Cálculo Diferencial e Integral

Vanessa Linhares

EDUCAÇÃO METODISTA

Objetivos

- Estudar o conceito de equação do 1º grau e sistema de equação.
- Estudar o conceito de equação do 2º grau.

EDUCAÇÃO METODISTA

Equação do 1º Grau (Primeiro Grau)

Equação do 1º grau (primeiro grau) é nada mais do que uma igualdade entre as expressões, que as transformam em uma identidade numérica, para um ou para mais valores atribuídos as suas variáveis.

Definição

É toda sentença aberta, redutível e equivalente a $ax + b = 0$, com $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}$.

Ou seja, a e b são números que pertencem ao conjuntos dos números reais (R), com a diferente de zero e x representa uma variável que não conhecemos (incógnita).

A incógnita é o valor que precisamos achar para encontrar a solução para a equação. A variável que não conhecemos (incógnita) costumamos representá-la na equação pelas letras x, y e z.

Numa equação do primeiro grau, o expoente da incógnita é sempre 1.

EDUCAÇÃO METODISTA

Exemplos

a) 5 + x = 8

b) 4 + 2x = 11 + 3x

c) 5x – 20 = 0

a) $x = 8 - 5$

$x = 3$

b) $4 + 2x = 11 + 3x$

$2x - 3x = 11 - 4$

$-x = 7 \cdot (-1)$

$x = -7$

c) $5x - 20 = 0$

$5 \cdot x = 20$

$x = \frac{20}{5}$

$\boxed{x = 4}$

Sistemas de Equações

Um **sistema de equações** é constituído por um conjunto de equações que apresentam mais de uma incógnita. Para resolver um sistema é necessário encontrar os valores que satisfaçam simultaneamente todas as equações.

Método da substituição

Esse método consiste em escolher uma das equações e isolarmos uma das incógnitas, para determinar o seu valor em relação a outra incógnita. Depois, substituímos esse valor na outra equação.

Desta forma, a segunda equação ficará com uma única incógnita e, assim, poderemos encontrar o seu valor final. Para finalizar, substituímos na primeira equação o valor encontrado e, assim, encontramos também o valor da outra incógnita.

Exemplo

Resolva o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 3x - y = 20 \end{cases}$$

$x + y = 12$

$\boxed{x = 8}$

$\boxed{x = 12 - y}$

$3 \cdot (12 - y) - y = 20$

$36 - 3y - y = 20$

$-4y = 20 - 36$

$-4y = -16$

$y = \dfrac{-16}{-4}$

$\boxed{y = 4}$

Método da Adição

No método da adição buscamos juntar as duas equações em uma única equação, eliminando uma das incógnitas.

Para isso, é necessário que os coeficientes de uma das incógnitas sejam opostos, isto é, devem ter o mesmo valor e sinais contrários.

Exemplo

$$\begin{cases} 3x + y = 24 \cdot (-2) \\ 5x + 2y = 60 \end{cases}$$

$$-6x - \cancel{2y} = -48$$
$$+\ 5x + \cancel{2y} = 60$$
$$-x = 12 \cdot (-1)$$
$$\boxed{x = -12}$$

$$3 \cdot (-12) + y = 24$$
$$-36 + y = 24$$
$$y = 24 + 36$$
$$y = 60$$

Equação do 2º Grau

Definição: Toda equação representada na forma $ax^2 + bx + c = 0$ com a ≠ 0 é chamada de equação de 2º grau.

$$2x^2 + 3x + 6 = 0 \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases}$$

Completa

$$x^2 + 5 = 0$$

ou

$$x^2 + 0x + 5 = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases}$$

Incompleta

$$\frac{x^2}{3} + x = 0$$

ou

$$\frac{1}{3} \cdot x^2 + x + 0 = 0 \quad \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 1 \\ \boxed{c = 0} \end{cases}$$

Resolução de equações do Segundo grau

Para a resolução da equação de 2° grau podemos recorrer à fórmula geral de resolução, conhecida como fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \Delta$$

O valor $b^2 - 4ac$ é conhecido como discriminante da equação e é representado pela letra grega

Δ

Educação Metodista

Fórmula de Bhaskara

$$\Delta = b^2 - 4ac \qquad\qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

De acordo com o valor do discriminante Δ podemos ter as seguintes situações:

Se $\Delta > 0$, teremos duas raízes reais e diferentes

Se $\Delta = 0$, teremos duas raízes reais e iguais;

Se $\Delta < 0$, não teremos raízes reais.

b) $2x^2 - 4x = 0$

$x \cdot (2x - 4) = 0$

$\boxed{x = 0}$ ou

$2x - 4 = 0$

$2x = 4$

$x = 4/2 = 2$

$\boxed{x = 2}$

Exemplos

Calcule as raízes das equações:

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

b) $2x^2 - 4x = 0$

c) $4x^2 - 100 = 0$

a) $a = 1 \quad b = -4 \quad c = 3$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$

$\Delta = 16 - 12 = 4 > 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$

$x = \dfrac{4 \pm 2}{2}$

$x' = \dfrac{6}{2} = 3$

$x'' = \dfrac{2}{2} = 1$

c) $4x^2 - 100 = 0$

$4x^2 = 100$

$x^2 = 100/4$

$x = 25$

$x = \pm\sqrt{25}$

$x = \pm 5$

Exercicíos

1) Resolva as equações:

a) $20x - 4 = 5x$

b) $5(1 - x) - 2x + 1 = -3(2 + x)$

c) $4x = -8x + 36$

d) $2 + 3[x -(3x + 1)] = 5[x -(2x - 1)]$

e) $4(x - 3) = 2x - 5$

f) $1 - 2x = \frac{x}{3} - \frac{x}{2}$

g) $\frac{3(x-1)-2x}{5} = \frac{5(x-3)}{6}$

h) $\frac{2x+5}{3x} = \frac{1}{4}$

2.Resolva as equações completas no conjunto R:

a) $4x^2 - 4x + 1 = 0$
b) $x^2 - 4x - 12 = 0$
c) $x^2 + 6x + 9 = 0$
d) $(x - 7)(x - 3) + 10x = 30$

EDUCAÇÃO METODISTA

3) Resolva os sistemas de Equações pelo método da adição ou substituição:

a) $\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 5 \\ 10x - 2y = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

Bom estudos a todos!!!