

Syddansk Universitet | IMADA
10. november 2020
DM500 — 20. f

L^AT_EX & Git

KIAN BANKE LARSEN
KIM HAAGEN MATHIESEN
SILAS POCKENDAHL



Respektive brugernavne: kilar20, kimat08, silch20

1 Kim

Reeksamen februar 2015 opgave 1.

Givet universet U , mængden S , samt mængderne A og B :

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{2n | n \in S\}$$

$$B = \{3n + 2 | n \in S\}$$

- a) Bestem mængden A .

Mængden A er givet ved:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

Eftersom:

$$A = \{2n | n \in S\} = \{1 * 2, 2 * 2, 3 * 2, 4 * 2\} = \{2, 4, 6, 8\}$$

- b) Bestem mængden B .

Mængden B er givet ved:

$$B = \{5, 8, 11, 14\}$$

Eftersom:

$$B = \{3n + 2 | n \in S\} = \{1 * 3 + 2, 2 * 3 + 2, 3 * 3 + 2, 4 * 3 + 2\} = \{5, 8, 11, 14\}$$

- c) Bestem mængden $A \cap B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cap B = \{8\}$$

Eftersom, dette er det eneste element A og B har tilfælles.

- d) Bestem mængden $A \cup B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 11, 14\}$$

Eftersom, dette er elementerne A og B indeholder forenet/tilsammen.

- e) Bestem mængden $A - B$.

Mængden er givet ved:

$$A - B = \{2, 4, 6\}$$

Eftersom, dette er elementerne i A fratrukket de fælles elementer for A og B , her kun elementet 8.

- f) Bestem mængden \overline{A} .

Mængden er givet ved:

$$\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

Eftersom, dette er elementerne i universet U fratrukket elementerne i A .

2 Kian

Reeksamen februar 2015 opgave 2.

a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists! y \in \mathbb{N}: x < y \quad (2)$$

$$\exists y \in \mathbb{N}: \forall x \in \mathbb{N}: x < y \quad (3)$$

I udsagn (1) hævdes det at der for alle x tilhørende naturlige tal, skal eksistere et y tilhørende naturlige tal, hvorved det gælder at x er mindre end y . Udsagnet er **sandt**, fordi uanset hvilket tal der vælges fra mængden af naturlige tal, vil det altid være muligt at finde et tal der er større – skyldes at mængden af naturlige tal er tælleligt uendelig.

Udsagn (2) hævder det samme som ovenstående, dog tilføjes det at der kun eksistere netop ét y . Jævnfør argumentationen for udsagn (1)'s sandhed, kan udsagn (2) kun være **falskt**, da der vil være uendeligt mange tal der er større end x .

Udsagn (3) påstår at der eksistere et y tilhørende naturlige tal, således at alle x i mængden naturlige tal, medfører at x er mindre end y . Dette udsagn er **falskt**, grundet at der ikke findes et største tal i en uendelig stor mængde.

b) Angiv negeringen af udsagn (1) fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren (\neg) må ikke indgå i dit udsagn.

Negeringen af udsagn (1) udledes på følgende måde:

Hele udsagnet negeres:

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y) \quad (4)$$

I henhold til De Morgans love for kvantorer flyttes negeringen ind i parentes:

$$\neg\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (5)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \neg\exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (6)$$

Negeringen af sammenligningsoperatoren $<$ er:

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: \neg(x < y) \quad (7)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x \geq y \quad (8)$$

Hermed er udsagnet negeret.

3 Silas

3.1 Sæt 2012 opg. 1

Følgende $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funktioner er givet:

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x - 2$$

a) **Er f en bijektion?**

Da $f(0) = f(-1) = 1$, er f ikke injektiv og dermed ikke bijektiv.

b) **Har f en inverse funktion?**

Da f ikke er bijektiv, kan den ikke have en invers.

c) **Angiv $f+g$.**

$$f+g = f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 + 2x - 2 = x^2 + 3x - 1$$

d) **Angiv $f \circ g$.**

$$g \circ f = g(f(x)) = 2(x^2 + x + 1) - 2 = 2x^2 + 2x$$

3.2 Sæt 2009 opg. 1

Følgende udsagn er givet:

- (1) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \mid (x + y)$
- (2) $\exists y \in B : \forall x \in A : 3 \mid (x + y)$
- (3) $\forall x \in A : \exists y \in B : \exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$
- (4) $\exists x \in A : \forall y \in B : 3 \nmid (x + y)$
- (5) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \nmid (x + y)$

a) **Hvilke er ækvivalente med (1)?**

(1) er ækvivalent med (3), da $3 \mid (x + y)$ per def. er $\exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$.
I tilfældet $A = B = \mathbb{N}_0$ holder (2) og (4) ikke, og ved $A = B = \{0\}$ holder (5) ikke, selvom (1) holder for begge disse.

Hvilke er ækvivalente med negatition af (1)?

(1) \otimes (4) ses ved iterativ gentagen af De' Morgans lov. Det ses ligeledes at (5) holder for $A = B = \mathbb{N}_0$, og (2) og (3) holder for $A = B = \{0\}$, hvor (1) holder for begge disse. Derved er disse ikke negationer af (1).

b) **Hvilke udsagn er sande når $A=B=\mathbb{N}_0$?**

Som angivet er (1), (3) og (5) sande når $A = B = \mathbb{N}_0$. For (1) og (3) kan der vælges $y = -x \pmod{3}$, da

$$\begin{aligned} -x &\equiv (-x \pmod{3}) \\ \implies 0 &\equiv (-x \pmod{3}) + x \pmod{3} \\ \implies 3 &\mid ((-x \pmod{3}) + x) \end{aligned}$$

For (5) vælges f.eks. $y = 1 - x \pmod{3}$. Ved omtrent samme argument som overstående fås $3 \nmid ((1 - x \pmod{3}) + x)$.

Da (4) er det negerede udsagn af (1), er denne en modstrid. Når $A = B$, ses det at (2) er det negerede udtryk af (5), hvorledes (2) også bliver falsk.

4 Git-log

```
1  commit 7ac14a902d804b85ab3737f94dae1526cd291d05 (HEAD -> main,
   ↪ origin/main, origin/HEAD)
2  Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
3  Date:   Tue Nov 10 12:17:12 2020 +0100
4
5      Document ready to turn in.
6
7  doc.pdf      | Bin 7387 -> 164391 bytes
8  doc.tex      |    2 +-
9  git-log.txt  | 25 ++++++-----
10 3 files changed, 24 insertions(+), 3 deletions(-)
11
12 commit a1a4586d8c114b50b093548da0142e4e4a40188f
13 Author: kimhaagenmathiesen <kim_mathiesen@msn.com>
14 Date:   Tue Nov 10 12:05:38 2020 +0100
15
16      new
17
18  doc.pdf | Bin 164699 -> 7387 bytes
19  doc.tex |    9 +-----
20 2 files changed, 5 insertions(+), 4 deletions(-)
21
22 commit d5ed0ae07452e137b4e8eeae6f1667d5d13bda40
23 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
24 Date:   Mon Nov 9 23:50:45 2020 +0100
25
26      minor changes. End of day.
27
28  doc.pdf      | Bin 162096 -> 164699 bytes
29  doc.tex      | 22 ++++++-----
30  git-log.txt  | 28 ++++++-----
31 3 files changed, 39 insertions(+), 11 deletions(-)
32
33 commit b88e513d81b04cdbc677749fbbd10bf52bed11db
34 Merge: 818431f f1daa9c
35 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
36 Date:   Mon Nov 9 23:12:09 2020 +0100
37
```

```
38     pdf file
39
40 commit 818431f97d7795ad7544cd34f9c8140cf61ba24b
41 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
42 Date:   Mon Nov 9 23:09:25 2020 +0100
43
44     added SDU usernames to titlepage - assignment requirement)
45
46 doc.pdf | Bin 61702 -> 145161 bytes
47 doc.tex | 12 ++++++---
48 2 files changed, 10 insertions(+), 2 deletions(-)
49
50 commit f1daa9cde7fa1d40881b04c79230e091ed92d6a1
51 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
52 Date:   Mon Nov 9 15:01:38 2020 +0100
53
54     Fixed log
55
56 doc.pdf      | Bin 61702 -> 144562 bytes
57 doc.tex      | 2 +-
58 git-log.txt | 41 ++++++-----
59 3 files changed, 39 insertions(+), 4 deletions(-)
60
61 commit 09de1d79c55897224c1eb784420bad0230adefc4
62 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
63 Date:   Mon Nov 9 14:55:51 2020 +0100
64
65     Rettet opgave nr
66
67 doc.tex | 4 ++--
68 1 file changed, 2 insertions(+), 2 deletions(-)
69
70 commit f600bab97de19aa774e0ccc415e6642d014f6b52
71 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
72 Date:   Mon Nov 9 14:53:18 2020 +0100
73
74     2009 opg. 3
75
76 doc.tex | 43 ++++++-----
77 1 file changed, 43 insertions(+)
```

```
79 commit 9f8ecb7054d6a40948a4970378f75f325196ad0f
80 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
81 Date: Sun Nov 8 22:01:35 2020 +0100
82
83     Reeksamen februar 2015 opgave 2
84
85     doc.tex | 43 ++++++-----
86     1 file changed, 39 insertions(+), 4 deletions(-)
87
88 commit cdf3e5ebde585ab45986feb60f7d9028c6fe9b91
89 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
90 Date: Sun Nov 8 21:39:15 2020 +0100
91
92     added git-log file
93
94     git-log.txt | 57
95     ↪ ++++++
96     1 file changed, 57 insertions(+)
97
98 commit 1971076f5c0434a2604f43c04909c9eca3133fab
99 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
100 Date: Sun Nov 8 19:28:25 2020 +0100
101
102     preamble refinement
103
104     doc.tex | 68
105     ↪ ++++++-----
106     1 file changed, 48 insertions(+), 20 deletions(-)
107
108 commit 0ac45a55a62b3800be20f48ef871eddfef13240c6
109 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
110 Date: Sun Nov 8 19:24:39 2020 +0100
111
112     added .gitignore mockup
113
114     .gitignore | 8 ++++++
115     1 file changed, 8 insertions(+)
116
117 commit 3a78d484c7f75a131ccda72f514dcb181d2f6437
118 Author: kimhaagenmathiesen <kim_mathiesen@msn.com>
119 Date: Sat Nov 7 12:29:09 2020 +0100
```



```
118
119     reeksamen 2015 opg. 1 tilføjjet
120
121     README.md |    4 +++-
122     doc.pdf    | Bin 0 -> 61702 bytes
123     doc.tex    |   71
124     ↪ ++++++-----
125     3 files changed, 72 insertions(+), 3 deletions(-)
126
127     commit 97e0fc5c17155b2d0aacab6d551b24e852ed0690
128     Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
129     Date:   Thu Nov 5 12:34:36 2020 +0100
130
131     Tilføjjet forside uden svg
132
133     SDU.svg | 13 ++++++
134     doc.tex | 47 ++++++-----
135     2 files changed, 58 insertions(+), 2 deletions(-)
136
137     commit e9789ad0302a96ee2b8a4caf5e769d4787918b01
138     Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
139     Date:   Wed Nov 4 15:10:08 2020 +0100
140
141     Første opgave semidone
142
143     doc.tex | 34 ++++++
144     1 file changed, 34 insertions(+)
145
146     commit 1b26f653fc4c4c0a0bbdd3c4b21dbd718d411d53
147     Author: SilasPC <39376372+SilasPC@users.noreply.github.com>
148     Date:   Wed Nov 4 13:10:09 2020 +0100
149
150     Initial commit
151
152     README.md | 1 +
153     1 file changed, 1 insertion(+)
```
