

Syddansk Universitet | IMADA
9. november 2020
DM500 — 20. f

L^AT_EX & Git

KIAN BANKE LARSEN
KIM HAAGEN MATHIESEN
SILAS POCKENDAHL



Respektive brugernavne: kilar20, kimat08, silch20

1 Kim

Givet universet U , mængden S , samt mængderne A og B :

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{2n | n \in S\}$$

$$B = \{3n + 2 | n \in S\}$$

- a) Bestem mængden A .

Mængden A er givet ved:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

Eftersom:

$$A = \{2n | n \in S\} = \{1 * 2, 2 * 2, 3 * 2, 4 * 2\} = \{2, 4, 6, 8\}$$

- b) Bestem mængden B .

Mængden B er givet ved:

$$B = \{5, 8, 11, 14\}$$

Eftersom:

$$B = \{3n + 2 | n \in S\} = \{1 * 3 + 2, 2 * 3 + 2, 3 * 3 + 2, 4 * 3 + 2\} = \{5, 8, 11, 14\}$$

- c) Bestem mængden $A \cap B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cap B = \{8\}$$

Eftersom, dette er det eneste element A og B har tilfælles.

- d) Bestem mængden $A \cup B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 11, 14\}$$

Eftersom, dette er elementerne A og B indeholder forenet/tilsammen.

- e) Bestem mængden $A - B$.

Mængden er givet ved:

$$A - B = \{2, 4, 6\}$$

Eftersom, dette er elementerne i A fratrukket de fælles elementer for A og B , her kun elementet 8.

- f) Bestem mængden \overline{A} .

Mængden er givet ved:

$$\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

Eftersom, dette er elementerne i universet U fratrasket elementerne i A .

2 Kian

Reeksamen februar 2015 opgave 2.

a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists! y \in \mathbb{N}: x < y \quad (2)$$

$$\exists y \in \mathbb{N}: \forall x \in \mathbb{N}: x < y \quad (3)$$

I udsagn (1) hævdes det at der for alle x tilhørende naturlige tal, skal eksistere et y tilhørende naturlige tal, hvorved det gælder at x er mindre end y . Udsagnet er **sandt**, fordi uanset hvilket tal der vælges fra mængden af naturlige tal, vil det altid være muligt at finde et tal der er større – skyldes at mængden af naturlige tal er tælleligt uendelig.

Udsagn (2) hævder det samme som ovenstående, dog tilføjes det at der kun eksistere netop ét y . Jævnfør argumentationen for udsagn (1)'s sandhed, kan udsagn (2) kun være **falskt**, da der vil være uendeligt mange tal der er større end x .

Udsagn (3) påstår at der eksistere et y tilhørende naturlige tal, således at alle x i mængden naturlige tal, medfører at x er mindre end y . Dette udsagn er **falskt**, grundet at der ikke findes et største tal i en uendelig stor mængde.

b) Angiv negeringen af udsagn (1) fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren (\neg) må ikke indgå i dit udsagn.

Negeringen af udsagn (1) udledes på følgende måde:

Hele udsagnet negeres:

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y) \quad (4)$$

I henhold til De Morgans love for kvantorer flyttes negeringen ind i parentes:

$$\neg\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (5)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \neg\exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (6)$$

Negeringen af sammenligningsoperatoren $<$ er:

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: \neg(x < y) \quad (7)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x \geq y \quad (8)$$

Hermed er udsagnet negeret.

3 Silas

3.1 Sæt 2012 opg. 1

Følgende $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funktioner er givet:

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x - 2$$

a) **Er f en bijektion?**

Da $f(0) = f(-1) = 1$, er f ikke injektiv og dermed ikke bijektiv.

b) **Har f en inverse funktion?**

Da f ikke er bijektiv, kan den ikke have en invers.

c) **Angiv $f+g$.**

$$f+g = f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 + 2x - 2 = x^2 + 3x - 1$$

d) **Angiv $f \circ g$.**

$$g \circ f = g(f(x)) = 2(x^2 + x + 1) - 2 = 2x^2 + 2x$$

3.2 Sæt 2009 opg. 1

Følgende udsagn er givet:

- (1) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \mid (x + y)$
- (2) $\exists y \in B : \forall x \in A : 3 \mid (x + y)$
- (3) $\forall x \in A : \exists y \in B : \exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$
- (4) $\exists x \in A : \forall y \in B : 3 \nmid (x + y)$
- (5) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \nmid (x + y)$

a) **Hvilke er ækvivalente med (1)?**

(1) er ækvivalent med (3), da $3 \mid (x + y)$ per def. er $\exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$.
I tilfældet $A = B = \mathbb{N}_0$ holder (2) og (4) ikke, og ved $A = B = \{0\}$ holder (5) ikke, selvom (1) holder for begge disse.

Hvilke er ækvivalente med negatition af (1)?

(1) \otimes (4) ses ved iterativ gentagen af De' Morgans lov. Det ses ligeledes at (5) holder for $A = B = \mathbb{N}_0$, og (2) og (3) holder for $A = B = \{0\}$, hvor (1) holder for begge disse. Derved er disse ikke negationer af (1).

b) **Hvilke udsagn er sande når $A=B=\mathbb{N}_0$?**

Som angivet er (1), (3) og (5) sande når $A = B = \mathbb{N}_0$. For (1) og (3) kan der vælges $y = -x \pmod{3}$, da

$$\begin{aligned} -x &\equiv (-x \pmod{3}) \\ \implies 0 &\equiv (-x \pmod{3}) + x \pmod{3} \\ \implies 3 &\mid ((-x \pmod{3}) + x) \end{aligned}$$

For (5) vælges f.eks. $y = 1 - x \pmod{3}$. Ved omtrent samme argument som overstående fås $3 \nmid ((1 - x \pmod{3}) + x)$.

Da (4) er det negerede udsagn af (1), er denne en modstrid. Når $A = B$, ses det at (2) er det negerede udtryk af (5), hvorledes (2) også bliver falsk.

4 Git-log

```
1 commit b88e513d81b04cdbd677749fbbd10bf52bed11db (HEAD -> main,
   ↪ origin/main, origin/HEAD)
2 Merge: 818431f f1daa9c
3 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
4 Date: Mon Nov 9 23:12:09 2020 +0100
5
6     pdf file
7
8 commit 818431f97d7795ad7544cd34f9c8140cf61ba24b
9 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
10 Date: Mon Nov 9 23:09:25 2020 +0100
11
12     added SDU usernames to titlepage - assignment requirement)
13
14 doc.pdf | Bin 61702 -> 145161 bytes
15 doc.tex | 12 ++++++---
16 2 files changed, 10 insertions(+), 2 deletions(-)
17
18 commit f1daa9cde7fa1d40881b04c79230e091ed92d6a1
19 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
20 Date: Mon Nov 9 15:01:38 2020 +0100
21
22     Fixed log
23
24 doc.pdf      | Bin 61702 -> 144562 bytes
25 doc.tex      | 2 +-
26 git-log.txt | 41 ++++++-----
27 3 files changed, 39 insertions(+), 4 deletions(-)
28
29 commit 09de1d79c55897224c1eb784420bad0230adefc4
30 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
31 Date: Mon Nov 9 14:55:51 2020 +0100
32
33     Rettet opgave nr
34
35 doc.tex | 4 ++--
36 1 file changed, 2 insertions(+), 2 deletions(-)
37
```

```
38 commit f600bab97de19aa774e0ccc415e6642d014f6b52
39 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
40 Date: Mon Nov 9 14:53:18 2020 +0100
41
42     2009 opg. 3
43
44 doc.tex | 43 +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
45 1 file changed, 43 insertions(+)
46
47 commit 9f8ecb7054d6a40948a4970378f75f325196ad0f
48 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
49 Date: Sun Nov 8 22:01:35 2020 +0100
50
51     Reeksamen februar 2015 opgave 2
52
53 doc.tex | 43 +++++++++++++++++++++++++++++++++++++-----
54 1 file changed, 39 insertions(+), 4 deletions(-)
55
56 commit cdf3e5ebde585ab45986feb60f7d9028c6fe9b91
57 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
58 Date: Sun Nov 8 21:39:15 2020 +0100
59
60     added git-log file
61
62 git-log.txt | 57
63 ↪ +++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
64 1 file changed, 57 insertions(+)
65
66 commit 1971076f5c0434a2604f43c04909c9eca3133fab
67 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
68 Date: Sun Nov 8 19:28:25 2020 +0100
69
70     preamble refinement
71
72 doc.tex | 68
73 ↪ +++++++++++++++++++++++++++++++++++++-----
74 1 file changed, 48 insertions(+), 20 deletions(-)
75
76 commit 0ac45a55a62b3800be20f48ef871eddf13240c6
77 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
78 Date: Sun Nov 8 19:24:39 2020 +0100
```



```
77
78     added .gitignore mockup
79
80     .gitignore | 8 ++++++++
81     1 file changed, 8 insertions(+)
82
83     commit 3a78d484c7f75a131ccda72f514dcb181d2f6437
84     Author: kimhaagenmathiesen <kim_mathiesen@msn.com>
85     Date:   Sat Nov 7 12:29:09 2020 +0100
86
87     reeksamen 2015 opg. 1 tilføjjet
88
89     README.md |    4 +++-
90     doc.pdf   | Bin 0 -> 61702 bytes
91     doc.tex   |    71
92     ↪ ++++++++-----
93     3 files changed, 72 insertions(+), 3 deletions(-)
94
95     commit 97e0fc5c17155b2d0aacab6d551b24e852ed0690
96     Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
97     Date:   Thu Nov 5 12:34:36 2020 +0100
98
99     Tilføjjet forside uden svg
100
101     SDU.svg | 13 ++++++++
102     doc.tex | 47 ++++++++-----
103     2 files changed, 58 insertions(+), 2 deletions(-)
104
105     commit e9789ad0302a96ee2b8a4caf5e769d4787918b01
106     Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
107     Date:   Wed Nov 4 15:10:08 2020 +0100
108
109     Første opgave semidone
110
111     doc.tex | 34 ++++++++
112     1 file changed, 34 insertions(+)
113
114     commit 1b26f653fc4c4c0a0bbdd3c4b21dbd718d411d53
115     Author: SilasPC <39376372+SilasPC@users.noreply.github.com>
116     Date:   Wed Nov 4 13:10:09 2020 +0100
```

117 Initial commit
118
119 README.md | 1 +
120 1 file changed, 1 insertion(+)
