

2018 年全国大学生数学建模竞赛暨美赛培训

线性规划与整数线性规划

厦门大学2016 级各学院

数学建模团队：谭忠教授；助教：陈小伟，姜小蒙，姚瑶，余娇妍

要求：（1）必须用TEX输入编辑后将TEXPDF以及图表一并发邮件提交给ztan85@163.com及sxjm004@163.com，压缩包及邮件主题名为“编号+姓名+专业+第*次作业”；

（2）必须抄题，以免判错。

一、线性规划部分

1. 某化肥有限公司生产包括两种成分，能提供氮、磷酸盐和钾的化肥。每千克成分1 含有10 克氮和6 克磷酸盐；每千克成分2含有2克氮、6克磷酸盐和1 克钾。成分1的成本为每千克3 元，成分2的成本为每千克5 元。公司想知道每种化学成分要放多少到袋中，才能以最低成本满足20克氮、36克磷酸盐和2克钾的最低要求。试建立线性规划模型并应用Matlab求解。

2. 某家具公司需要两种资源生产椅子和桌子—劳动力和木材。公司每天有80小时劳动力和36千克木材。每天椅子的需求量不会超过6把。每把椅子需要8 小时劳动力和2千克木材；每张桌子需要10小时劳动力和6千克木材。每张椅子的利润是400元，桌子的利润是100元。公司想要知道每天生产多少椅子和桌子，才能达到最大的利润。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解这个模

型；（3）如果按最优解生产椅子和桌子，有多少劳动力和木材没有被使用？

3. 某珠宝商店用黄金和白金制作项链和手镯。商店现有18千克黄金和20千克白金。每根项链需要3千克黄金和2千克白金，每只手镯需要2千克黄金和4千克白金。手镯的需求量不会超过4只。项链的利润是3000元，手镯的利润是4000元。商店想知道制作多少项链和手镯，可以使利润最大化。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解这个模型；（3）解释如果手镯的利润由4000元变成6000元，对最优解的影响；（4）解释如果项链中白金需求量由2千克变成3千克，对最优解的影响；（5）手镯最大需求量是4只。如果商店按利润最大化的产量生产手镯和项链，能达到手镯的最大需求量吗？如果没有，相差多少？（6）项链利润达到多少，商店就不会生产手镯？这时利润最优解是多少？

4. 牡丹酒店有一个冰淇淋柜台，销售主要两种产品：冰淇淋和冰冻酸奶酪，每种产品都有多种口味。酒店每周下一次订单采购冰淇淋和冰冻酸奶酪，仓库有足够的冷冻空间存储两种产品共计500升。每升冰冻酸奶酪的成本是7.5元，每升冰淇淋的成本是9.3元。酒店每周计划采购这两种产品共计900元。经理估计每周售出的冰淇淋至少是冰冻酸奶酪的2倍。每升冰淇淋的利润是45元，每升冰冻酸奶酪的利润是36元。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解这个

模型；(3) 如果酒店增加额外的90升空间储存冰淇淋和冰冻酸奶酪，每周可以实现多少额外利润？

5. 一家制造公司生产两种产品，每种产品都需要经过组装和完工两道工序，完工后需要运到仓库，而且仓库的空间是有限的。公司用于组装和完工工序的时间分别为80小时和112小时，仓库最多存放10件产品。每件1号产品的利润是300元，需要用4小时组装和14小时完工。每件2号产品的利润是700元，需要用10小时组装和8小时完工，公司决定每种产品生产多少件，以实现利润最大化。(1) 试构建线性规划模型；(2) 用MATLAB求解这个模型；(3) 假设目标函数由目标函数由 $Z = 30x_1 + 70x_2$ 变为 $Z = 90x_1 + 70x_2$ ，计算每个目标函数的斜率，讨论这些斜率对最优解的影响。

6. 这一季公司有64吨葡萄可供酿造葡萄酒，每批5000升的山谷花露需要4吨葡萄，山谷红则需要8吨葡萄，两种产品必须在120小时之内完成生产。酒窖的大小为350立方米，每批酒都需要35立方米的储存空间。每批山谷花露的生产时间为15小时，利润为90000元，每批山谷红的生产时间为8小时，利润为120000元，每种酒最多需要7批。求利润最大化的生产方案：(1)构建线性规划模型；(2) 用MATLAB求解这个模型；

7. 史教授讲授两个班的商业统计课程，需要在期末考试中审阅120份考卷。史教授有2个研究生助手，小德和丽莎，审阅期末考

卷。所有试卷必须在3天内审阅完毕并公布分数。在你这段时间内，小德有12个小时，丽莎有10个小时审阅试卷，审阅一份试卷，小德平均需要7.2分钟，丽莎则需要12分钟。然而小德的审阅会发生错误，需要史教授最后重审10%的试卷，丽莎只有6%的试卷需要重审。史教授想知道每个研究生助手各分配多少份试卷，可以使他的重审量最少。(1) 试构建线性规划模型；(2) 用MATLAB求解这个模型；(3) 如果史教授可以让小德或丽莎多工作1小时，他会选择谁？这1小时会有怎样的影响？

8. 东方体育用品公司生产篮球和足球，每种产品需要两种材料：橡胶和皮革。单位产品对每种材料的需求量和材料总量如下所示：

(第8题表格)

产品	橡胶	皮革
篮球	3	4
足球	2	5
材料总量	500	800

每个篮球的利润是120元，足球的利润是160元。(1) 试构建线性规划模型，计算生产多少篮球和足球可以达到利润最大化；(2) 把模型转化成标准形式。

9. 张家在湖南拥有4100亩庄园，用来种植玉米和烟草。种植、耕作和收割每亩玉米的成本是1050元，而每亩烟草的成本是2100元。

张家明年的预算是525000 元。政府规定最多只能种植1000烟草。每亩玉米的利润是3000元，烟草的利润是每亩5200元。张家想知道各种种植作物多少亩，可以实现最大利润。(1) 试构建线性规划模型；(2) 用MATLAB求解；(3) 在最优解时，有多少亩土地没有耕种？张家用足1000的指标了吗？(4) 如果张家只种玉米，玉米的利润必须达到多少？(5) 如果张家可以获得另外1000的土地，他们将分别种植多少亩玉米和烟草？(6) 如果张家不打算为玉米恢复计划而耕种50亩玉米，这将如何影响他们的玉米生产计划？(7) 用MATLAB求解为张家庄园建立的线性规划模型；(8) 张家有可能从邻居家租赁一些闲置的土地。邻居开出的租价是每亩110 0 元。张家应该以怎样的价格租赁土地？最多应该租赁多少土地？(9) 张家正计划取得一些贷款，以扩大他们的预算。借来的每一元会产生多少利润？如果借来10000元，种植的玉米和烟草亩数会有变化吗？

10. 厦屿出版公司每月出版两种杂志：《厦屿航空》和《品茶品酒》。公司免费把杂志分发给厦屿航空的商业用户、酒店和商店。公司的主要利润来源就是杂志广告，每分发一份《厦屿航空》可以得到5元的广告收入，而每一份《品茶品酒》可以得到7.5元的广告收入。出版《品茶品酒》由于要刊登彩色照片，所以成本是2.5元，而《厦屿航空》成本只有1.7元。出版公司每个月的预算是40000元，最多每月发行18000本杂志。为吸引客户刊登广告，公司保证每月至少

发行每种杂志8000册。公司想知道每月印刷各种杂志多少册，可以使广告收入最多。(1) 试构建线性规划模型；(2) 用MATLAB求解为厦屿出版公司建立的线性规划模型；(3) 计算《品茶品酒》产生的广告收益的灵敏度范围；(4) 公司花费了所有的印刷预算吗？如果没有，留下了多少松弛量？(5) 如果当地的茶酒代理商坚持每期必须发行12000册杂志而不是8000册，否则就取消广告，这对最优解有什么影响？并用MATLAB求解；(6) 如果厦屿出版公司获得额外的空间可以发行18500册杂志，而不是现在的18000册，会给公司带来多少利润？20000册呢？(7) 如果《品茶品酒》的需求量由8000册下降为7000册，这对公司意味着什么？

11. 某食品商店出售三种品牌的100升装的牛奶：自主品牌、当地品牌和全国品牌。每盒自主品牌牛奶的利润是10元，每盒当地品牌牛奶的利润是7元。每周冷冻架上可用于存放100升牛奶的面积是36平方米。100 牛奶的占用的面积是16平方厘米。商店经理知道每周该食品商店出售的全国品牌的牛奶比当地品牌和自主品牌的总和要多，并且全国品牌的销量至少是自主品牌的3倍。而且，当地品牌每周只能提供10打牛奶。商店经理想知道每周储存每种牛奶各多少，可以实现利润最大化。(1) 试构建线性规划模型；(2) 试用MATLAB求解该模型；(3) 如果在上题中该食品店可以扩大其货架面积，每盒100升牛奶可以增加多少利润？(4) 如果当地品牌的奶制品商可以增加供货

量，可以增加利润吗？（5）改食品商店正在考虑降低自主品牌牛奶的价格以增加销售。如果这样做，利润将降低到每盒8元，但是这样会使全国品牌的奶制品的需求量只有自主品牌的一半。讨论商店应该打折吗？

12. 丁家居住在湖南的一个农场，这里出产多种农作物和家畜，包括山核桃。农场有50亩山核桃树，每亩年产带壳山核桃大约1000千克。这个家庭用收获的所有山核桃来生产山核桃饼、饼干、1千克的袋装去壳山核桃，以及5千克的袋装带壳山核桃，然后拿到镇上的本地农贸市场销售。该家庭生产的饼卖50元，成包的一打饼干卖30元，袋装的去壳山核桃卖70元，袋装的带壳山核桃卖160元。一个去壳山核桃的重量是带壳山核桃的一半，制作一个饼需要4克的去壳山核桃，制作一打饼干需要6克的去壳山核桃。饼和饼干用家庭的烤箱烘焙，可用的烘焙时间是120小时。烘焙一炉饼，共4个，要用55分钟，烘焙一炉饼干，共2打，要用15分钟。家庭成员需要用6分钟给山核桃去皮，做成饼并包装；4分钟给山核桃去皮，做成饼干并包装；10分钟给山核桃去皮，包装成1帮的袋装去壳山核桃；1分钟打包成袋装的带壳山核桃；家庭成员用来去壳和包装的可用时间是300小时。丁家想知道为了最大化销售收益，应该生产多少山核桃饼/饼干以及袋装的去壳和带壳山核桃。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解；（3）存在可用的额外（松弛）资源吗？（4）如果

丁家可以获得额外的资源，哪一个对他们具有最大的价值？为了获得这种资源，他们愿意支付多少？为什么？（5）如果丁家可以获得额外500千克的山核桃，或者30小时的烘焙时间，他们应该选择哪一个？（6）该家庭正在考虑花费30000元购买一个更大的烤箱，如果他们购买了，他们将能一次烘焙5个饼或者3个饼干。他们应该买这个烤箱吗？并解释你的回答。

13. 某服务公司在冬季与客户签订合同，从春季开始修剪草坪。该公司向住宅和商业用户提供服务，该服务已经确定了50个可能的住宅客户和15个潜在的商业客户，并取得了联系。在生长季节，它每周向客户提供一次服务，住宅区的草坪平均需要2小时来修剪，商业区的则需要5小时修剪；该服务的可用工作时间是每天8小时，每周6天。修剪住宅区草坪的利润是230元，修剪商业区的利润是610元。该服务已经确定了3500元的周预算，用作管理、天然气和其他的物料购买，再加上设备维修。住宅区草坪平均花费管理、天然气、物料和维修成本120元，商业区的草坪平均花费成本200元。改公司想知道为了最大化利润，它应该从它的潜在客户中选择多少住宅区和商业区的工作来签约。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型；（3）哪些资源约束着该服务能签约到多少份工作？（4）如果公司每周能够增加500元的周预算，或者增加它的每日工作时间至9小时，哪一个将能带来更大的利润？（5）逻辑上，该问题的解应该是整

数，也就是说，完整的工作，然而，最优解不是整数。你将怎样建议改公司对待这种矛盾？为了求解该问题，你认为通过你正在使用的计算机程序，能有方法来处理这个问题吗？

14. 某公司生产3种电子产品：钟表、微波炉和烘烤器。每种产品对资源的要求如下：

(资源要求)

	单位成本(元)	单位工时(小时)
钟表	70	2
微波炉	100	3
烘烤器	50	2

工厂每天的生产成本预算是20000元，可利用工时是660小时。每天客户的最大需求为200只钟表、300个微波炉和150个烘烤器。钟表、微波炉和烘烤器的售价分别为150，200和120元。公司想知道什么样的产品组合可以使利润最大化。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

15. 某化肥公司在湖南的常德、湖北的荆州的工厂生产两种品牌的草坪化肥：超绿1号和超绿2号。常德的工厂每天可生产5000 吨化肥；荆州的工厂每天可生产6000吨化肥，每个工厂生产每个品牌每吨化肥的成本如下：

产品	常德	荆州
超绿1号	20元	40元
超绿2号	20元	30元

公司每天有45000元的预算科用于两个工厂的生产。根据过去的销售，公司知道最大的需求（转换成每天的数据）是超绿1号6000吨和超绿2号7000 吨。每吨超绿1号和超绿2号的售价分别是90元和70元。公司想知道每个工厂各生产每种品牌的化肥多少磅可以实现利润最大化。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

16. 高尔金属制品公司用自己开采的6种矿石生产合金。公司收到一个客户的订单，需要生产一种包含4种金属的合金，其规格要求如下：金属A 至少21%，金属B不超过12%，金属C不超过7%，金属D介于30%~65%之间。6种矿石中每种金属的比例和杂质的含量如下所示：

矿石	金属A(%)	B(%)	C(%)	D(%)	杂质(%)	(美元/吨)
1	19	15	12	14	40	27
2	43	10	25	7	15	25
3	17	0	0	53	30	32
4	20	12	0	18	50	22
5	0	24	10	31	35	20
6	12	18	16	25	29	24

当金属被加工和提纯时，杂质就会去掉，公司想知道每吨合金要使用每种石各多少，可以使每吨合金的成本最小。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

17. 海景假日酒馆的张老板正在为周日的中国高校篮球联赛做准备，他要决定储存多少啤酒。张老板准备3种品牌的啤酒：青岛、雪津和麦之初，每种品牌每杯的成本（对酒馆老板）如下：青岛15元、雪津9元、麦之初10元。酒馆为周日的比赛准备了2000元的啤酒预算。张老板的啤酒的售价为每杯青岛30元、每杯雪津25元和每杯麦之初17.5元。根据以往的比赛情况，谭老板预测顾客对啤酒的最大需求量为：青岛400千克、雪津500千克和麦之初300千克。酒馆可以储存1000千克想把所有的酒都卖出去。张老板想知道每种啤酒各订多少杯可以使利润最大化。（1）试构建线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

18. 某饲料公司用4种成分制作混合饲料：燕麦，玉米，大豆和维生素补充剂。公司有300磅燕麦，400磅玉米，200磅大豆，100磅维生素补充剂。混合饲料的要求如下：

- 至少30%的大豆
- 至少20%的维生素补充剂
- 玉米和燕麦的比例不能超过2：1

- 燕麦的含量不能超过大豆
- 至少制作500磅混合饲料

每磅燕麦的成本是0.5美元，每磅玉米的成本是1.2美元，每磅大豆的成本是0.6美元，每磅维生素补充剂的成本是2.00美元。公司想知道在混合饲料中放入每种成分各多少可以使成本最低。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

19. 某慈善基金会计划下周举行每年的基金募集活动。每天24小时通过电话访谈的方式募集捐款，每种访谈方式的平均捐款数如下所示：

	电话访谈(美元)	当面访谈（美元）
白天	2	4
晚间	3	7

慈善基金会有足够的汽油和车辆，每天24小时最多可以进行300人次的访谈，每种访谈方式需要的时间如下：

	电话访谈(分钟)	当面访谈（分钟）
白天	6	15
晚间	5	12

该组织的志愿者每个白天有20小时，每个晚间有40小时的时间进行访谈，每天安排各种访谈多少次，可以使募集到的款项最多。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

20. 罗德正在计划拓展他的公司，经过审慎考虑，他决定在3个方面投入闲置的资金：（1）产品研发；（2）生产工艺改进；（3）广告和促销。他有5千万元可用于投资，他可以每年投资一次广告和促销，在这方面的投资预计可获得本金外加20%的收益。在生产工艺改进方面的投资只能每2年进行一次，在这方面的投资预计可获得本金外加30%的收益（在第2年年底在产品研发方面的投资只能每3年进行一次，在这方面的投资预计可获得本金外加50%的收益（在第3年年底）。为了使投资多样化，他希望至少3百万元用于广告和促销投资，至少4百万和5百万元分别用于生产工艺改进和产品研发（在第1年的开始）。罗德想知道在为期4年的投资期内每年投在3种投资渠道上的资金分别是多少，可以使初始的5千万元增值最多。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

21. 小张是一个专业的足球运动员，正准备退役进入保险业。他准备销售3种保险：家庭财产险、汽车险和寿险。每种保险每年的平均利润为：

险种	年利润（美元）
家庭财产险	35
汽车险	20
寿险	58

每份家庭财产险的销售和售后成本是140元，同样，汽车险和寿

险的成本分别是120元和350元。小张每年的计划预算是350000元。另外，3种保险的销售时间分别为：家庭财产险6小时、汽车险3小时和寿险12小时。根据自己和几个雇员的工作时间，伊基估计他每年有20000小时的工作时间。小张想知道每年销售各种保险多少份可以使利润最大。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

22. 一家出版社出版三种周刊：《生活品味》，《农产品》，《时尚》，出版每种周刊需要如下的公时和纸张。每周出版社可以使用120小时工时和15000千克纸张。如果公司想留住广告客户，每周3种周刊的总发行量必须超过5000册。每本的售价为：《生活品味》22.5元、《农产品》40.0 美元、《时尚》15.0 美元。根据过去的销售情况，出版社知道，每周的最大需求为：《生活品味》3000册、《农产品》2000册、《时尚》6000册。发行经理想知道每种周刊各多少册，可使销售收入最多。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

23. 购物商场有一家大型玩具折扣店，一般夏季是商店的销售淡季，销售在圣诞节快速增长并达到高峰，在夏季和秋季，商店必须备足货品准备迎接圣诞节的到来。在销售收入低的月份购买和准备货品，商店必须进行贷款。如下是商店7-12月的计划收入和负债（其中收入是实际收到的，账单要在每月的1号付款）在7月的开始，商

店可以得到一笔为期6个月的贷款，利率为0.11，必须在12月底偿还。商店不能提前还贷以减少利息支出，商店同时也可以每个月以月利息0.05 得到贷款，每个月的贷款必须在下个月开始的时候偿还。商店想借到足够的资金以满足现金流的需求，同时又要使贷款的成本最小化

月份	收入（美元）	负债（美元）
7	20000	60000
8	30000	60000
9	40000	80000
10	50000	30000
11	80000	30000
12	100000	20000

(1) 试建立线性规划模型；(2) 用MATLAB求解该模型；(3) 如果艾斯可以从另外一家银行以0.09的利率取得6个月的贷款，对最优解有什么影响？

24. 丹顶鹤轮船公司生产水面丹顶鹤渔船，公司从专业生产水面舰船发动机的马景公司购买发动机并安装到船上。丹顶鹤4-7月的生产计划为：

月份	生产计划
4	60
5	85
6	100
7	120

马景公司一般在订单的到期月生产并把发动机运到丹顶鹤公司。然而4-7月，马景公司和另外一家公司有一个大订单，所以4月只能生产40台发动机，5月60台，6月90台，7月50台。马景有一些其他的方法可以满足丹顶鹤轮船公司的生产计划，它可以在1-3月生产30台发动机，存放在仓库中，库存费用为每台每月500 元，直到发给丹顶鹤公司。马景公司也可以在订单到期月加班生产出最多20台发动机，每套发动机的额外成本为4000元。马景公司想知道满足丹顶鹤公司需求的成本最低的生产计划。(1) 试建立线性规划模型；(2) 用MATLAB求解该模型；(3) 如果马景公司可以把1-3月的生产能力由30台提高到40台，对最优解有什么影响？

25. 张经营一家小型金属零件工厂，工人有3台设备：钻床、车床和磨床。张有3个操作工，每个人都可以操作3台设备。然而，每个操作工都各有专长。工厂签了一份大订单，需要所有3台设备都投入生产，每个操作工在设备上完成相同的时间各有不同，具体数据如下所示：

操作工	钻床（分钟）	车床（分钟）	磨床（分钟）
1	22	18	35
2	41	30	28
3	25	36	18

张想把任一操作工安排到任何一台设备上，目的是使操作工的操作时间最短。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型；（3）张的哥哥要求张聘用自己的妻子丽丽。丽丽是一个机械操作工，可以只用20分钟就完成这3种设备任何一种的操作。张应该聘用自己的嫂子吗？

26. 林医生是某地方医院的行政主管，她要制定一份护士值班计划，以保证全天有足够的护士值班，每天的各个时段对护士需求量差别很大，林把每天分成每段2小时的12个时段。从午夜开始到早上6点的三个时段对护士的需求量最少，分别最少需要30,20和40个护士。从早晨6点到8点开始的随后4个时段，对护士的需求量就会开始稳定地增长，分别需要至少50,60,80,80个护士。从下午2点钟开始直到晚上，护士的需求量开始下降。从2点直到午夜的5个时段中，分别需要至少70,70,60,50,50个护士。护士应该从每个2小时时段的开始工作，连续值班8小时（护士合同的规定）。林医生想制定一个护士值班计划，既可以满足医院对护士数量的最低要求，同时使聘用的护士数量最少。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型。

27. 东方旅游用品公司是一家专业生产户外装备的电话订单处理公司，公司的电话订单中心需要8名全职或每天工作8小时的兼职话务员。全职话务员因为经验丰富和受过训练，比兼职话务员处理订单多且错误少。然而，兼职话务员比较便宜，因为付给的工资低而且没有福利。全职话务员每周可以处理360份订单，兼职话务员只能处理270份。全职话务员每周出现的错误订单平均为1.1份，兼职话务员每周出现的错误订单平均为2.7份。公司想把出问题的订单控制在200份以内。全职话务员的周薪为720元，兼职话务员的周薪为450元。通过对历史数据的分析和预测，公司对未来8周的电话订单量作了如下的估计：

周	订单数	周	订单数
1	19500	5	33400
2	21000	6	29800
3	25600	7	27000
4	27200	8	31000

公司在第一周之后不想聘用或裁减全职话务员（在8周内保持稳定的全职话务员团队）。公司想知道需要多少名全职话务员，每周聘用多少名兼职话务员，能够满足处理订单的需要同时使劳动力成本最低。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型；（3）改公司改变用工政策，不再在8周的计划内保持稳定的全职话务员团

队，而是决定在8周的期限内随时聘用和添加全职话务员，一旦聘用就不再解雇。重新建模，加入新的约束，是否有节约的成本。

28. 新疆水果制品公司与在新疆本地、陕西和山东的果农签订合同购买苹果，然后运到南京和合肥的工厂制作苹果汁。每千克的苹果产生1千升苹果汁，苹果汁在工厂封装入瓶，然后用火车分别运到湖南、湖北和江西的仓库和分销中心。每千克苹果从农场到工厂，每升苹果汁从工厂到分销中心的成本如下。

农场	4.南京	5.合肥	供货能力
1.新疆本地	0.41	0.57	24000
2.陕西	0.37	0.48	18000
3.山东	0.51	0.60	32000
工厂生产能力	48000	35000	

工厂	6.湖南	7.湖北	8.江西
4.南京	0.22	0.10	0.20
5.合肥	0.15	0.16	0.18
需求	9000	12000	15000

试建立和求解线性规划模型，确定从农场到工厂和从工厂到分销中心的最优运输量，以使运输成本最低。

二、整数规划部分

1. 有一个制作毛绒呢运动外套和羊毛裤的裁缝，他每个月可

以从内蒙古运进150码的羊绒呢来制作外套和长裤，并且他每个月有200个小时的劳动时间。制作一件外套需要3尺羊绒呢和10小时劳动时间，一条裤子需要5尺羊绒呢和4小时，裁缝做一件外套可获利50元，做一条长裤可获利40元。他想知道制作多少外套和长裤可以使他获利最高。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型；（3）将所得的解与未用整数限制的解作比较，并说明舍去非整数解的小数得到的解是不是最优的。

2. 一个珠宝商和他的学徒手工制作银制的像章和项链。每周他们有80小时的工作时间和36克的银可供使用，制作银制像章需要9小时的劳动时间和2克的银，制作项链需要10小时的工作时间和6克的银。像章的需求量每周不多于6个，销售一个像章可获利400元，销售一个项链可获利1000元。珠宝商想知道每周生产多少像章和项链可以使利润最大化。（1）试建立线性规划模型；（2）用MATLAB求解该模型；（3）将所得的解与未用整数限制的解作比较，并说明舍去非整数解的小数得到的解是不是最优的。

3. 一个吹玻璃的工人以周为单位制造玻璃细颈水瓶和玻璃托盘，每个产品都需要1千克的玻璃，而工人每周有15千克玻璃可供使用。做一个玻璃细颈水瓶需要4 小时，做一个玻璃托盘需要1 小时，工人每周能工作25 小时。每个玻璃细颈水瓶的收益是500元，每个玻璃托盘的收益是100元。工人想要确定生产的细颈水瓶的总数(x_1)，

玻璃托盘的总数(x_2), 来使自己的收益最大. (1) 试建立线性规划模型; (2) 用MATLAB求解该模型.

4. 某药品供应公司共有12个销售人员, 公司希望把他们分配到3个地区——南部、东部和中西部. 在南部每个销售人员每月可以为公司赚取6000元, 在东部每个销售人员每月可以为公司赚取5400元, 在中西部每个销售人员每月可以为公司赚取3750元. 南部最多可安排5个销售人员. 公司每天为12个销售人员提供共7500元的活动费用. 在南部每个销售人员每天平均花费800元, 在东部每个销售人员每天平均花费700元, 而在中西部每个销售人员每天平均花费500元. 公司想要确定分配到每个地区的销售人员的数量, 以使自己的收益最大. (1) 试建立整数规划模型; (2) 用MATLAB求解该模型.

5. 小钟在自己的地下室手工制作陶器. 他每周有20小时来制造陶瓷碗和陶瓷瓶. 每只碗需要工作3 小时, 每个瓶子需要工作2小时. 每只碗需要2千克特殊的黏土, 而每个瓶子需要5千克特殊的黏土, 她每周共有35千克黏土. 小钟为碗定价500元, 为瓶定价400元, 他想知道每周生产多少只碗和瓶子能使他收益最大. (1) 试建立整数规划模型; (2) 用MATLAB求解该整数规划模型; 将所得的解与未用整数限制的解作比较, 并说明舍去非整数解的小数得到的解是不是最优的.

6. 张卖掉自己的产业得到5000000元, 她想投资公寓 (打算用来出租) 和土地 (打算租给农民). 预计每间公寓每年的回报是80000元, 每亩土地每年的回报是60000元. 每间公寓的成本是700000元, 每亩土地的成本是300000元. 每间公寓每年要花费10000元来维修和维护, 每亩土地每年则需要花费20000元, 而每年可用作维护的总预算是140000元. 张想知道投资多少公寓和土地可以使自己的收益最大. (1) 试建立整数规划模型; (2) 用MATLAB求解该模型.

7. 惠州联合电子公司正在筹备一个包含8个研究项目的研究开发计划. 公司受到拥有的管理科学家数量 (40 位) 和研发项目预算 (3百万元) 的限制. 此外, 如果项目2被选中, 那么项目5也必须被选中 (但反之不成立). 下面是每个项目的资源要求和预期收益:

项目	花费 (万)	所需科学家	预期收益 (千万)
1	60	7	0.36
2	110	9	0.82
3	53	8	0.29
4	47	4	0.16
5	92	7	0.56
6	85	6	0.61
7	73	8	0.48
8	65	5	0.41

建立整数规划模型并用计算机求解.

8. 某艺术团想宣传下一季的歌剧、音乐会和芭蕾舞会，一个成本需250000元的电视商业广告预计可以涵盖53000名潜在的艺术观众。为MAC决定它该使用的每种广告的数量，以使成本最小化；（2）用无正数约束的模型求解并比较结果。

观众分类如下：

年龄	男性	女性
≥ 35岁	12000	20000
<35岁	7000	14000

报纸广告的成本为70000元，报商声称它的广告可以涵盖30000名潜在的艺术观众，分类如下：

年龄	男性	女性
≥ 35岁	12000	8000
<35岁	6000	4000

电台广告的成本为90000元，这种广告预计可以涵盖41000名潜在的艺术观众，观众分类如下：

年龄	男性	女性
≥ 35岁	7000	11000
> 35岁	10000	13000

该团已经确立了几个营销方针，它想要涵盖至少200000名潜在的艺术观众。他们认为年长的人比年轻的人更可能买票。因此，他希望涵盖的潜在观众中年龄大于35岁的至少是年龄小于35岁的数量的1.5倍。理事会也认为女性比男性更可能去买票观看节目。因此，他们希望广告受众中至少有60%是女性。（1）试建立整数规划模型，

9. 一个经常在中国和南非之间来回的非洲留华学生被允许在回南非的时候携带一定数量的在非洲不常见的商业产品。这些装在一个粗呢布包中的产品不能超过50 千克，当他回到非洲的时候，他以高价出售这些产品。在古巴最流行的三种产品是牛仔服、CD播放器和酥饼。每种产品的重量和收益如下：

产品	重量(千克)	收益(元)
牛仔服	2	90
CD播放器	3	150
酥饼	1	30

他想要决定他应该装在包里的产品组合，以最大化他的收益。这个问题是一类叫背包问题的整数规划模型的一个例子。建立模型并求解该问题。

10. 地板清洁公司想要决定它应该分配到3个地区东部、中西部和西部的销售人员的数量。公司有100个销售人员要分配到这3个地区。每年在每个地区每个销售人员的平均销售量如下：

地区	每个销售人员的销售单位
东部	25000
中西部	18000
西部	31000

由于这3个地区间的旅行距离、生活成本和其他因素不同，在东部每个销售人员每年的成本为50000元，中西部为110000元，西部为70000元，公司总共有7000000美元的成本预算。为了确保产品在全国范围内的扩展，公司决定每个地区必须最少有10位销售人员。公司想要知道每个地区需分配多少位销售人员可以使总的平均销售量最大化。试建立该问题的整数规划模型并用MATLAB求解。

11. 某首饰公司的工匠正在准备为为期2个月的圣诞商季制作黄金首饰，他们可以制作手镯、项链和别针。每个手镯需要6.3克的黄金和17个小时，每条项链需要3.9克的黄金和10个小时，每个别针需要3.1克的黄金和7个小时。该首饰共有125克的黄金和320小时的劳动时间，一个手镯售价为1650元，一条项链售价850元，一个别针售价790元，商家想知道每种产品制造多少可以使收益最大。（1）试建立整数规划问题；（2）用MATLAB求解此模型，将所得的解与未用整数限制的解做比较，说明向下舍去的解决方法是不是最优的？

12. 梅在自家的一个工作间生产手工艺家具。他们有一块600平方尺的桦树板，计划在接下来的3个月制作圆形饭桌和有靠背的椅子，

每张桌子需要30个小时的工作时间，每把椅子需要18个小时的工作时间，这期间他们总有480个小时的工作时间，一张桌子需要40平方尺的木板，一把椅子需要15平方尺的木板，每张桌子可以对夫妇带来575元的收益，一把椅子可以得到120元的收益。虽然椅子也可以单独销售，但大部分人买桌子的时候也会同时买4把椅子。因此，每制作一张桌子就至少要制作4把椅子。（1）试为该问题建立整数规划模型并求解，以决定应该制作多少张桌子和多少把椅子能使收益最大化；（2）有一家需要木质凳子的公司与他接洽，该公司要求梅家生产20个木质凳子，梅家可以从每个凳子获得65元的收益。一个凳子需要4平方尺的木块和5个小时的工作时间。试为该问题建立整数规划模型并求解，来帮助梅家决策他们是否该生产这些凳子。

13. 游船公司制造3种玻璃钢制观赏船—钓鱼的小船、滑雪船和高速游艇。一艘钓鱼小船的收益是205000元，一艘滑雪船的收益是120000元，一艘高速游艇的收益是223000元。公司认为钓鱼小船的销售量将会比其他两种船的销售量的和还要多，但是不会超过两倍。滑雪船是基本产品模型，钓鱼船和高速艇都是在此基础上改进的。公司有生产210艘标准船（滑雪船）的能力，然而，钓鱼船需要标准船生产能力的1.3倍，高速游艇需要标准船生产能力的1.5倍。另外，公司只有160台大马力发动机，其中钓鱼船需要1台，高速游艇需要2台。公司想知道每种类型的船各生产多少艘可以使收益最大化。试为该问

题建立整数规划模型并求解.

三、运输、转运与指派问题

1. 某制造厂在其塔里木和伊利的工厂生产地毯，然后把地毯运到位于厦门和福州的两个商店. 从每个工厂到每个商店的每吨地毯的运输成本如下：

起始地	目的地厦门	目的地福州
塔里木	40	65
伊利	70	30

位于塔里木的工厂每周可供应250吨地毯，位于伊利的工厂每周可供应400吨地毯. 厦门商店每周的需求量为每周300吨，福州商店每周的需求量为每周350 吨. 公司希望知道使总运输成本最小的从每个工厂到每个商店的地毯运输量. 求解此运输问题.

2. 某运输问题涉及的成本、供应量和需求量如下：

起始地	目的地1	目的地2	目的地3	目的地4	供应量
1	500	750	300	450	12
2	650	800	400	600	17
3	400	700	500	550	11
需求量	10	10	10	10	

请用MATLAB求解此问题.

3. 考虑如下运输问题，用MATLAB求解.

起始地	目的地1	目的地2	目的地3	供应量
A	6	9	100	130
B	12	3	5	70
C	4	8	11	100
需求量	80	110	60	

4. 啤酒公司在两个城市建有酿酒厂，这两个酿酒厂每月可以向公司的分销商供应如下的啤酒：

制酒厂	月供应量（桶）
A.福州	3500
B.厦门	5000
总计	8500

公司的分销商遍布6个省，各州每月的总需求如下：

分销商	月供应量（桶）
1.福建省	1600
2.江西省	1800
3.湖南省	1500
4.广东省	950
5.浙江省	1250
6.湖北省	1400
总计	8500

公司为每桶啤酒支付的运输成本见下表：

起始地	目的地1	目的地2	目的地3	目的地4	目的地5	目的地6
A	0.50	0.35	0.60	0.45	0.80	0.75
B	0.25	0.65	0.40	0.55	0.20	0.65

(1) 试求此问题；(2) 改啤酒公司的管理人员与位于福州酿酒厂和浙江分销商之间的一家运输公司签订了一份新的运输合同，这份合同将每桶啤酒的运输成本由8元/桶降至6.5元/桶。此成本的变化将对最优运输方案产生怎样的影响？

5. 北大荒农产品制造公司与黑龙江省，吉林省，辽宁省和内蒙古的土豆农场主签订了每月由北大荒公司负责土豆的运输任务的合同。北大荒公司在农场装载上土豆后，大多数情况下用汽车（有时候用铁路）运送打位于江苏省，浙江省和安徽省的分拣及分销中心。在这些中心，土豆经清洗、筛选之后，再根据其大小和质量进行分类。之后，这些土豆再被运到位于湖南省、湖北省、广东省和广西省的联合工厂和分销中心，在那里，公司生产各种土豆产品并将这些产品分销到各个商店。一些例外的情况是：江苏省分销中心只接受由吉林省，辽宁省和内蒙古供应的土豆；由于广西工厂和江苏分销中心的配送计划及质量标准不一致，因此，它不接受江苏分销中心的送货。下表总结了各个农场到各个分销中心的运输成本、从各个分销中心再到各个工厂的加工及运输成本、每月从每个农场可获得的供应量、每个分销中心的加工能力以及各个工厂的最终需求。

农场	分销中心5.江苏省	分销中心6.浙江省	分销中心7.安徽省	供应量（吨）
1黑龙江省	-	1.09	1.26	1600
2吉林省	0.89	1.32	1.17	1100
3辽宁省	0.78	1.22	1.36	1400
4内蒙古	1.19	1.25	1.42	1900
加工能力（吨）	1800	2200	1600	

分销中心	工厂8.湖南省	工厂9.湖北省	工厂10.广东省	工厂11.广西省
5.江苏省	4.56	3.98	4.94	-
6.浙江省	3.43	5.74	4.65	5.01
7.安徽省	5.39	6.35	5.70	4.87
需求量（吨）	1200	900	1100	1500

试建立线性规划模型并进行求解，以制定使总的运输和加工成本最小的每月从各农场到各分销中心以及从各分销中心再到各工厂的最优运输方案。

6. 某工厂有4名操作工可以被指派到4台机器上工作。下表显示了每名工人在每台机器上生产一件产品所需的时间。请指定最优指派方案，并计算总时间的最小值。

操作工	机器A	机器B	机器C	机器D
1	10	12	9	11
2	5	10	7	8
3	12	14	13	11
4	8	15	11	9

7. 药品公司有5名销售代表，公司打算将5名销售代表指派到5个销售地区。由于他们在各个地区具有不同的关系，所以每名代表走遍每个地区所需的时间不同。每名代表走遍每个地区所需的时间见下表：

销售人员	地区A	地区B	地区C	地区D	地区E
1	17	10	15	16	20
2	12	9	16	9	14
3	11	16	14	15	12
4	14	10	10	18	17
5	13	12	9	15	11

为使总成本最小，应为每个地区指派哪名销售代表？确定最优的指派方案并计算最小总时间。

8. 碉堡制造公司有5名员工和6台机器，公司想在成本最小的情况下把这5名员工指派到6台机器上工作。每名员工操作每台机器所产生的成本见下表：

员工	机器A	机器B	机器C	机器D	机器E	机器F
1	12	7	20	14	8	10
2	10	14	13	20	9	11
3	5	3	6	9	7	10
4	9	11	7	16	9	10
5	10	6	14	8	10	12

由于单位规章对部门调职的规定，员工3不能被指派给机器E；员工4不能被指派给机器B。求解此问题，确定最优指派方案并计算最小总成本。

9. 根据下面给定的某指派问题的成本表，指定最优的指派方案并计算最小总成本

操作工	机器A	机器B	机器C	机器D
1	10	2	8	6
2	9	5	11	9
3	12	7	14	14
4	3	1	4	2

10. 某电子产品公司生产电子零部件，然后将这些电子零部件供应给电子产品制造商。质量控制记录显示，不同员工生产的不合格产品的数量不同。每个员工生产6种零部件的1种时，每种零部件的平均不合格产品数如下表所示：

出租车	部件A	部件B	部件C	部件D	部件E	部件F
1	30	24	16	26	30	22
2	22	28	14	30	20	13
3	18	16	25	14	12	22
4	14	22	18	23	21	30
5	25	48	14	16	16	28
6	32	14	10	14	18	20

制定使公司每月生产的不合格产品的总平均数最小的最优指派方案。

11. 市出租车公司的一个调度员有6辆位于不同地点的出租车和5位已呼叫服务的顾客，从每辆出租车现在的位置到每位顾客的距离如下表所示：

出租车	顾客1	顾客2	顾客3	顾客4	顾客5
A	7	2	4	10	7
B	5	1	5	6	6
C	8	7	6	5	5
D	2	5	2	4	5
E	3	3	5	8	4
F	6	2	4	3	4

指定使所经过的总距离最小的最优指派方案.

12. 东南联盟有9名篮球官员必须被指派到3场联盟比赛中, 每场比赛指派3 名官员. 联盟办公室希望按照使官员所经过的总距离最小的方法来指派官员. 每名官员到每场比赛所经过的距离(公里)见下表:

官员	雅典	哥伦比亚	纳什维尔
1	165	90	130
2	75	210	320
3	180	170	140
4	220	80	60
5	410	140	80
6	150	170	190
7	170	110	150
8	105	125	160
9	240	200	155

(1) 试制定使得官员所经过的总距离最小的最优指派方案;(2) 官员2和8最近与雅典的比赛中的一个教练发生了冲突, 在多次技术犯规后, 这两位官员不得不将这位教练驱逐出赛场. 会议办公室考虑到这次冲突刚刚过去没多久, 认为不应该将这两名官员指派到雅典赛场去工作. 最终, 决定不把官员2 和8 指派给雅典比赛. 这个决定将对此问题的最优方案有何影响?

13. 某大学计划为星期六的返校足球赛准备6次专门的宴会活动, 本次活动共包括1 次男士早午餐、1 次双亲早午餐、1 次辅助餐、1次为月票持有者准备的赛后宴会、1 次优秀运动员宴会, 以及1 次主要捐助者基金宴会. 该大学希望当地的餐饮公司和大学的餐饮服务公司来承办这些宴会活动, 并邀请这些承办商参与竞标. 由学校提供的基于宴会菜单的投标价格(单位为1000元)如下表所示:

包办商	男士早午餐	双亲早午餐	辅助餐	赛后宴会	优秀运动员宴会	资助者宴会
Al's	12.6	10.3	14.0	19.5	25.0	30.0
Bon Appetit	14.5	13.0	16.5	17.0	22.5	32.0
Custom	13.0	14.0	17.6	21.5	23.0	35.0
Divine	11.5	12.6	13.0	18.7	26.2	33.5
Epicurean	10.8	11.9	12.9	17.5	21.9	28.5
University	12.5	14.3	16.0	22.0	26.7	34.0

Bon Appetit,Custom和University宴会承办商可以负责承办2次宴会活动, 然而, 其他4 个宴席承办商只能承办1 次宴会活动, 学校确信所有的宴席承办商的工作质量都很高. 因此, 学校想选择使总成本最小的宴会承办商来承办这些宴会. 制定是总成本最小的最优承办商

选择方案.

四、综合题

1. 某厂计划在下月内生产4中产品 B_1, B_2, B_3, B_4 . 每种产片都可用三条流水作业线 A_1, A_2, A_3 中的任何一条加工出来, 每条流水线(A_i) 加工每件产品 (B_j) 所需的工时数($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4$)每条流水线在下月内可供利用的工时数及各种产品的需求量均列于下表. 又 A_1, A_2, A_3 三条流水线的生产成本分别为每小时7,8,9元. 问应该如何安排各条流水线在下月的生产任务, 才能使总的生产成本最少?

产品流水线	B_1	B_2	B_3	B_4	可用工时数
A_1	2	1	3	2	1500
A_2	3	2	4	4	1800
A_3	1	2	1	2	2000
需求量/件	200	150	250	300	

2. 某厂生产三种产品I, II, II, 每种产品要经过A, B两道工序加工. 设该厂有两种规格的设备能完成A工序, 它们以 A_1, A_2 表示; 有三种规格的设备能完成B工序, 它们以 B_1, B_2, B_3 表示. 产品I可在A, B任何一种设备上加工. 产品II可在任何规格的A设备上加工, 但完成B工序时, 只能在 B_1 设备上加工; 产品III只能在 A_2 与 B_2 设备上加工. 已知在各种机床设备的单件工时, 原材料费, 产品销售价格, 各种设备有效台时以及满负荷操作时机床设备的费

用如下表 (表格1), 要求安排最优的生产计划, 使该厂利润最大.

设备	产品			设备有效台时	满负荷时的设备费用
	I	II	III		
A_1	5	10	12	6000	300
A_2	7	9		10000	321
B_1	6	8		4000	250
B_2	4	11	11	7000	783
B_3	7			4000	200
原料费(元/件)	0.25	0.35	0.50		
单价 (元/件)	1.25	2.00	2.80		

3. 中原家电公司最近生产了一种新型洗衣机, 为了推销这种新产品, 该公司销售部决定利用多种广告宣传形式来使顾客了解新洗衣机的优点. 经过调查研究, 销售部经理提出了5种可供选择的宣传方式. 销售部门收集了许多数据, 如每项广告的费用, 每种宣传方式在一个月内可利用的最高次数以及每种广告宣传方式每进行一次所期望得到的效果等. 这种期望效果以一种特定的相对价值来度量, 是根据长期的经验判断出来的. 有关数据见下表:

广告方式	广告费/元/次	每月可用的最高次数	期望的宣传效果/单位
电视台A/ (白天,1分钟)	500	16	50
电视台B/(晚上, 30秒钟)	1000	10	80
每日晨报/(半版)	100	24	30
星期日报/ (半版)	300	4	40
广播电台/ (1分钟)	80	25	15

中华家电公司拨了20000元给销售部作为第一个月的广告预算费,

同时提出，月内至少得有8个电视商业节目，15条报纸广告，且整个电视广告费不得超过12000元，电台广播至少隔日有一次。现问该公司销售部应当采用怎样的广告宣传计划，才能取得最好的效果？

4. 某工厂生产五种产品($i = 1, 2, \dots, 5$)，上半年各月对每种产品的最大市场需求量为 d_{ij} ($i = 1, \dots, 5; j = 1, \dots, 6$)。已知每件产品的单件售价为 S_i 元，生产每件产品所需工时为 a_i ，单件成本为 C_i 元，该工厂上半年各月正常生产工时为 r_j ($j = 1, \dots, 6$)，各月内允许的最大加班工时为 r'_j ; C'_i 为加班单件成本。又每月生产的各种产品如当月销售不完，可以库存，库存费用为 H_i (元/件·月)。假设1月初所有产品的库存为零，要求6月底各产品库存量分别为 k_i 件。现要求为该工厂制定一个生产计划，在尽可能利用生产能力的条件下，获取最大利润。

5. 某工厂用甲、乙、丙三种原料生产A、B、C、D四种产品，每种产品消耗原料定额以及三种原料的数量如下表所示：

产 品	A	B	C	D	原料数量（吨）
对原料甲的单耗（吨/万件）	3	2	1	4	2400
对原料乙的消耗（吨/万件）	2	-	2	3	3200
对原料丙的消耗（吨/万件）	1	3	-	2	1800
单位产品的利润（万元/万件）	25	12	14	15	

(1)求使总利润最大的生产计划和按最优生产计划生产时三种原料的耗用量和剩余量；

(2) 求四种产品的利润在什么范围内变化，最优生产计划不会变

化；

(3)求三种原料的影子价格和四种产品的机会成本，并解释最优生产计划中有的产品不安排生产的原因；

(4)在最优生产计划下，哪一种原料更为紧缺？如果甲原料增加120吨，这时紧缺程度是否有变化？

6. 已知某工厂计划生产I，II，III三种产品，各产品需要在A,B,C设备上加工，有关数据见下表：

设备代号	I	II	III	设备有效台时/每月
A	8	2	10	300
B	10	5	8	400
C	2	13	10	420
单位产品利润/千元	3	2	2.9	

(1)如何充分发挥设备能力，使生产盈利最大？

(2)若为了增加产量，可借用其他工厂的设备B，每月可借用60台时，租金为1.8万元，问借B设备是否合算？

(3)若另有两种新产品IV，V，其中IV需要设备A-12台时，B-15台时，C-10台时，单位产品盈利2.1千元；新产品V 需用设备A-4台时，B-4 台时，C-12台时，单位产品盈利1.87千元。如A,B,C设备台时不增加，分别回答这两种新产品投产在经济上是否合算？

(4)对产品工艺重新进行设计，改进结构，改进后生产每件产品I，

需用设备A-9台时，B-12台时，C-14台时，单位产品盈利4.5千元，问（A、B、C、D），每人做各种工作所消耗的时间如下表所示，问指派哪个人去完成那种工作，可使总的消耗时间为最小？

7. 已知运输问题的产销平衡表、单位运价表及最优调运方案分别见如下的产销平衡表和单位运价表，试回答下列问题.

产地销地	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1		5		10	15
A_2	0	10	15		25
A_3	5				5
销量	5	15	15	10	

单位运价表

产地销地	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	10	1	20	11
A_2	12	7	9	20
A_3	2	14	16	18

- (1) 从 $A_2 \rightarrow B_2$ 的运价 c_{22} 在什么范围变化时，上述最优调运方案是否变化？
- (2) $A_2 \rightarrow B_4$ 的单位运价 c_{24} 变为何值时，有无穷多最优调运方案。除表3-50中方案外，至少再写出其他两个.

8. 有4个工人（甲、乙、丙、丁），要指派他们分别完成4种工作

	A	B	C	D
甲	15	18	21	24
乙	19	23	22	18
丙	26	17	16	19
丁	19	21	23	17

9. 某工厂有三条生产线可以生产同一种机械产品. 现该厂街道一份订单要求下月供应产品1000件，每条生产线的准备成本、单位单品的生产成本和下月最大生产能力见下表. 问该厂应如何安排各种生产线的任务，才能既使产量满足需求又使总成本最小？

生产线	准备成本/元	每件生产成本	生产能力/件
1	200	15	400
2	400	10	500
3	300	20	800

10. 某公司拟在市东、西、南三区建立门市部，拟议中有7个位置 $A_i(i = 1, 2, \dots, 7)$ 可供选择. 规定：

在东区，由 A_1, A_2, A_3 三个点中之多选两个；

在西区，由 A_4, A_5 两个点中至少选一个；

在南区，由 A_6, A_7 两个点中至少选一个。

如选用 A_i 点，设备投资估计为 b_i 元，每年可获利润估计为 c_i 元，但投资总额不能超过B元。问应该选择那几个点可使年利润为最大？（只需列出模型）

11. 某厂生产大号、中号和小号三种规格的铝锅，所用的主要资源为铝板、劳力和机器。有关的生产、财务数据如下表所示。假设所生产的铝锅全部可以销售出去，试制定最优生产计划（使总收入最大）。

	大号	中号	小号	可用资源量
铝板/张	10	7	4	400
劳力/小时	6	4	3	300
机器/台	5	3	2	200
售价/(元/个)	8	7	6	
固定成本/元	150	120	100	

12、排课问题

排课问题是调度问题的一种。Wren 在1996 年将排课问题描述为：将资源按照约束条件安排进有限的时间和空间内，并满足特定的目标和最大的扩展性。国内外对排课问题做了大量的研究，提出了多种可行的解决方案，但实际应用的情况并不理想，课表编排仍然以手

工为主。试讨论基于整数规划的排课的数学模型及算法。

五、多目标规划

1. 一个制造企业生产产品1,2和3，这三种产品的资源需求和利润如下所示：

产品	劳动力（小时）	原材料（千克）	利润（元）
1	5	4	3
2	4	6	5
3	2	3	2

目前，公司的日均劳动力能力是240小时，原材料的日均供应量是400千克。这个问题的一般线性规划模型如下所示：

$$\begin{aligned} \max Z &= 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \\ s.t. \quad &\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 240 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 400 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

管理层制定了一组目标，按其对公司的重要程度排列如下：

- (1)因为最近的劳资关系比较紧张,管理层想避免正常生产能力利用不完整的现象；
- (2)管理层确立了一个日均500美元的利润水平；
- (3)加班时间尽可能最小化；

(4)为了避免处理和储存问题，管理层想最小化额外原材料的购买。

构建一个目标规划模型来决定每种产品的生产量，以最好地满足这些目标。

2. 海湾公园得到了市政府6000000元的拨款，以扩展其公共娱乐设施。城市委员会代表提出了4种不同类型的设施——健身房、田径场、网球场和游泳馆。事实上，市内多个社区的需求量是7个健身房、10个田径场、8个网球场和12个游泳馆。每种设施都需要一定的费用、占用一定的土地，并且期望有一定数量的使用者，如下所示：

设施	费用（美元）	所需英亩数	期望使用率（人/周）
健身房	80000	4	1500
田径场	2400	8	3000
网球场	1500	3	500
游泳馆	40000	5	1000

公园娱乐部门已经规划了500亩的土地用于设施建设（如果需要的话，还可以规划更多的土地）。这个部门还确立了一系列目标，按其优先级排列如下：

- 部门想用完所有的拨款，因为没用完的部分必须返还给政府；
- 部门希望每周至少能有20000人使用这些设施；
- 部门希望尽量避免超过50英亩规划量的更多土地的使用；

(4)部门想满足城市委员会增加新设施的要求。然而，这个目标应该根据使用每种设施的期望人数进行权衡。

a.构建一个目标规划模型,来决定建设每种设施的数量以最好地实现上述目标；

b.使用计算机求解这个模型，确保结果值是整数。

3. 一个中西部的农民有10000亩的土地，他打算在这片土地上种植玉米、小麦和大豆。每亩的玉米需要100 0 元的准备成本、7个工作日，并可以获得300元的利润。每亩的小麦需要1200元的准备成本、10 个工作日，可以获得400元的利润。每亩的大豆需要700元的准备成本、8个工作日，可以获得200元的利润。这个农民贷款800000元用于农作物的准备工作：并和一个联盟签订了一份可以获得6000个工作日的合同。一个中西部的谷仓已经同意购买200 英亩的玉米、5000亩的小麦和3000亩的大豆。这个农民确立了一系列目标，按其重要性排列如下：

(1)为了保持和联盟的友好关系，必须履行劳动力合同；也就是说，必须使用合同中的全部6 000 个工作日；

(2)为了不申请新的贷款，准备成本不应该超过贷款数量；

(3)为了保持良好的经济状况，对利润的最低要求是1050000元；

(4)应该避免劳动力的超额。

(5)想使用尽可能多的可用土地。

(6)想满足和谷仓的销售协定. 然而, 这个目标应该根据每种农作物带来的利润进行权衡;

a.构建一个目标规划模型决定种植每种农作物的数量, 以最好地满足上述目标;

b.使用MATLAB求解这个模型.

4. 襄阳化肥公司生产3种类型的化肥I号, II号和III号. 公司的生产能力是: 每周最多能生产2 000 吨的化肥. 生产每吨化肥的费用是: I号8000元, II号15000元, III号5000元. 生产每吨化肥所需的时间是: I号10 个小时, II号12 个小时, III号18 个小时. 公司每周的可用生产时间是800个小时, 并预期每周的需求量是800 吨I号、900 吨II号和100 吨III号. 公司确立了一系列目标, 按其优先级排列如下:

(1)如果可以的话, 公司每周的生产费用不超过200000元;

(2)公司希望将每周的加班时间控制在100个小时之内;

(3)公司想满足3种化肥的需求量, 然而, I号需求的重要程度是II号的2倍, II号需求的重要程度是III号的2 倍;

(4)如果可以的话, 尽量避免生产能力的闲置;

(5)由于联盟的协定, 公司想避免劳动力的闲置;

a.构建一个目标规划模型, 来决定每种化肥的生产吨数, 以满足这些目标;

b.使用MATLAB求解这个模型.

5. 巡查员要检查厦特纺织厂的职业安全健康管理规范(OSHA)的执行情况, 巡查员制定了4类违反情况: 危险材料、防火措施、手动工具和机器监护, 工厂在每种情况下的执行水平的提高会减少事故的发生次数、每个工人的事故成本, 并使公司更好地满足OSHA的执行水平. 然而, 满足执行水平需要花费公司成本, 下表显示了每种情况执行水平提高的收益(事故发生次数和每个工人的事故成本)和成本.

类别	事故频率的减少(10万小时内 的事故次数)	每个工人事故成本的减少(元)	每种执行情况百分比的成本(元)
1.危险材料	0.18	1.21	135
2.防火措施	0.11	0.48	87
3.手动工具	0.17	0.54	58
4.机器监护	0.21	1.04	160

为了达到4中情况100%的落实, 工厂必须将其危险材料的执行水平提高60个百分点(即他目前的执行水平是40%), 防火措施的执行水平提高28个百分点, 手动工具的执行水平提高35 个百分点, 机器监护的执行水平提高17个百分点. 然而, 由于只有520000元可用于安全支出, 工厂的管理层面临着一个进退两难的局面, 任何大额的支出都会危害公司的经济状况. 因此, 管理层希望在不超出公司预算的情况下, 使事故减少和执行情况能够达到尽量满足OSHA监察部门要求的水平, 以临时拖延一下可能面临的处罚. 因此, 管理层确立了4个目标, 按他们的重要程序排列如下:

(1) 不要超过520000元的预算约束;

(2) 达到能够实现每种情况100%落实的执行水平百分比;

(3) 实现总事故频率下降到每10万小时发生20起事故的水平 (这个目标表示即使不能实现所有情况100%落实, 管理层也要最小化事故频率的总要求);

(4) 强每个工人的总事故成本缩减1150元;

a.构建一个目标规划模型决定每种情况所需的执行水平百分比, 以满足这些目标;

b.使用MATLAB求解这个模型。

6. W地毯公司生产100码的两种类型的地毯——粗毛的和有花纹装饰的。生产一块粗毛地毯需要8 小时, 而生产一块花纹地毯需要6小时。公司有一些生产目标, 按其优先级排列如下:

(1) 不能浪费480小时的生产能力;

(2) 要满足40块(100码)粗毛地毯和50块(100码)花纹地毯的需求。满足粗毛地毯的需求比满足花纹地毯的需求重要, 权重是5:2;

(3) 超时生产(加班)限制在20小时;

a.构建一个目标规划模型决定粗毛地毯和花纹地毯的生产量, 以最好的满足公司目标;

b.使用MATLAB求解这个模型。

7. 东M纺织公司生产粗斜纹棉和棉绒衣料, 两种衣料的平均生产速率是每小时1000 码, 每周的正常生产能力(两个轮班)是80小时。市场部估计每周的最大需求量是60000码的粗斜纹棉和35000码的棉绒。每码粗斜纹棉的利润是30元, 每码棉绒的利润是20元。公司确立了四个目标, 按其重要程度排列如下:

(1) 要消除生产能力闲置的现象以保持稳定的劳工水平;

(2) 超时限制在10小时以内;

(3) 要满足粗斜纹棉和棉绒的需求量, 权重和他们的利润对应;

(4) 尽可能最小化加班时间;

a.构建一个目标规划模型, 决定每种衣料的生产量(以1000码为基准), 以满足公司的这些目标;

b.使用MATLAB求解这个模型。

8. 每码新闻用纸的利润是2.0元, 每码包装纸的利润是2.5元。新闻用纸的需求量是每周500码, 包装纸的需求量是每周400码。公司确立了一些目标, 按其优先级排列如下:

(1)超时限制在480分钟以内;

(2)每周要实现300美元的利润;

(3)满足产品的需求量, 两种纸张的权重与其利润一致;

(4)避免生产能力的闲置;

a.构建一个目标规划模型，来决定每种纸张的周生产量，以满足这些目标;

b.使用MATLAB求解这个目标规划模型.

9. 一个乡村的门诊部以兼职的形式其周边的城镇雇用人员,门诊部想雇用 一个全科医生、一个护士和一个内科医生，每周至少值一次班． 门诊部每周的预算是12000元，全科医生每小时收费400元，护士每小时收费200元，内科医生每小时收费1500元． 门诊部确立了一些目标，按其优先级排列如下：

- (1)护士每周的工作时间不少于30小时；
- (2)不应该超出每周12000元的预算；
- (3)全科医生和内科医生每周的总工作时间不少于20小时；
- (4)内科医生每周的工作时间不少于6小时；

a.构建一个目标规划模型，来决定雇用每个人员的时间，以满足这些目标；

b.使用MATLAB求解这个模型.

10. E制造公司采用合成金属为几家主要的航空公司生产4种不同的飞机部件，生产过程包括了4个操作环节—冲压、装配、修整和包装． 每个部件在每个操作环节的加工时间以及每年用来生产这些部件的总时间如下所示：

操作	部件（单位： 小时）				每年的总小时数
	1	2	3	4	
冲压	0.06	0.17	0.10	0.14	700
装配	0.18	0.20	—	0.14	700
修整	0.07	0.20	0.08	0.12	800
包装	0.09	0.12	0.07	0.15	600

每个部件所需的金属片、预计的年需求量和每个部件的利润如下所示：

操作	金属片(平方尺)	预计年需求量	利润（元）
1	2.6	2600	90
2	1.4	1800	100
3	2.5	4100	80
4	3.2	1200	120

公司每个月可得到15000平方英尺的合成金属． 公司确立了一些生产目标，按其优先级排列如下：

- (1)避免生产超时，因为超时会影响公司的利润水平；
- (2)满足部件的需求；
- (3)实现年利润700 000美元；
- (4)避免订购更多的原料，因为如果改变每月的标准订购量，供应商要加收额外的费用；

a.构建一个目标规划模型，来决定每个部件的生产量以满足公司的目标；

b.使用计算机求解这个模型；

c.如果互换一下前两个目标的优先级，会对结果造成什么影响？

11. 一家每周营业7天的大型折扣店，每天所需的全职雇员数如下所示：

日期	雇员数
星期日	47
星期一	22
星期二	28
星期三	35
星期四	34
星期五	43
星期六	53

每个雇员每周必须连续工作5天，然后有两天的休假。例如，从周日到周四工作的雇员周五、周六休息。目前，商店总共有60个雇员。该店确立了一系列雇员安排目标，按其优先级排列如下：

(1) 商店想避免雇用更多的雇员；

(2) 星期六和星期日对于商店来说最重要，必须将所需的人数安排到位；

(3) 星期五是接下来要安排到位所需人数的次重要的一天；

(4) 商店想将其他4天所需的人数安排到位；

a.构建一个目标规划模型，来决定每天开始5天工作周的人数，以实现商店的目标；

b.使用MATLAB求解这个模型。

12. 某系统实验室是一家研发公司，主要开发用于医药行业的计算机系统和软件。实验室自己的研发人员提出了8个新的项目，每一个研发项目都需要有限的资源，实验室没有能力承担所有的项目。下表所示的是开发预算、所需的研发人员、每个项目成功开发和实施后的期望年销量：

项目	开发预算(100万元)	研发人员数量	期望的年销量（100万元）
1	0.675	6	0.82
2	1.050	5	1.75
3	0.725	7	1.60
4	0.430	8	1.90
5	1.240	10	0.93
6	0.890	6	1.70
7	1.620	7	1.30
8	1.200	8	1.80

实验室确立了一系列的目标来选择要开始的项目，按其优先级排列如下：

(1)公司的总开发预算500万元；

- (2)可用的研发人员是27人，公司想避免招聘更多的研发人员；
- (3)公司希望实施项目的期望年销量至少是650万元；
- (4)项目1, 3, 4和6是新产品的开发，属于开拓型项目；项目2, 5, 7和8是已有产品的升级，属于保守型项目。实验室希望每种类型的项目都至少选择两个；
- (5)项目2, 3, 5, 6和7是风险最大的项目，公司希望这种项目不要多于三个；
- (6)实验室的所有者指出，如果开始项目5和6不会影响到实验室高层管理者所制定的更重要的目标，她希望能够开始这两个项目；
- a. 构建一个目标规划模型，来决定该系统实验室应该开始哪些项目，以最好地满足这些目标；
- b. 使用MATLAB求解这个模型。（请注意：对问题的求解要求模型中的变量是0—1 整数。）