

Syddansk Universitet | IMADA
November 9, 2020
DM500 — 20. f

L^AT_EX & Git

KIAN BANKE LARSEN
KIM HAAGEN MATHIESEN
SILAS POCKENDAHL



1 Kim

Givet universet U , mængden S , samt mængderne A og B :

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{2n | n \in S\}$$

$$B = \{3n + 2 | n \in S\}$$

a) Bestem mængden A .

Mængden A er givet ved:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

Eftersom:

$$A = \{2n | n \in S\} = \{1 * 2, 2 * 2, 3 * 2, 4 * 2\} = \{2, 4, 6, 8\}$$

b) Bestem mængden B .

Mængden B er givet ved:

$$B = \{5, 8, 11, 14\}$$

Eftersom:

$$B = \{3n + 2 | n \in S\} = \{1 * 3 + 2, 2 * 3 + 2, 3 * 3 + 2, 4 * 3 + 2\} = \{5, 8, 11, 14\}$$

c) Bestem mængden $A \cap B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cap B = \{8\}$$

Eftersom, dette er det eneste element A og B har tilfælles.

d) Bestem mængden $A \cup B$.

Mængden er givet ved:

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 11, 14\}$$

Eftersom, dette er elementerne A og B indeholder forenet/tilsammen.

e) Bestem mængden $A - B$.

Mængden er givet ved:

$$A - B = \{2, 4, 6\}$$

Eftersom, dette er elementerne i A fratrukket de fælles elementer for A og B , her kun elementet 8.

f) Bestem mængden \overline{A} .

Mængden er givet ved:

$$\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

Eftersom, dette er elementerne i universet U fratrukket elementerne i A .

2 Kian

Reeksamen februar 2015 opgave 2.

a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists! y \in \mathbb{N}: x < y \quad (2)$$

$$\exists y \in \mathbb{N}: \forall x \in \mathbb{N}: x < y \quad (3)$$

I udsagn (??) hævdes det at der for alle x tilhørende naturlige tal, skal eksistere et y tilhørende naturlige tal, hvorved det gælder at x er mindre end y . Udsagnet er **sandt**, fordi uanset hvilket tal der vælges fra mængden af naturlige tal, vil det altid være muligt at finde et tal der er større – skyldes at mængden af naturlige tal er tælleligt uendelig.

Udsagn (??) hævder det samme som ovenstående, dog tilføjes det at der kun eksistere netop ét y . Jævnfør argumentationen for udsagn (??)'s sandhed, kan udsagn (??) kun være **falskt**, da der vil være uendeligt mange tal der er større end x .

Udsagn (??) påstår at der eksistere et y tilhørende naturlige tal, således at alle x i mængden naturlige tal, medfører at x er mindre end y . Dette udsagn er **falskt**, grundet at der ikke findes et største tal i en uendelig stor mængde.

b) Angiv negeringen af udsagn (??) fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren (\neg) må ikke indgå i dit udsagn.

Negeringen af udsagn (??) udledes på følgende måde:

Hele udsagnet negeres:

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y) \quad (4)$$

I henhold til De Morgans love for kvantorer flyttes negeringen ind i parentes:

$$\neg\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (5)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \neg\exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (6)$$

Negeringen af sammenligningsoperatoren $<$ er:

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: \neg(x < y) \quad (7)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x \geq y \quad (8)$$

Hermed er udsagnet negeret.

3 Silas

3.1 Sæt 2012 opg. 1

Følgende $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funktioner er givet:

$$\begin{aligned}f(x) &= x^2 + x + 1 \\g(x) &= 2x - 2\end{aligned}$$

a) **Er f en bijektion?**

Da $f(0) = f(-1) = 1$, er f ikke injektiv og dermed ikke bijektiv.

b) **Har f en inverse funktion?**

Da f ikke er bijektiv, kan den ikke have en invers.

c) **Angiv $f+g$.**

$$f+g = f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 + 2x - 2 = x^2 + 3x - 1$$

d) **Angiv $f \circ g$.**

$$g \circ f = g(f(x)) = 2(x^2 + x + 1) - 2 = 2x^2 + 2x$$

3.2 Sæt 2009 opg. 3

Følgende udsagn er givet:

- (1) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \mid (x+y)$
- (2) $\exists y \in B : \forall x \in A : 3 \mid (x+y)$
- (3) $\forall x \in A : \exists y \in B : \exists z \in \mathbb{Z} : x+y = 3z$
- (4) $\exists x \in A : \forall y \in B : 3 \nmid (x+y)$
- (5) $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \nmid (x+y)$

a) **Hvilke er ækvivalente med (1)?**

(1) er ækvivalent med (3), da $3 \mid (x+y)$ per def. er $\exists z \in \mathbb{Z} : x+y = 3z$.
I tilfældet $A = B = \mathbb{N}_0$ holder (2) og (4) ikke, og ved $A = B = \{0\}$ holder (5) ikke, selvom (1) holder for begge disse.

Hvilke er ækvivalente med negation af (1)?

(1) \otimes (4) ses ved iterativ gentagen af De' Morgans lov. Det ses ligeledes at (5) holder for $A = B = \mathbb{N}_0$, og (2) og (3) holder for $A = B = \{0\}$, hvor (1) holder for begge disse. Derved er disse ikke negationer af (1).

b) **Hvilke udsagn er sande når $A=B=\mathbb{N}_0$?**

Som angivet er (1), (3) og (5) sande når $A = B = \mathbb{N}_0$. For (1) og (3) kan der vælges $y = -x \pmod{3}$, da

$$\begin{aligned} -x &\equiv (-x \pmod{3}) \\ \implies 0 &\equiv (-x \pmod{3}) + x \pmod{3} \\ \implies 3 &\mid ((-x \pmod{3}) + x) \end{aligned}$$

For (5) vælges f.eks. $y = 1 - x \pmod{3}$. Ved omtrent samme argument som overstående fås $3 \nmid ((1 - x \pmod{3}) + x)$.

Da (4) er det negerede udsagn af (1), er denne en modstrid. Når $A = B$, ses det at (2) er det negerede udtryk af (5), hvorledes (2) også bliver falsk.

4 Git-log

```

1 $ git log --stat
2 commit 1971076f5c0434a2604f43c04909c9eca3133fab (HEAD -> main)
3 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
4 Date: Sun Nov 8 19:28:25 2020 +0100
5
6     preamble refinement
7
8     doc.tex | 68
9     ↪ ++++++-----
10
11    1 file changed, 48 insertions(+), 20 deletions(-)
12
13 commit 0ac45a55a62b3800be20f48ef871eddf13240c6
14 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
15 Date: Sun Nov 8 19:24:39 2020 +0100
16
17     added .gitignore mockup
18
19     .gitignore | 8 ++++++
20
21    1 file changed, 8 insertions(+)
22
23 commit 3a78d484c7f75a131ccda72f514dcb181d2f6437 (origin/main, origin/HEAD)
24 Author: kimhaagenmathiesen <kim_mathiesen@msn.com>
25 Date: Sat Nov 7 12:29:09 2020 +0100
26
27     reeksamen 2015 opg. 1 tilføjet
28
29     README.md | 4 +++-
30     doc.pdf | Bin 0 -> 61702 bytes
31     doc.tex | 71
32     ↪ ++++++-----
33
34    3 files changed, 72 insertions(+), 3 deletions(-)
35
36 commit 97e0fc5c17155b2d0aacab6d551b24e852ed0690
37 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
38 Date: Thu Nov 5 12:34:36 2020 +0100
39
40     Tilføjet forside uden svg

```



```
37  SDU.svg | 13 ++++++++
38  doc.tex | 47 ++++++++--
39  2 files changed, 58 insertions(+), 2 deletions(-)
40
41  commit e9789ad0302a96ee2b8a4caf5e769d4787918b01
42  Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
43  Date:   Wed Nov 4 15:10:08 2020 +0100
44
45      Første opgave semidone
46
47  doc.tex | 34 ++++++++
48  1 file changed, 34 insertions(+)
49
50  commit 1b26f653fc4c4c0a0bbdd3c4b21dbd718d411d53
51  Author: SilasPC <39376372+SilasPC@users.noreply.github.com>
52  Date:   Wed Nov 4 13:10:09 2020 +0100
53
54      Initial commit
55
56  README.md | 1 +
57  1 file changed, 1 insertion(+)
```
