

Syddansk Universitet | IMADA  
10. november 2020  
DM500 — 20. f

# L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X & Git

KIAN BANKE LARSEN  
KIM HAAGEN MATHIESEN  
SILAS POCKENDAHL



Respektive brugernavne: kilar20, kimat08, silch20

# 1 Kim

*Reksamen februar 2015 opgave 1.*

Givet universet  $U$ , mængden  $S$ , samt mængderne  $A$  og  $B$ :

$$U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{2n | n \in S\}$$

$$B = \{3n + 2 | n \in S\}$$

- a) Bestem mængden  $A$ .

Mængden  $A$  er givet ved:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

Eftersom:

$$A = \{2n | n \in S\} = \{1 * 2, 2 * 2, 3 * 2, 4 * 2\} = \{2, 4, 6, 8\}$$

- b) Bestem mængden  $B$ .

Mængden  $B$  er givet ved:

$$B = \{5, 8, 11, 14\}$$

Eftersom:

$$B = \{3n + 2 | n \in S\} = \{1 * 3 + 2, 2 * 3 + 2, 3 * 3 + 2, 4 * 3 + 2\} = \{5, 8, 11, 14\}$$

- c) Bestem mængden  $A \cap B$ .

Mængden er givet ved:

$$A \cap B = \{8\}$$

Eftersom, dette er det eneste element  $A$  og  $B$  har tilfælles.

- d) Bestem mængden  $A \cup B$ .

Mængden er givet ved:

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 11, 14\}$$

Eftersom, dette er elementerne  $A$  og  $B$  indeholder forenet/tilsammen.

- e) Bestem mængden  $A - B$ .

Mængden er givet ved:

$$A - B = \{2, 4, 6\}$$

Eftersom, dette er elementerne i  $A$  fratrukket de fælles elementer for  $A$  og  $B$ , her kun elementet 8.

- f) Bestem mængden  $\overline{A}$ .

Mængden er givet ved:

$$\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

Eftersom, dette er elementerne i universet  $U$  fratrukket elementerne i  $A$ .

## 2 Kian

*Reeksamen februar 2015 opgave 2.*

a) Hvilke af følgende udsagn er sande?

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{N}: \exists! y \in \mathbb{N}: x < y \quad (2)$$

$$\exists y \in \mathbb{N}: \forall x \in \mathbb{N}: x < y \quad (3)$$

I udsagn (1) hævdes det at der for alle  $x$  tilhørende naturlige tal, skal eksistere et  $y$  tilhørende naturlige tal, hvorved det gælder at  $x$  er mindre end  $y$ . Udsagnet er **sandt**, fordi uanset hvilket tal der vælges fra mængden af naturlige tal, vil det altid være muligt at finde et tal der er større – skyldes at mængden af naturlige tal er tælleligt uendelig.

Udsagn (2) hævder det samme som ovenstående, dog tilføjes det at der kun eksistere netop ét  $y$ . Jævnfør argumentationen for udsagn (1)'s sandhed, kan udsagn (2) kun være **falskt**, da der vil være uendeligt mange tal der er større end  $x$ .

Udsagn (3) påstår at der eksistere et  $y$  tilhørende naturlige tal, således at alle  $x$  i mængden naturlige tal, medfører at  $x$  er mindre end  $y$ . Dette udsagn er **falskt**, grundet at der ikke findes et største tal i en uendelig stor mængde.

b) Angiv negeringen af udsagn (1) fra spørgsmål a).

Negerings-operatoren ( $\neg$ ) må ikke indgå i dit udsagn.

Negeringen af udsagn (1) udledes på følgende måde:

Hele udsagnet negeres:

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y) \quad (4)$$

I henhold til De Morgans love for kvantorer flyttes negeringen ind i parentes:

$$\neg\forall x \in \mathbb{N}: \exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (5)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \neg\exists y \in \mathbb{N}: x < y \quad (6)$$

Negeringen af sammenligningsoperatoren  $<$  er:

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: \neg(x < y) \quad (7)$$

$$\exists x \in \mathbb{N}: \forall y \in \mathbb{N}: x \geq y \quad (8)$$

Hermed er udsagnet negeret.

### 3 Silas

#### 3.1 Sæt 2012 opg. 1

Følgende  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funktioner er givet:

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x - 2$$

a) **Er  $f$  en bijektion?**

Da  $f(0) = f(-1) = 1$ , er  $f$  ikke injektiv og dermed ikke bijektiv.

b) **Har  $f$  en inverse funktion?**

Da  $f$  ikke er bijektiv, kan den ikke have en invers.

c) **Angiv  $f+g$ .**

$$f+g = f(x) + g(x) = x^2 + x + 1 + 2x - 2 = x^2 + 3x - 1$$

d) **Angiv  $f \circ g$ .**

$$g \circ f = g(f(x)) = 2(x^2 + x + 1) - 2 = 2x^2 + 2x$$

#### 3.2 Sæt 2009 opg. 1

Følgende udsagn er givet:

- (1)  $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \mid (x + y)$
- (2)  $\exists y \in B : \forall x \in A : 3 \mid (x + y)$
- (3)  $\forall x \in A : \exists y \in B : \exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$
- (4)  $\exists x \in A : \forall y \in B : 3 \nmid (x + y)$
- (5)  $\forall x \in A : \exists y \in B : 3 \nmid (x + y)$

a) **Hvilke er ækvivalente med (1)?**

(1) er ækvivalent med (3), da  $3 \mid (x + y)$  per def. er  $\exists z \in \mathbb{Z} : x + y = 3z$ .  
I tilfældet  $A = B = \mathbb{N}_0$  holder (2) og (4) ikke, og ved  $A = B = \{0\}$  holder (5) ikke, selvom (1) holder for begge disse.

**Hvilke er ækvivalente med negatition af (1)?**

(1)  $\otimes$  (4) ses ved iterativ gentagen af De' Morgans lov. Det ses ligeledes at (5) holder for  $A = B = \mathbb{N}_0$ , og (2) og (3) holder for  $A = B = \{0\}$ , hvor (1) holder for begge disse. Derved er disse ikke negationer af (1).

b) **Hvilke udsagn er sande når  $A=B=\mathbb{N}_0$ ?**

Som angivet er (1), (3) og (5) sande når  $A = B = \mathbb{N}_0$ . For (1) og (3) kan der vælges  $y = -x \pmod{3}$ , da

$$\begin{aligned} -x &\equiv (-x \pmod{3}) \\ \implies 0 &\equiv (-x \pmod{3}) + x \pmod{3} \\ \implies 3 &\mid ((-x \pmod{3}) + x) \end{aligned}$$

For (5) vælges f.eks.  $y = 1 - x \pmod{3}$ . Ved omtrent samme argument som overstående fås  $3 \nmid ((1 - x \pmod{3}) + x)$ .

Da (4) er det negerede udsagn af (1), er denne en modstrid. Når  $A = B$ , ses det at (2) er det negerede udtryk af (5), hvorledes (2) også bliver falsk.

## 4 Git-log

---

```
1 commit a1a4586d8c114b50b093548da0142e4e4a40188f (HEAD -> main,
  ↳ origin/main, origin/HEAD)
2 Author: kimhaagenmathiesen <kim_mathiesen@msn.com>
3 Date: Tue Nov 10 12:05:38 2020 +0100
4
5     new
6
7 doc.pdf | Bin 164699 -> 7387 bytes
8 doc.tex | 9 +++++----
9 2 files changed, 5 insertions(+), 4 deletions(-)
10
11 commit d5ed0ae07452e137b4e8eeae6f1667d5d13bda40
12 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
13 Date: Mon Nov 9 23:50:45 2020 +0100
14
15     minor changes. End of day.
16
17 doc.pdf | Bin 162096 -> 164699 bytes
18 doc.tex | 22 ++++++++-----
19 git-log.txt | 28 ++++++++
20 3 files changed, 39 insertions(+), 11 deletions(-)
21
22 commit b88e513d81b04cddb677749fbbd10bf52bed11db
23 Merge: 818431f f1daa9c
24 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
25 Date: Mon Nov 9 23:12:09 2020 +0100
26
27     pdf file
28
29 commit 818431f97d7795ad7544cd34f9c8140cf61ba24b
30 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
31 Date: Mon Nov 9 23:09:25 2020 +0100
32
33     added SDU usernames to titlepage - assignment requirement)
34
35 doc.pdf | Bin 61702 -> 145161 bytes
36 doc.tex | 12 ++++++++--
37 2 files changed, 10 insertions(+), 2 deletions(-)
```

```
38
39 commit f1daa9cde7fa1d40881b04c79230e091ed92d6a1
40 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
41 Date: Mon Nov 9 15:01:38 2020 +0100
42
43     Fixed log
44
45     doc.pdf      | Bin 61702 -> 144562 bytes
46     doc.tex      |    2 +-
47     git-log.txt | 41 ++++++-----
48     3 files changed, 39 insertions(+), 4 deletions(-)
49
50 commit 09de1d79c55897224c1eb784420bad0230adefc4
51 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
52 Date: Mon Nov 9 14:55:51 2020 +0100
53
54     Rettet opgave nr
55
56     doc.tex | 4 ++--
57     1 file changed, 2 insertions(+), 2 deletions(-)
58
59 commit f600bab97de19aa774e0ccc415e6642d014f6b52
60 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
61 Date: Mon Nov 9 14:53:18 2020 +0100
62
63     2009 opg. 3
64
65     doc.tex | 43 ++++++-----
66     1 file changed, 43 insertions(+)
67
68 commit 9f8ecb7054d6a40948a4970378f75f325196ad0f
69 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
70 Date: Sun Nov 8 22:01:35 2020 +0100
71
72     Reeksamen februar 2015 opgave 2
73
74     doc.tex | 43 ++++++-----
75     1 file changed, 39 insertions(+), 4 deletions(-)
76
77 commit cdf3e5ebde585ab45986feb60f7d9028c6fe9b91
78 Author: Kian Banke Larsen <snuvikian@gmail.com>
```

```
79 Date:    Sun Nov 8 21:39:15 2020 +0100
80
81     added git-log file
82
83 git-log.txt | 57
84 ↪ ++++++
85 1 file changed, 57 insertions(+)
86
87 commit 1971076f5c0434a2604f43c04909c9eca3133fab
88 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
89 Date:    Sun Nov 8 19:28:25 2020 +0100
90
91     preamble refinement
92
93 doc.tex | 68
94 ↪ ++++++-----
95 1 file changed, 48 insertions(+), 20 deletions(-)
96
97 commit 0ac45a55a62b3800be20f48ef871eddf13240c6
98 Author: Kian Banke Larsen <snubikian@gmail.com>
99 Date:    Sun Nov 8 19:24:39 2020 +0100
100
101     added .gitignore mockup
102
103 .gitignore | 8 ++++++
104 1 file changed, 8 insertions(+)
105
106 commit 3a78d484c7f75a131ccda72f514dcb181d2f6437
107 Author: kimhaagenmathiesen <kim_mathiesen@msn.com>
108 Date:    Sat Nov 7 12:29:09 2020 +0100
109
110     reeksamen 2015 opg. 1 tilføjet
111
112 README.md | 4 +++-
113 doc.pdf   | Bin 0 -> 61702 bytes
114 doc.tex   | 71
115 ↪ ++++++-----
116 3 files changed, 72 insertions(+), 3 deletions(-)
117
118 commit 97e0fc5c17155b2d0aacab6d551b24e852ed0690
119 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
```



```
117 Date: Thu Nov 5 12:34:36 2020 +0100
118
119 Tilføjet forside uden svg
120
121 SDU.svg | 13 ++++++++
122 doc.tex | 47 ++++++++-----
123 2 files changed, 58 insertions(+), 2 deletions(-)
124
125 commit e9789ad0302a96ee2b8a4caf5e769d4787918b01
126 Author: Silas Pockendahl <silch20@student.sdu.dk>
127 Date: Wed Nov 4 15:10:08 2020 +0100
128
129 Første opgave semidone
130
131 doc.tex | 34 ++++++++
132 1 file changed, 34 insertions(+)
133
134 commit 1b26f653fc4c4c0a0bbdd3c4b21dbd718d411d53
135 Author: SilasPC <39376372+SilasPC@users.noreply.github.com>
136 Date: Wed Nov 4 13:10:09 2020 +0100
137
138 Initial commit
139
140 README.md | 1 +
141 1 file changed, 1 insertion(+)

```

---