

2018 年全国大学生数学建模竞赛暨美赛培训

决策论

厦门大学2016 级各学院

数学建模团队：谭忠教授；助教：陈小伟，姜小蒙，姚瑶，余娇妍

要求：(1) 必须用TEX输入编辑后将TEXPDF以及图表一并发邮件提交给ztan85@163.com及sxjm004@163.com，压缩包及邮件主题名为“编号+姓名+专业+第*次作业”；

(2) 必须抄题，以免判错。

1. 某厂自产自销一种产品，每箱成本30 元，售价80 元，但当天卖不掉的产品要报废. 该厂去年90 天的日销售量记录表明，有18 天售出100 箱，有36 天售出110 箱，有27 天售出120 箱，有9 天售出130 箱. 问该厂今年应当生产多少箱可获利最大.

2. 某地方书店希望订购最新出版的好图书. 根据以往经验，新书的销售量可能为50，100，150，200 本. 假定每本新书的订购价为4 元，销售价为6 元，剩书的处理价为每本2 元. 要求：(1)建立损益矩阵；(2)分别用悲观法、乐观法及等可能法决定该书店应订购的新书数字；(3)建立后悔矩阵，并用后悔值法决定书店应订购的新书数.

3. 某活动分两阶段进行. 第一阶段，参加需要先支付20 元，然后从含0.4 白球和0.6 黑球的箱子中任摸一球，并决定是否继续第二阶段. 如继续需再付20 元，根据第一阶段摸到的球的颜色在相同的颜色箱子中再摸一球. 已知白色箱子中含0.8 蓝球和0.2 绿球，黑色箱

子中含0.15 的篮球和0.85 的绿球. 当第二阶段摸到蓝色球时. 参加者可得奖100 元，如果摸到的是绿球或者不参加第二阶段游戏均无所得. 试用决策树确定参加者的最优策略.

4. 设有某石油钻探队，在一片估计能出油的荒地钻探. 可以先做地震试验，然后决定钻探与否. 或不做地址试验，只凭经验决定钻探与否. 做地震试验的费用每次3000 元，钻井费用10000 元. 若钻井后出油，可收入40000 元；若不出油，就没有收入. 各种情况下估计出油的概率为：试验好的概率0.6，并钻井后出油的概率0.85；试验不好的概率0.4，并钻井后出油的概率0.1；而不试验而直接钻井后出油的概率0.55；钻探队如何决策使收入的期望值最大.

5. 某食品公司考虑是否参加为运动会服务的投标，以取得饮料或面包二者之间的供应特许权. 二者中任何一项投标被接受的概率为0.4. 公司的获利情况取决于天气. 若获得的是饮料供应特许权，则当晴天时可获利2000 元；雨天时要损失2000 元. 若获得的是面包供应特许权，则不论天气如何，都可获利1000 元. 已知天气晴好的可能性为0.7. 问：

(1)公司是否可参加投标？若参加，为哪一项投标？

(2)若再假定饮料投标，公司可选择供应冷饮或咖啡. 如供应冷饮，则晴天可获利2000 元，雨天损失2000 元；若供应咖啡，则雨天可获利2000 元，晴天1000 元，公司是否应参加投标？参加哪一项投

标？

6. 某公司货运收费标准是：

(1)本地货运：每吨运费一律10 元；

(2)外地货运：货运量在100 吨以内，如运输距离在500 公里内的，每吨运费为20 元，如运输距离在500 公里(含)以上，每吨运费25 元；货运量超过100 吨(含)时，运费在相应距离基础上每吨增加10% . 请用决策表(或决策树)表达上述运费的计算方法(货物重量用 W 表示，单位：吨)

7. 某建筑公司拟建一预制构件厂，一个方案是建大厂，需投资300 万元，建成后如销路好每年可获利100 万元，如销路差，每年要亏损20 万元，该方案的使用期均为10 年；另一个方案是建小厂，需投资170 万元，建成后如销路好，每年可获利40 万元，如销路差每年可获利30 万元；若建小厂，则考虑在销路好的情况下三年以后再扩建，扩建投资130 万元，可使用七年，每年盈利85 万元. 假设前3 年销路好的概率是0.7 ，销路差的概率是0.3 ，后7 年的销路情况完全取决于前3 年；试用决策树法选择方案.

8. 某公司确定下一年度广告宣传方式，宣传媒介有电视(C_1)、报纸(C_2)和街头广告牌(C_3)三种. 由于考虑广告费用问题，只能选择其中一种方式进行宣传. 经公司有关部门初步分析后认为：电视广
告宣传面广、观众多、效果好，但需支付的费用也大；而街头广告牌

情况正好相反，宣传面比较窄、观众相对较少、且宣传效果一般，但支付的费用较少；

报纸宣传优缺点介于两者之间. 设观众人数(B_1)、宣传效果(B_2)、广告费用(B_3)，要求用层次分析法来确定上述3 种方式的优先顺序.

9. 某厂决定生产某产品，要对机器进行改造. 投入不同数额的资金进行改造有三种方法，分别为购新机器、大修和维护，根据经验，销路好发生的概率为0.6 . 相关投入额及不同销路情况下的效益值如表所示，请选择最佳方案.

供选方案	投资额 T_i	销路好 p_1	销路不好 p_2
A_1 : 购新	12	25	-20
A_2 :大修	8	20	-12
A_3 :维护	5	15	-8

10. 为了适应市场的需要，某市提出了扩大某种电器生产的两种方案. 一种方案是建设大工厂，另一种方案是建设小工厂，两种方案的使用期都是10 年. 建设大工厂需要投资600 万元，建设小工厂需要投资280 万元，两种方案的每年损益值及自然状态的概率，见下表.

试用决策树选出合理的决策方案.

评价指标	概率	方案	
		建大厂	建小厂
销路好	0.7	200	80
销路差	0.3	-40	60

11. 在上题中，如果把10 年分为前3 年和后7 年两期考虑. 根据市场预测：前3 年销路好的概率为0.7 ，若前3 年销路好，则后7 年销路好的概率为0.8 ；前3 年销路差的概率为0.3 ，若前3 年销路差，则后7 年销路差的概率为0.9 . 在这种情况下，建大厂和建小厂两个方案哪个为好？

12. 某公司由于市场需求增加，使得公司决定要扩大公司规模，供选方案有三种：第一种方案，新建一个大工厂，需投资250 万元；第二种方案，新建一个小工厂，需投资150 万元；第三种方案，新建一个小工厂，2 年后若产品销路好再考虑扩建，扩建需追加120 万元，后3 年收益与新建大工厂相同.

如下表所示，根据预测该产品前2 年畅销和滞销的概率分别为0.6 ，0.4 . 若前2 年畅销，则后3 年畅销和滞销概率为0.8 ，0.2 ；若前2 年滞销，则后3 年一定滞销. 请对方案做出选择.

评价指标	概率		供选方案与效率			
	前2年	后3年	大工厂	小工厂	先小后大	
					前2年	后3年
畅销	0.6	畅销0.8;滞销0.2	150	80	80	150
滞销	0.4	畅销0;滞销1	-50	20	20	-50
成本			250	150	150	120

13. 某化工厂考虑是否要投资15000 万元开发一种处理工业废料的新工序，如开发，可望有0.6 的机会成功，如获成功，可申请专利，专利申请费为5000 元，获批准的机会是0.5 . 如试验成功，不管专利是否被批准，工厂都有自用还是出售这种权利的选择. 在使用中，这种新工序可望在4 年内有利可图，获利大小，受能否取得专利权的影响；受该工序本身的性能(能产生多少利润)的影响；还受到政府的补助(用减税或津贴等方式)的影响. 政府补助可分大量、中等及少量3 种. 各种情况下的条件利润如下：

(1)出售权利的收益：批准专利权时，可得40000 元；未批准专利权时，可得25000 元；不申请专利时，可得30000 元.

(2)自己使用的每年收益.自己使用新工序的年收益，现政府补助大小和专利情况不同而异，见表：

政府补助	概率	批准专利	未批准专利	不申请专利
大量	0.3	15000	7000	11000
中等	0.4	10000	5500	8000
小量	0.3	6000	3000	5000

14. 根据以往的资料，一家面包店每天所需面包数(当天市场需求

量)可能是100、150、200、250、300 当中的某一个,但其概率分布不知道. 若一个面包当天没有卖掉,则可在当天结束时以每个0.15元处理掉. 新鲜面包每个售价为0.49 元,成本为0.25 元. 假设进货量限制在需求量当中的某一个,求:

- (1)做出面包进货问题的决策矩阵;
- (2)分别用处理不确定性决策问题的各种方法确定最优进货量.

15. 某合资日用保健品公司,资本较为薄弱,市场预测公司产品销路不够理想,因此决定按最大最小原则决策. 该公司的经营方式、市场状态及年收益情况如表所示. 问公司决策者按此准则决策应采用何种经营方式?

经营方式 \ 市场状况	畅销	一般	滞销
a_1	9.5	7.5	2.5
a_2	11.5	8.5	-1
a_3	10	6	3

16. 某一家用电器公司为了适应市场日益更新的需要,决定投产一种新产品,为此提出了3 中备选方案: D_1 : 引进国外生产线; D_2 : 与国内某名牌电器公司进行合作生产; D_3 : 对原生产线进行技术改造. 但该公司对该种新产品的投产又感到不能盲目乐观,决定以 $\alpha = 0.6$ 的乐观系数进行决策. 该公司估算以上3 种方案在市场上出现高需求、中等需求和低需求的情况下, 10 年之内所获得的利润情

况如表. 问该公司应选择哪一种方案为最优方案?

方案 \ 市利润	高需求	中等需求	低需求
D_1	650	250	-150
D_2	400	160	100
D_3	350	220	5

17. 某企业的设备和技术已经落后,需要进行更新改造. 方案一: 在对设备更新改造的同时,扩大经营规模; 方案二: 先更新改造设备, 三年后根据市场变化的形势再考虑扩大经营规模的问题. 相应的决策分析资料为:

- (1)现在更新改造设备, 需投资200 万元, 三年后扩大经营规模另需投资200 万元;
- (2)现在更新改造设备同时扩大经营规模, 总投资额是300 万元;
- (3)现在只更新改造设备, 在销售情况良好时, 每年可获利60 万元; 在销路不好时, 每年可获利40 万元;
- (4)现在更新改造与扩大经营规模同时进行, 若销售情况良好, 投产前三年可获利100 万元, 后五年每年可获利120 万元; 销路不好, 每年只能获利30 万元;
- (5)每种自然状况的预测概率如下表所示. 试用决策树法确定企业应选择哪种方案.

销售情况	概率	前三年	
好	0.7	后五年	好
不好	0.3	好	不好
		不好	

18. 某公司需要决定建大厂还是建小厂来生产一种产品，该产品的市场寿命为10 年，建大厂的投资费用为280 万元，建小厂的投资为140 万元. 10 年内销售状况的离散分布为：高要求两道可能性为0.5；中等需求量的可能性为0.3；低需求量的可能性为0.2. 公司进行了成本- 产量-利润分析，在工厂规模和市场容量的组合下，他们的条件收益如下：

需求	高需求	中需求	低需求
工厂			
大工厂	100	60	-20
小工厂	25	45	55

19. 某公司拟生产一款新型轿车，初步确定有以下几种配置方案：发动机 $2.0L(e_1 = 2.0)$, $1.8L(e_2 = 1.6)$ ；无天窗 $s_1 = 0$ ，手动天窗 $s_2 = 0.3$ ，电动天窗 $s_3 = 0.5$ ；手动换挡 $d_1 = 1.2$ ，自动换挡 $d_2 = 2.1$ ；其他成本 $W = 7$ ，(单位：万元). 车型的预计售价和销量如下表所示：

型号	发动机	天窗	换挡	售价 P	预计销量 Q
Nh20	2.0L	无天窗	手动挡	13	1500
Na20	2.0L	无天窗	自动挡	14	1450
Hh20	2.0L	手动天窗	手动挡	13.4	1400
Ha20	2.0L	手动天窗	自动挡	14.4	1500
Eh20	2.0L	电动天窗	手动挡	13.6	1480
Ea20	2.0L	电动天窗	自动挡	15.6	1350
Nh18	1.8L	无天窗	手动挡	12.5	1410
Na18	1.8L	无天窗	自动挡	13.5	1380
Hh18	1.8L	手动天窗	手动挡	12.9	1460
Ha18	1.8L	手动天窗	自动挡	13.9	1500
Eh18	1.8L	电动天窗	手动挡	13.1	1390
Ea18	1.8L	电动天窗	自动挡	15.1	1480

由于同时开发两种或两种以上车型的成本较高，故只能选择一种配置车型. 该公司应如何选择确定最佳的轿车配置方案，使得获得利润最大.

20. 参考1 中所提出的汽车的配置决策问题，主要是在预期的销售量作为确定的值来计算. 实际上这是一个预测值，对未来的实际销量未必一定是确定的，随着市场行情变化，可能会产生一定的误差. 为此，上面按此作出的决策可能存在着一定的风险. 进一步地考虑预期市场的销售量是按一定的概率分布来事先的. 具体的新型轿车的预期销售量与概率分布表(下表)所示，在这种情况下，按照最大期望效

益决策准则的最佳决策策略为何？

型号	1350	1400	1450	1500	1550
Nh20	0.1	0.1	0.2	0.5	0.1
Na20	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1
Hh20	0.2	0.4	0.2	0.1	0.1
Ha20	0.1	0.1	0.1	0.6	0.1
Eh20	0.1	0.1	0.3	0.4	0.1
Ea20	0.6	0.3	0.1	0	0
Nh18	0.1	0.5	0.2	0.1	0.1
Na18	0.3	0.4	0.1	0.1	0.1
Hh18	0	0.1	0.5	0.3	0.1
Ha18	0.1	0.1	0.2	0.4	0.2
Eh18	0.2	0.5	0.2	0.1	0
Ea18	0.2	0.7	0.1	0	0

21.张强是以为在校大学生，本学期他将参加三门主要的课程的期末考试，由于时间比较紧，他能够专门用来复习的时间只有6 天，根据经验预测，每门功课的考试成绩与他所投入的时间成正比，但不同课程的成绩与所投入的时间的不同而不同. 具体投入的复习时间和相应的课程成绩如下表：

三门课程的复习效果

天数	0	1	2	3	4	5	6
运筹学分数	30	44	65	75	83	88	90
管理学分数	40	52	62	70	77	83	98
统计学分数	70	80	88	90	91	92	93

试运用决策分析理论，帮助张强制订一个最佳的复习时间安排表，使三门成绩的总成绩最高.

22. 军队的战斗力是衡量一支军队强弱的根本标准，而是平时加强国防和部队建设，战略规划使用兵力. 进行战斗编组、组织实施作战的基本依据. 对于军队战斗力的评估研究是各个国家个军队十分关注的问题之一. 现在的问题是如何评估一支军队的战斗力.

23. 随着现代武器装备日趋复杂和高科技成分的增加，可靠性和保障能力越来越成为影响武器装备系统效能的重要因素. 保障能力是武器装备系统的设计特性指标之一，即设计利用最好的保障资源能够保障武器装备的完好，特别是保障战时能够充分发挥其战斗能力.

为了保障某种武器装备系统的作战效能，某部队拟采购一批该系统的备用件，用以必要替换出现故障的零部件，判别是否采购某种备件的主要因素有：功能指标、可靠性指标、可维修性指标和经济指标. 下表给出了五种主要部件的指标值. 现在的问题是在有限的资金条件下，怎样确定某种配件的采购方案.

某武器装备配件参数表

备件 i	功能指标 K_i	可靠性指标 R_i	可维修性指标 M_i	价格 P_i /万元
1	0.8	0.91	0.77	0.52
2	0.4	0.65	0.54	0.45
3	0.6	0.97	0.67	0.78
4	0.5	0.81	0.72	1.11
5	0.4	0.75	0.85	0.98

24. 某部队计划安排下一周的训练任务，根据训练要求初步确定三种训练科目，每一种科目训练效果的好坏都与天气情况密切相关，天气可分好、一般、较差. 这三种天气状况的发生的概率分别为0.3、0.4、0.3. 第 i 种训练方案在第 j 种天气状态下的训练效果为 S_{ij} ，具体数值如下表：

某武器装备配件参数表

科目方案 \ 天气状态	T_1	可靠性指标 T_2	T_3
A_1	50	30	15
A_2	40	35	25
A_3	30	30	28

试问该部队应该如何安排下一周的训练任务，使得总的训练效果最佳？

25. 某柑橘果园，每年最后一个季度都将面临大量柑橘的采摘问题. 正常情况下，他们在每年的最后一个季度应该采摘所有的柑橘，然后销售出去，将可以得到120 万元的收入. 如果将这些柑橘晚采一

个月，则可以将这些柑橘以更高的价格卖出，即140 万元. 当然，在这段期间有25% 的可能性发生霜害. 若发生了霜害，则这些柑橘将被完全毁坏，对果园将造成巨大的损失. 在这种情况下，柑橘园应该用什么样的采摘策略使得果园的收入最多？进一步考虑，当出现霜害的概率增加到35% 的时候，又该如何？10% 又将如何？

26. 某面包销售店，每天从面包加工厂批发一定数量的新鲜面包销售，每卖出一个面包可获利0.5 元. 若卖不出去剩余的面包可以退回工厂，但销售店每退一个面包要损失0.2 元. 根据以往的销售经验，每天销售需求量大体上服从正态分布 $N(300, 20)$. 试问改面包店每天应订购多少个面包，使其获利的期望值最大？

27. 某集团军下设有6 个油料供应站，专为军内所属部队提供油料保障. 随着军事训练任务的加重，现有的油料供应站的设施已经力不从心，不能很好保障所属部队的军事训练任务. 现集团军拟扩建这6 个油料供应站的1 个. 通过分析论证，确定选择扩建油料供应站主要有两个因素：费用和平均距离，即决策的目标的两个属性，6 个油料供应站的数值见下表. 最佳的选择方案应该是费用和平均距离均越小越好.

油料供应站扩建费用和平均距离

油料供应站	1	2	3	4	5	6
扩建费用/万元	60	50	44	36	44	30
平均距离/km	1.0	0.8	1.2	2.0	1.5	2.4

(1)试用加权和法分析应扩建哪个加油站，并讨论权重的选择对决策方案的影响.

(2)如果取两个目标的权重满足关系 $W_1 = 2w_2$ ，试用TOPSIS方法求解该问题，给出具体的方案.

28. 许多大中城市，由于水资源不足，自来水供应紧张，请根据边际效用递减原理，分析这些大城市采用阶梯式水价政策可以有效地缓解用水资源浪费的原因和效果.

29. 煤矿安全是国家安全生产工作的重中之重，加强煤矿的安全生产管理与监督已成为全社会广泛关注的热点问题之一. 在煤矿安全生产管理的过程中，如何评估煤矿的安全生产能力是需要研究的重要

内容之一. 下图给出了通常认为主要的一些相关因素. 试给出煤矿安全生产能力的评估方法，并针对某个矿的实际情况，对其安全生产能力进行评估分析.

