ(t)}{dt}}$

即$\frac{dQ(t)}{dt}=\sqrt{b(N-Q(t))}$

8.

解：根据题意可以列出一下关系式：

$$\begin{cases} \frac{dS_i(t)}{dt} = C_i N_i(t) \quad i = 1,2 \\ M(t) = C \\ N_1 + N_2 = M(T) \end{cases}$$

11、

模型假设：

假设：问题一在理想状态下技术的推广只与新技术的有直接关系，忽略人数限制等其他因素的影响。

假设：问题二分析在总人数一定的情况下，当采用新技术的人数达到一定数量后，推广速度会减小。

假设：模型三中广告等媒介在早期的作它用比较大，它对传播速度的影响与尚未采用新技术的人数成正比，在模型（2）的基础上进行利用。

建立模型：

模型1：

设推广的速度为r，x(t)为t时刻采用新技术的人员数。

可得：t到t+dt时间段内人口增量为$\frac{x(t+dt)-x(t)}{dt} = rx(t)$

即$\frac{dx}{dt} = rx$，此模型为指数增长模型，实际意义为随着采用新技术人数的增长，增长的速度也在不断提高。当t趋于无穷时，x也趋于无穷，可见未考虑最大人数限制。

模型2：

设最大人数为x_m。根据假设，当$x = x_m$时，增长率应为0，即$r(x_m) = 0$

列出方程组为：$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = r(1 - \frac{x}{x_m})x \\ x(0) = x^0 \end{cases}$

解得：$x(t) = \frac{x_m}{1+(\frac{x_m}{x_0}-1)e^{-n}}$

模型3：

有广告等媒介的传播帮助下，指数型增长速率更大，更早到达x_m峰值。

12.

(1)

$$t_1 = \frac{1}{\lambda} ln \frac{R(0)}{R(t)} = \frac{5568}{ln2} ln6.683.06 = 6271(years)$$

(2) dN(t)=-λN(t)dt,两边同时积分得：

ln(0.78)=-λt$_2$,t$_2$=1996, 则1975-1996=-21,,即21年前.

15.

(a).$P(t)=\frac{Me^{k(C+t)(M-m)}+m}{1+e^{k(C+t)(M-m)}},(C=constant)$

(b).$P_0=P(0)=\frac{Me^{kC(M-m)}}{1+e^{kC(M-m)}},(C=constant)$

(1).$P_0<m,M<m$,鲸无法生存

(2).$m<P_0<M,M>m$,可以生存

(3).$M<P_0,m>M$,鲸无法生存

(c).

$$\lim_{x\to+\infty}P(t)=\lim_{x\to+\infty}\frac{M(1+e^{k(c+t)(M-m)})+m-M}{1+e^{k(c+t)(M-m)}}=M$$

16.

(1) 由$\frac{dx}{dt}=\lambda x(N-x)$ 得

$\frac{dx}{x(N-x)}=\lambda dt, \frac{1}{x(N-x)}=\frac{1}{N}*(\frac{1}{x}+\frac{1}{N-x})$, 因此

$\frac{dx}{x}+\frac{dx}{N-x}=\lambda dt\to ln(x/(x-N))=N\lambda t+C,$

求解得到：

$$x(t)=\frac{N}{1+(\frac{N}{x_0}-1)e^{-N\lambda t}}$$

符合Logistic模型，是一条逻辑斯蒂曲线。

(2) 由逻辑斯蒂曲线性质得，当$x=N/2$ 时传播最快.

(3) 当$t\to\infty$时，$x(t)\to N$，最终几乎全部人都会接受到此消息。

18.

(a)GNP模型：M(n)=1.03M(n-1)，国债模型：N(n)=N(n-1)(1+k)

(b)M(n)=$1.03^n M_0$,N(n)=$N_0 e^{rn}$

(c)考虑两者的增长率,dM=$1.03^x \ln 1.03 M_0$,dN=$N_0 r e^{rx}$,

当r>ln(1.03)时，国债会超过GNP.