

Cálculo Diferencial e Integral

Vanessa Linhares



EDUCAÇÃO
METODISTA

OBJETIVOS



**Relembrar o
conceito de
Função de 2º Grau**

**Construir gráficos
de
Funções de 2º Grau**

FUNÇÃO DO 2º GRAU OU FUNÇÃO QUADRÁTICA

❖ Chama-se Função do 2º grau, ou Função Quadrática, toda função definida de \mathbb{R} em \mathbb{R} por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

e $a, b \text{ e } c \in \mathbb{R}.$

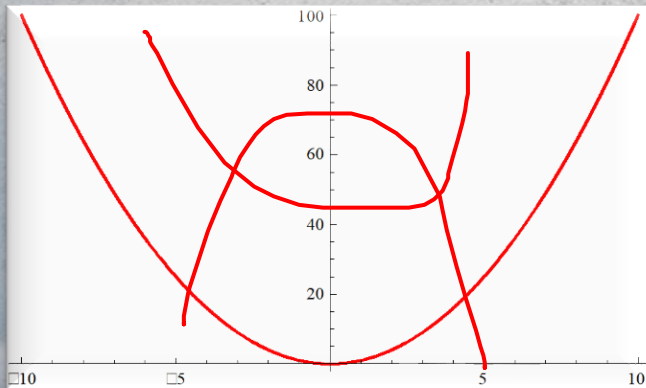
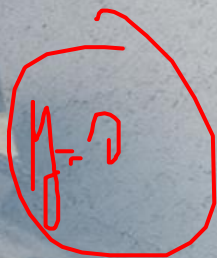
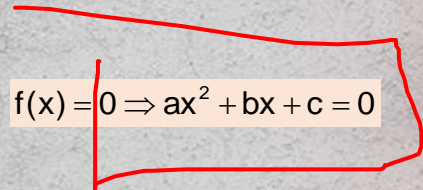


Gráfico: Parábola

RAIZ DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

- ❖ O ponto onde o gráfico corta o eixo das abscissas (eixo x) é chamado raiz da função e se obtém resolvendo a equação:


$$f(x) = 0$$


$$f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$



Equação do 2º Grau

RAIZ DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

❖ Para resolver a equação do 2º grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

❖ Podemos aplicar a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$



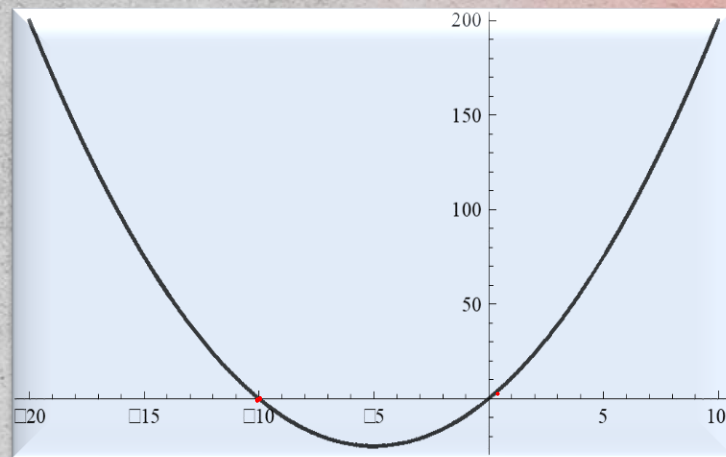
$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

RAIZ DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

❖ O número de raízes reais de uma Função do 2º Grau é determinado pelo discriminante delta (Δ).

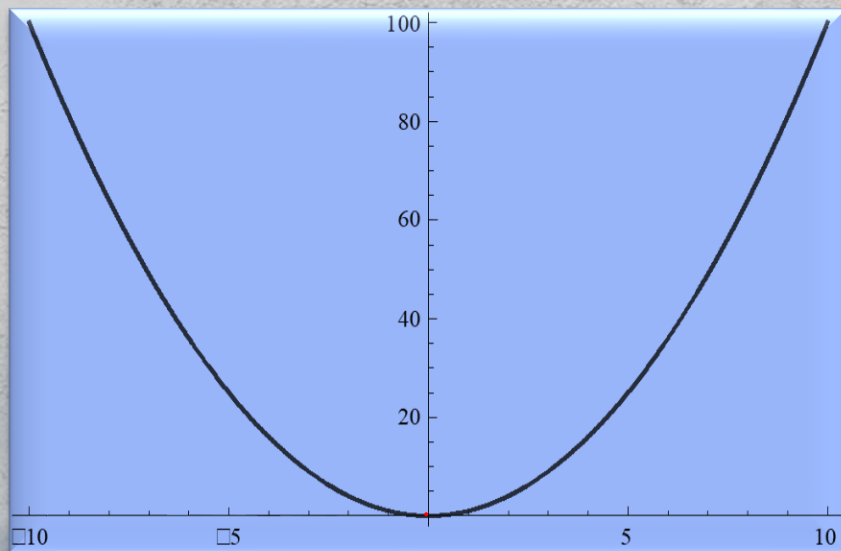
❖ Há três casos a considerar:

1. $\Delta > 0$ – A função possui duas raízes reais e distintas e o gráfico corta o eixo x em dois



RAIZ DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

2. Se $\Delta=0$ – A função possui duas raízes reais iguais e o gráfico x tangencia o eixo x.



RAIZ DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

3. Se $\Delta < 0$ – A função não possui raízes reais e o gráfico não corta o eixo x.

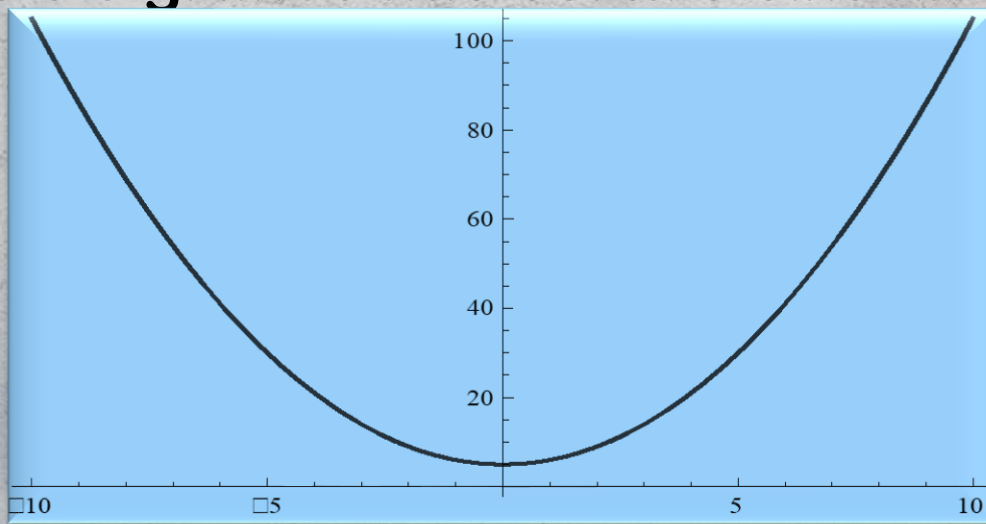
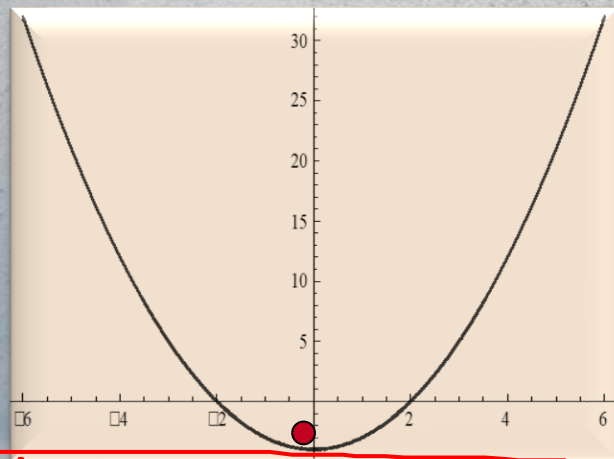
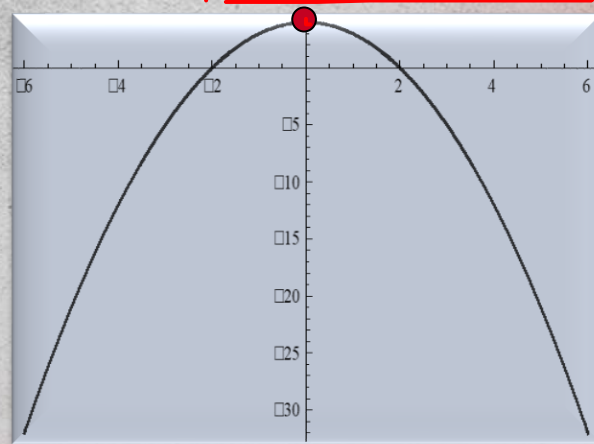


GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

- ❖ O gráfico de uma Função Quadrática é sempre uma parábola que tem concavidade para cima se $a > 0$ e concavidade para baixo se $a < 0$.



Vértice – Ponto de Mínimo



Vértice – Ponto de Máximo

VÉRTICE DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

- ❖ A parábola possui um eixo de simetria que a intercepta num ponto chamado VÉRTICE, cujas coordenadas são:

$$V = (x_v, y_v)$$

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

FUNÇÃO DO 2º GRAU

❖ Esboce o gráfico da função:

$$f(x) = x^2 - 2x + 4$$

$$(0, 4)$$

$$a = 1 > 0$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$$

$$\Delta = 4 - 16$$

$$\Delta = -12 < 0$$

$$V(1, 3)$$

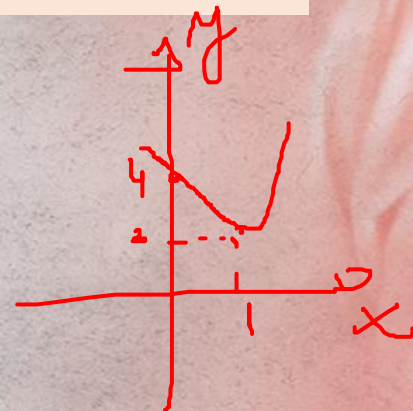
$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

$$x_v = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a}$$

$$y_v = \frac{-(-12)}{4 \cdot 1}$$

$$y_v = 3$$



FUNÇÃO DO 2º GRAU

- ❖ Esboce o gráfico
- ❖ da função:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$$

$$\Delta = 16 - 12$$

$$\Delta = 4 > 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm 2}{2}$$

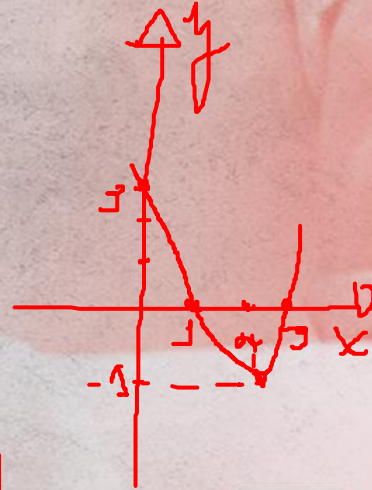
$$x' = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$x'' = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_v = -\frac{b}{2 \cdot a}$$

$$x_v = -\frac{(-4)}{2 \cdot 1} = 2$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4 \cdot a}$$



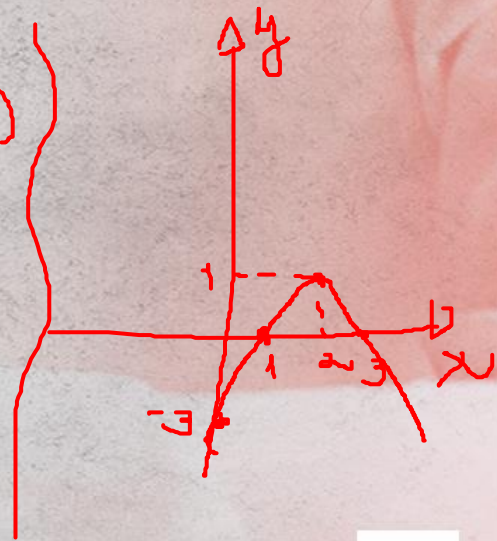
FUNÇÃO DO 2º GRAU $a < 0$

❖ Esboce o gráfico da função:

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3 \quad (a, -3)$$

$$\begin{aligned} -x^2 + 4x - 3 &= 0 \\ \Delta &= 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3) \\ \Delta &= 16 - 12 \\ \Delta &= 4 > 0 \\ x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot (-1)} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{-4 \pm 2}{-2} \\ x' &= \frac{-2}{-2} = 1 \quad (1, 0) \\ x'' &= \frac{-6}{-2} = 3 \quad (3, 0) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_v &= \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2 \\ y_v &= \frac{-4}{4 \cdot (-1)} = 1 \end{aligned} \right. \quad (2, 1)$$



FUNÇÃO DO 2º GRAU

$a > 0$

❖ Esboce o gráfico da função:

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 \quad (0, 9)$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$$

$$\Delta = 36 - 36 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3 \quad (3, 0)$$

$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3 \quad (3, 0)$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} = \frac{-(0)}{4 \cdot 1} = 0$$



Exercícios

- 1) Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 5x + 6$, calcule os valores reais de x para que se tenha $f(x) = 12$.

2) Na função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com $f(x) = x^2 - 3x + 1$, determine $f(3)$

3) Dada a função $f(x) = -x^2 + 7x - 12$, determine

As raízes da função

O vértice da parábola

O esboço do gráfico

4) Dada a função $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ determine

As raízes da função

O vértice da parábola

O esboço do gráfico

BOM ESTUDOS