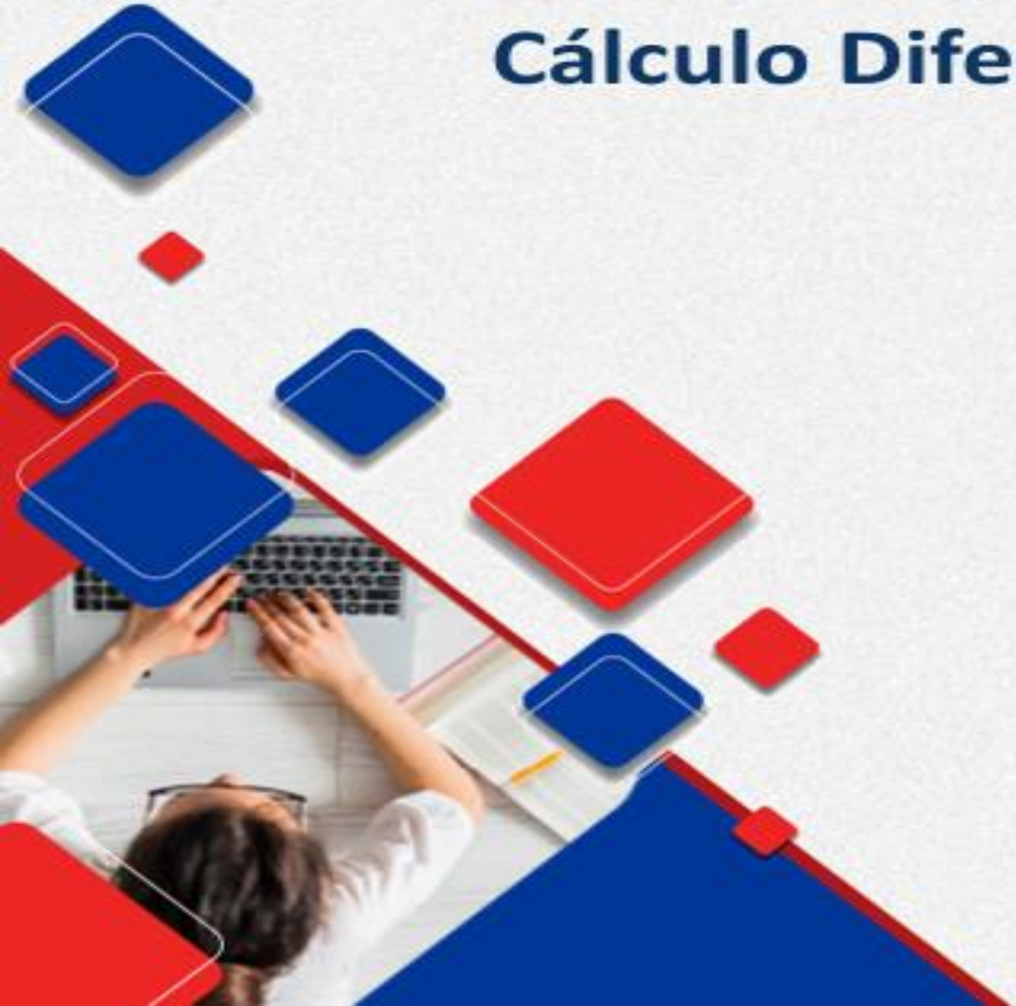
Cálculo Diferencial e Integral

Vanessa Linhares



EDUCAÇÃO
METODISTA

OBJETIVOS

- Relembrar o conceito de plano cartesiano e produto cartesiano.
- Ampliar o conceito relações.
- Conhecer conceito de função constante.

O conceito de Função

- Um dos conceitos mais importante em toda a Matemática.
- Muitas vezes ocorre na prática que o valor de uma quantidade depende do valor de outra.
- Entendida intuitivamente como sendo uma dependência ou relação entre duas ou mais quantidades variáveis.

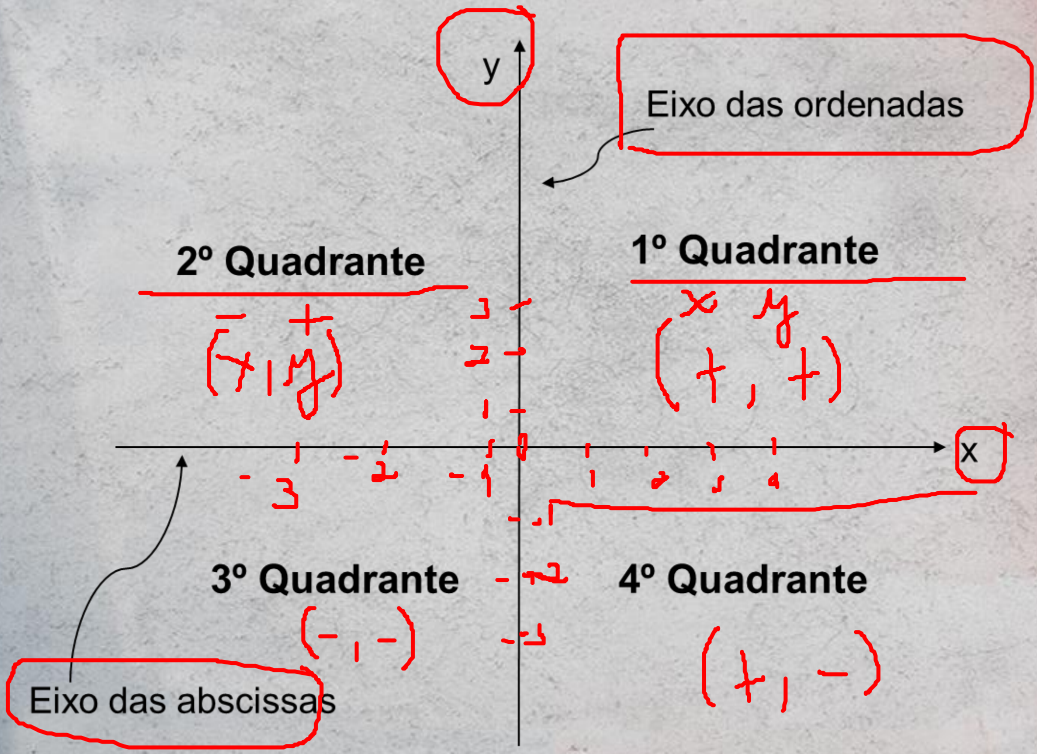
Par Ordenado

- Para cada elemento **a** e cada elemento **b**, admitiremos a existência de um terceiro elemento **(a,b)**, que denominamos par ordenado.

x y

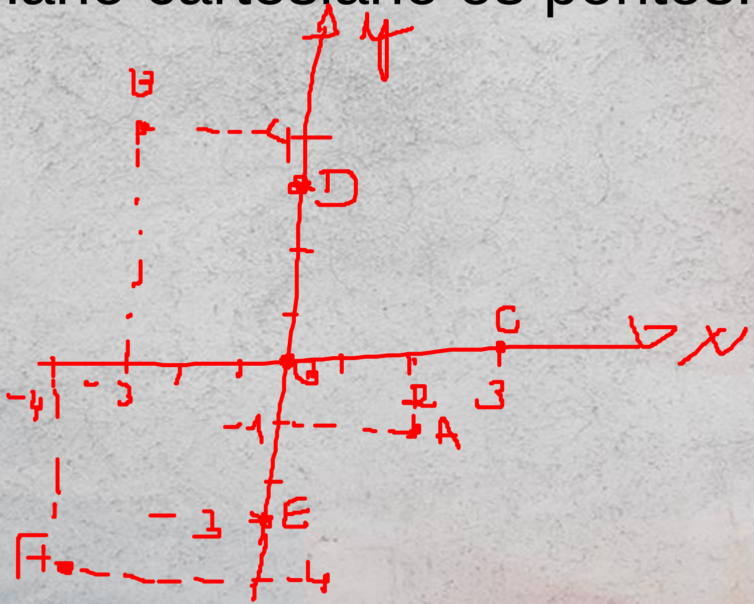
$$(a,b) = (c,d) \Leftrightarrow a = c \quad e \quad b = d$$

Plano Cartesiano



Plano Cartesiano

- **Exemplos**:
- Represente no plano cartesiano os pontos:
- A(2,-1)
- B(-3,4)
- C(3,0)
- D(0,3)
- E(0,-3)
- F(-4,-4)
- G(0,0)



Produto Cartesiano

- **Definição:** O **produto cartesiano** de dois conjuntos **A** e **B** são todos os **pares ordenados (x, y)**, sendo que **x** pertence ao conjunto **A** e **y** pertence ao conjunto **B**.

- O produto cartesiano de A por B, representado por $A \times B$

Educação Metodista

Produto Cartesiano

Exemplos:

1) Sejam os conjuntos A={1,3,5} e B={2,4} determine:

a) $A \times B$ (1, 2); (1, 4); (3, 2); (3, 4); (5, 2); (5, 4)

b) $B \times A$ (2, 1); (2, 3); (2, 5); (4, 1); (4, 3); (4, 5)

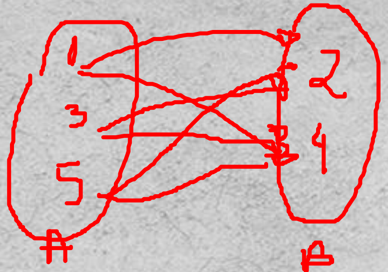
Educação Metodista

Representação Diagrama de Flechas

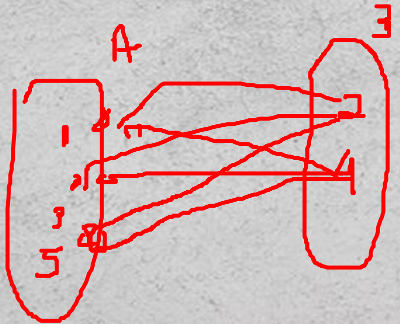
Exemplos:

1) Sejam os conjuntos A={1,3,5} e B={2,4} determine:

a) $A \times B$



b) $B \times A$



Intervalos

- Em matemática, podemos representar conjuntos, subconjuntos e soluções de equações pela notação de **intervalo**. Intervalo significa que o conjunto possui cada número real entre dois extremos indicados, seja numericamente ou geometricamente.

INTERVALO ABERTO

1. Dizemos que um intervalo é *aberto* quando seus extremos não estão incluídos. Exemplo:

] [

$$]a, b[= \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$

Geometricamente representamos por uma bolinha branca indicando o elemento não incluído:

INTERVALO FECHADO

2. Um intervalo *fechado* é aquele em que seus extremos são incluídos:

[ ]

$$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}:a\le x\le b\}$$

Na reta, o elemento incluído será uma bolinha preta:

INTERVALO SEMIABERTO OU SEMIFECHADO

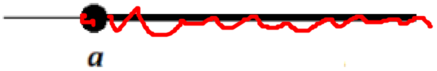
3. Dizemos que um intervalo é _semiaberto_ ou _semifechado_ quando um de seus extremos são incluídos, ou seja:

$$[a, b[= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$$

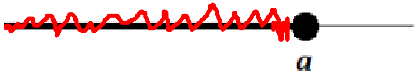
$$]a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$

E também com extremos ao infinito:

$$[a, \boxed{+\infty}[= \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$$

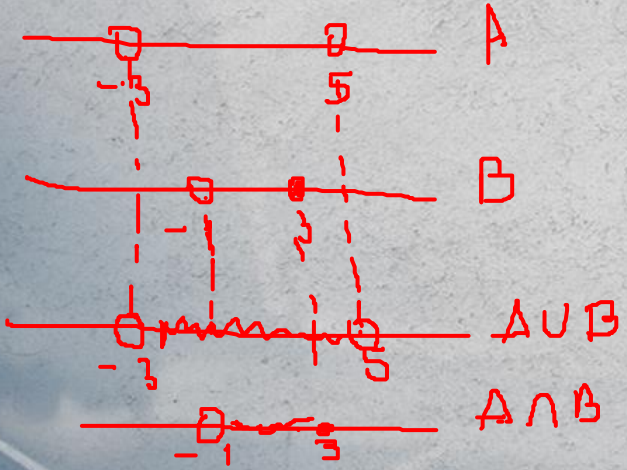


$$]-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a\}$$



UNIÃO E INTERSEÇÃO DE INTERVALOS

- Exemplos: Dado o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} | -3 < x < 5\}$
- e o conjunto $B = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x \leq 3\}$
- Determine AUB e A∩B:
-



Relação

- **<u>Definição</u>:** Dados dois conjuntos A e B não-vazios, chama-se relação de A em B qualquer subconjunto de $A \times B$.
- Uma relação R de A em B é denotada por $R: A \rightarrow B$. O conjunto R está contido em $A \times B$ e é formado por pares (x,y), em que o elemento x de A é “associado” ao elemento y de B mediante um certo critério de “relacionamento” ou “correspondência” chamado lei de formação.

Relação

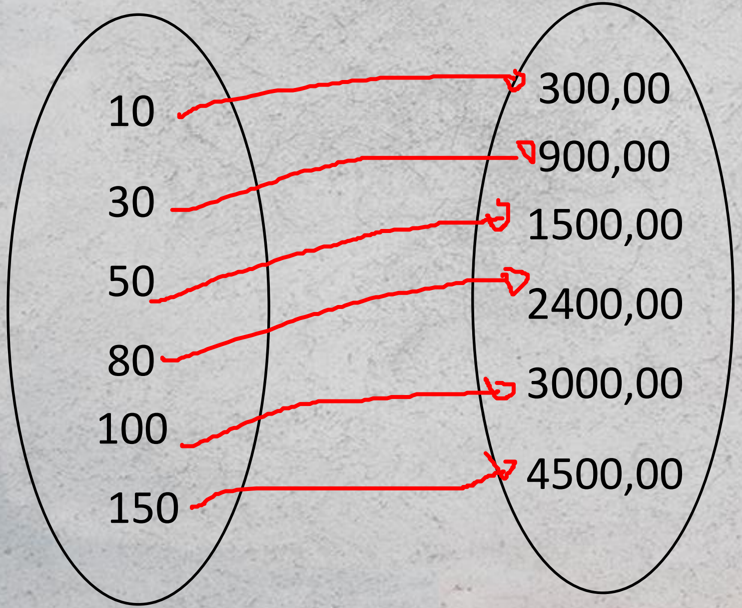
1) O salário de uma pessoa e o número de horas trabalhadas.

horas trabalhadas	10	30	50	80	100	150
Salário (R$)	R$ 300,00	R$ 900,00	R$ 1.500,00	R$ 2.400,00	R$ 3.000,00	R$ 4.500,00

- Lei de formação: $\boxed{S(h) = 30 \cdot h}$

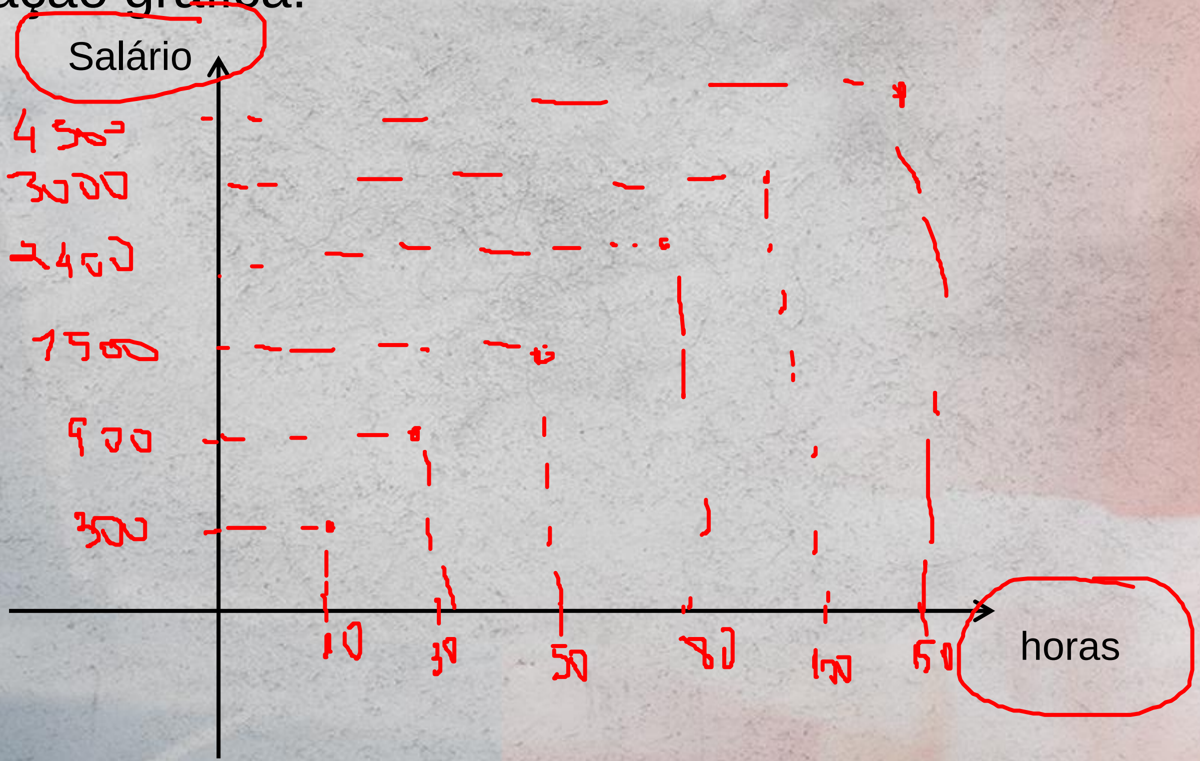
Relação

- Representação em Diagrama:



Relação

- Representação gráfica:



Relação

2) Lei de formação da relação é $x=y^2$.

y	-2	-1	0	1	2
x	4	1	0	1	4

Compreensão:

$x = (-2)^2$

$x = 4$

$x = (-1)^2$

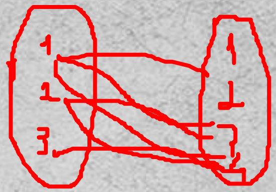
$x = 1$

Relação

Exemplos:

3) Seja os conjuntos A={1,2,3} e B={1,2,3,4} formar o conjunto $R: A \rightarrow B$, tal que o 1º elemento do par ordenado é menor que o 2º. Represente o conjunto.

- **Diagrama de Flechas**:



- **Compreensão:** (1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3), (2,4) (3,1); (3,2); (3,3); (3,4)

- **Extensão:** (1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,4); (3,4)

Relação

4) Sejam A={1,2,3} e B={2,3}. Determine a relação de A em B tal que: $A \times B =$ (1,2); (1,3); (2,2); (2,3); (3,2); (3,3)

- a) $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x + y > 4\}$

  (2,3); (3,2); (3,3)

- b) $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y > x\}$ (1,2); (1,3); (2,3)

Educação Metodista

Definição de Função

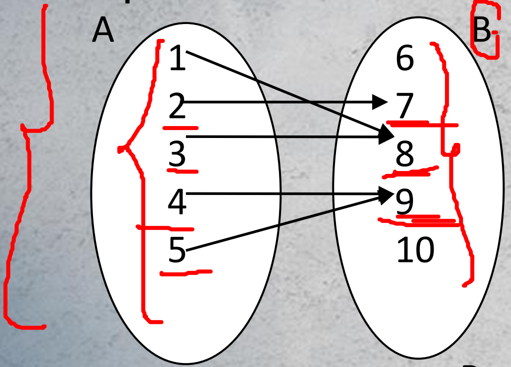
- **Definição**: Sejam A e B dois conjuntos não vazios, chama-se função de A em B ($f: A \to B$), qualquer relação de A em B que associa **a cada** elemento de A **um único** elemento de B.

Definição de Função

- O conjunto A é denominado **<u>domínio</u>** da função, o conjunto B é o **<u>contradomínio</u>** da função e o conjunto dos elementos de B que estão associados a um elemento de A é denominado **<u>imagem</u>**.
- **<u>Notação</u>:** domínio: D(f) ; Contradomínio: CD(f) ; imagem: Im(f) .

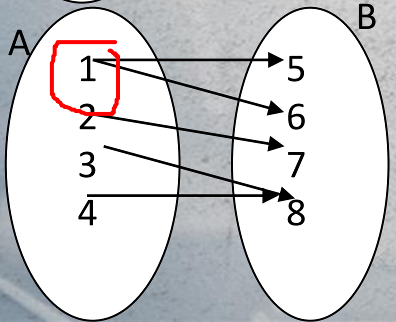
Definição de Função

1)Dentre as relações abaixo, indique quais são funções de A em B, identifique o domínio, contradomínio e imagem.



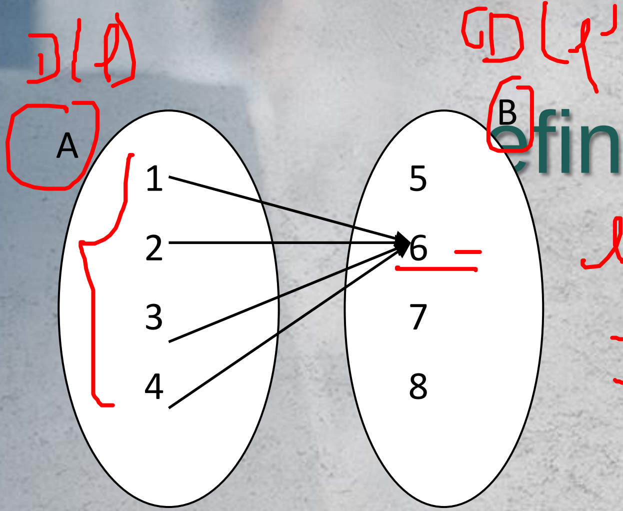
é função

$D(f) = A$ $CD(f) = B$ $Im(f) = \{7, 8, 9\}$



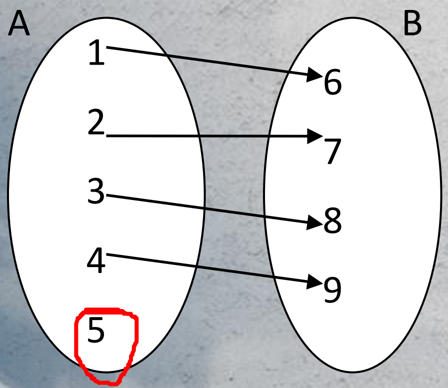
não é função

efinição de Função



é função

Im(f) = {6}

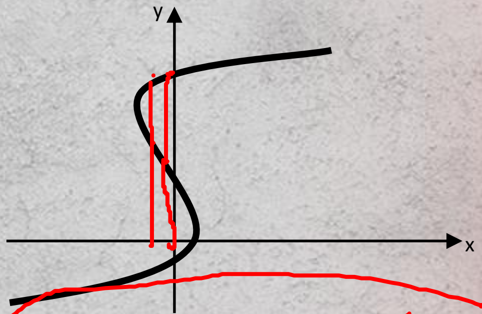


Não é função

Definição de Função

2) Dentre os gráficos abaixo indique quais são funções:

É função



Ñ é função

Educação Metodista

Notação

- Anos atrás o matemático suíço Leonhard Euler inventou um símbolo para denotar uma função de x em y: $y = f(x)$, que se lê "y é igual a f de x". Costuma-se chamar x de <u>variável independente</u>, pois é livre para assumir qualquer valor do domínio, e chamar y de <u>variável dependente</u>, pois seu valor numérico depende da escolha de x.

Tipos de Funções

- **Função Constante**: é toda função em que todos os elementos do domínio possuem uma mesma imagem.

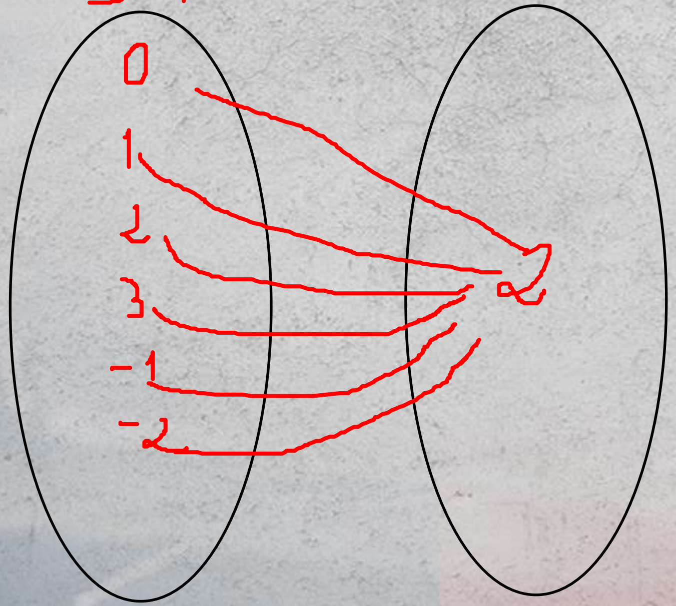
$$f(x) = C, C \in IR$$

Função Constante

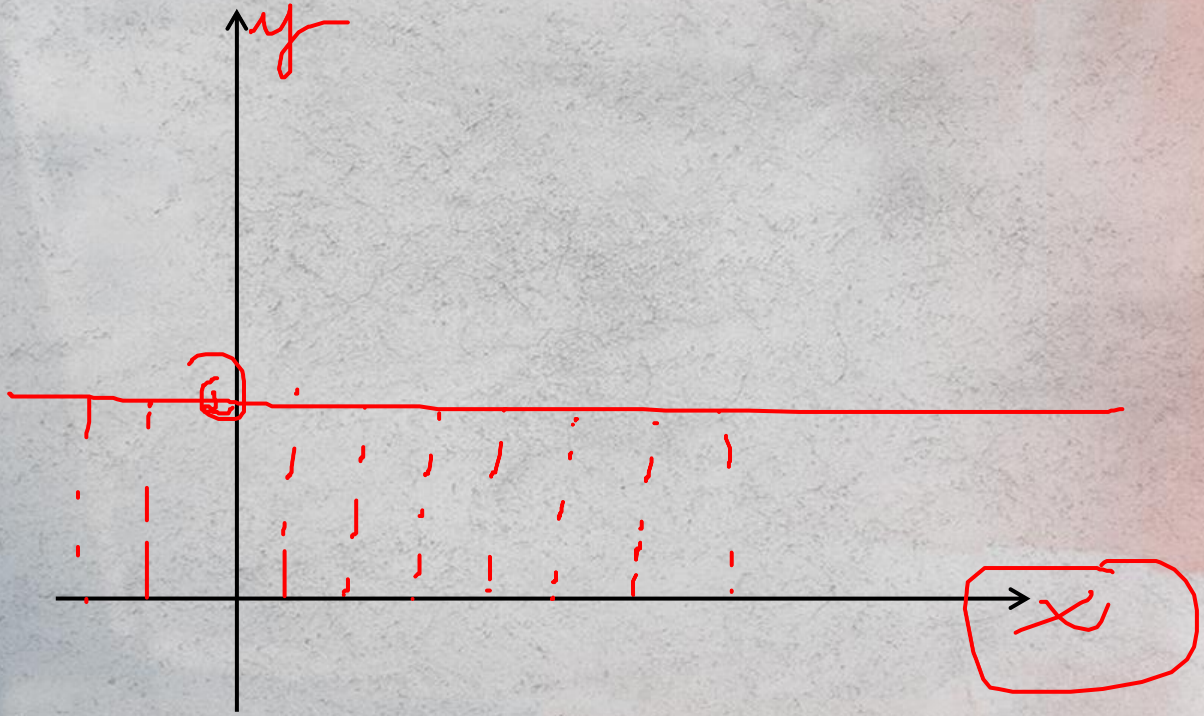
- $f(x)=2$

$D(f)= \mathbb{R}$

$Im(f)= 2$

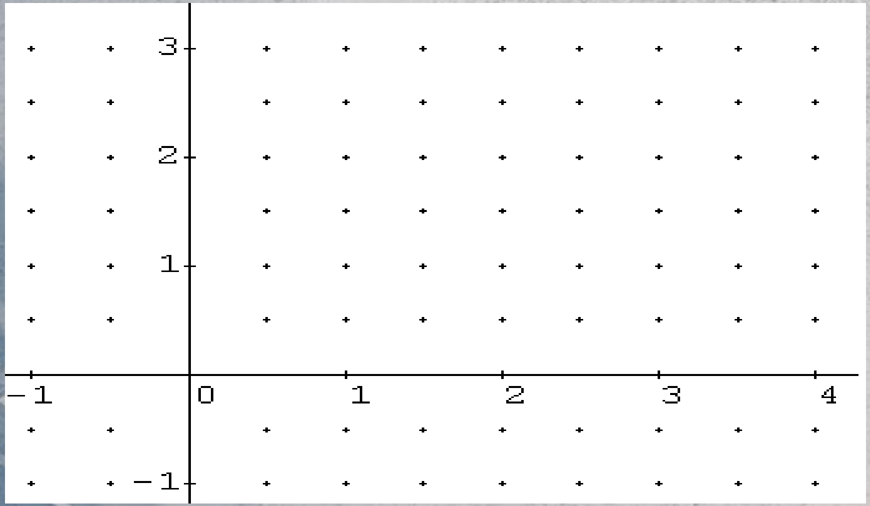


Função Constante



Exercícios

1)Localize no gráfico os pares ordenados A (2,3) , B (-1, 3) , C (- 1, -1), D(0,0) , E (0, 2)



- 2) Usando a notação de conjuntos, escreva os intervalos:
- a) [2, 8] =
- b)] - ∞, 2] =
- c) { x ∈ IR/ 2 < x < 5} =
- d) { x ∈ IR/ - 2 ≤ x ≤ 2} =

EDUCAÇÃO METODISTA

- 3) Determine $A \cap B$, quando $A = \{ x \in IR / -1 \leq x \leq 2 \}$ e $B = \{ x \in IR / 0 \leq x \leq 5 \}$

- 4) Determine $A \cup B$, quando $A = \{ x \in IR / 0 < x < 3 \}$ e $B = \{ x \in IR / 1 < x < 5 \}$.

Educação Metodista

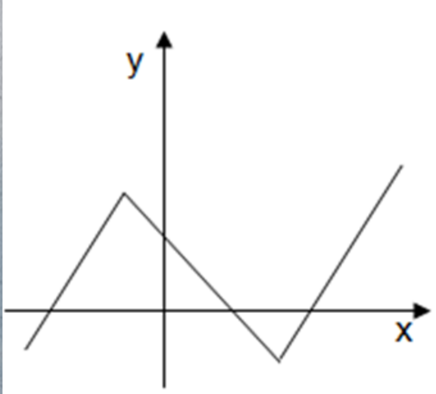
5)Dados os conjuntos A= {1,3,5} e B = {2,4}, determinar

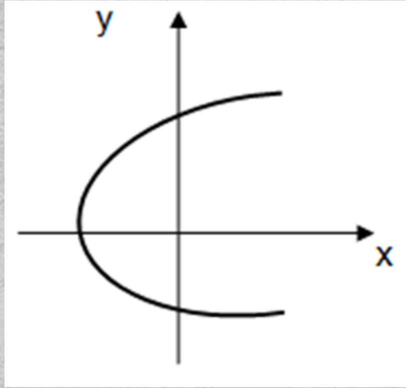
a. A X B

b. B X A

6)Dados os conjuntos A = {– 2, 0, 2, 5} e B = {0, 2, 5, 10, 20}, seja a relação de A em B expressa pela fórmula y = 2x + 1 , com x ∈ A e y ∈ B, verifique se a relação é uma função ou não.

7)Verifique, justificando, se cada gráfico abaixo pode ou não representar uma função:

a) 

b) 

Referências das Imagens

- **Imagem 1 –** disponível em: https://sites.google.com/site/pensandoenmatematica/home (Acesso em: 12.03.17)
- **Imagem 2 –** disponível em: http://portaldoamazonas.com/discalculia-disturbio-que-dificulta-a-compreensao-da-matematica (Acesso em: 12.03.17)
- **Imagem 3 –** disponível em: http://pueridomusararaquara.com.br/blog/?tag=matematica (Acesso em: 12.03.17)
- **Imagem 4 –** disponível em: http://www.ufjf.br/matematica/curso/ (Acesso em: 12.03.17)

EDUCAÇÃO METODISTA

Referências Bibliográficas

- DANTE, Luiz Roberto. Matemática contexto & aplicações. 4ª ed. São Paulo: Ática, 2008.
-
- IEZZI, Gelson e et al. Fundamentos de Matemática Elementar: conjuntos e funções. São Paulo: Atual, 2004. 8ª ed.
-
- PAIVA, Manoel Rodrigues. Matemática: Paiva/ Manoel Rodrigues Paiva. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2010.

EDUCAÇÃO METODISTA