

Syddansk Universitet | IMADA
9. november 2020
DM500 — 20. f

L^AT_EX & Git

KIAN BANKE LARSEN
KIM HAAGEN MATHIESEN
SILAS POCKENDAHL



Respektive brugernavne: kilar20, kimat08, silch20

1 Kim

Givet universet U , mængden S , samt mængderne A og B :

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{2n | n \in S\}$$

$$B = \{3n + 2 | n \in S\}$$

- a) Bestem mængden A .

Mængden A er givet ved:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

Eftersom:

$$A = \{2n | n \in S\} = \{1 * 2, 2 * 2, 3 * 2, 4 * 2\} = \{2, 4, 6, 8\}$$

- b) Bestem mængden B .

Mængden B er givet ved:

$$B = \{5, 8, 11, 14\}$$

Eftersom:

$$B = \{3n + 2 | n \in S\} = \{1 * 3 + 2, 2 * 3 + 2, 3 * 3 + 2, 4 * 3 + 2\} = \{5, 8, 11, 14\}$$

- c) Bestem mængden $A \cap B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cap B = \{8\}$$

Eftersom, dette er det eneste element A og B har tilfælles.

- d) Bestem mængden $A \cup B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 11, 14\}$$

Eftersom, dette er elementerne A og B indeholder forenet/tilsammen.

- e) Bestem mængden $A - B$.

Mængden er givet ved:

$$A - B = \{2, 4, 6\}$$

Eftersom, dette er elementerne i A fratrukket de fælles elementer for A og B , her kun elementet 8.

- f) Bestem mængden \overline{A} .

Mængden er givet ved:

$$\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

Eftersom, dette er elementerne i universet U fratrukket elementerne i A .

2 Kian

Reeksamen februar 2015 opgave 2.

a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists! y \in \mathbb{N}: x < y \quad (2)$$

$$\exists y \in \mathbb{N}: \forall x \in \mathbb{N}: x < y \quad (3)$$

I udsagn (1) hævdes det at der for alle x tilhørende naturlige tal, skal eksistere et y tilhørende naturlige tal, hvorved det gælder at x er mindre end y . Udsagnet er **sandt**, fordi uanset hvilket tal der vælges fra mængden af naturlige tal, vil det altid være muligt at finde et tal der er større – skyldes at mængden af naturlige tal er tælleligt uendelig.

Udsagn (2) hævder det samme som ovenstående, dog tilføjes det at der kun eksistere netop ét y . Jævnfør argumentationen for udsagn (1)'s sandhed, kan udsagn (2) kun være **falskt**, da der vil være uendeligt mange tal der er større end x .

Udsagn (3) påstår at der eksistere et y tilhørende naturlige tal, således at alle x i mængden naturlige tal, medfører at x er mindre end y . Dette udsagn er **falskt**, grundet at der ikke findes et største tal i en uendelig stor mængde.

b) Angiv negeringen af udsagn (1) fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren (\neg) må ikke indgå i dit udsagn.

Negeringen af udsagn (1) udledes på følgende måde:

Hele udsagnet negeres:

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y) \quad (4)$$

I henhold til De Morgans love for kvantorer flyttes negeringen ind i parentes:

$$\neg\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (5)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \neg\exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (6)$$

Negeringen af sammenligningsoperatoren $<$ er:

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: \neg(x < y) \quad (7)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x \geq y \quad (8)$$

Hermed er udsagnet negeret.

3 Silas

3.1 Sæt 2012 opg. 1

Følgende $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funktioner er givet:

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x - 2$$

a) **Er f en bijektion?**

Da $f(0) = f(-1) = 1$, er f ikke injektiv og dermed ikke bijektiv.

b) **Har f en inverse funktion?**

Da f ikke er bijektiv, kan den ikke have en invers.

c) **Angiv $f+g$.**

$$f+g = f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 + 2x - 2 = x^2 + 3x - 1$$

d) **Angiv $f \circ g$.**

$$g \circ f = g(f(x)) = 2(x^2 + x + 1) - 2 = 2x^2 + 2x$$

3.2 Sæt 2009 opg. 1

Følgende udsagn er givet:

- (1) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \mid (x + y)$
- (2) $\exists y \in B : \forall x \in A : 3 \mid (x + y)$
- (3) $\forall x \in A : \exists y \in B : \exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$
- (4) $\exists x \in A : \forall y \in B : 3 \nmid (x + y)$
- (5) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \nmid (x + y)$

a) **Hvilke er ækvivalente med (1)?**

(1) er ækvivalent med (3), da $3 \mid (x + y)$ per def. er $\exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$.
I tilfældet $A = B = \mathbb{N}_0$ holder (2) og (4) ikke, og ved $A = B = \{0\}$ holder (5) ikke, selvom (1) holder for begge disse.

Hvilke er ækvivalente med negatition af (1)?

(1) \otimes (4) ses ved iterativ gentagen af De' Morgans lov. Det ses ligeledes at (5) holder for $A = B = \mathbb{N}_0$, og (2) og (3) holder for $A = B = \{0\}$, hvor (1) holder for begge disse. Derved er disse ikke negationer af (1).

b) **Hvilke udsagn er sande når $A=B=\mathbb{N}_0$?**

Som angivet er (1), (3) og (5) sande når $A = B = \mathbb{N}_0$. For (1) og (3) kan der vælges $y = -x \pmod{3}$, da

$$\begin{aligned} -x &\equiv (-x \pmod{3}) \\ \implies 0 &\equiv (-x \pmod{3}) + x \pmod{3} \\ \implies 3 &\mid ((-x \pmod{3}) + x) \end{aligned}$$

For (5) vælges f.eks. $y = 1 - x \pmod{3}$. Ved omtrent samme argument som overstående fås $3 \nmid ((1 - x \pmod{3}) + x)$.

Da (4) er det negerede udsagn af (1), er denne en modstrid. Når $A = B$, ses det at (2) er det negerede udtryk af (5), hvorledes (2) også bliver falsk.

4 Git-log

```
1  commit 09de1d79c55897224c1eb784420bad0230adefc4
2  Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
3  Date:   Mon Nov 9 14:55:51 2020 +0100
4
5      Rettet opgave nr
6
7  doc.tex | 4 ++--
8  1 file changed, 2 insertions(+), 2 deletions(-)
9
10 commit f600bab97de19aa774e0ccc415e6642d014f6b52
11 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
12 Date:   Mon Nov 9 14:53:18 2020 +0100
13
14      2009 opg. 3
15
16  doc.tex | 43 ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
17  1 file changed, 43 insertions(+)
18
19 commit 9f8ecb7054d6a40948a4970378f75f325196ad0f
20 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
21 Date:   Sun Nov 8 22:01:35 2020 +0100
22
23      Reeksamen februar 2015 opgave 2
24
25  doc.tex | 43 +++++++++++++++++++++++++++++++++-----
26  1 file changed, 39 insertions(+), 4 deletions(-)
27
28 commit cdf3e5ebde585ab45986feb60f7d9028c6fe9b91
29 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
30 Date:   Sun Nov 8 21:39:15 2020 +0100
31
32      added git-log file
33
34  git-log.txt | 57
35  ↵ ++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
36  1 file changed, 57 insertions(+)
37
38 commit 1971076f5c0434a2604f43c04909c9eca3133fab
```

```
38 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
39 Date: Sun Nov 8 19:28:25 2020 +0100
40
41 preamble refinement
42
43 doc.tex | 68
44 ↪ ++++++-----
45 1 file changed, 48 insertions(+), 20 deletions(-)
46
47 commit 0ac45a55a62b3800be20f48ef871eddf13240c6
48 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
49 Date: Sun Nov 8 19:24:39 2020 +0100
50
51 added .gitignore mockup
52
53 .gitignore | 8 ++++++
54 1 file changed, 8 insertions(+)
55
56 commit 3a78d484c7f75a131ccda72f514dcb181d2f6437
57 Author: kimhaagenmathiesen <kim_mathiesen@msn.com>
58 Date: Sat Nov 7 12:29:09 2020 +0100
59
60 reeksamen 2015 opg. 1 tilføjet
61
62 README.md | 4 +++-
63 doc.pdf | Bin 0 -> 61702 bytes
64 doc.tex | 71
65 ↪ ++++++-----
66 3 files changed, 72 insertions(+), 3 deletions(-)
67
68 commit 97e0fc5c17155b2d0aacab6d551b24e852ed0690
69 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
70 Date: Thu Nov 5 12:34:36 2020 +0100
71
72 Tilføjet forside uden svg
73
74 SDU.svg | 13 ++++++
75 doc.tex | 47 ++++++-----
76 2 files changed, 58 insertions(+), 2 deletions(-)
77
78 commit e9789ad0302a96ee2b8a4caf5e769d4787918b01
```



```
77 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
78 Date:   Wed Nov 4 15:10:08 2020 +0100
79
80     Første opgave semidone
81
82 doc.tex | 34 ++++++
83 1 file changed, 34 insertions(+)
84
85 commit 1b26f653fc4c4c0a0bbdd3c4b21dbd718d411d53
86 Author: SilasPC <39376372+SilasPC@users.noreply.github.com>
87 Date:   Wed Nov 4 13:10:09 2020 +0100
88
89     Initial commit
90
91 README.md | 1 +
92 1 file changed, 1 insertion(+)
```
